

DESSINER L'ESPACE

exercices
pour les élèves du 1er cycle

1,60
Equisé

IREM DE LORRAINE



© Droits réservés pour usage commercial

Édité et imprimé par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques - (Université de Nancy I - Faculté des Sciences) -
B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX

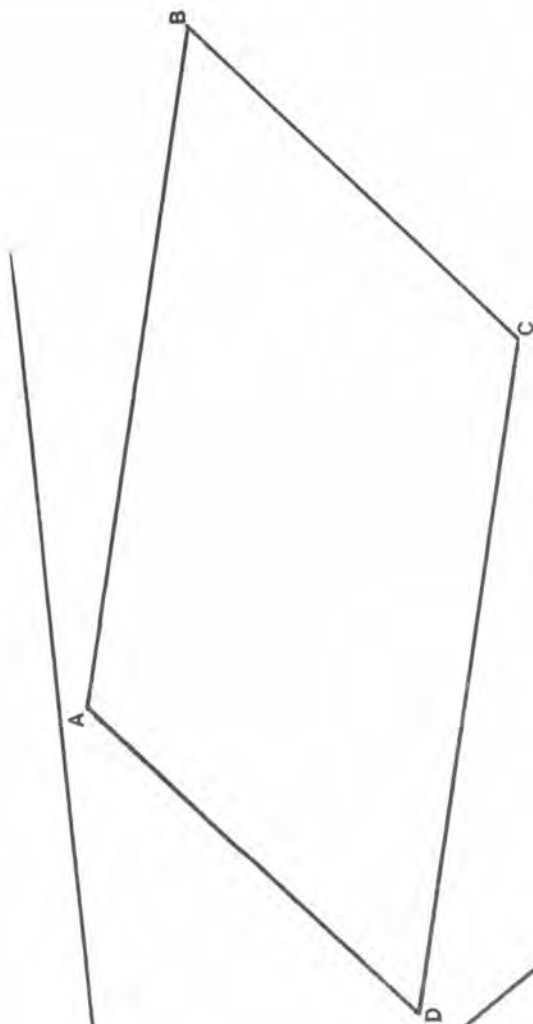
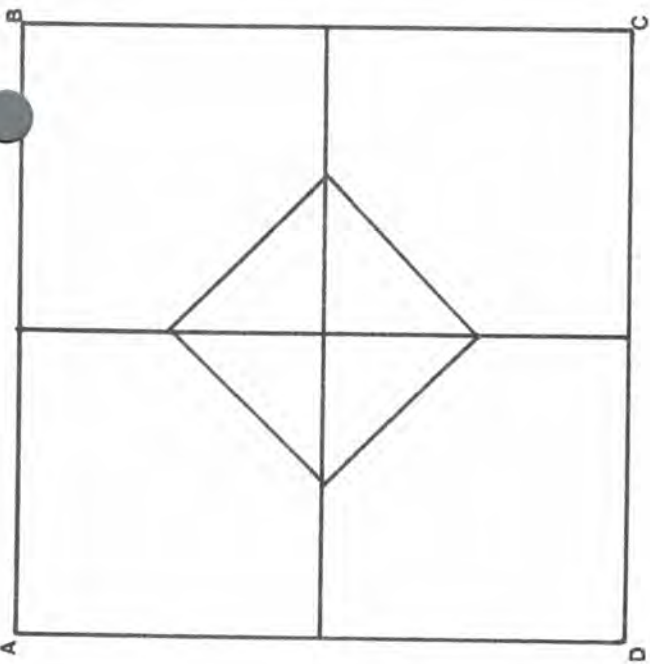
Dépôt légal : 1er trimestre 1987

n° de la publication : 2-85406-085-7

Le Responsable de la collection : Bernard ANDRÉ

réf. II.8₁

- 1 J'ai fait un dessin sur une
feuille de papier ABCD .
Ci-dessous j'ai dessiné cette
feuille posée sur une table.
• Termine le dessin.



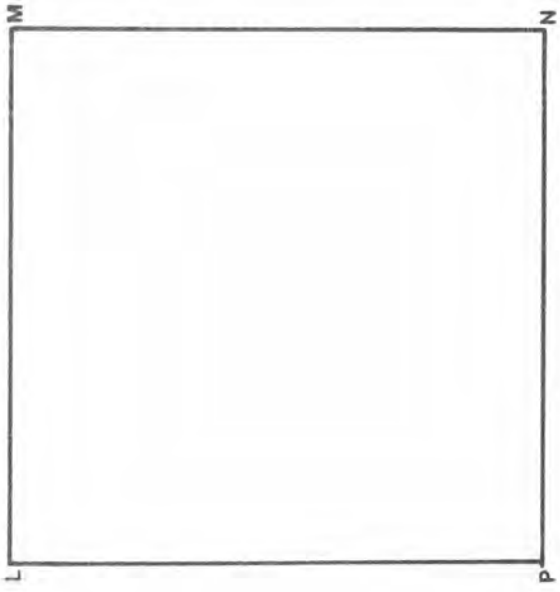
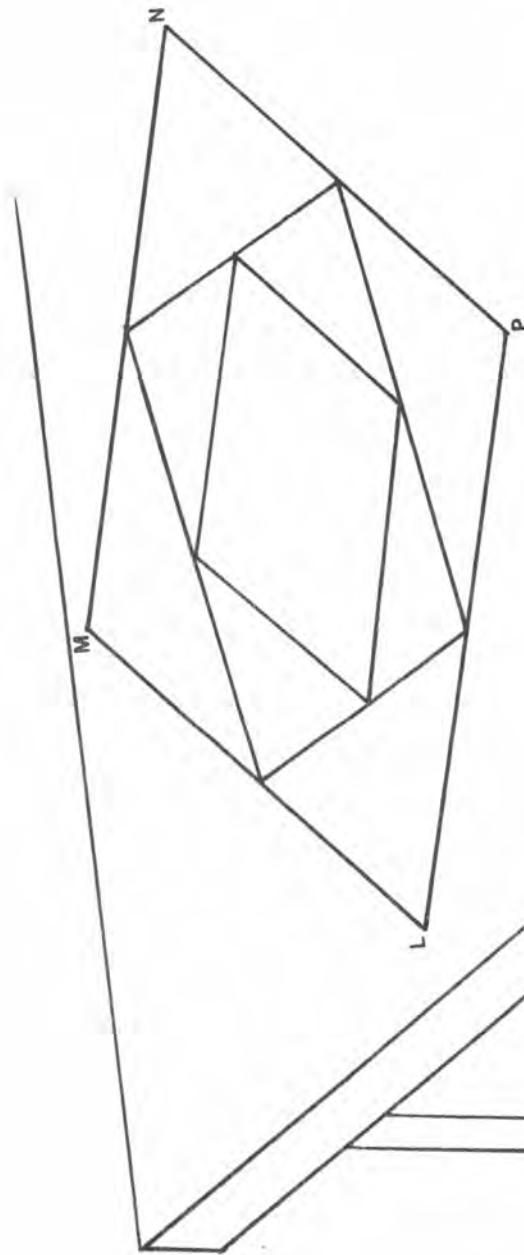
BIBLIOTHEQUE IREM



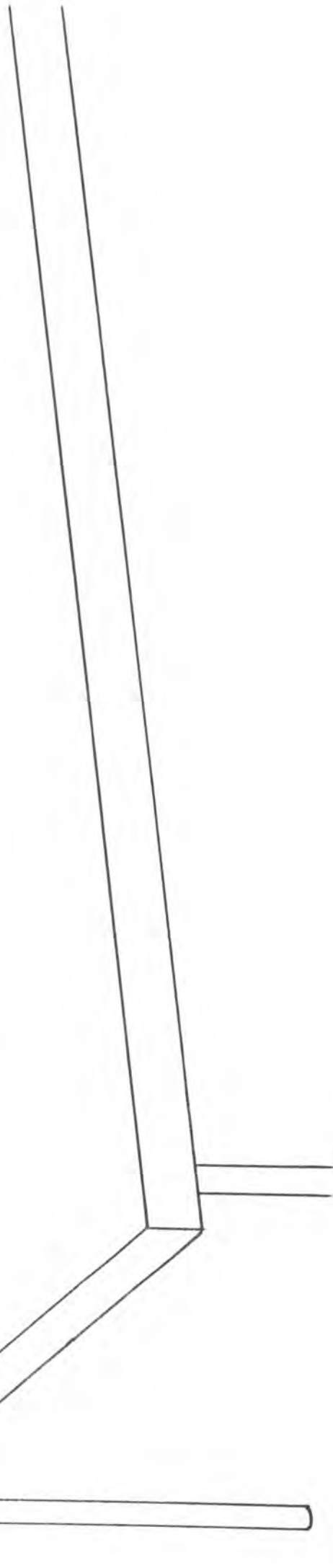
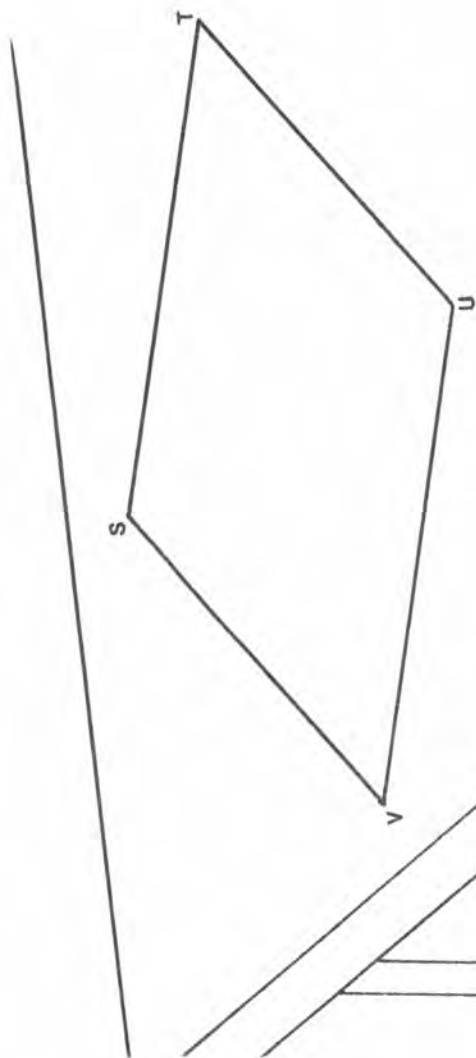
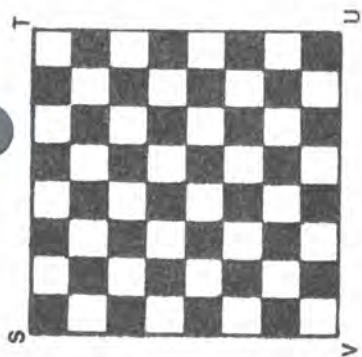
107568

- 2 J'ai posé une feuille de papier sur une table. Sur cette feuille il y a un dessin.

- Reproduis le dessin ci-contre.



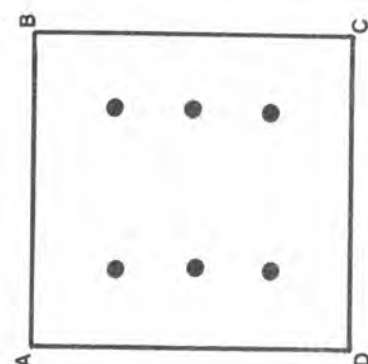
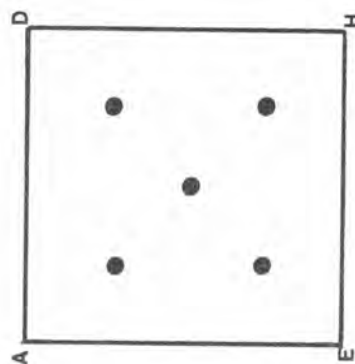
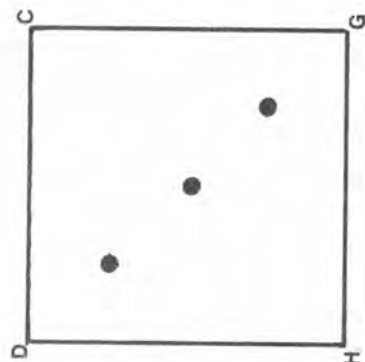
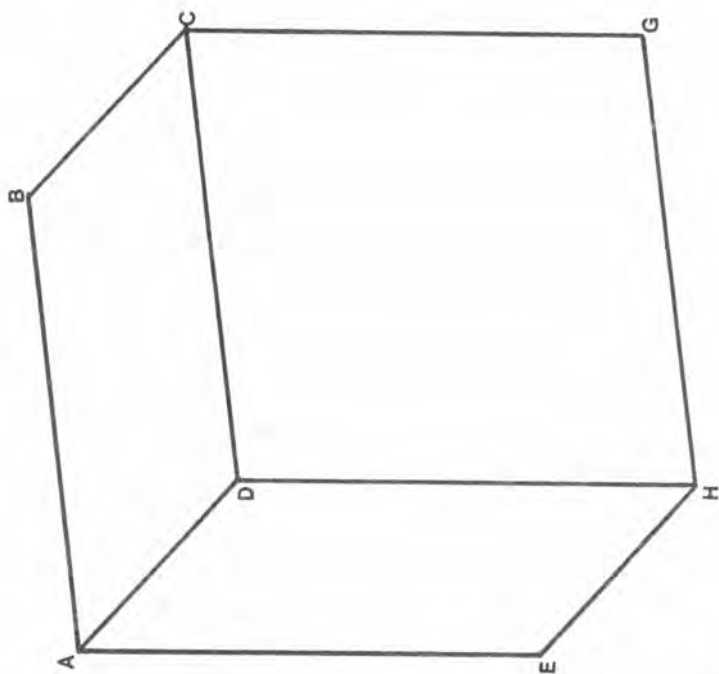
- 3 Un échiquier est posé sur une table. J'ai commencé à le dessiner.
- Termine le dessin.



4

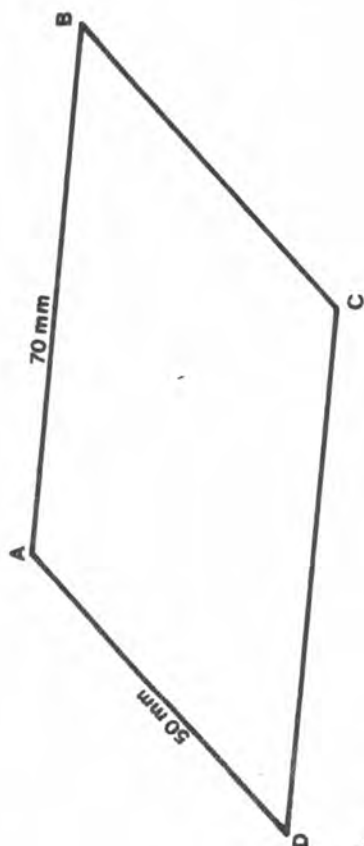
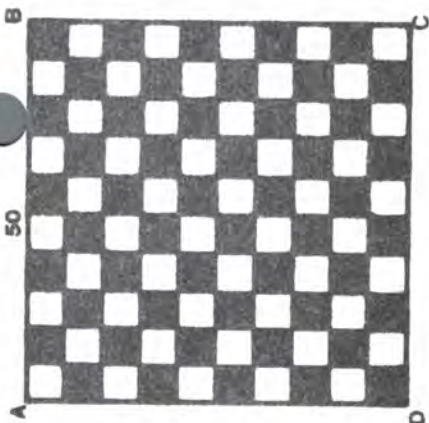
Ci-dessous j'ai commencé à dessiner un dé.

• Place les points sur les faces.



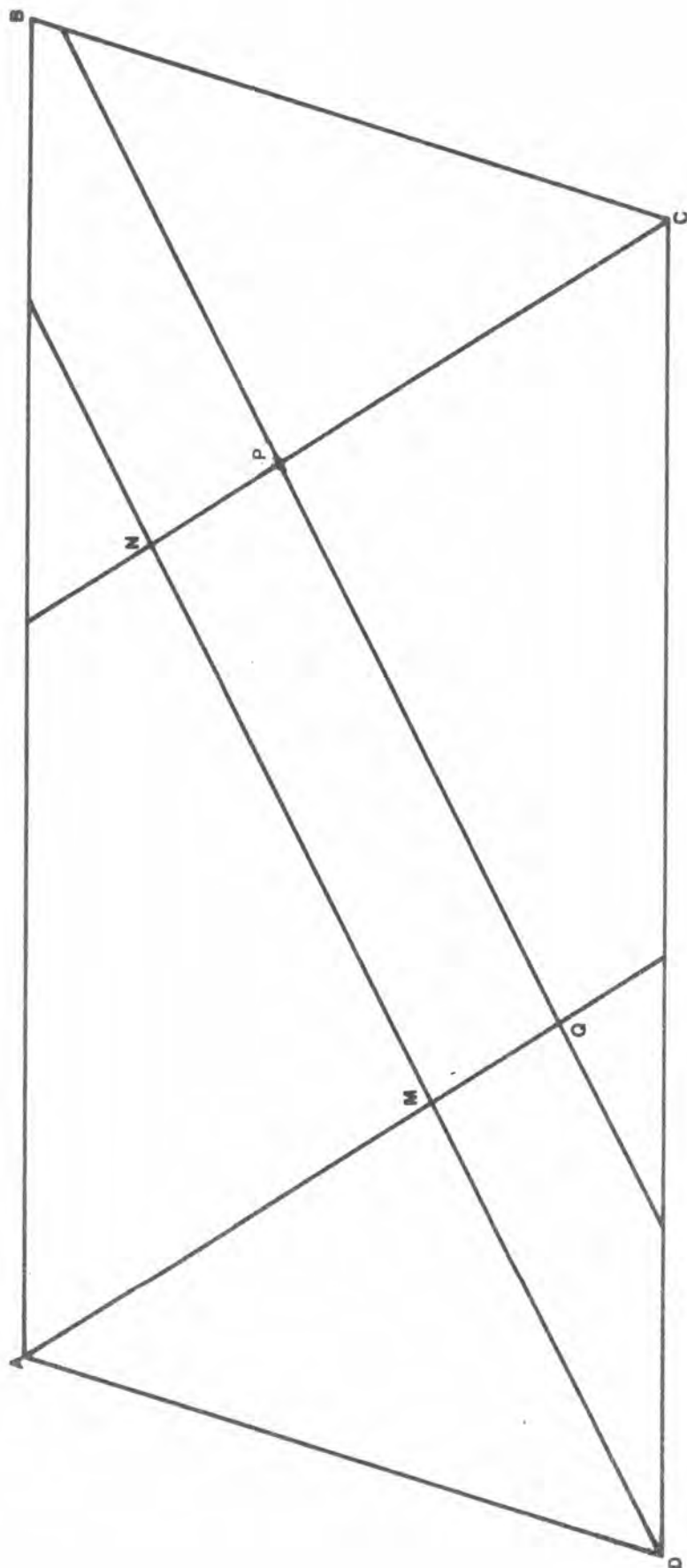
Un damier est posé sur la table.

- Termine le dessin.



6

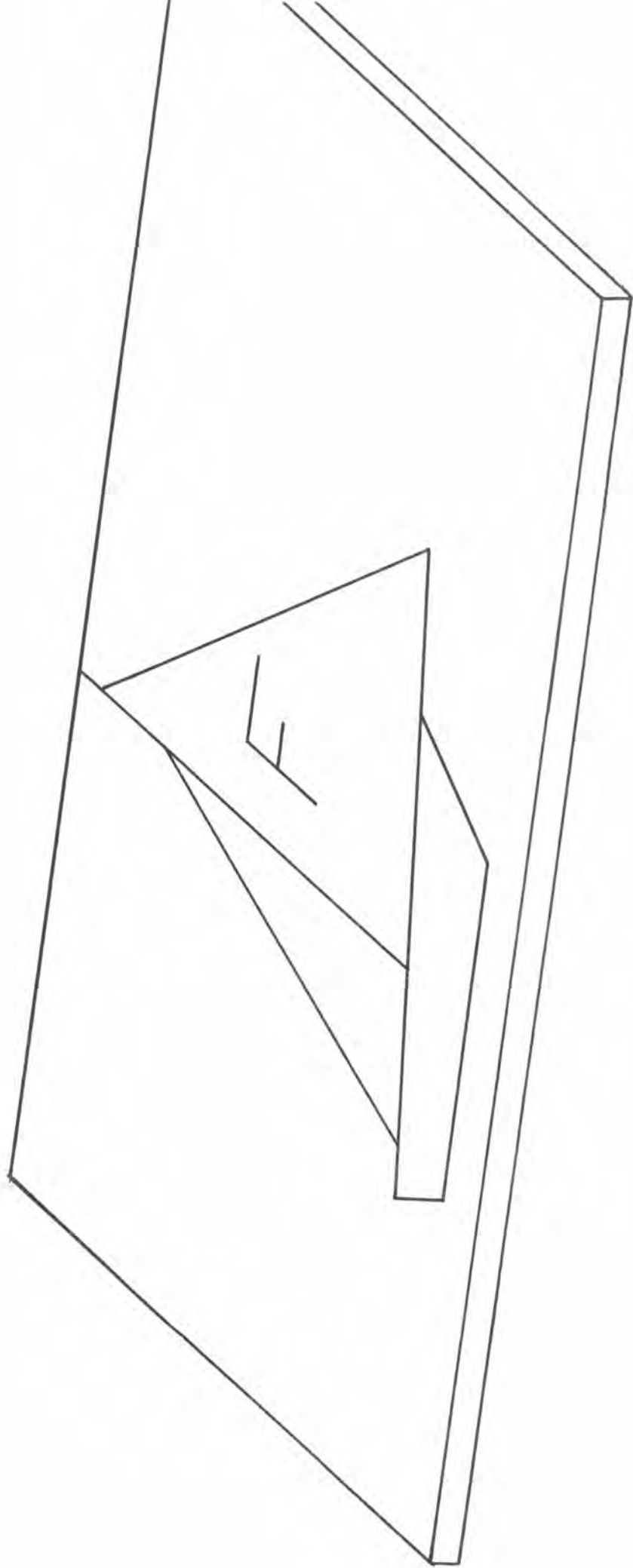
Sachant que $ABCD$ est un rectangle de 12 cm sur 20 cm, $MNPQ$ est-il un rectangle ? Si oui, calcule ses dimensions.



7

Sur une planche rectangulaire de 22,3 cm de long et 15 cm de large, j'ai fait un dessin.

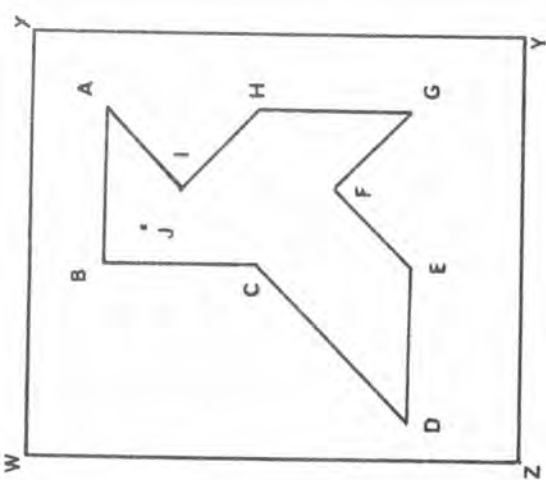
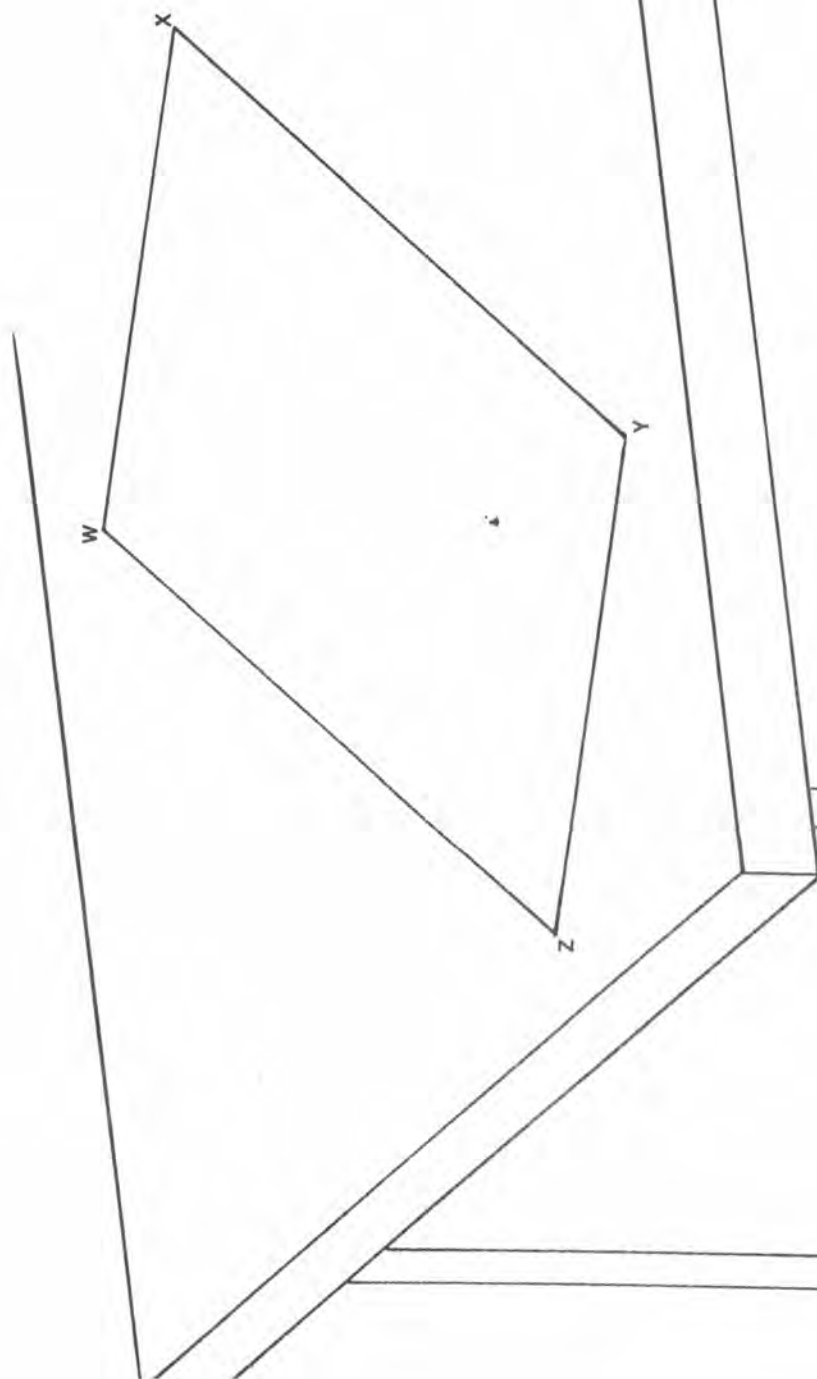
- Reproduis ce dessin en vraie grandeur.

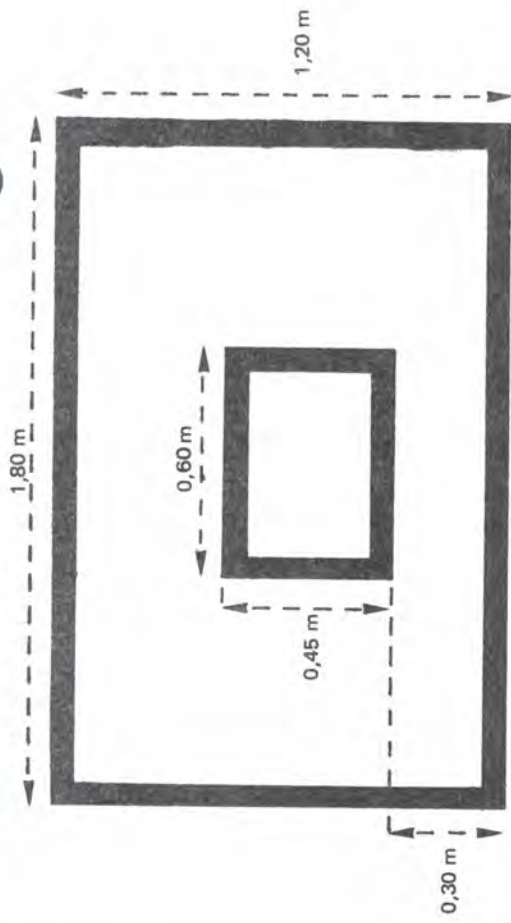


8

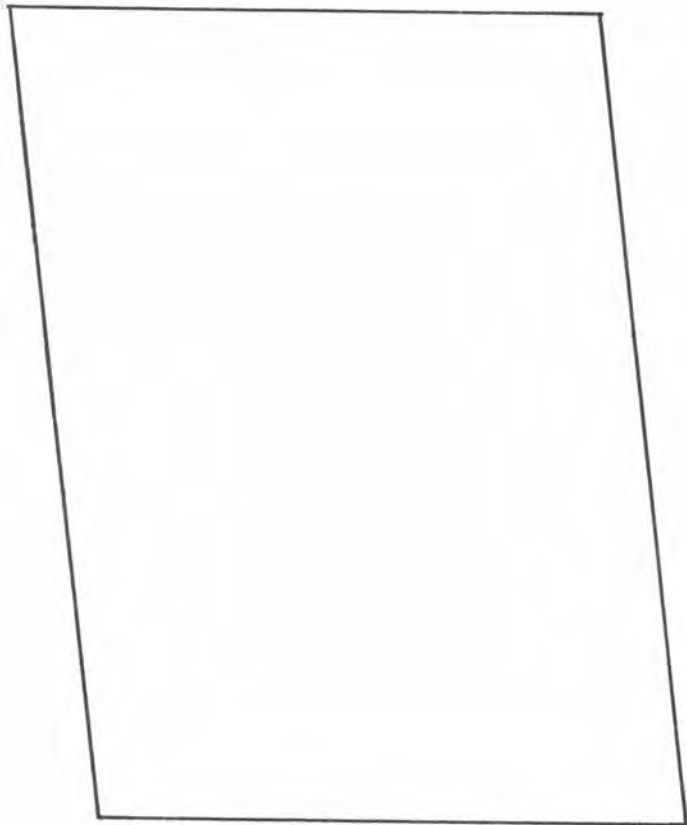
Sur une feuille j'ai dessiné une
cocotte en papier. Cette feuille
est posée sur une table.

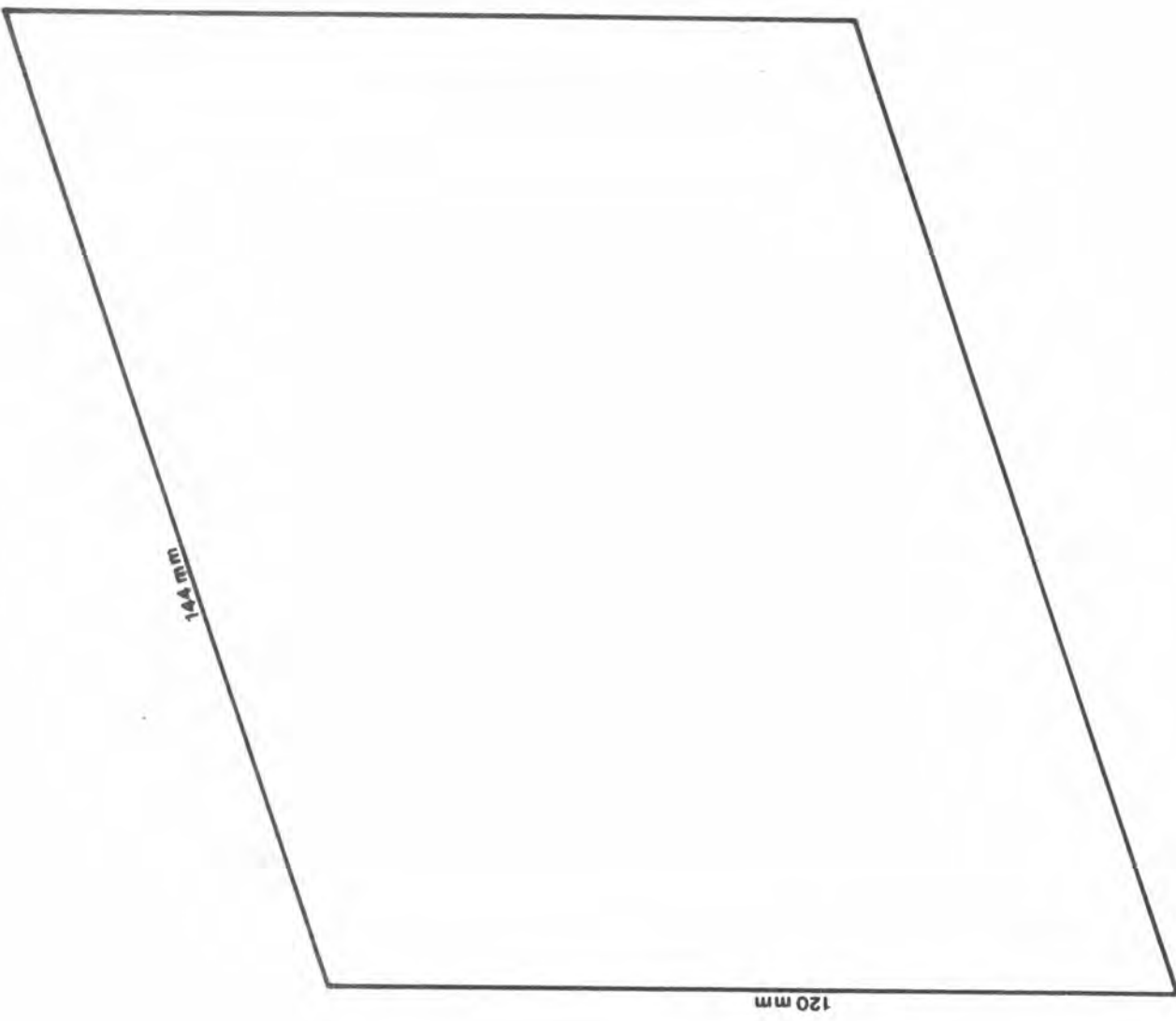
- Termine le dessin.





- 9 J'ai commencé à dessiner un panneau de basket, vu depuis la fenêtre de la classe.
- Termine le dessin. Les dimensions précises sont données ci-dessus. Les traits noirs ont 6 cm de largeur.





9bis

J'ai dessiné ci-dessus deux panneaux de basket, vus depuis des directions différentes.

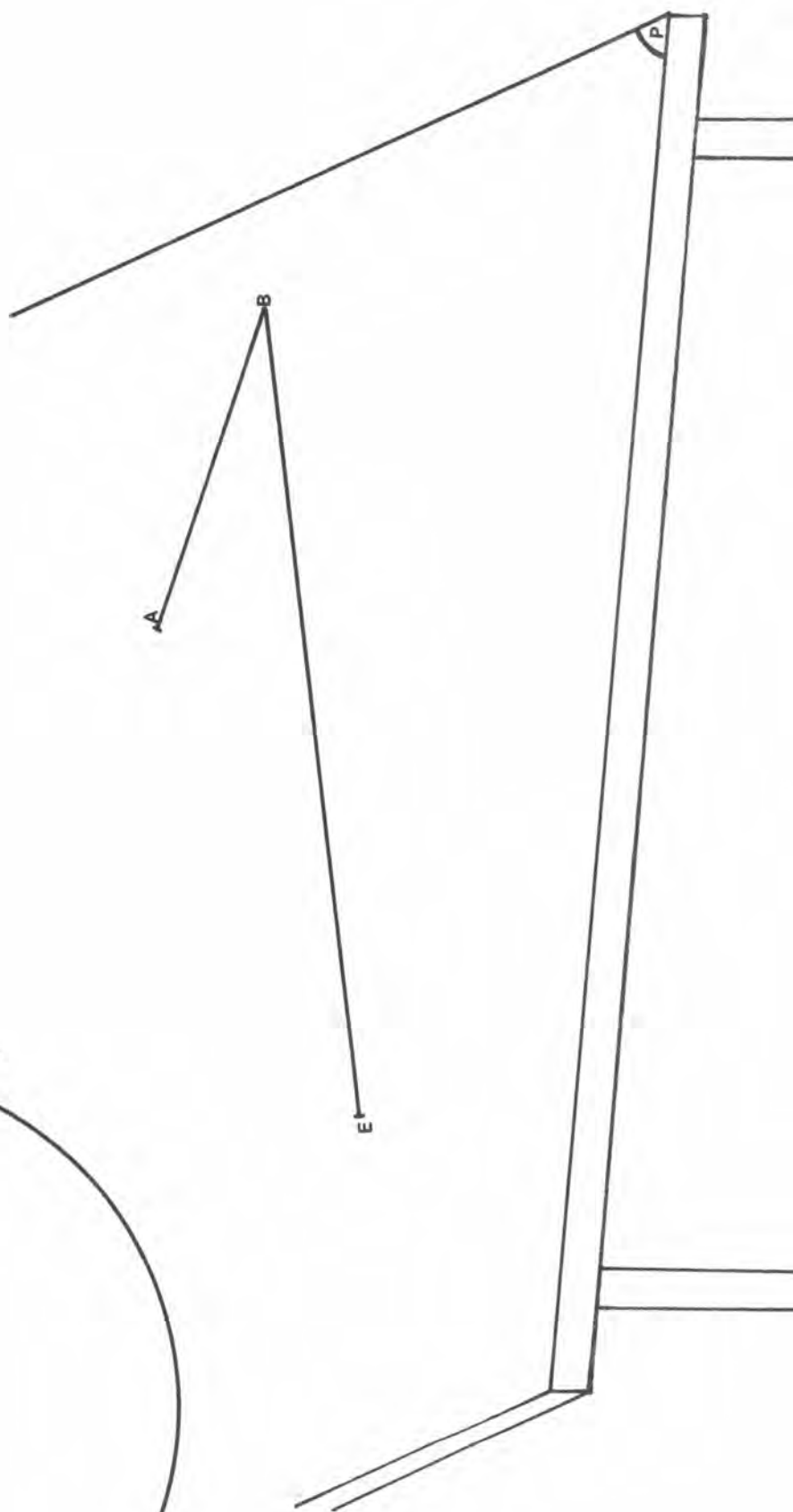
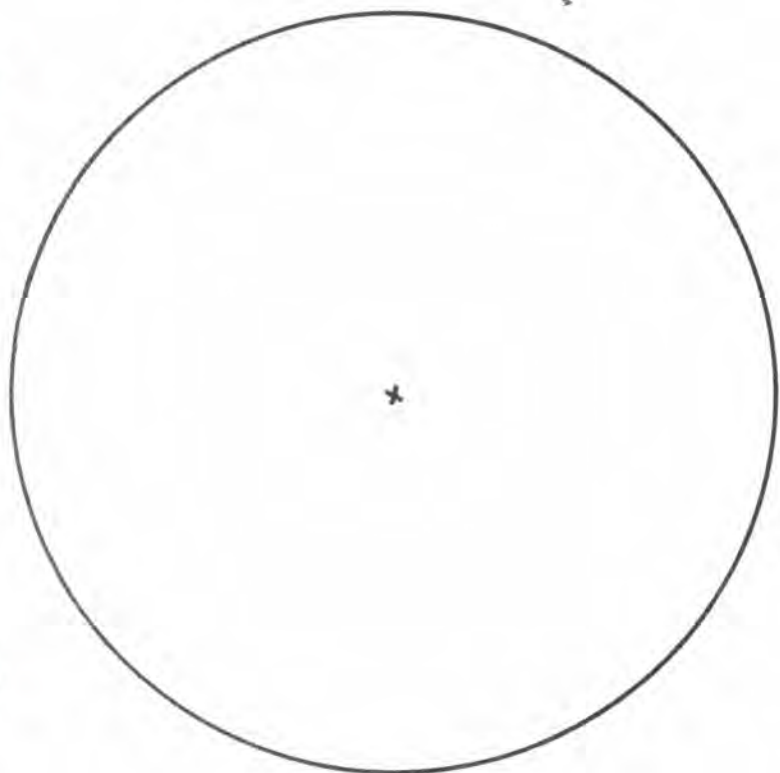
- Termine les dessins.

10

Dans le cercle ci-contre, trace un hexagone régulier ABCDEF.

Ci-contre j'ai commencé à dessiner cet hexagone sur une table.

- Termine ce dessin.

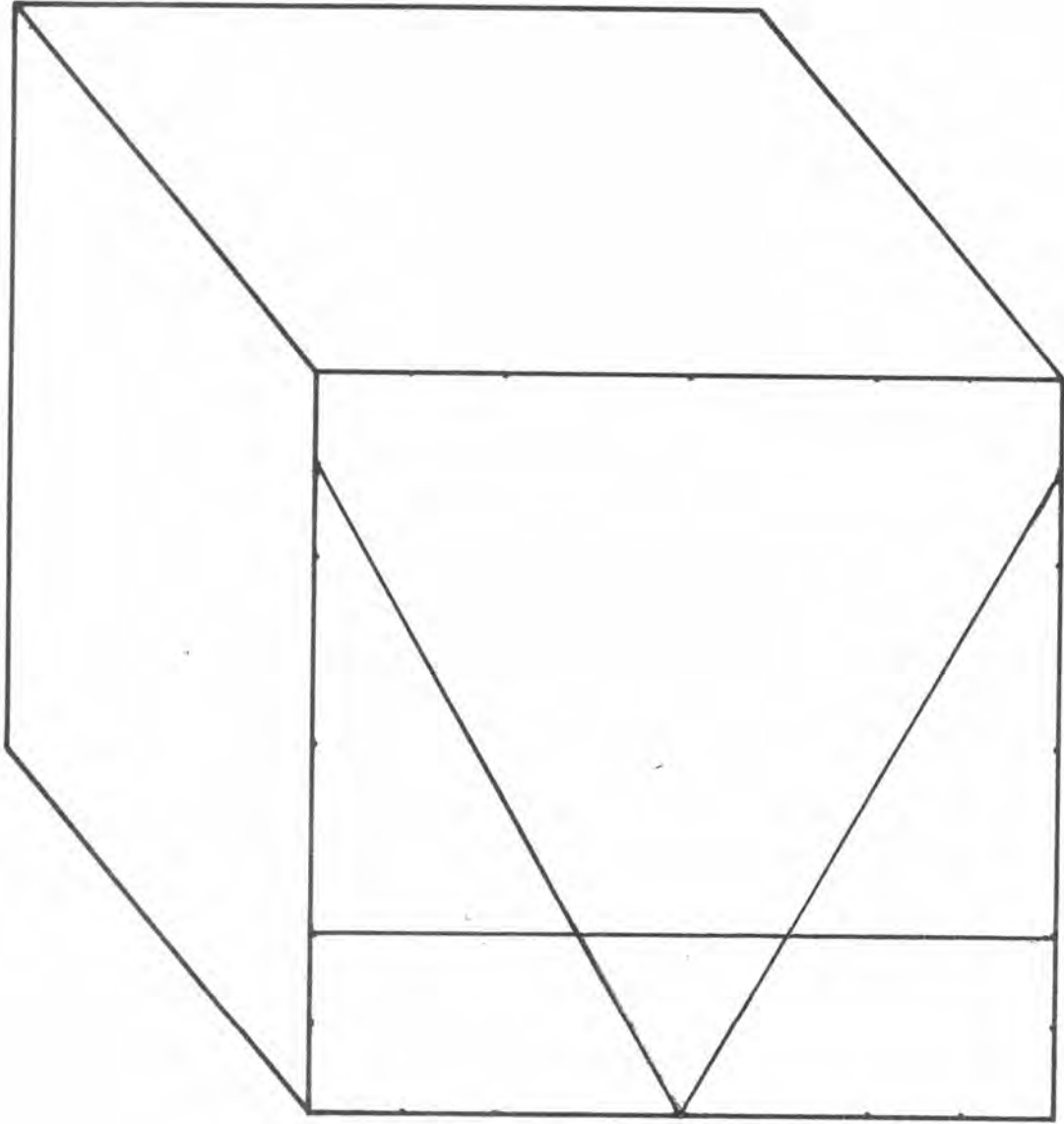


11

Sur la face avant de ce cube, on a tracé un motif constitué de trois segments.

La "pointe" de ce motif est située au milieu de l'arête avant gauche.

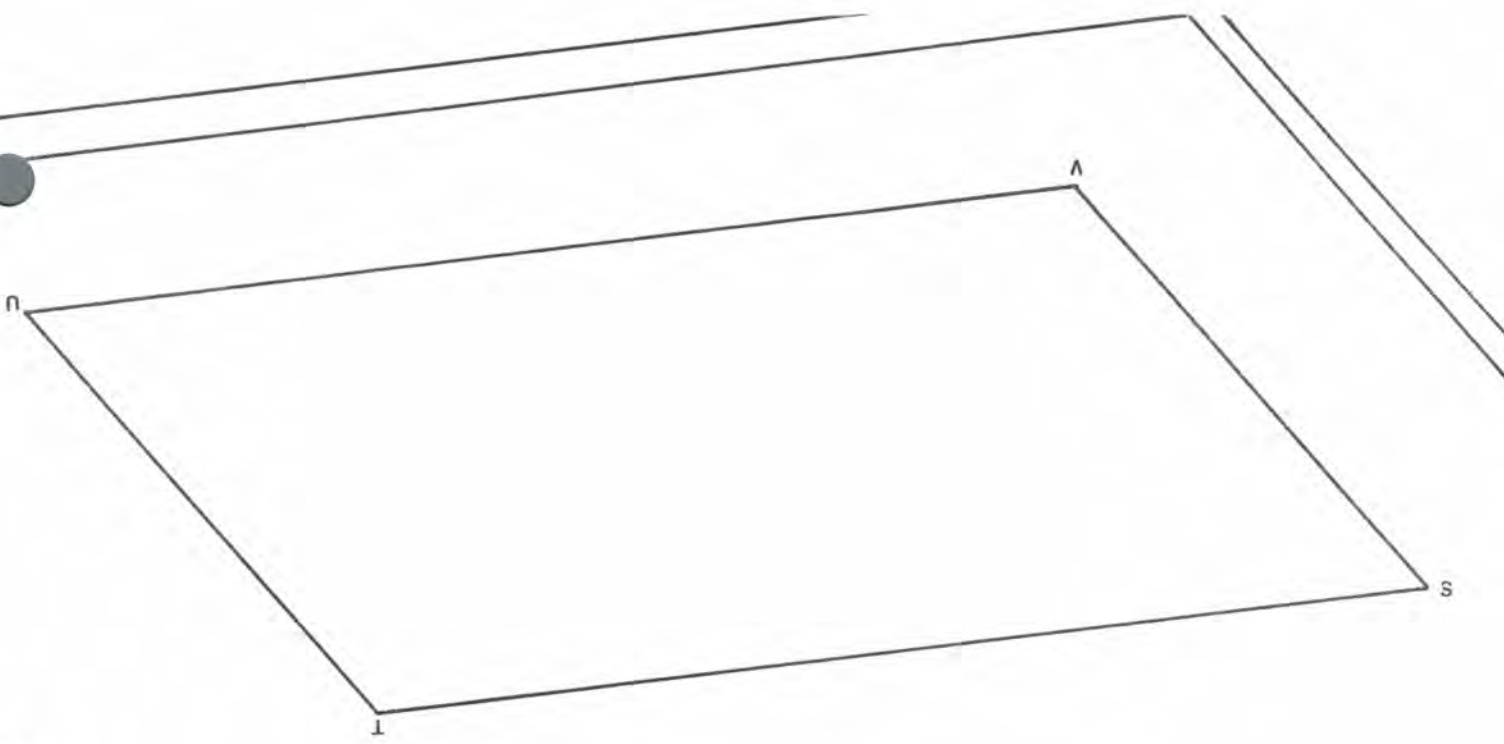
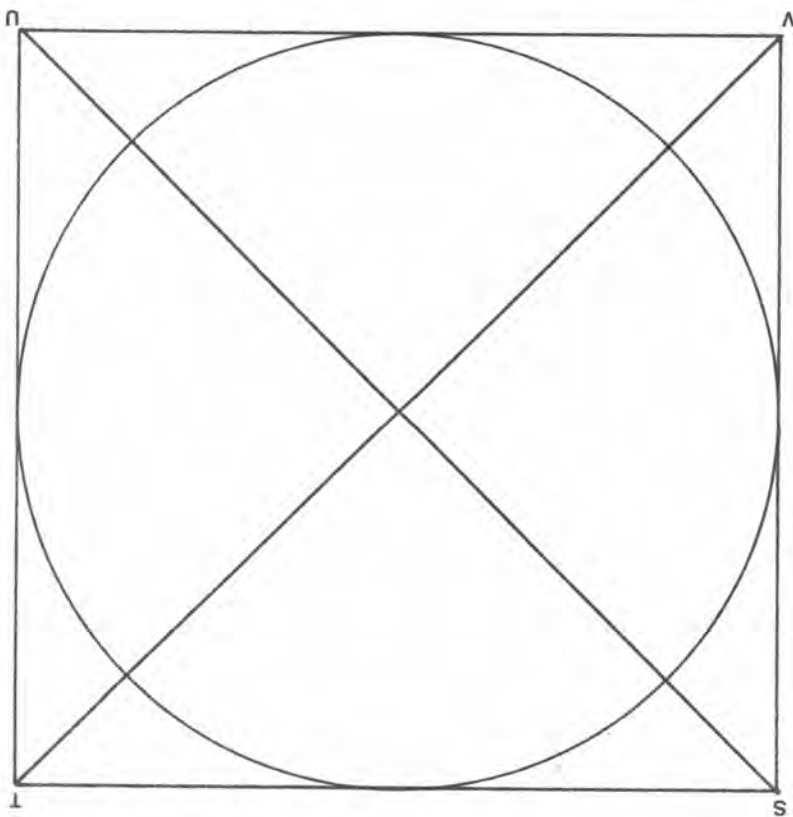
- Reproduis ce motif en plaçant successivement cette "pointe" au milieu des trois autres arêtes de cette face avant.
- Fais de même pour chaque face apparente du cube.



Sur une feuille de papier carrée,
j'ai dessiné un cercle. Cette feuille
est posée sur une table.

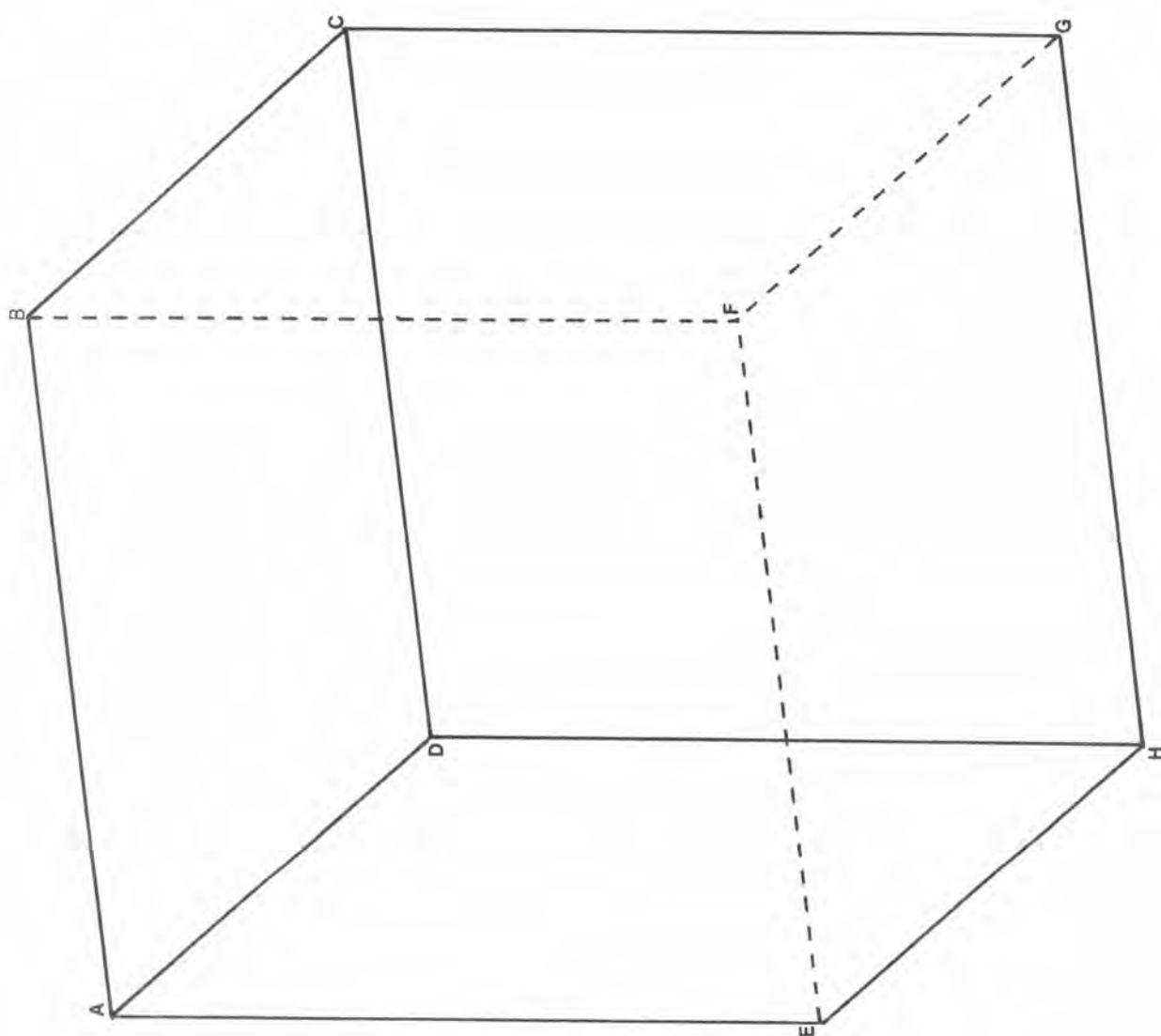
• Termine le dessin.

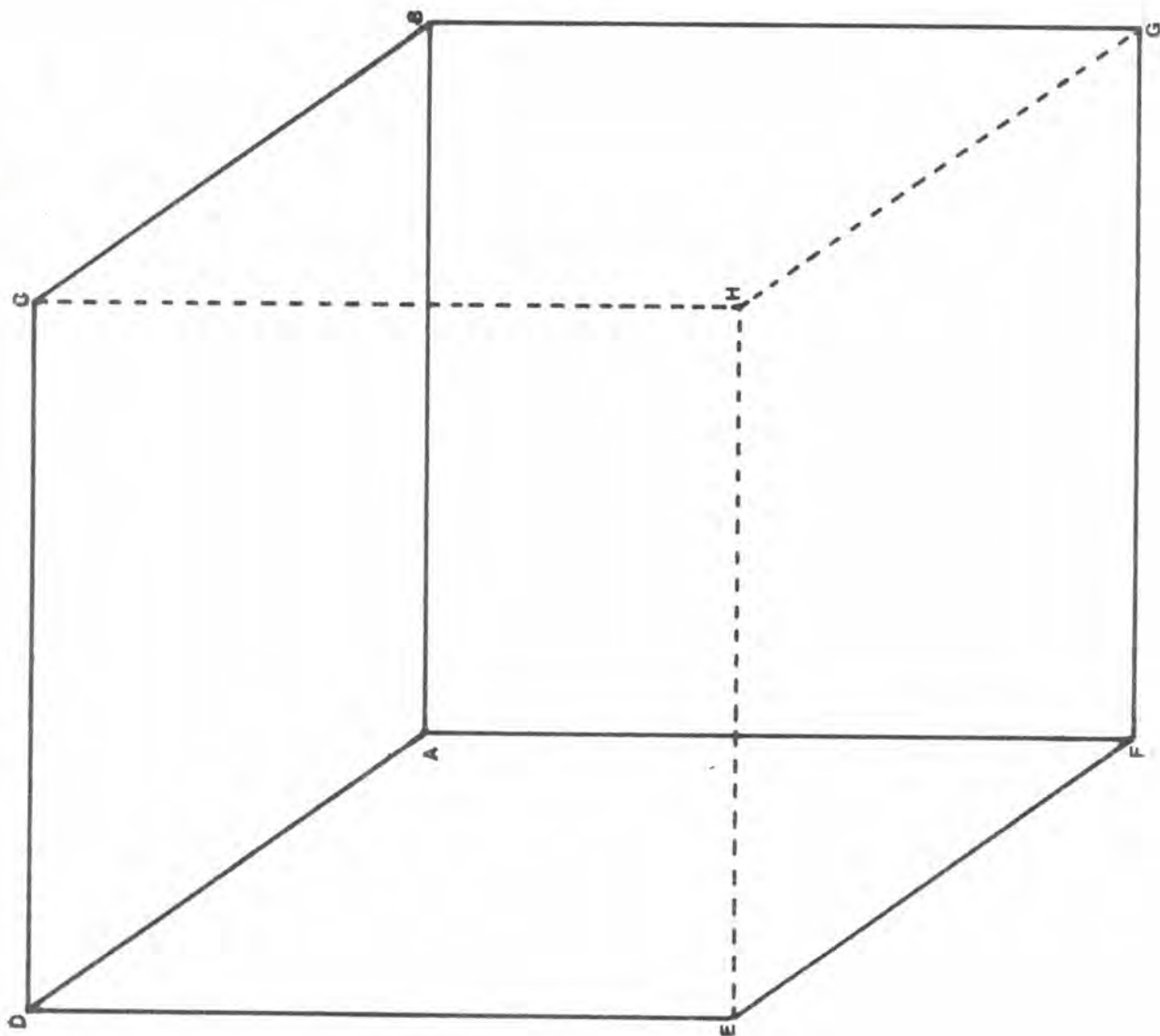
12



13

- J'ai dessiné un cube. Dessine un cercle sur la face $ABCD$. Dessine un cercle sur la face $EFGH$.



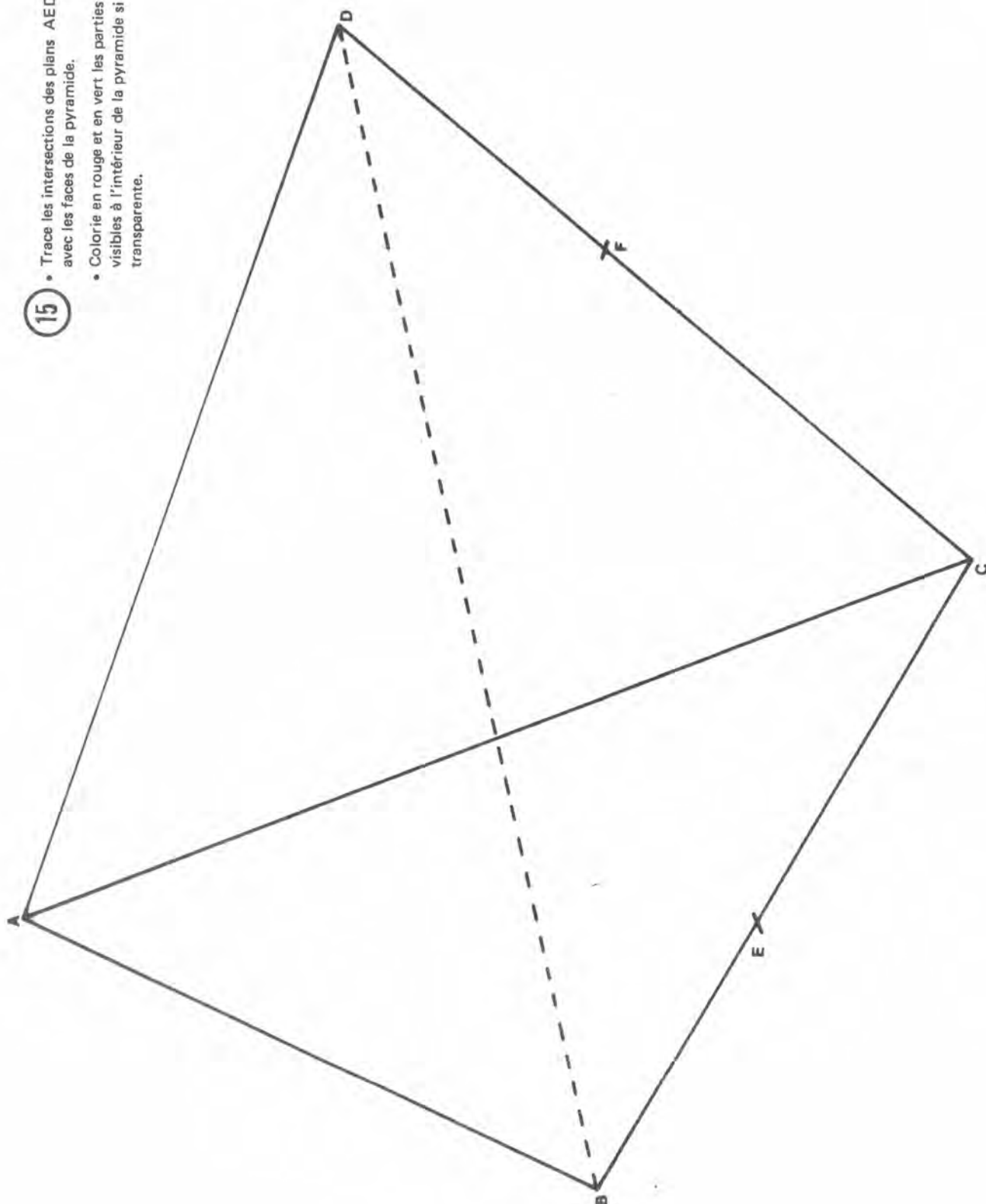


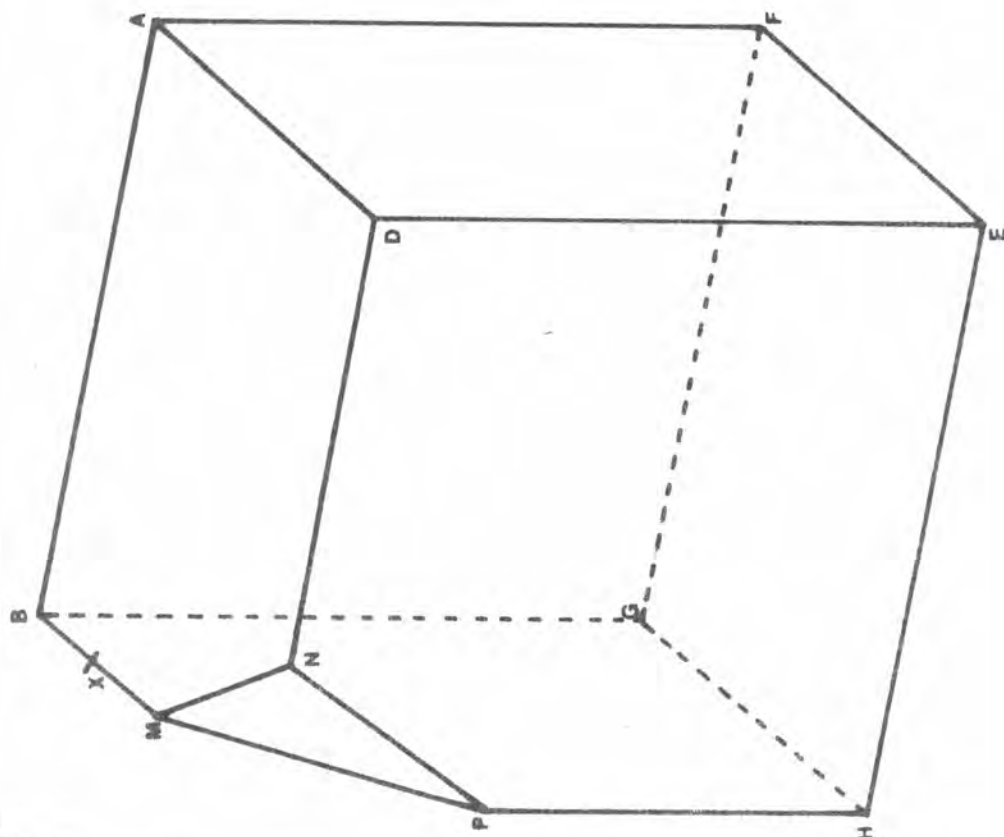
14

- Trace les intersections des plans ABHE et CDFG avec les faces du pavé.
- Colorie en rouge et en vert les parties visibles de ces deux plans à l'intérieur du pavé, si celui-ci est transparent.

15

- Trace les intersections des plans AED et BFA avec les faces de la pyramide.
- Colorie en rouge et en vert les parties de ces plans visibles à l'intérieur de la pyramide si celle-ci est transparente.



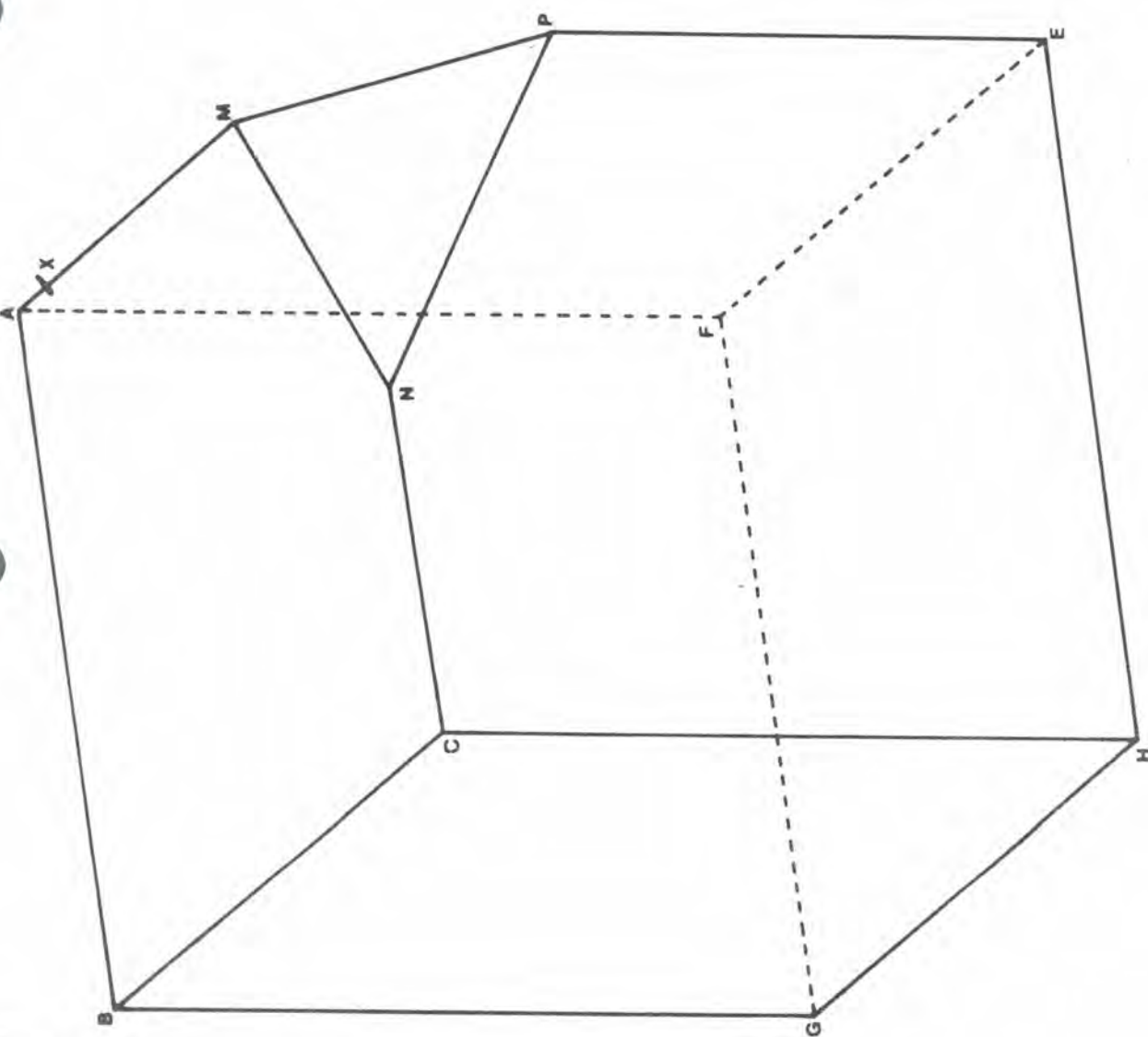


17

J'ai dessiné un pavé qui a un coin coupé.

• Dessine l'intersection de ce pavé et du plan qui :

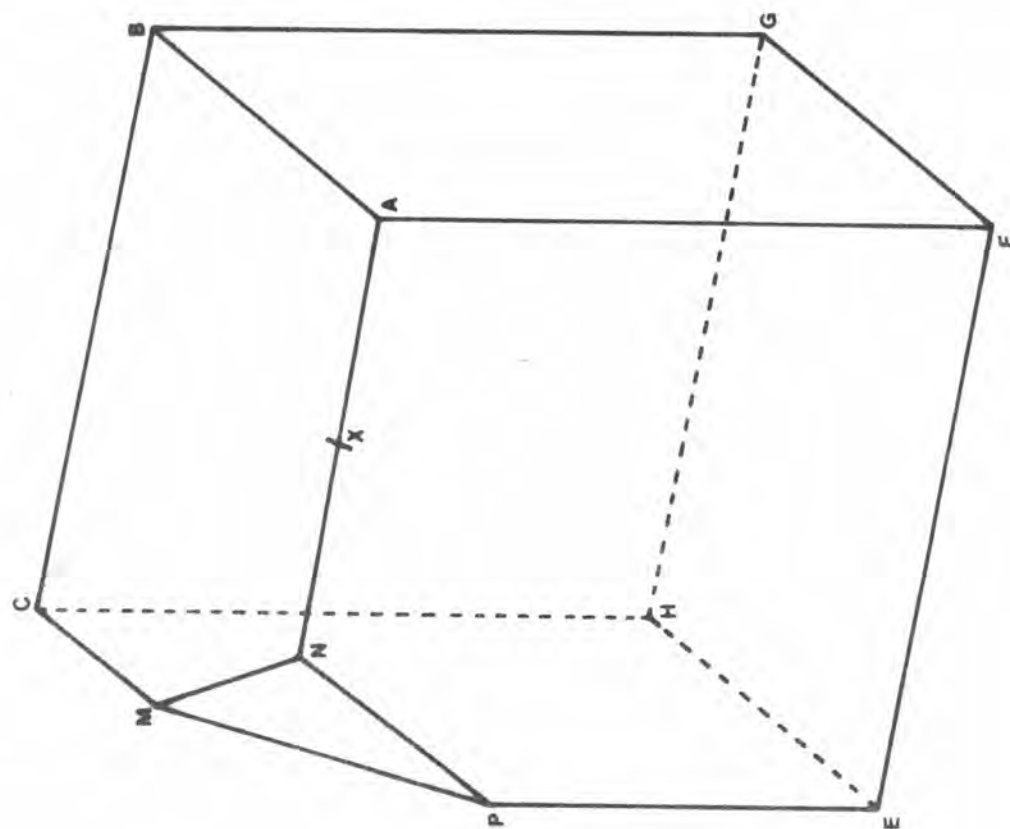
- est parallèle au plan MNP
- passe par X.



18

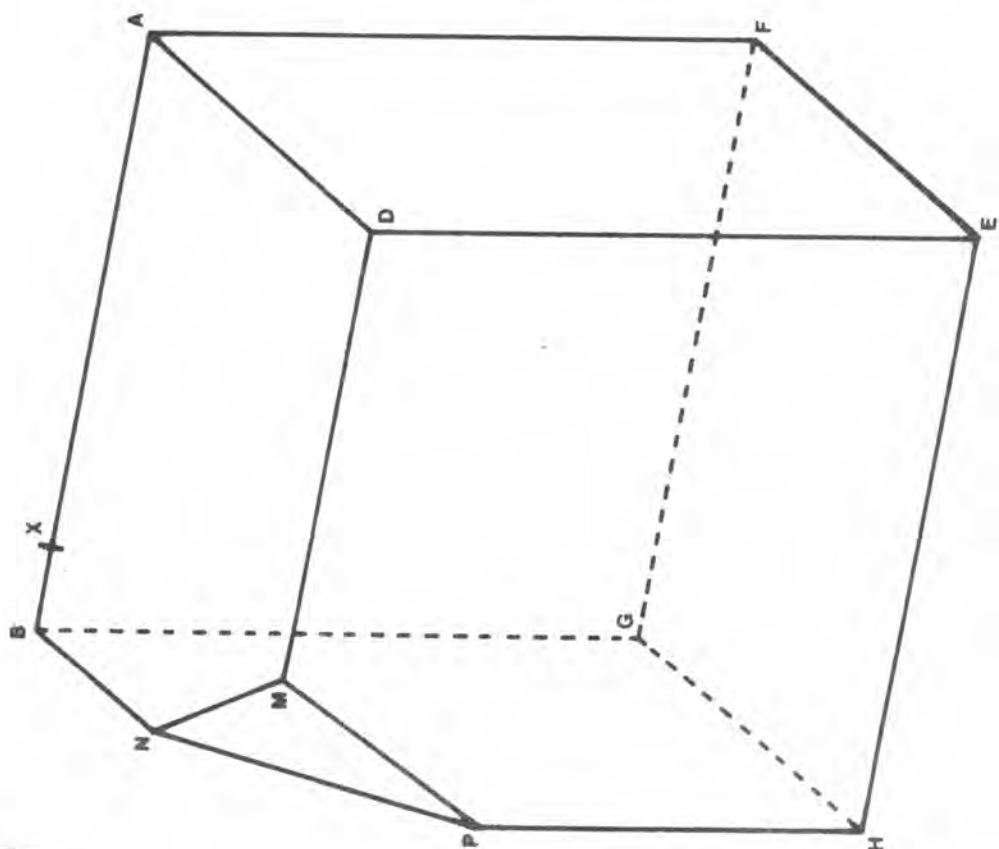
- J'ai dessiné un cube qui a un coin coupé.
- Dessine l'intersection de ce cube et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par X.

T



19

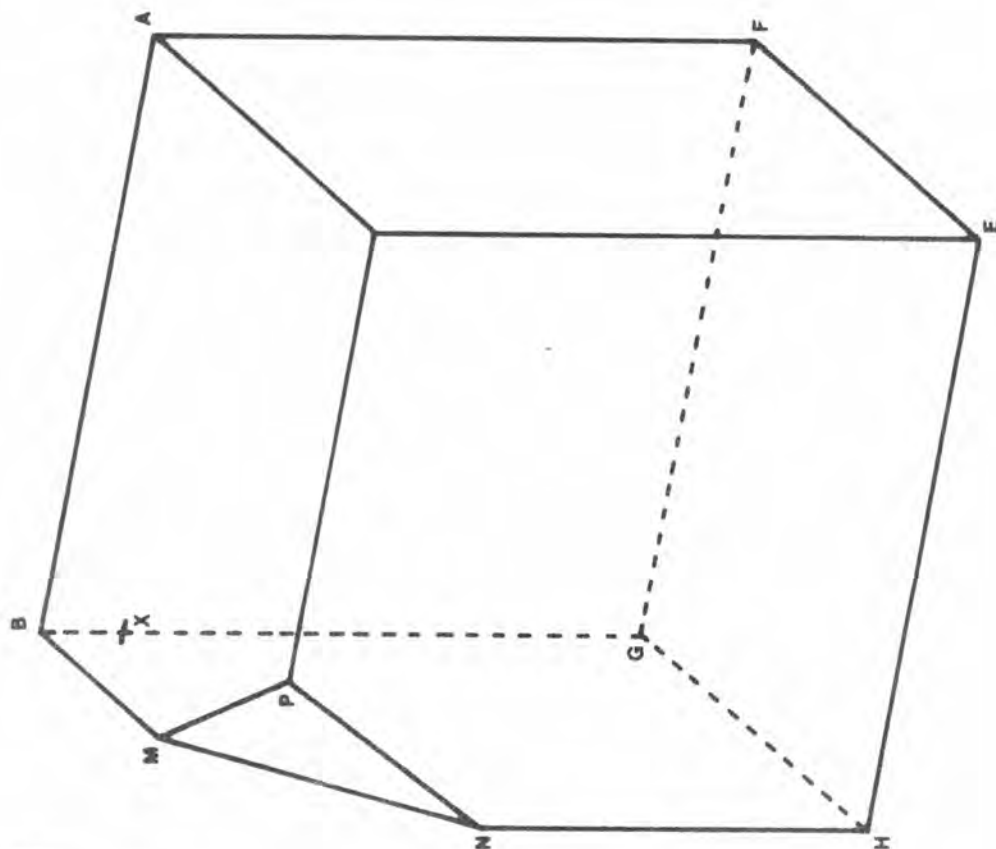
- J'ai dessiné un cube qui a un coin coupé.
 • Dessine l'intersection de ce cube et du plan qui :
 — est parallèle au plan MNP
 — passe par X .



20

- J'ai dessiné un pavé qui a un coin coupé.
- Dessine l'intersection de ce pavé et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par X.





21

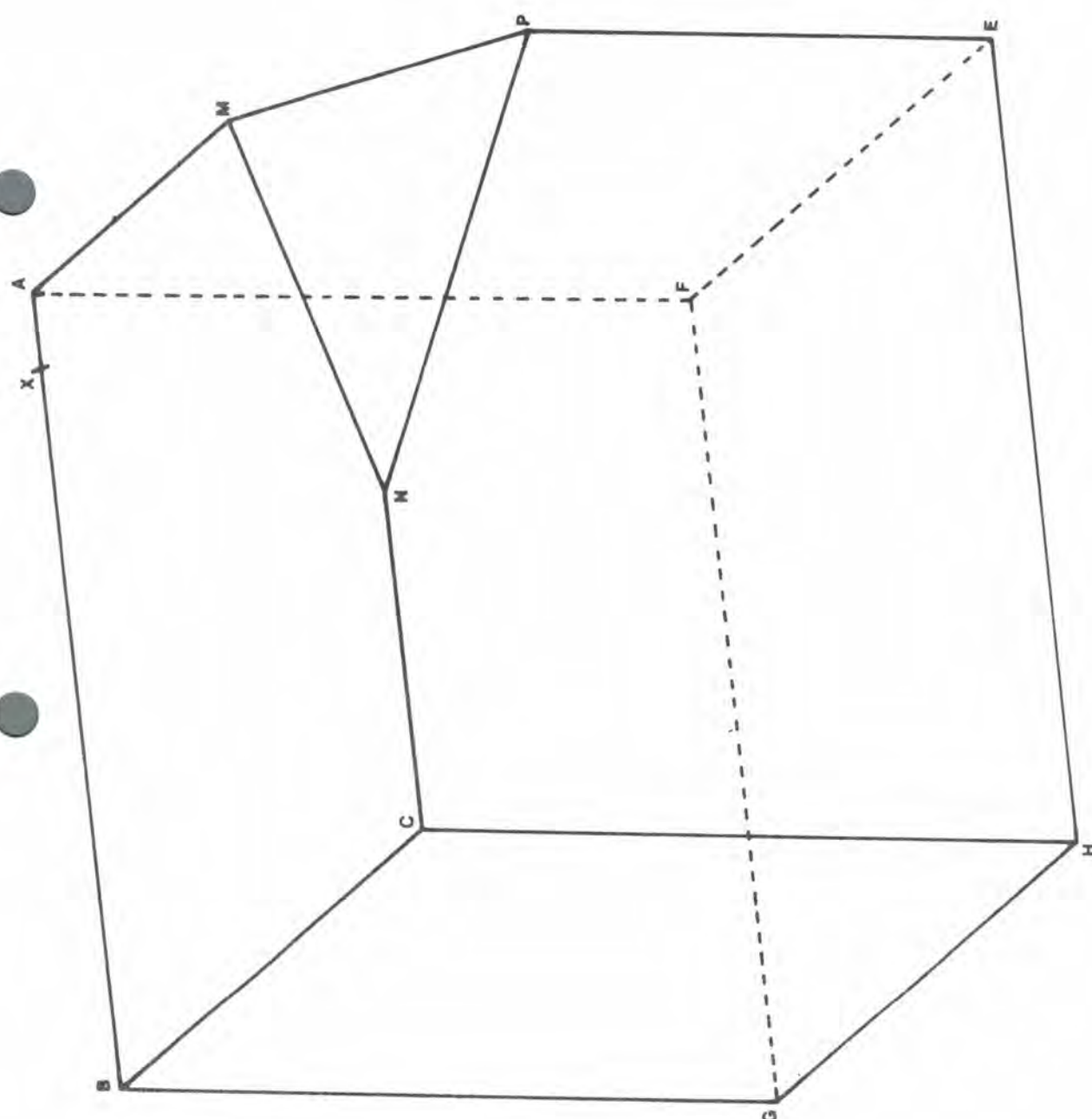
J'ai dessiné un pavé qui a un coin coupé.

Dessine l'intersection de ce pavé et du plan qui :

— est parallèle au plan MNP

— passe par X.

T



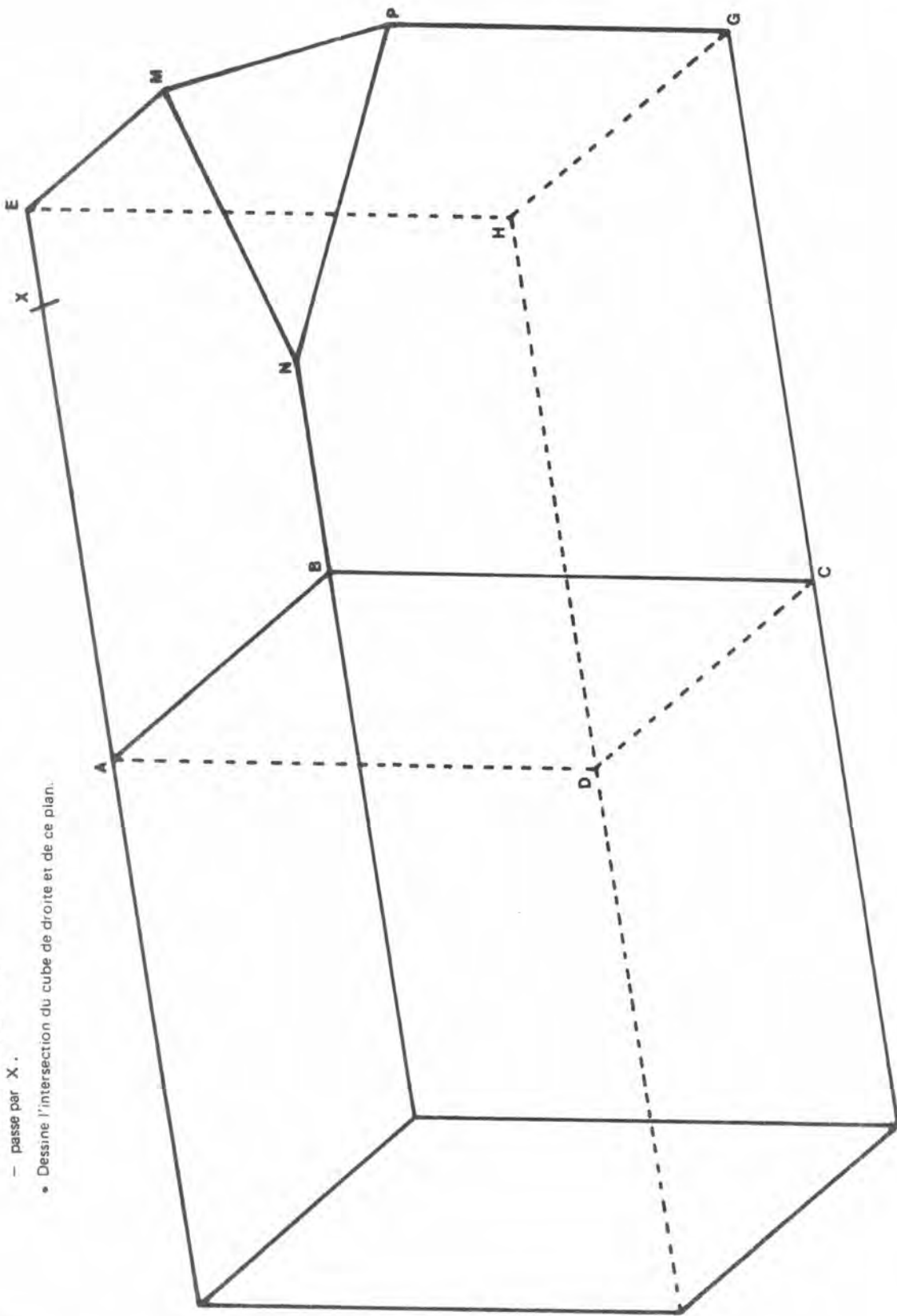
22

- J'ai dessiné un pavé qui a un coin coupé.
- Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par X.

23

En mettant deux cubes côte à côte j'ai obtenu un pavé.
Ce pavé a un coin coupé.

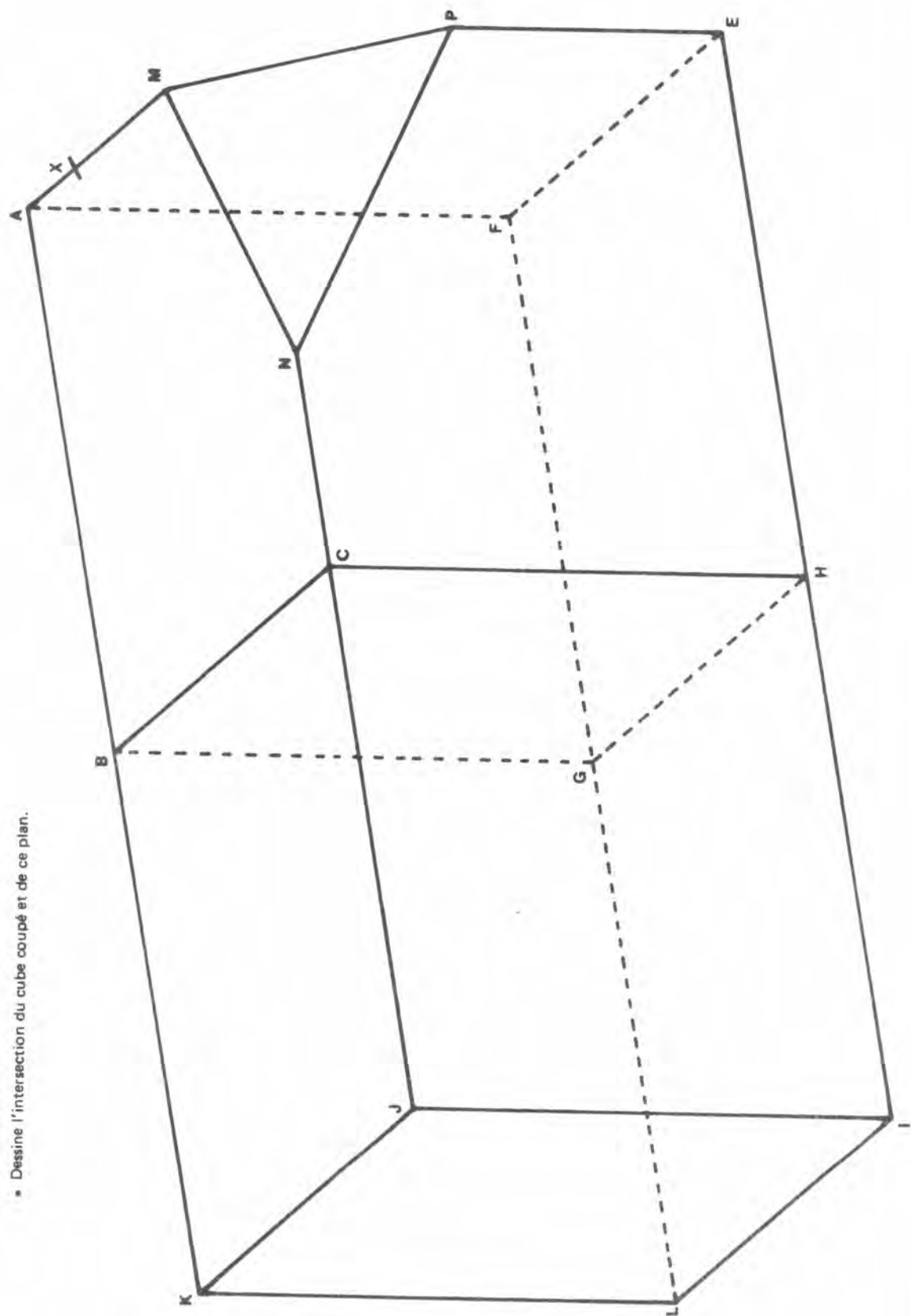
- Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par X.
- Dessine l'intersection du cube de droite et de



24

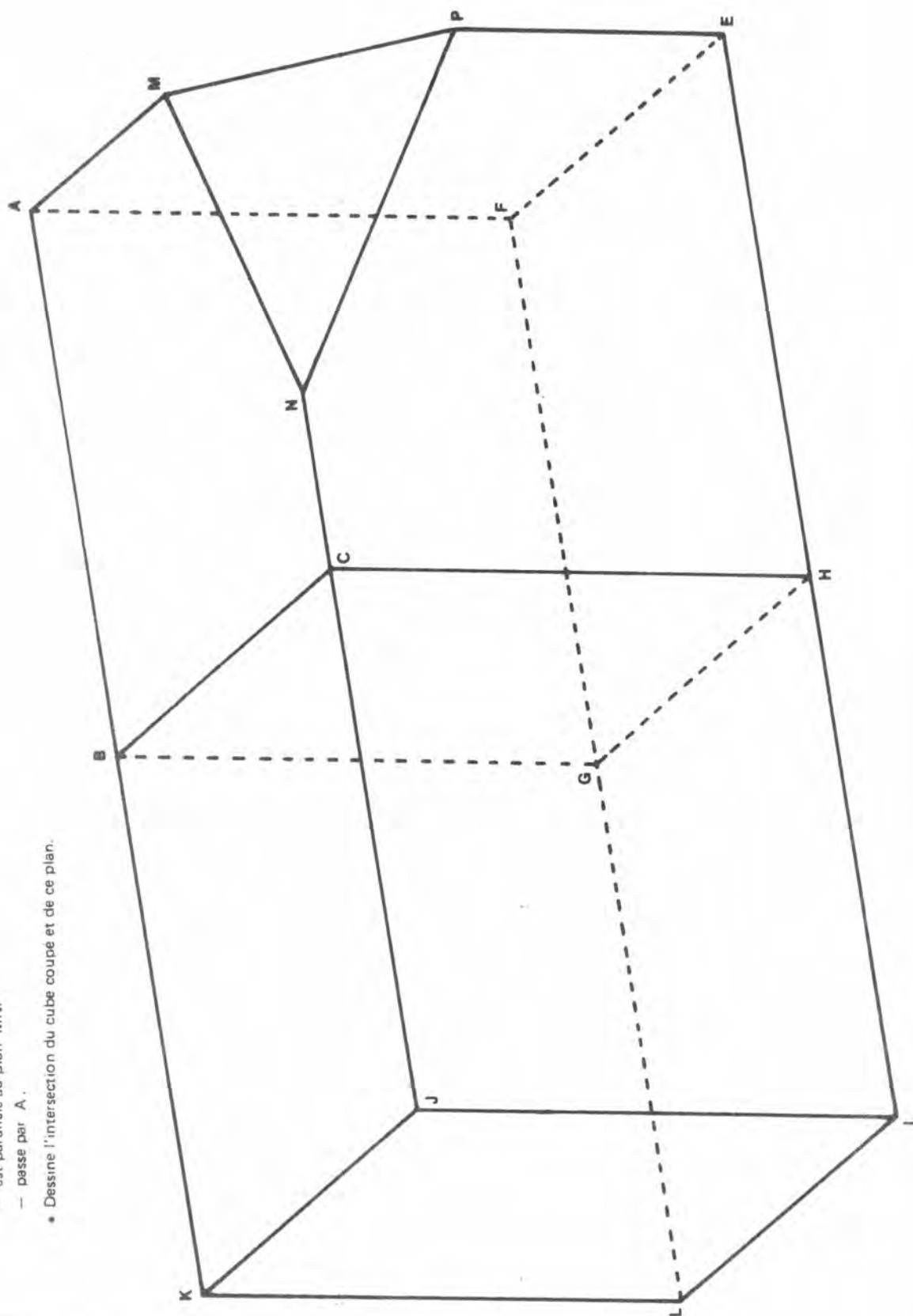
En mettant deux cubes côte à côte, j'ai obtenu un pavé.
Ce pavé a un coin coupé.

- Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par X.
- Dessine l'intersection du cube coupé et de ce plan.



En mettant deux cubes côte à côte j'ai obtenu un pavé.
Ce pavé a un coin coupé.

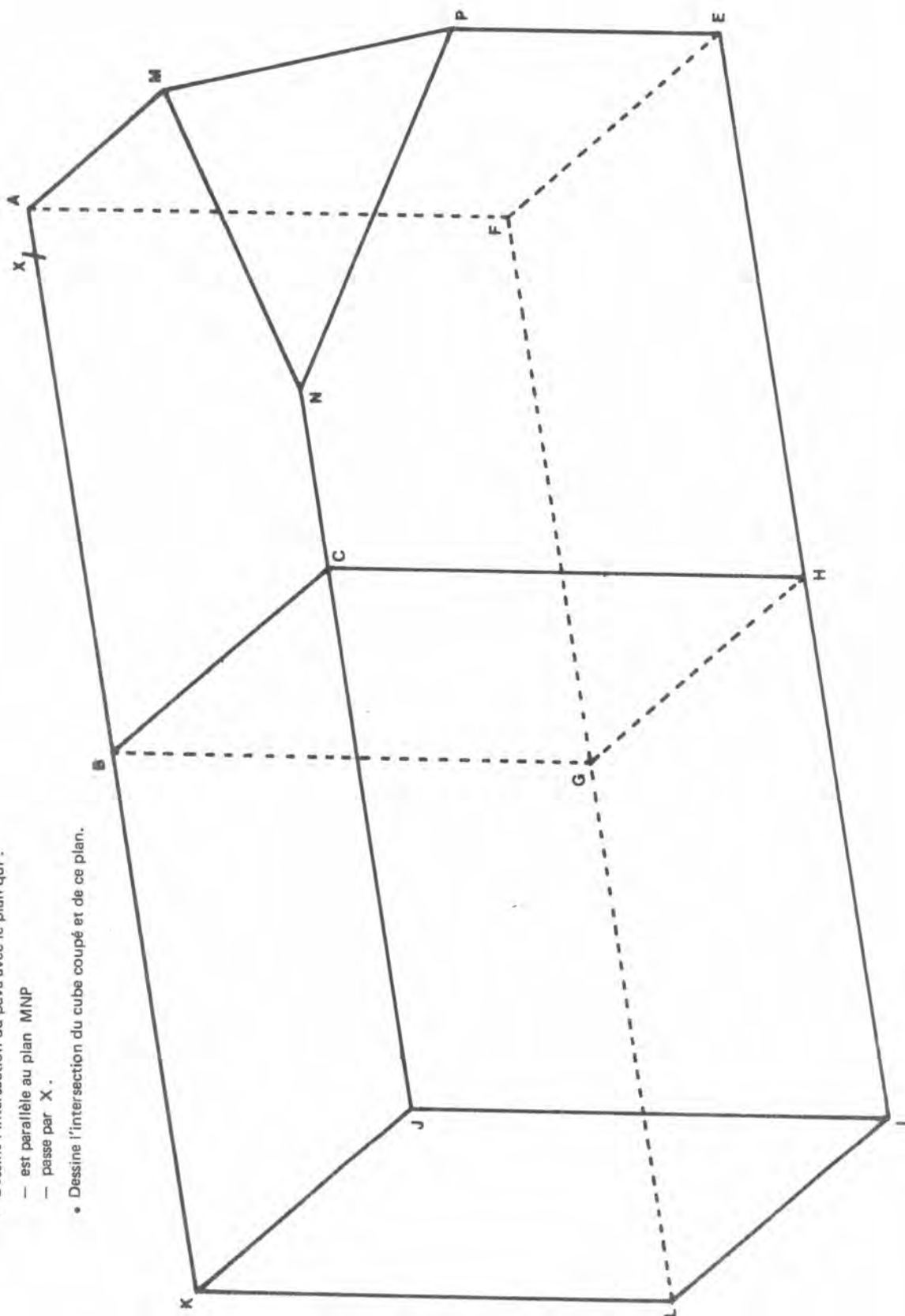
- Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :
 - est parallèle au plan MNP
 - passe par A.
- Dessine l'intersection du cube coupé et de ce plan.



26

En mettant deux cubes côte à côte j'ai obtenu un pavé.
Ce pavé a un coin coupé.

- Dessine l'intersection du pavé avec le plan qui :
— est parallèle au plan MNP
— passe par X.
- Dessine l'intersection du cube coupé et de ce plan.



27

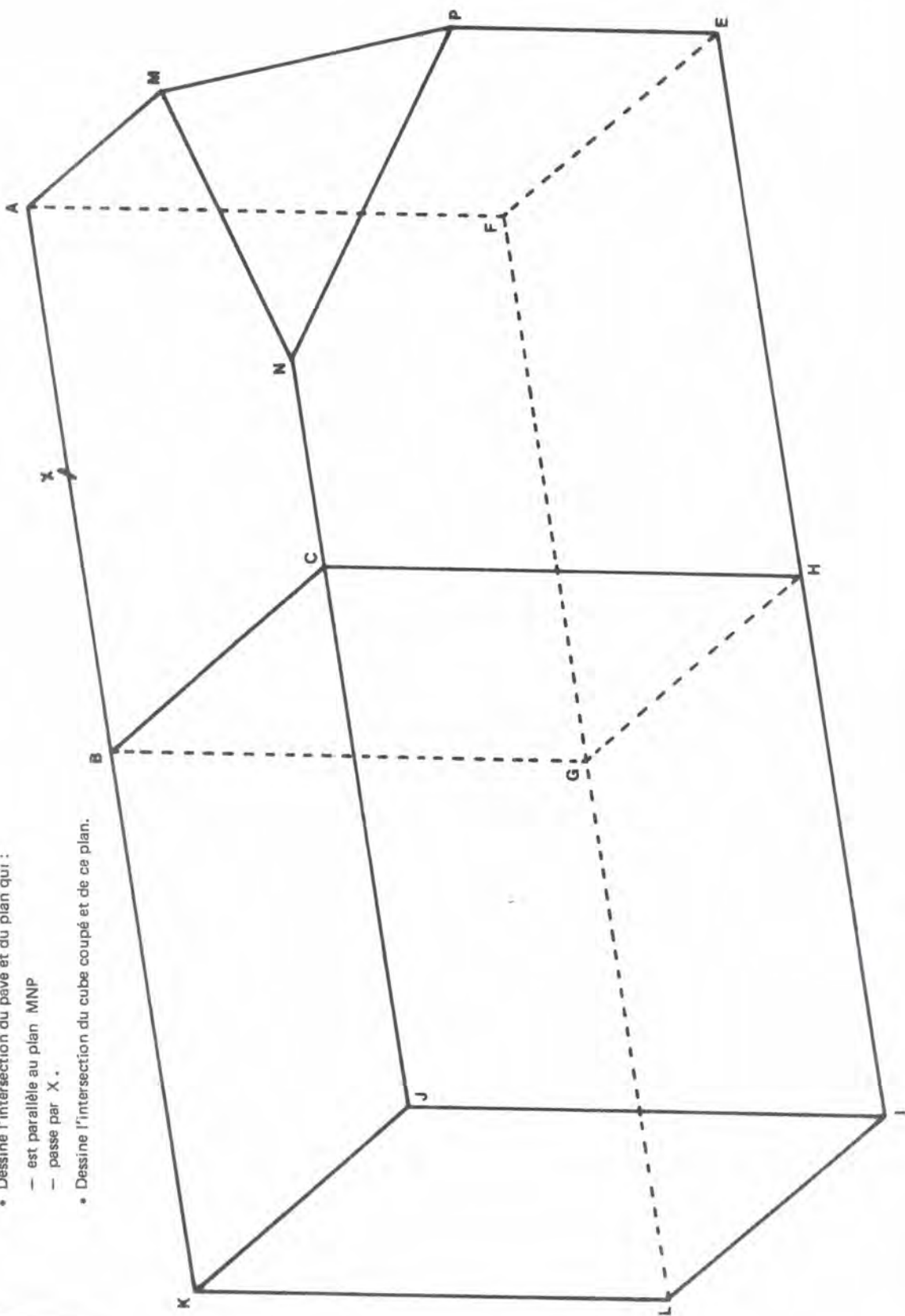
En mettant deux cubes côte à côte, j'ai obtenu un pavé.
Ce pavé a un coin coupé.

- Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :

— est parallèle au plan MNP

— passe par X.

- Dessine l'intersection du cube coupé et de ce plan.

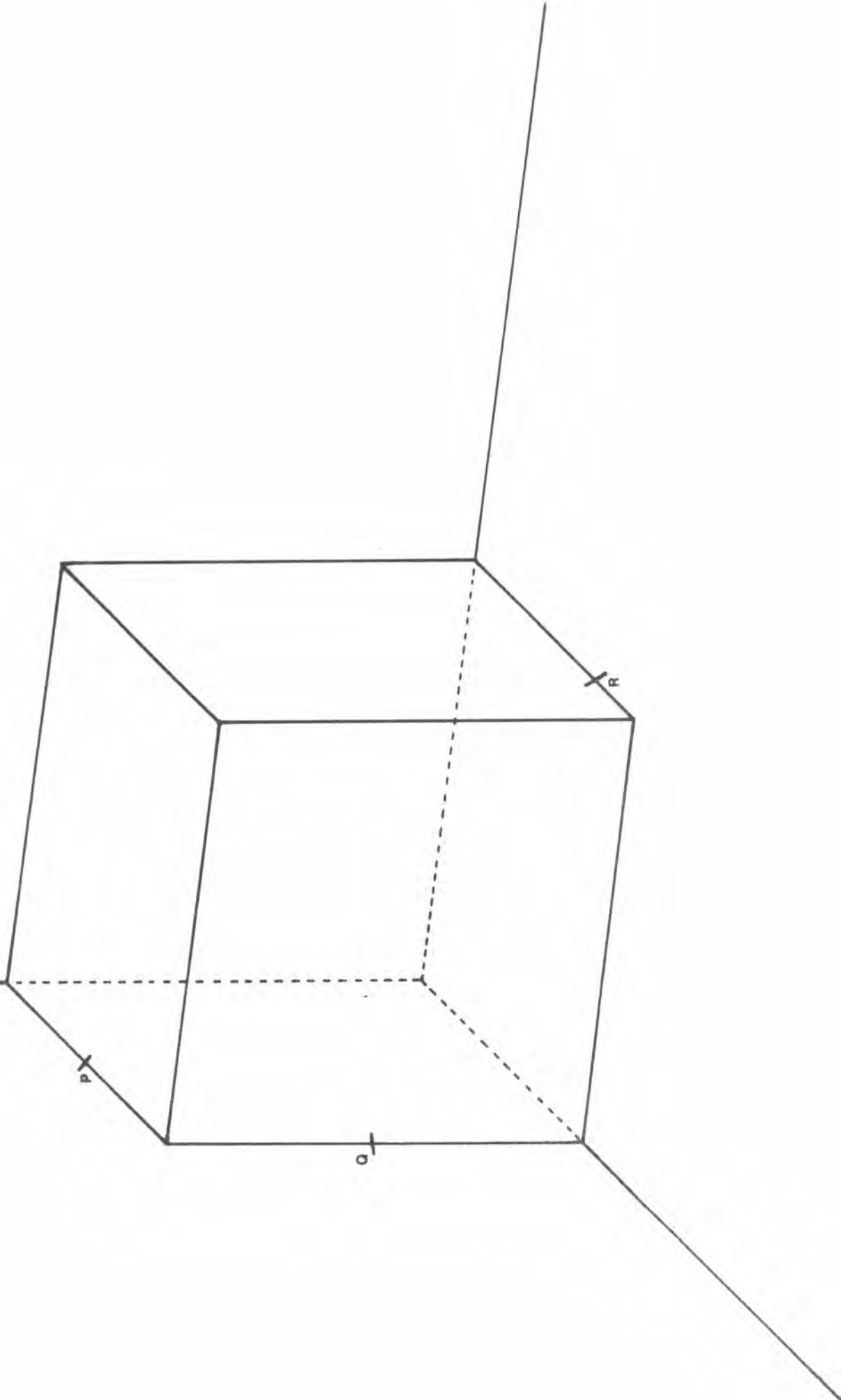


28

Les points P , Q , R sont sur trois arêtes du cube.

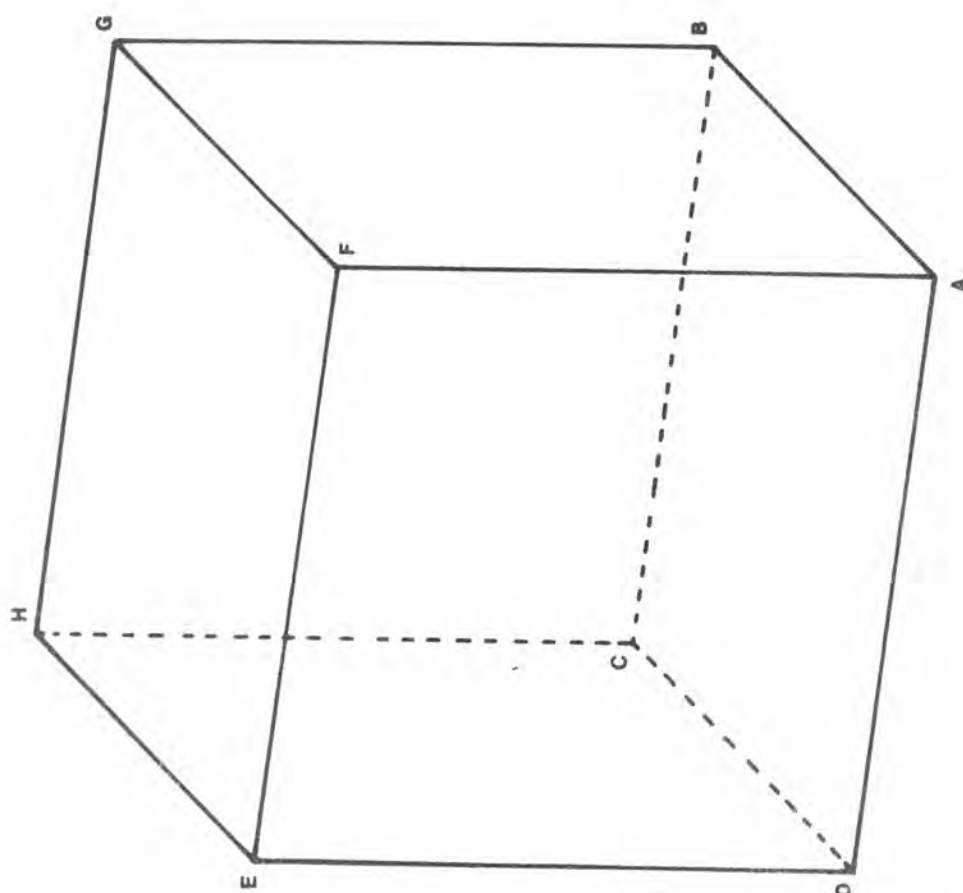
- Trace l'intersection du cube et du plan passant par P , Q , R .

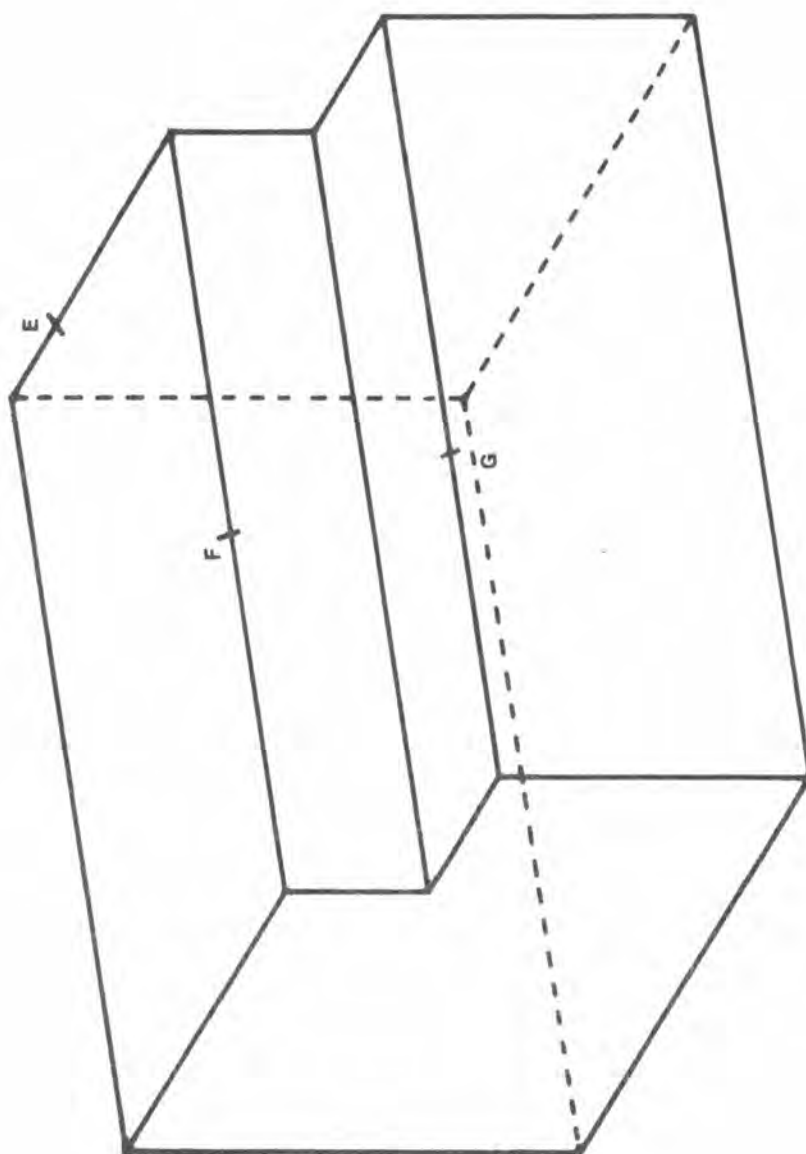
Pour te faciliter la tâche, j'ai placé le cube dans le coin de la salle de classe.



29

- Trouve un plan parallèle au plan EGA qui coupe le cube suivant un hexagone régulier.
- Trace l'intersection correspondante.





30

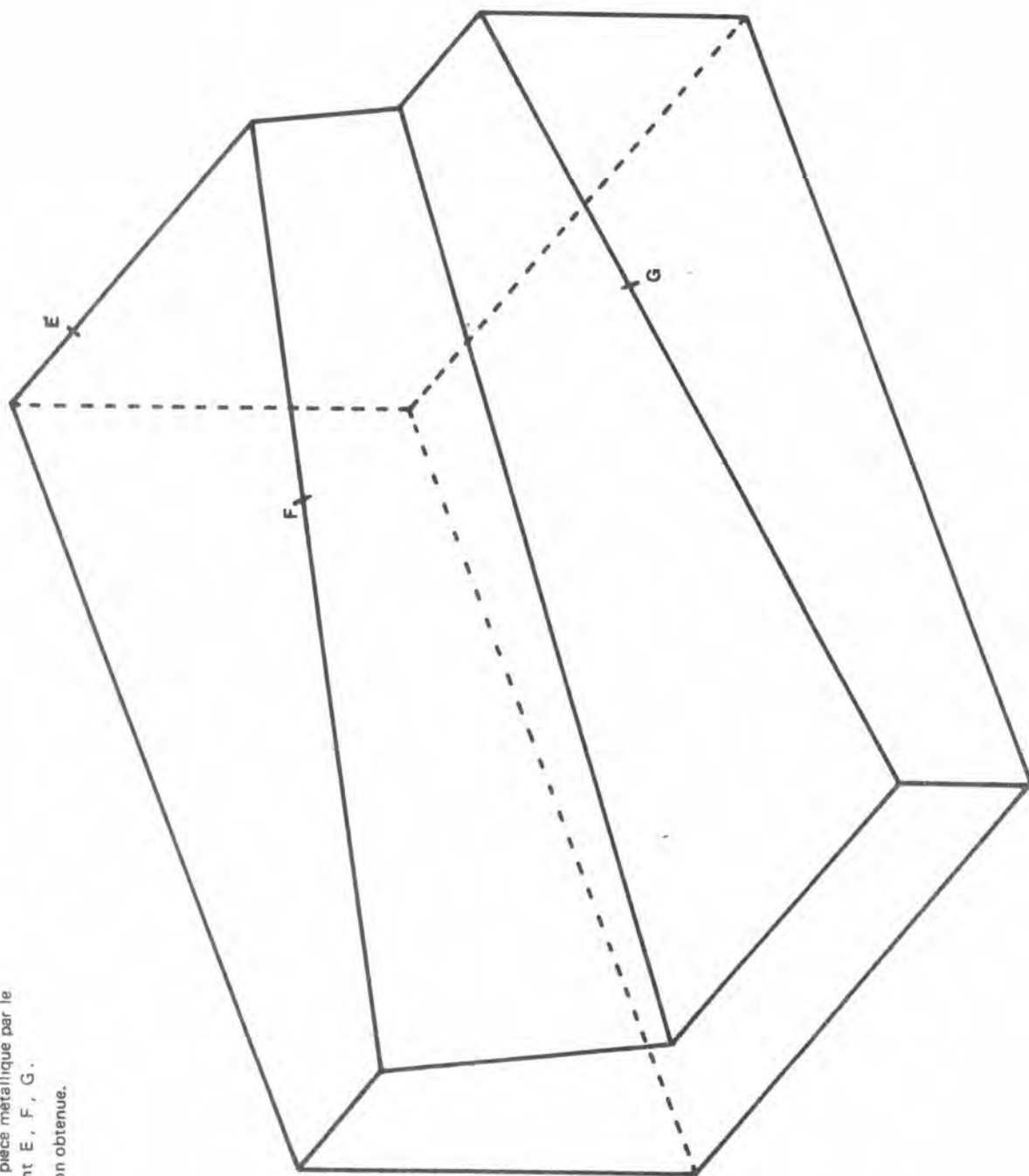
On coupe cette pièce métallique par le plan qui contient E, F et G.

- Colorie la section obtenue.

31

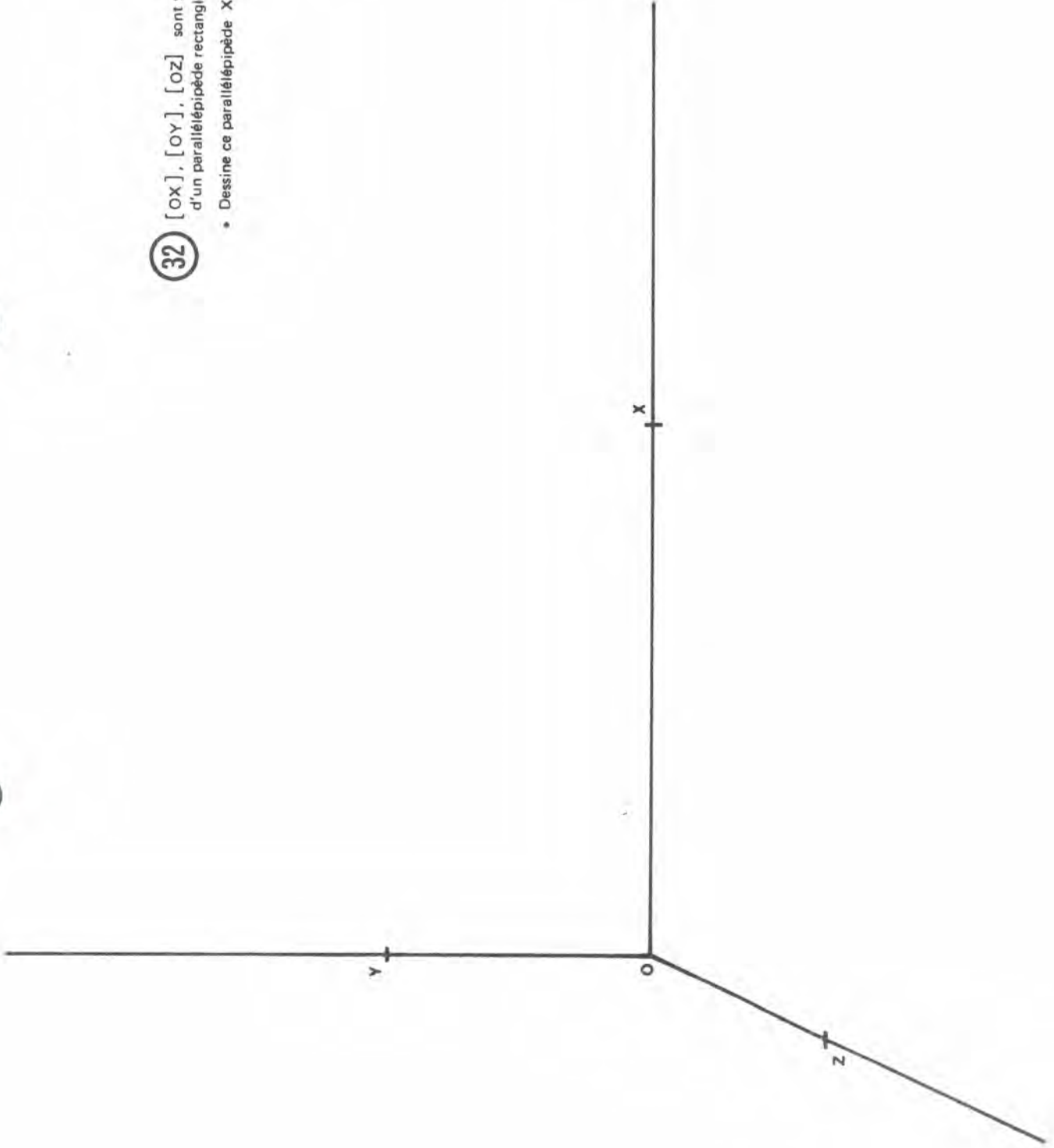
On coupe cette pièce métallique par le plan qui contient E, F, G.

- Colorie la section obtenue.



32 $[OX], [OY], [OZ]$ sont trois arêtes d'un parallélépipède rectangle.

- Dessine ce parallélépipède $XOYBACZD$.



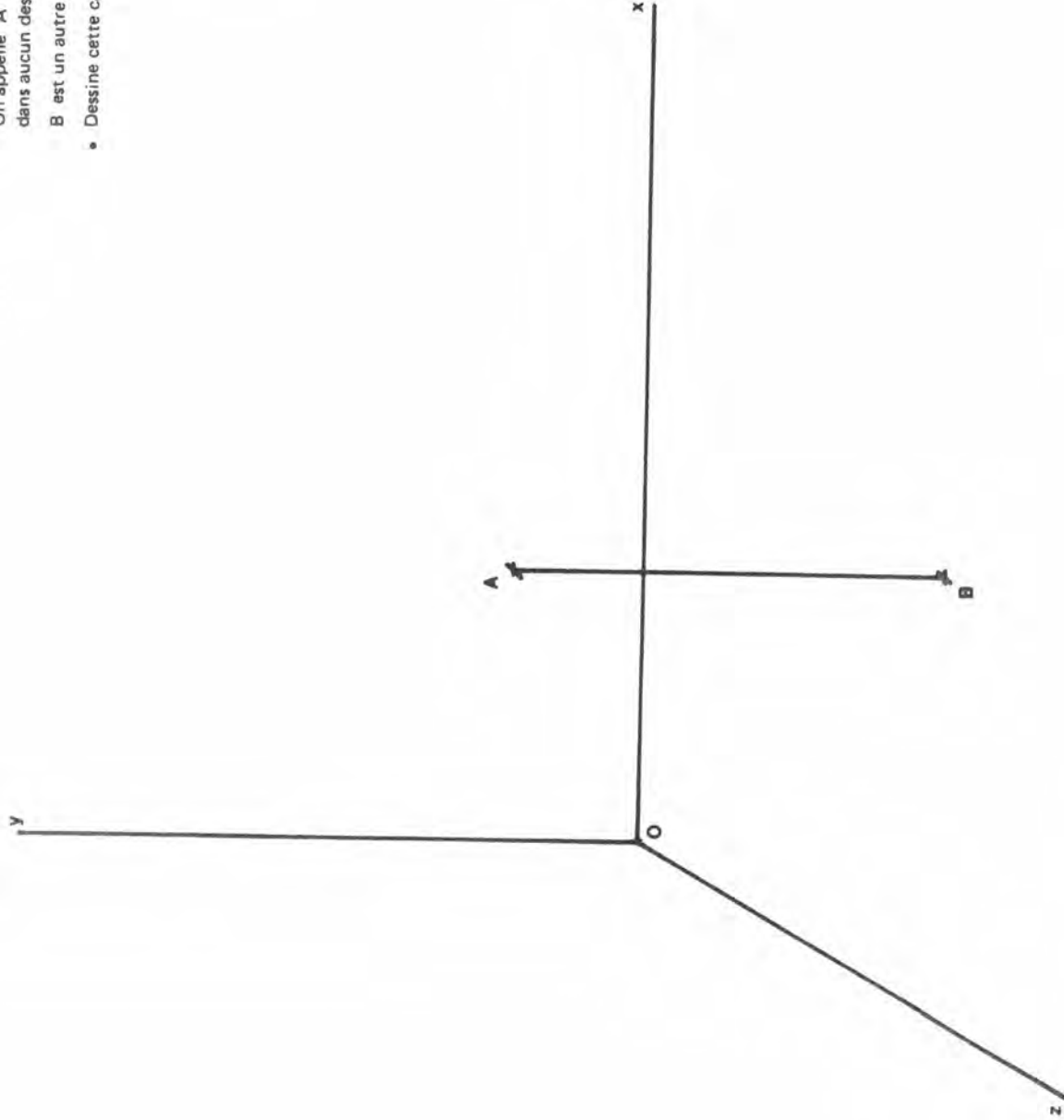
33

Dans le coin de la salle de classe est placée une caisse ayant la forme d'un parallépipède rectangle.

On appelle A le sommet de cette caisse qui n'est situé dans aucun des trois plans : (xOy) , (xOz) , (yOz) .

B est un autre sommet de la caisse, situé dans le plan (xOz) .

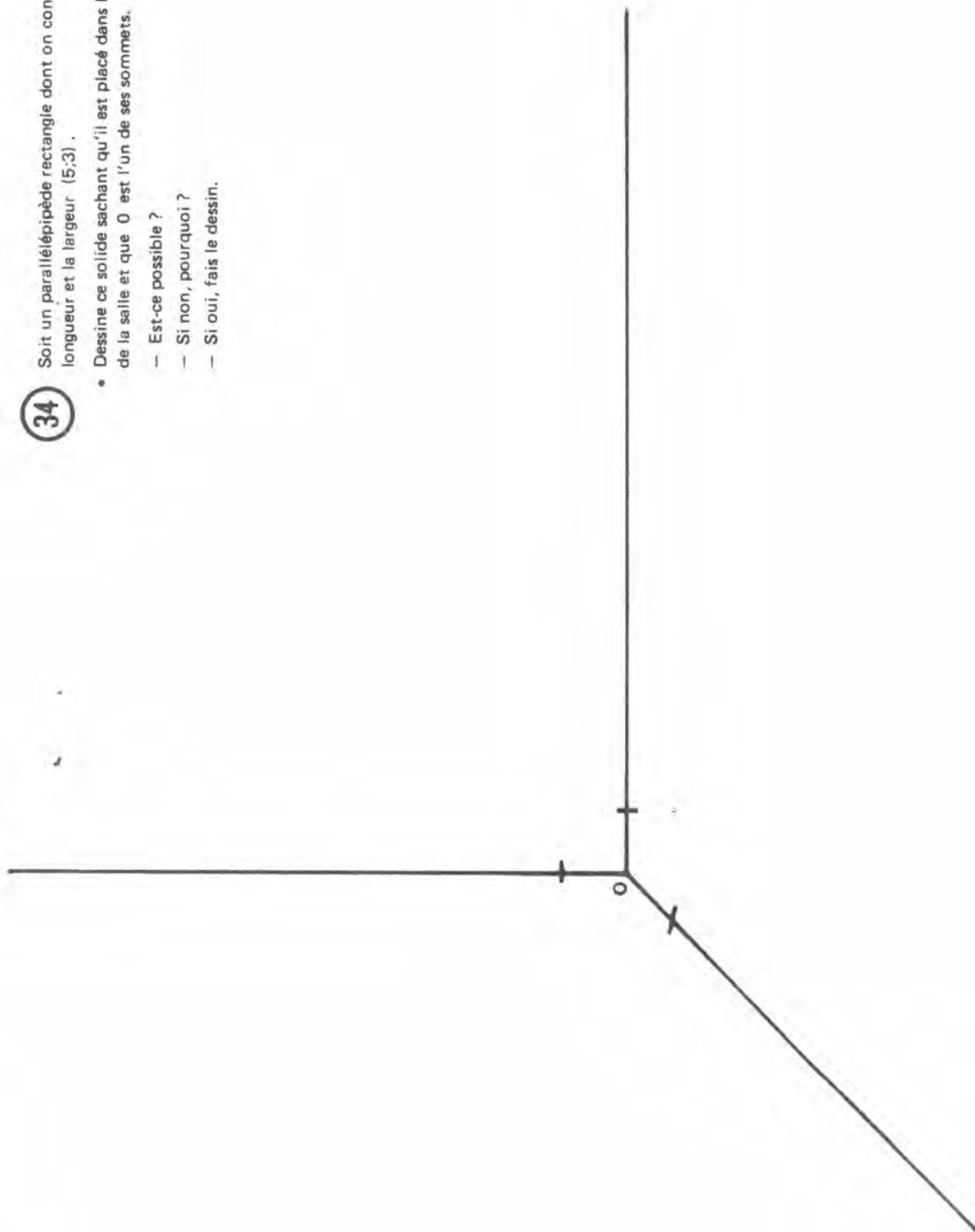
- Dessine cette caisse.



34

Soit un parallélépipède rectangle dont on connaît la longueur et la largeur (5;3).

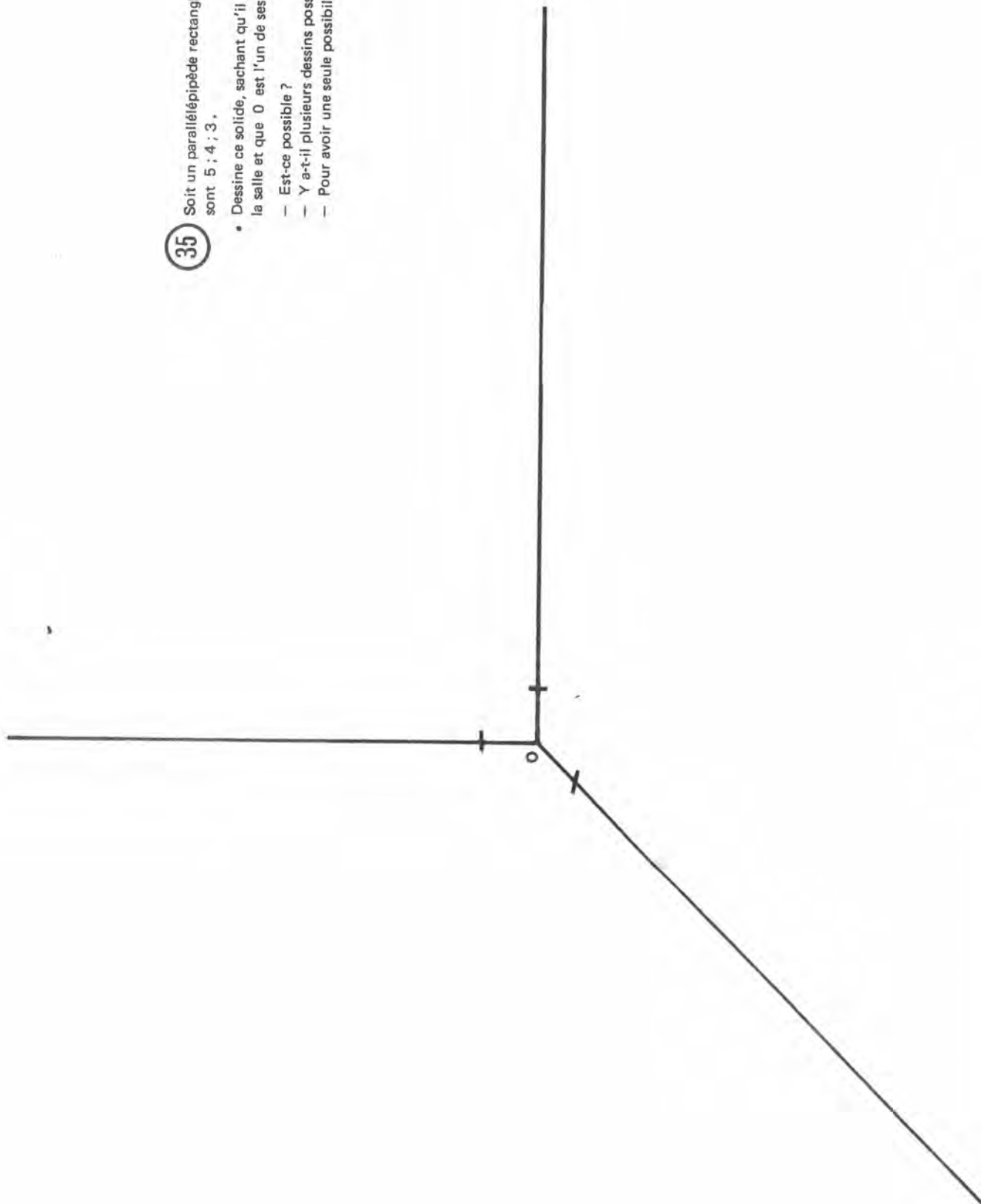
- Dessine ce solide sachant qu'il est placé dans l'angle de la salle et que O est l'un de ses sommets.
 - Est-ce possible ?
 - Si non, pourquoi ?
 - Si oui, fais le dessin.

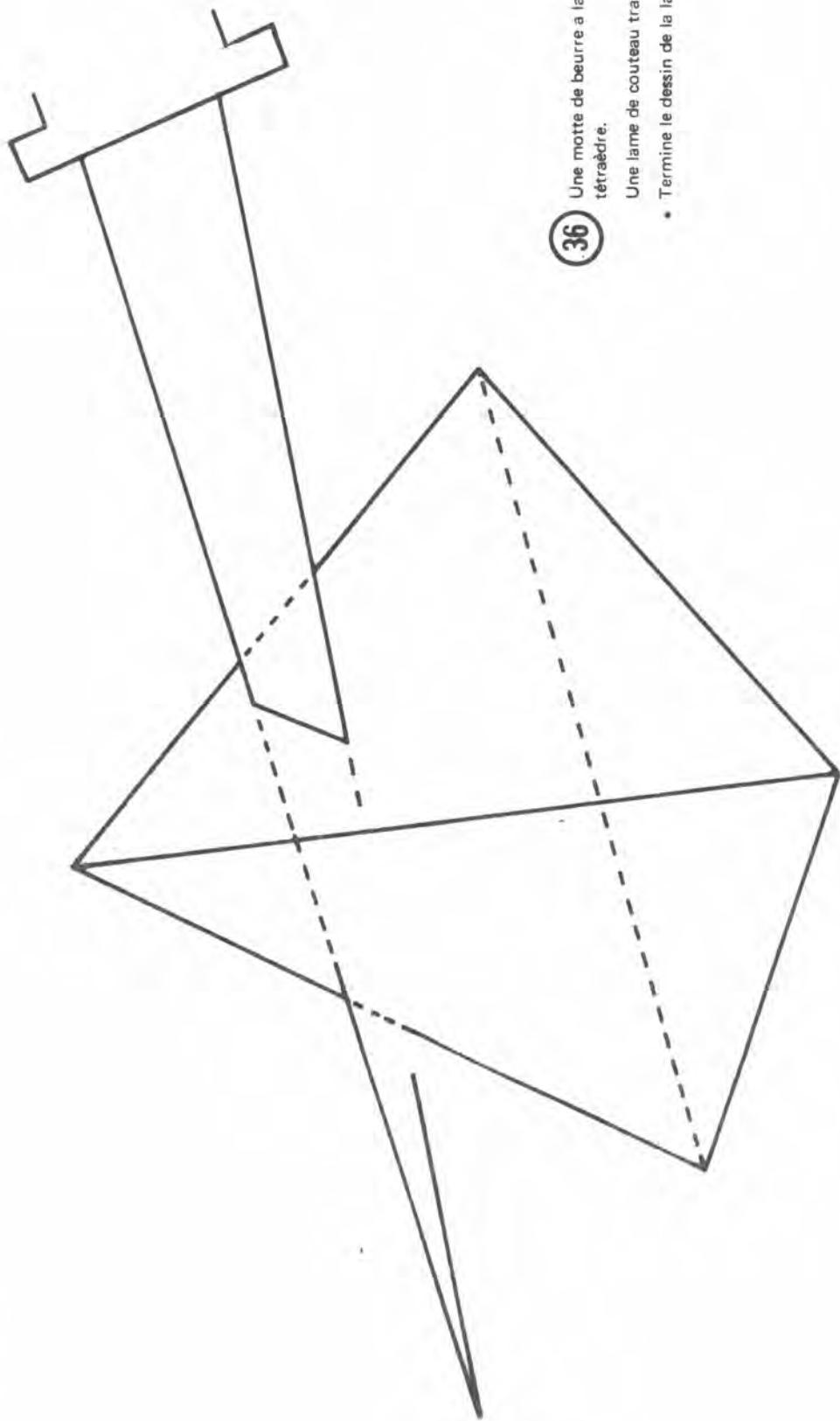


35

Soit un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 5 ; 4 ; 3 .

- Dessine ce solide, sachant qu'il est placé dans le coin de la salle et que O est l'un de ses sommets.
 - Est-ce possible ?
 - Y a-t-il plusieurs dessins possibles ?
 - Pour avoir une seule possibilité, que faudrait-il faire ?





36

- Une motte de beurre a la forme d'un tétraèdre.
- Une lame de couteau traverse cette motte.
- Terminez le dessin de la lame de couteau.

37

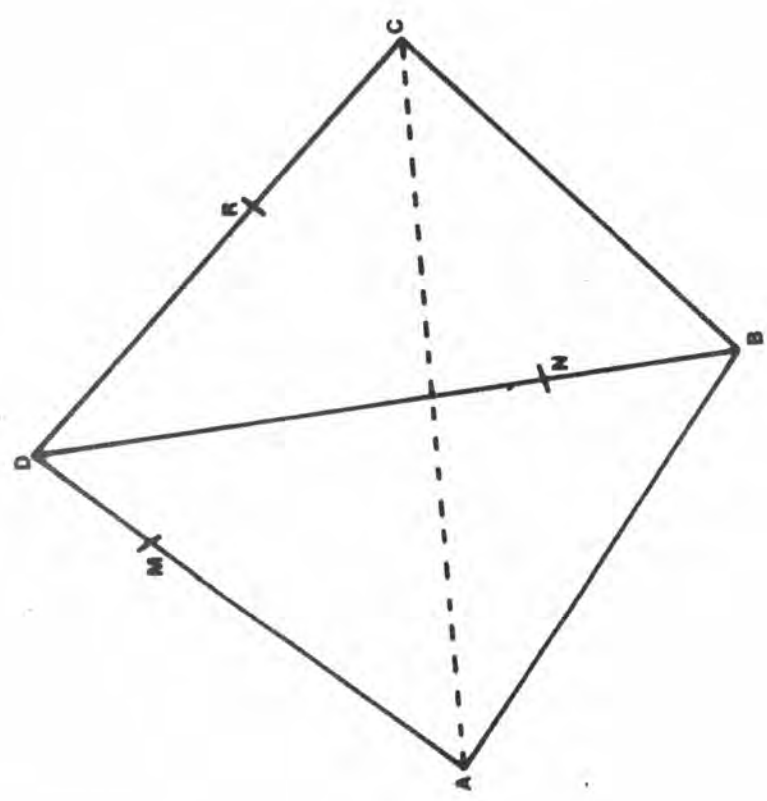
La face ABC du tétraèdre ABCD est dans le plan P.

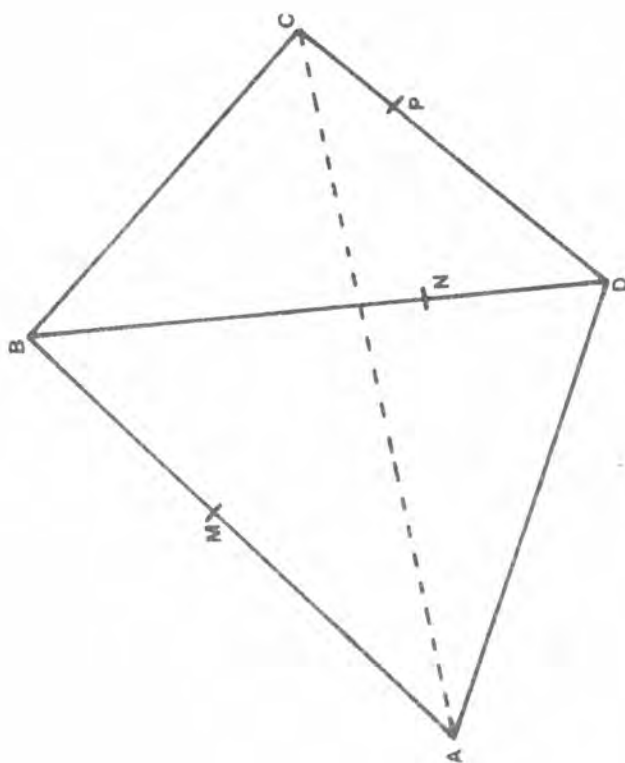
Le point M est sur l'arête [AD].

Le point N est sur l'arête [DB].

Le point R est sur l'arête [DC].

- Dessine l'intersection du plan P et du plan passant par M, N et R.





38

La face ADC du tétraèdre $ABCD$ est dans le plan T .

Les points M , N , P sont sur les arêtes $[AB]$, $[BD]$, $[DC]$.

- Dessine l'intersection du plan MNP et du tétraèdre.
- Dessine, en rouge, l'intersection du plan MNP et du plan T .



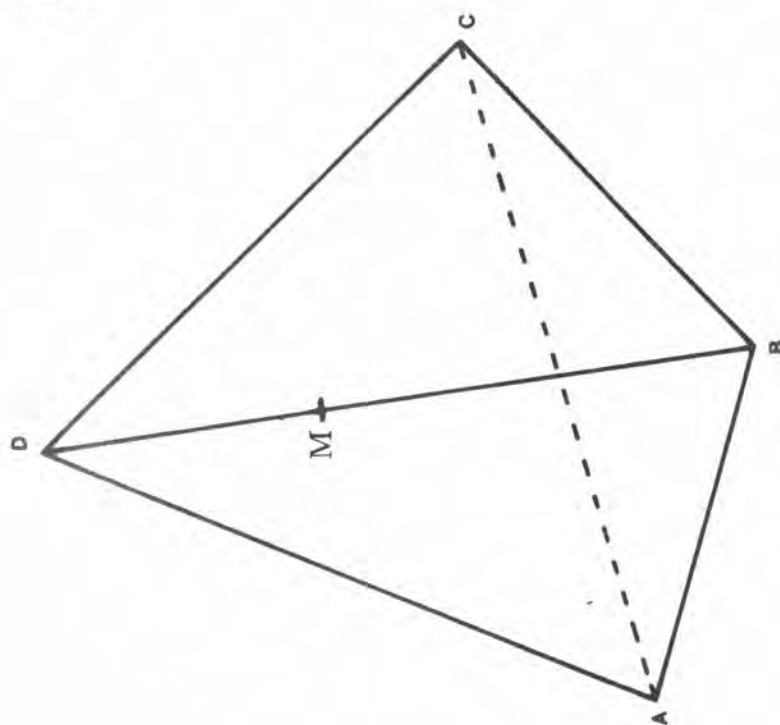
39

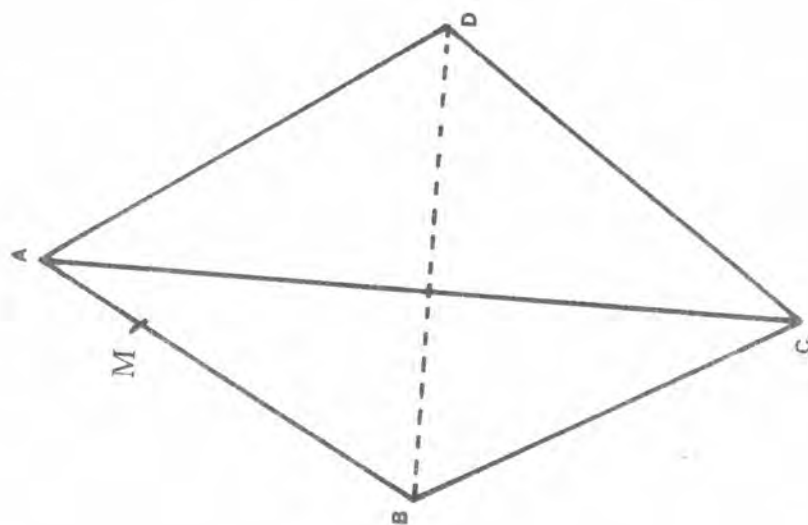
La face ABC du tétraèdre $ABCD$ est dans le plan P .

La droite Δ est dans le plan P .

Le point M est sur l'arête $[BD]$.

- Dessine l'intersection du tétraèdre et du plan passant par M et Δ .



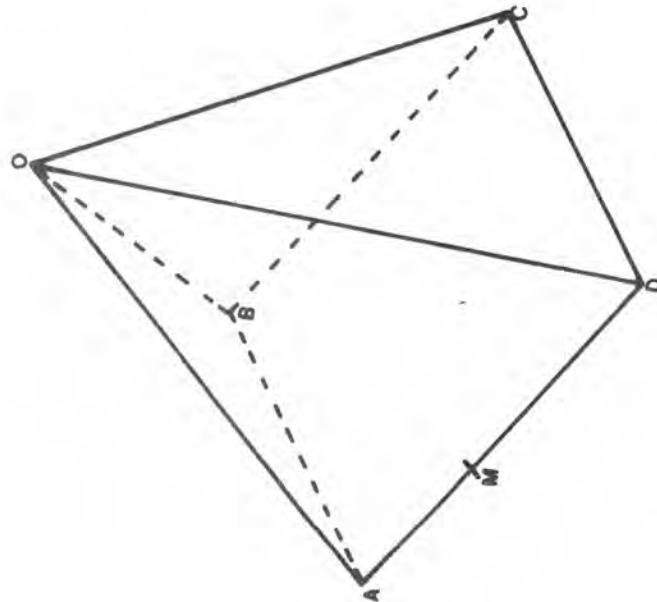


40 Un tétraèdre $ABCD$ (pyramide dont toutes les faces sont des triangles) a sa face BCD dans le plan P . La droite Δ est dans ce plan P .

Le point M est sur l'arête $[AB]$.

- Dessine l'intersection du tétraèdre et du plan contenant M et Δ .

P



41

La face $ABCD$ de la pyramide $OABCD$ est dans le plan T .

Le point M est sur l'arête $[AD]$.

• Dessine l'intersection de la pyramide et du plan qui :

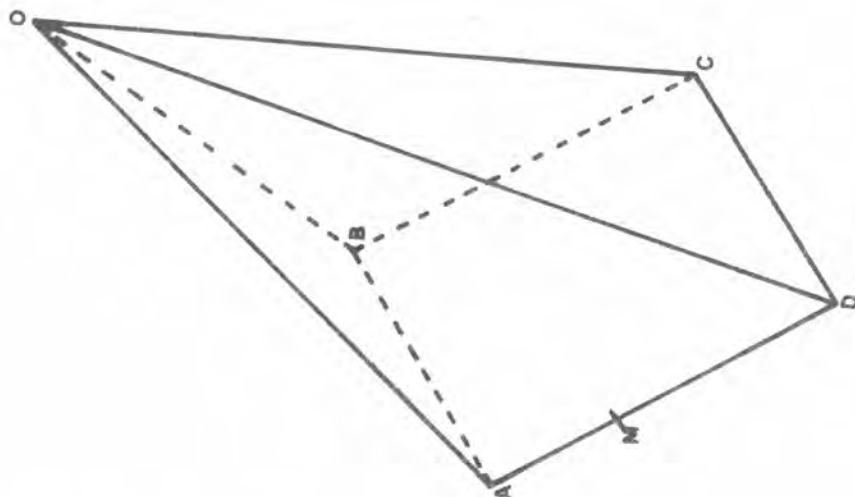
- passe par M
- est parallèle à la face OAB .

T

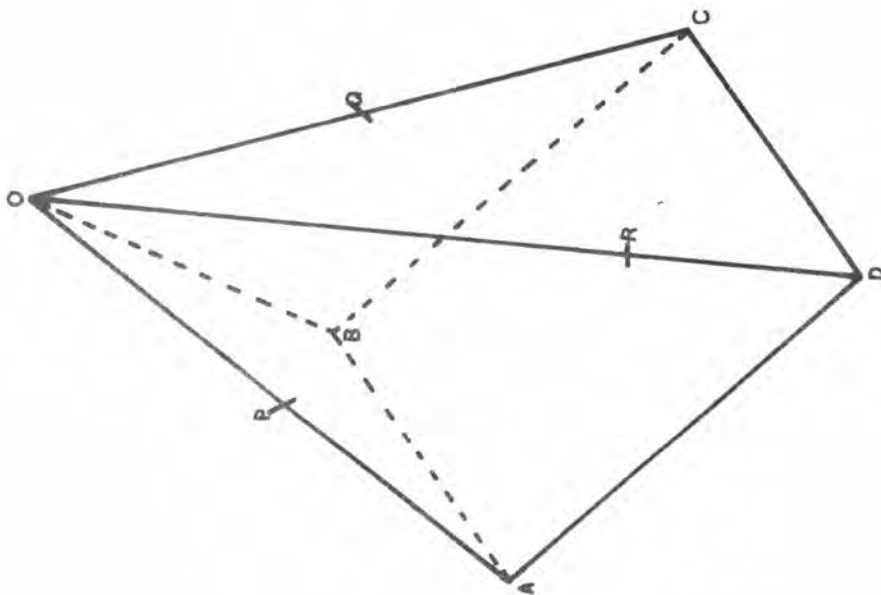
42

Le point M est sur l'arête $[AD]$.

- Dessine l'intersection de la pyramide et du plan passant par M et parallèle à la face ODC.



T

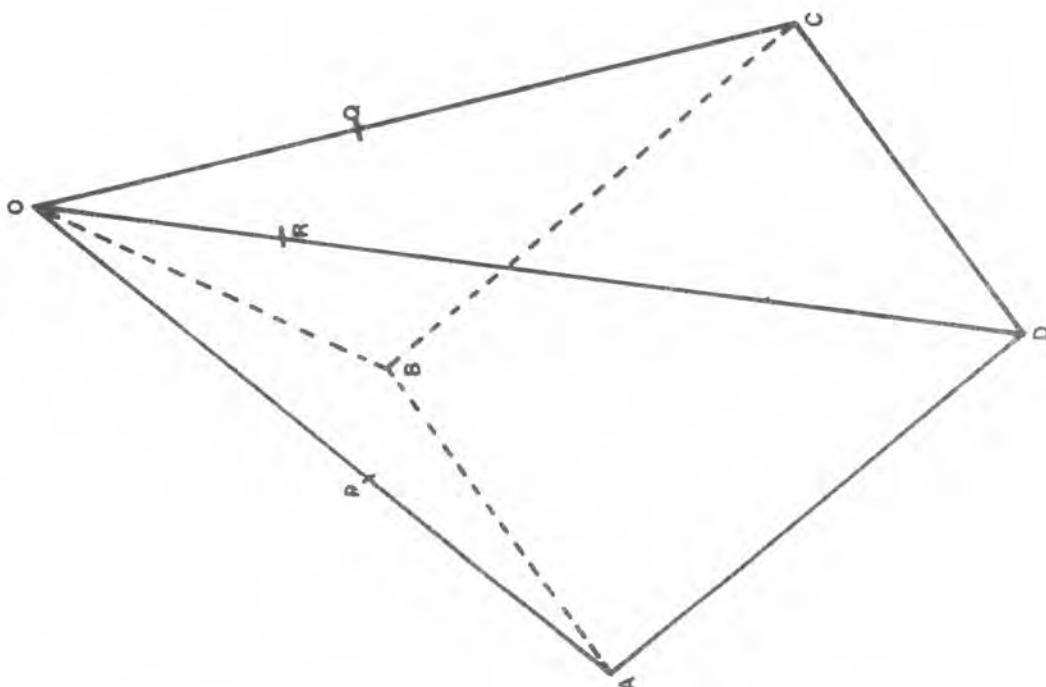


43

La pyramide $OABCD$ a sa base $ABCD$ dans le plan T .

Les points P, Q, R sont sur les arêtes $[OA], [OC], [OD]$.

- Dessine l'intersection du plan passant par P, Q et R , et du plan T .
- Dessine l'intersection du plan passant par P, Q et R et de la pyramide.

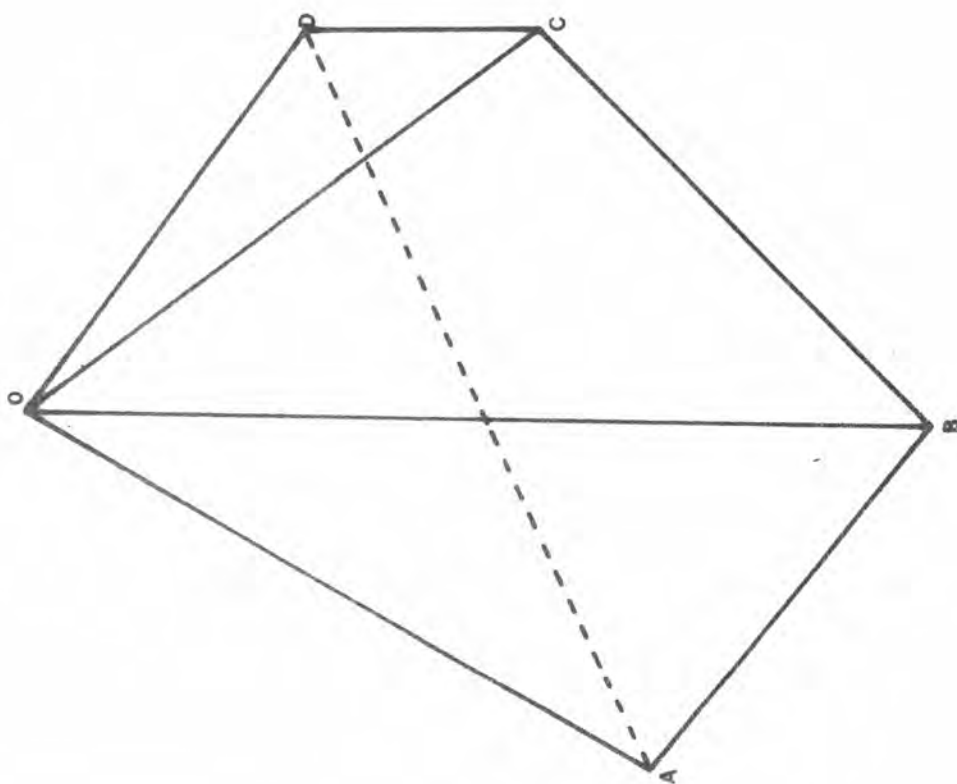


44

- OABCD est une pyramide à base rectangulaire.
 Sa base ABCD est dans le plan T . Les points P , Q , R sont sur les arêtes $[OA]$, $[OC]$, $[OD]$.
- Dessine l'intersection du plan passant par P , Q , R et du plan T .
 - Dessine l'intersection du plan passant par P , Q , R et de la pyramide.



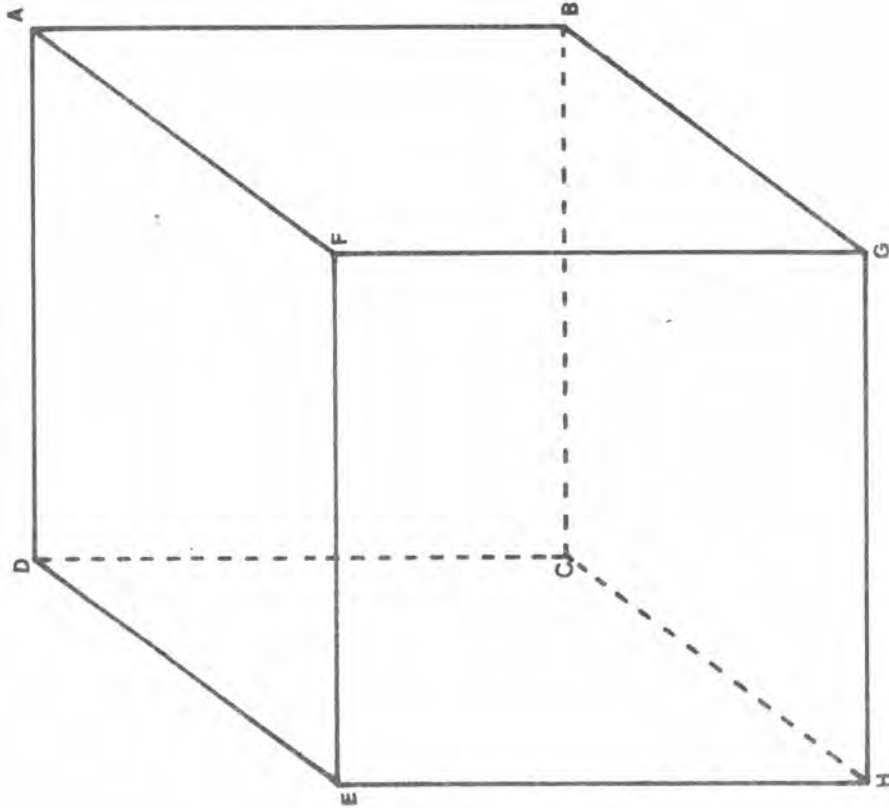
- 45 • Coupe cette pyramide OABCD par un plan, tel que la section obtenue soit un parallélogramme.



46

Une caisse est posée sur le sol. Elle a la forme d'un cube d'arête 70 cm. Ce dessin représente cette situation.

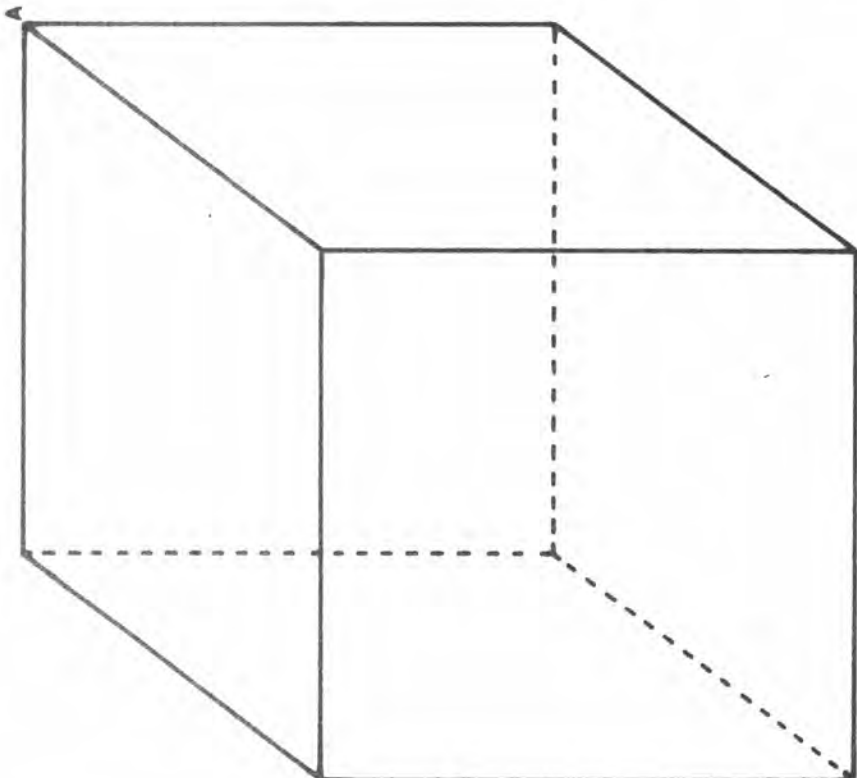
- Dessine et colorie en vert l'ombre de cette caisse si le point A' est l'ombre du point A . (Sur la figure, B , C et A' sont alignés).
 - Calcule l'aire de l'ombre portée.
- (On appelle ombre portée la partie du sol qui n'est pas éclairée).



A'

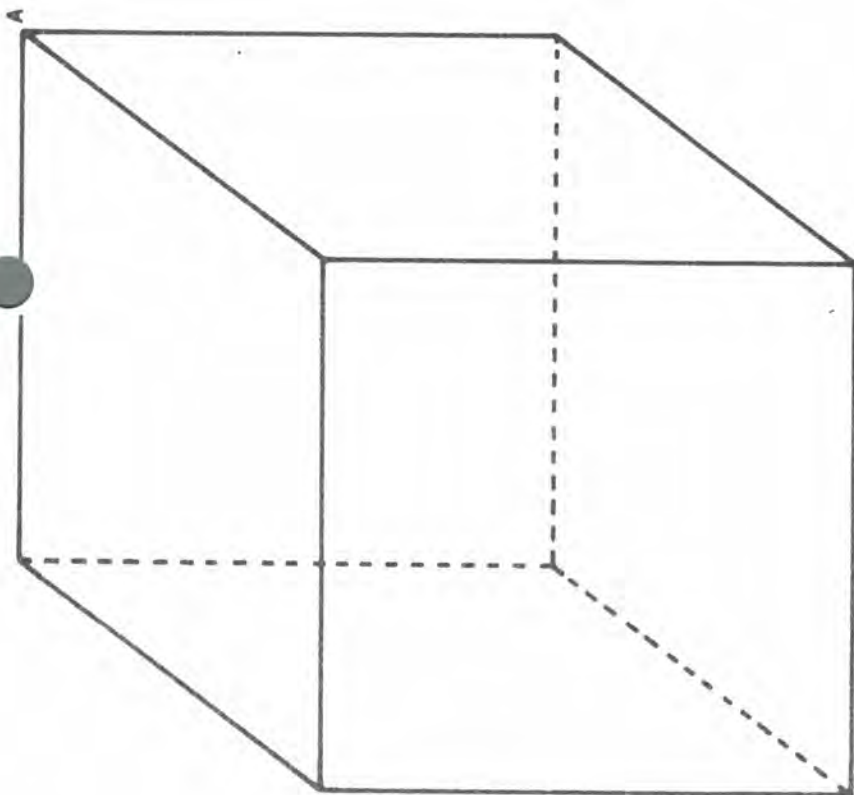
47

- Une caisse est posée sur le sol. Elle a la forme d'un cube d'arête 70 cm .
Ce dessin représente cette situation.
- Dessine et colorie en vert l'ombre de cette caisse si le point A' est l'ombre du point A .
 - Calcule l'aire de l'ombre portée.



A' X

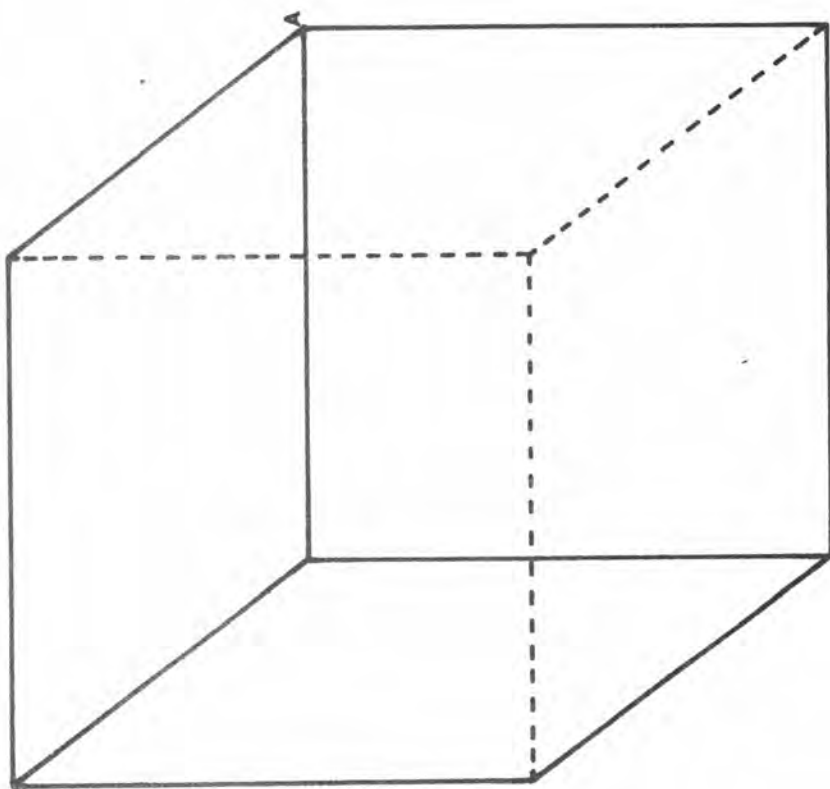
$\times A'$



48

Une caisse cubique est posée sur le sol. Ce dessin représente cette situation.

- Dessine et colorie en vert l'ombre de cette caisse si A' est l'ombre du point A .
- Quelle est l'aire de l'ombre portée si l'arête de la caisse mesure 70 cm ?

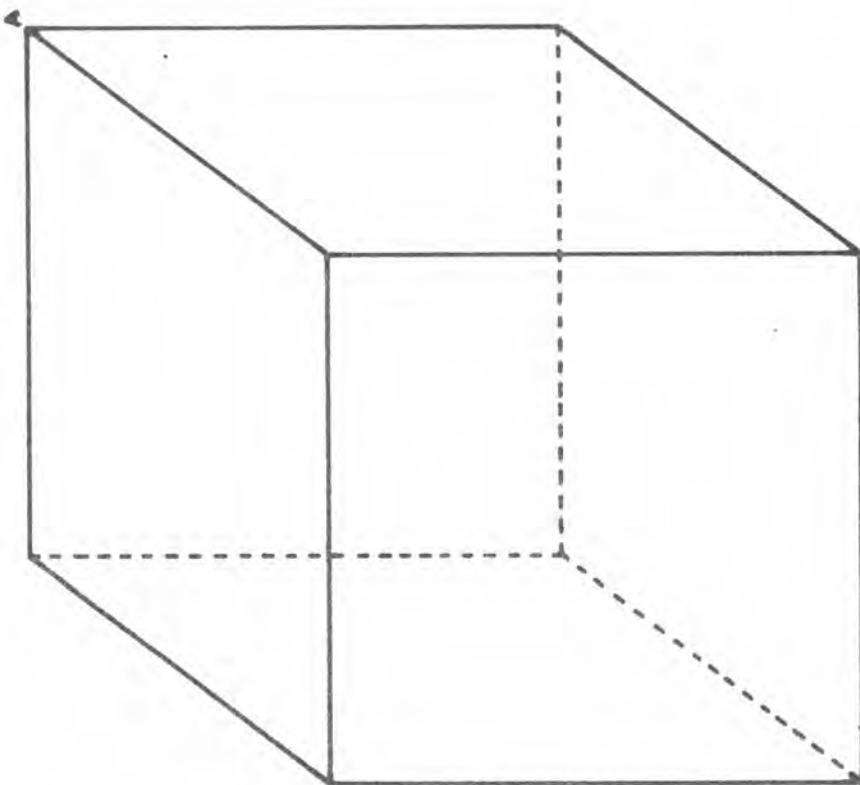


49

Une caisse est posée sur le sol. Elle a la forme d'un cube d'arête 70 cm. Ce dessin représente cette situation.

- Dessine et colorie en vert l'ombre de cette caisse si le point A' est l'ombre du point A.
- Calcule l'aire de l'ombre portée.

✕

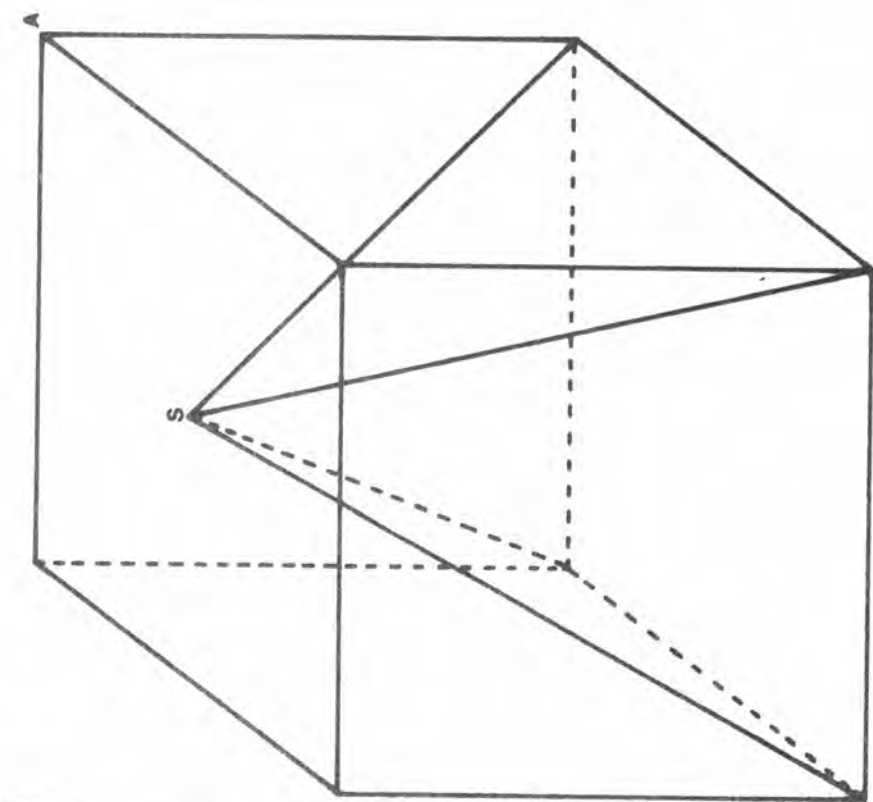


$\perp$

50

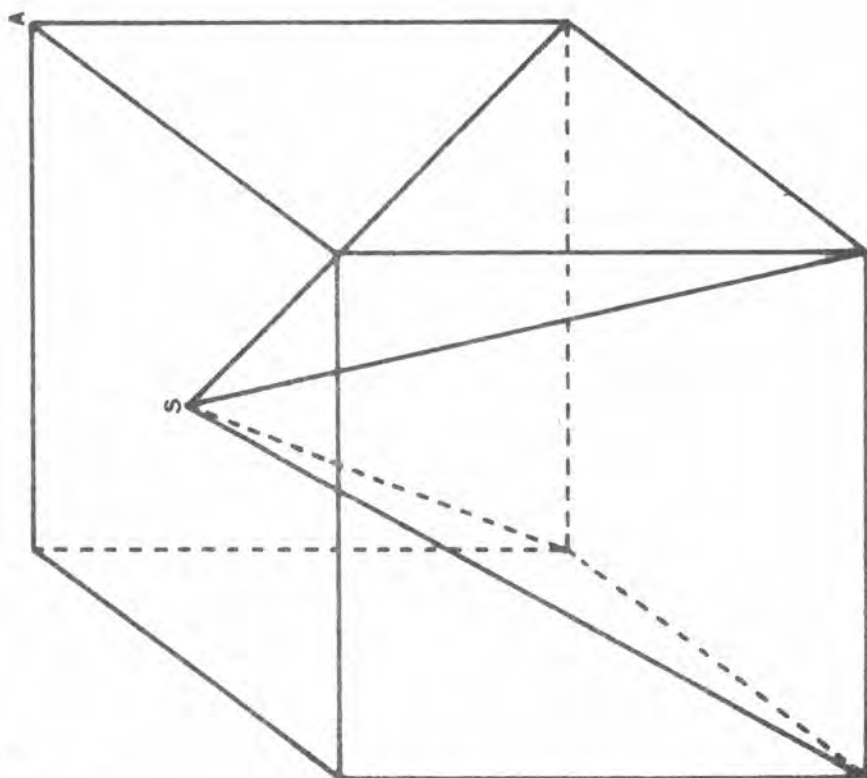
Une caisse est posée sur le sol. Elle a la forme d'un cube d'arête 70 cm . Ce dessin représente cette situation.

- Dessine et colorie en vert l'ombre de cette caisse si le point A' est l'ombre du point A .
- Calcule l'aire de l'ombre portée.



51

- Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du cube.
- Dessine et colorie en vert l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
 - Calcule l'aire de l'ombre portée de la pyramide si le cube a pour arête 70 cm .



52

- Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du cube.
- Dessine et colorie en vert l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
 - Calcule l'aire de l'ombre portée de la pyramide si le cube a pour arête 70 cm .

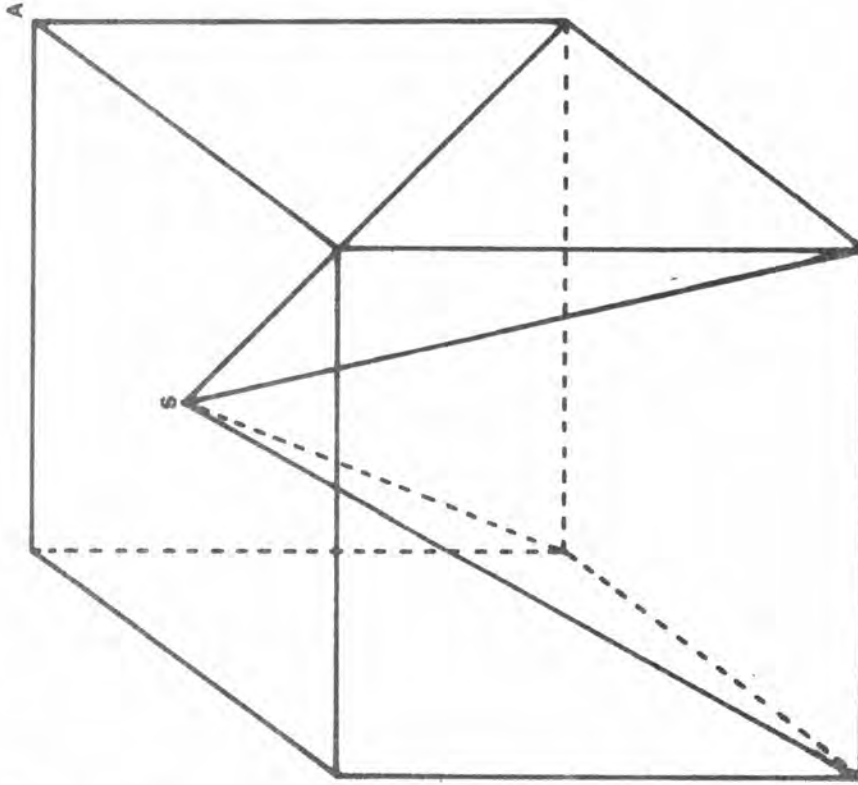
$\frac{1}{2}$



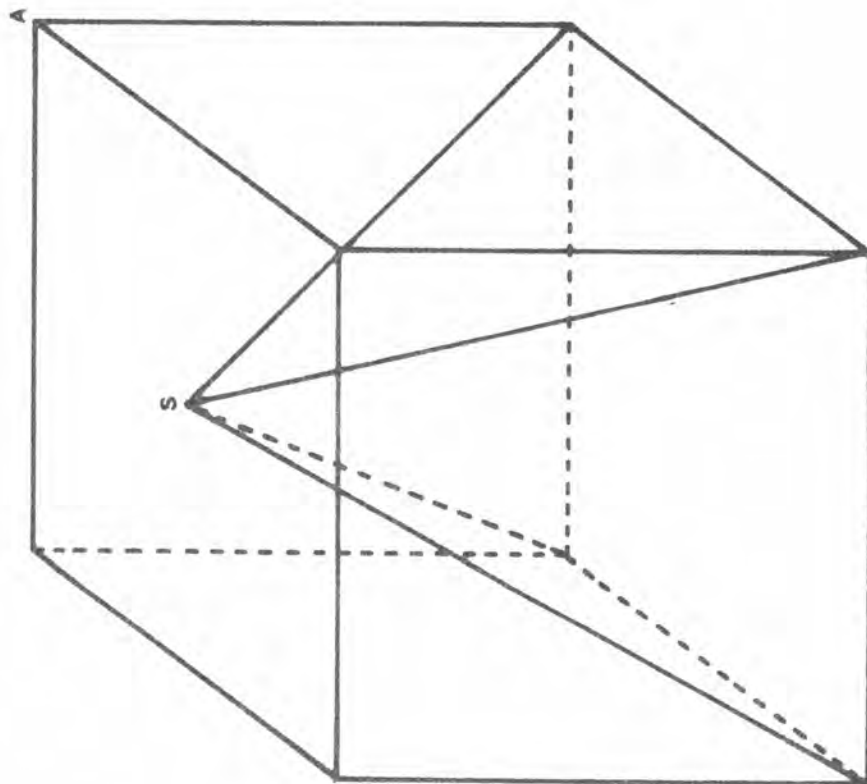
53

Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du cube.

- Dessine et colorie en vert l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
- Si la hauteur de la pyramide est une verticale, dessine l'ombre de cette droite.
- Calcule l'aire de l'ombre portée de la pyramide si le cube a une arête de 70 cm .



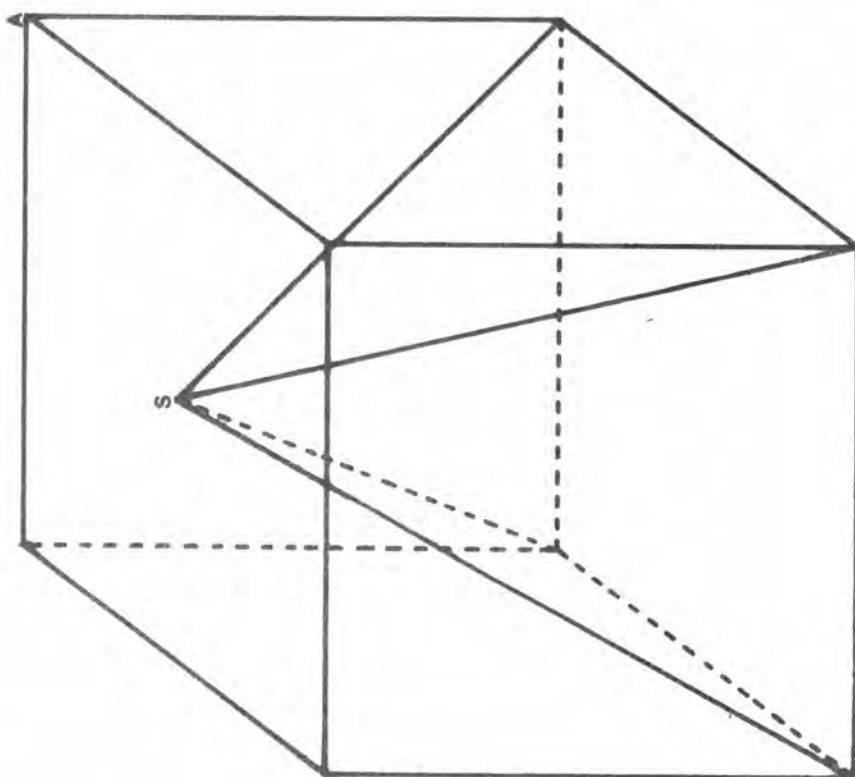
X



54

Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du cube.

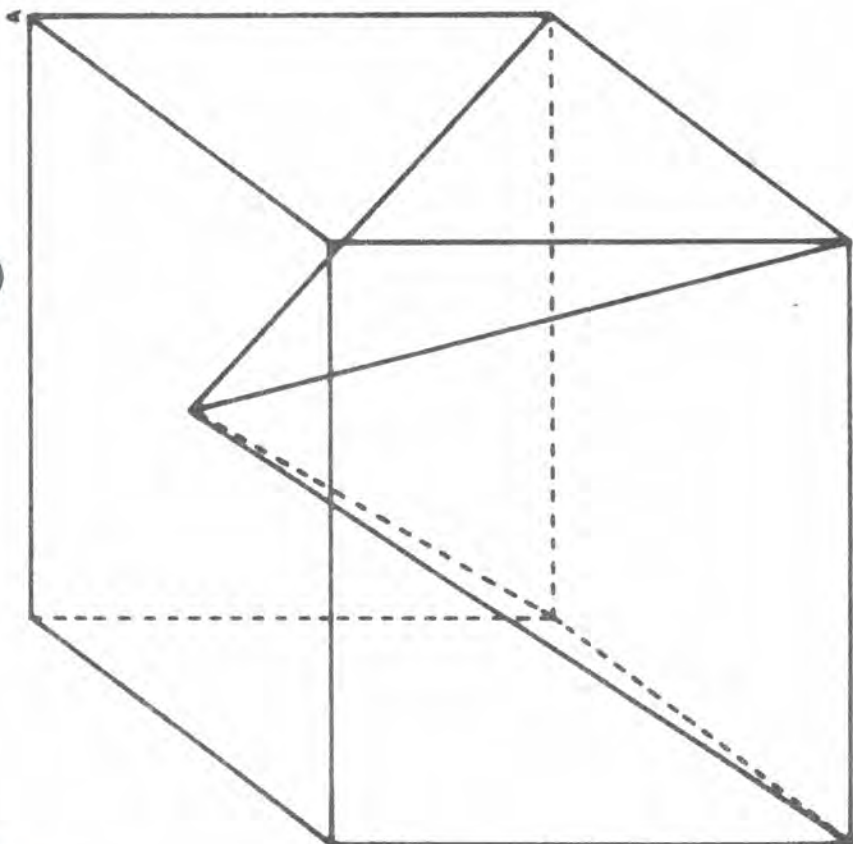
- Dessine et colorie en vert l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
- Calcule l'aire de l'ombre portée de la pyramide si l'arête du cube mesure 70 cm .



π_A

55

- Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du cube.
- Dessine et colorie en vert l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
 - Calcule l'aire de l'ombre portée de la pyramide si le cube a pour arête 70 cm .



56

Le sommet S de la pyramide est un point de la face supérieure du pavé. Attention, ce pavé droit n'est pas un cube. Sa hauteur est 7 cm.

- Dessine le plus rapidement possible l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
- Calcule l'aire de l'ombre portée de cette pyramide, si la hauteur réelle de celle-ci est 7 m.

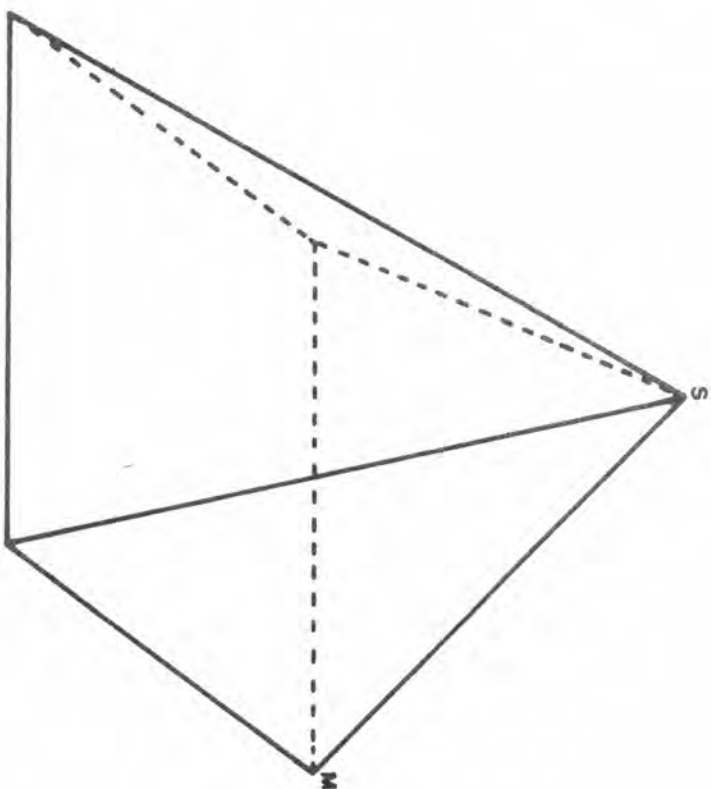
+

4

57

Cette pyramide régulière à base carrée a 7 cm de hauteur. Sa base est dans le plan T. Le point A est à 7 cm à la verticale du point M.

- Sans mesurer, trace la hauteur [SH] de cette pyramide.
- Dédus-en une construction rapide de l'ombre portée de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A.
- Dédus-en un calcul rapide (sans construction) de l'aire de l'ombre portée de cette pyramide. (Tu peux mesurer!).

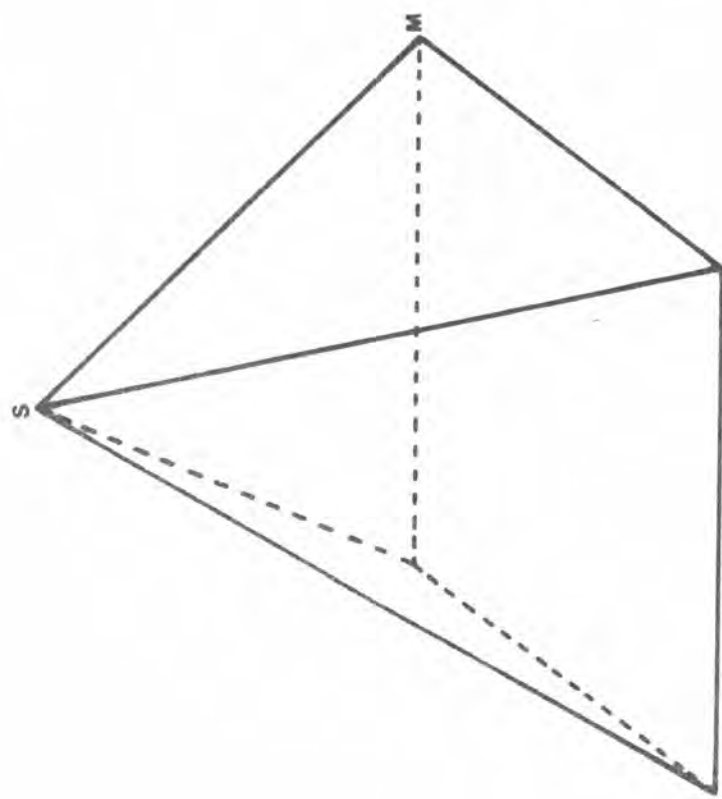


T

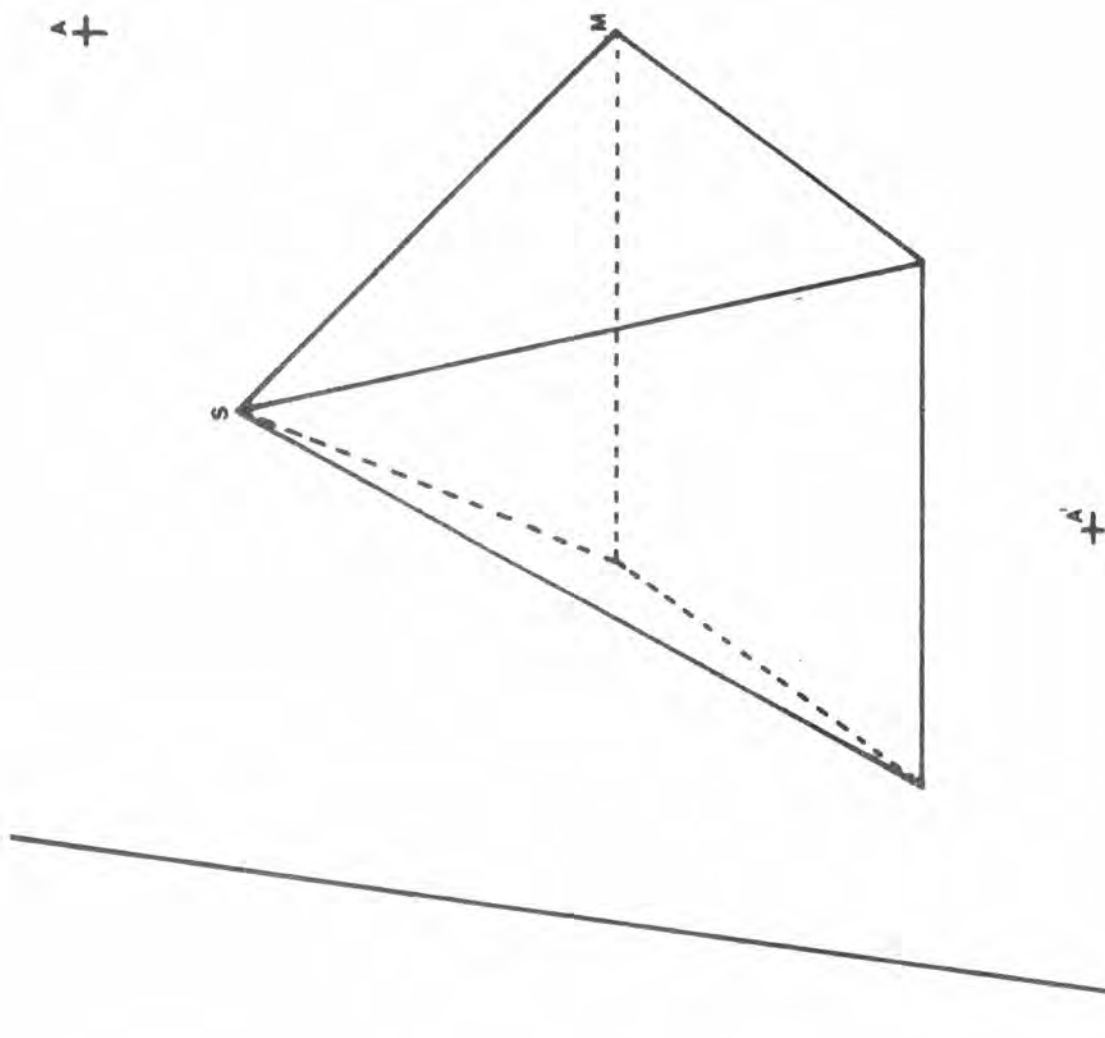
4

58

- Cette pyramide régulière a une base carrée dans le plan T .
 Les points A et S sont dans un plan parallèle au plan T .
 Le point A est à 7 cm à la verticale du point M . Le plan T est un plan horizontal.
- Sans mesurer, construis la hauteur $[SH]$ de cette pyramide.
 - Déduis-en une construction rapide de l'ombre de cette pyramide si A' est l'ombre du point A .
 - Calcule rapidement l'aire de l'ombre portée.



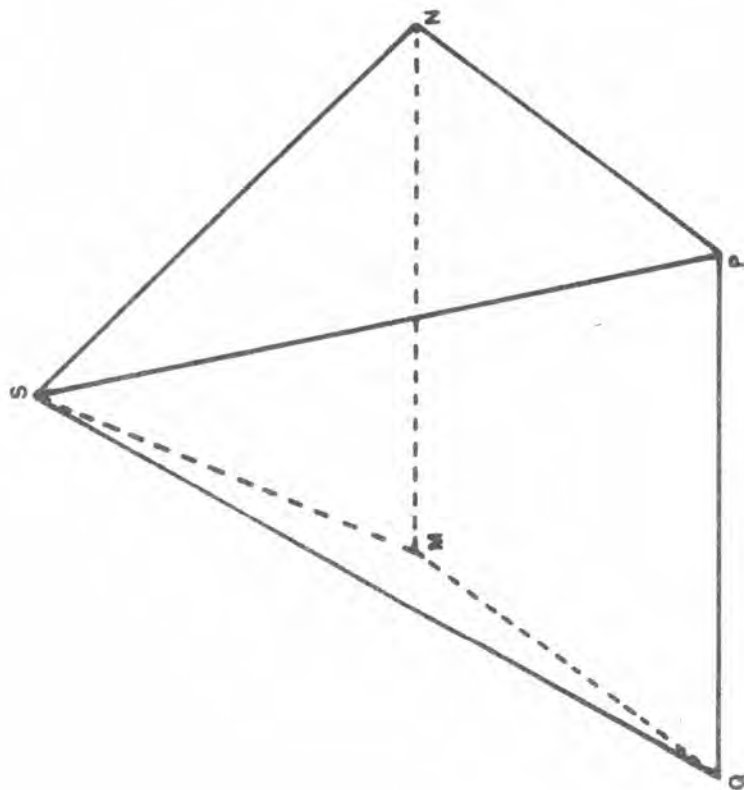
T



59

La pyramide régulière a sa base dans le plan horizontal T et le point A est à 7 cm à la verticale du point M .

- Dessine l'ombre de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A et si cette pyramide a une hauteur de 7 cm .
- Calcule l'aire de l'ombre portée si cette pyramide avait une hauteur de 42 m .



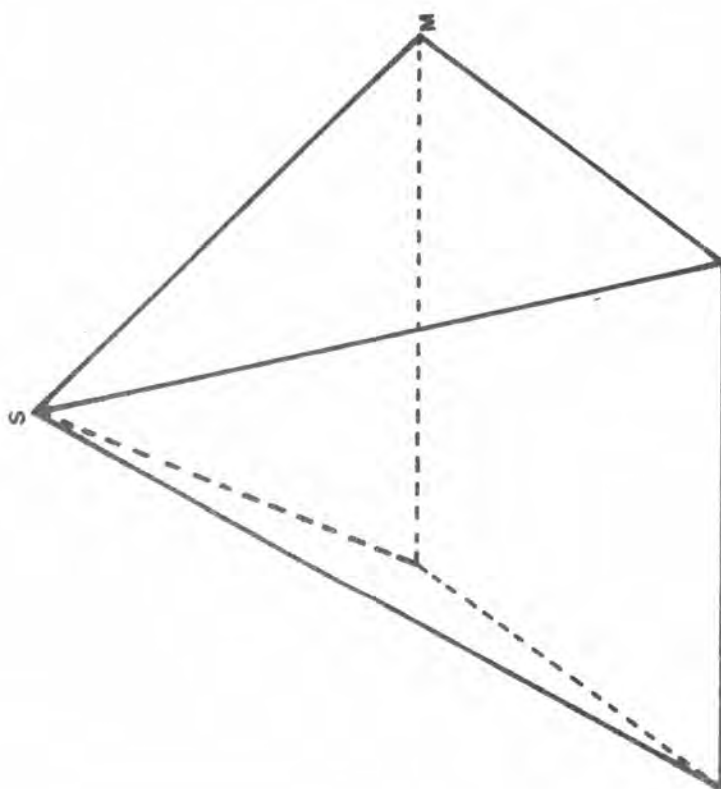
60

La pyramide régulière SMNPQ a sa base dans le plan horizontal T et sa hauteur mesure 7 cm . Le point A est à 7 cm à la verticale du point N .

- Dessine le plus rapidement possible l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A .

T

+



+

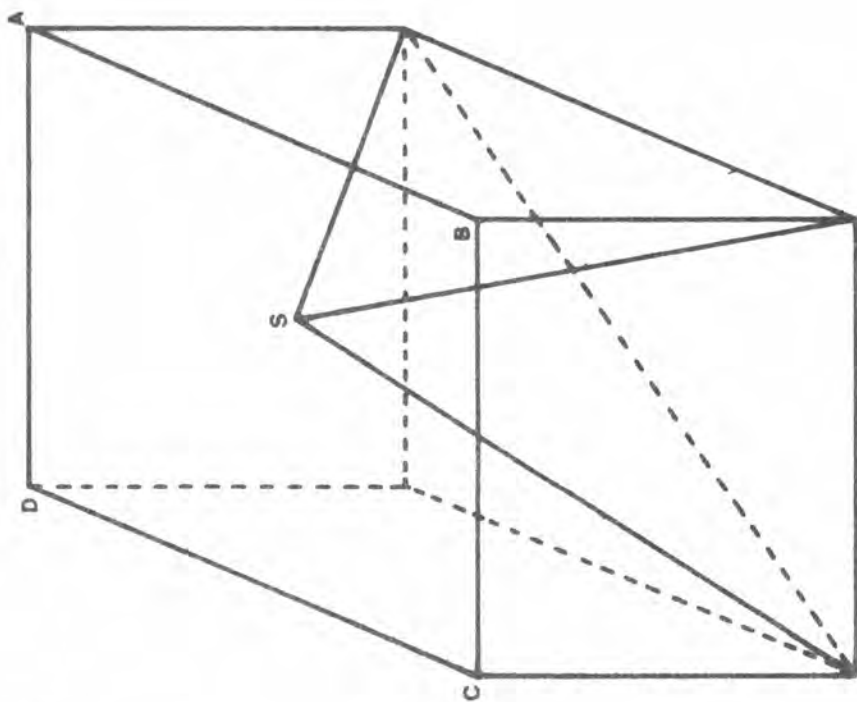
61

Cette pyramide a une base carrée qui se trouve dans le plan horizontal T . Le point A se trouve à 7 cm à la verticale du point M .

La hauteur de cette pyramide est 7 cm .

- Dessine l'ombre de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A (justifie ta méthode).
- Calcule l'aire de l'ombre portée.

T

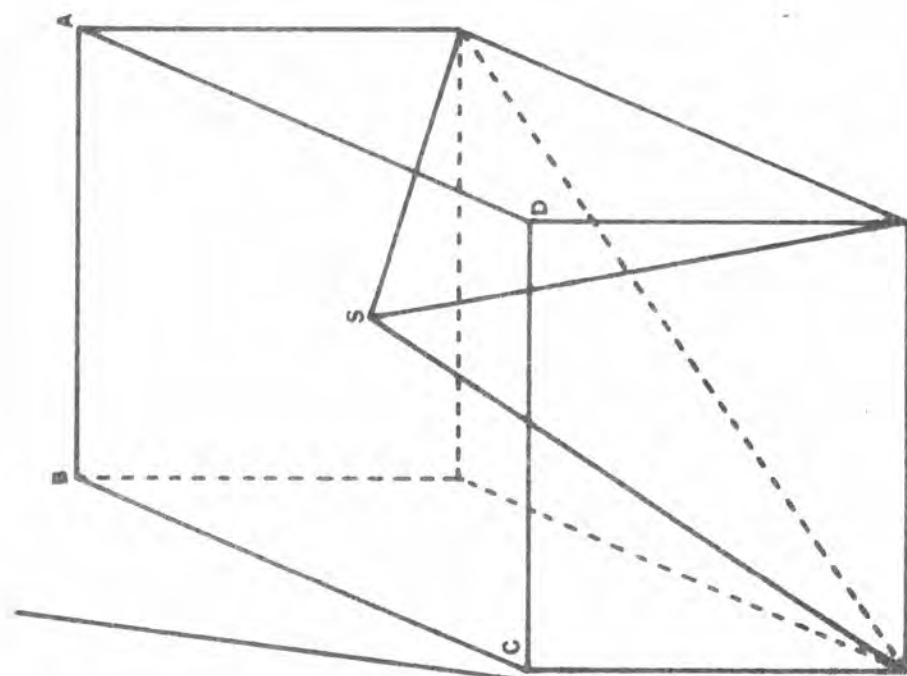


62

Cette pyramide a son sommet S dans la face $ABCD$ du pavé droit.

- Dessine, sans mesurer, la hauteur de cette pyramide.
- Déduis-en une méthode simple pour tracer l'ombre de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A .

A' +

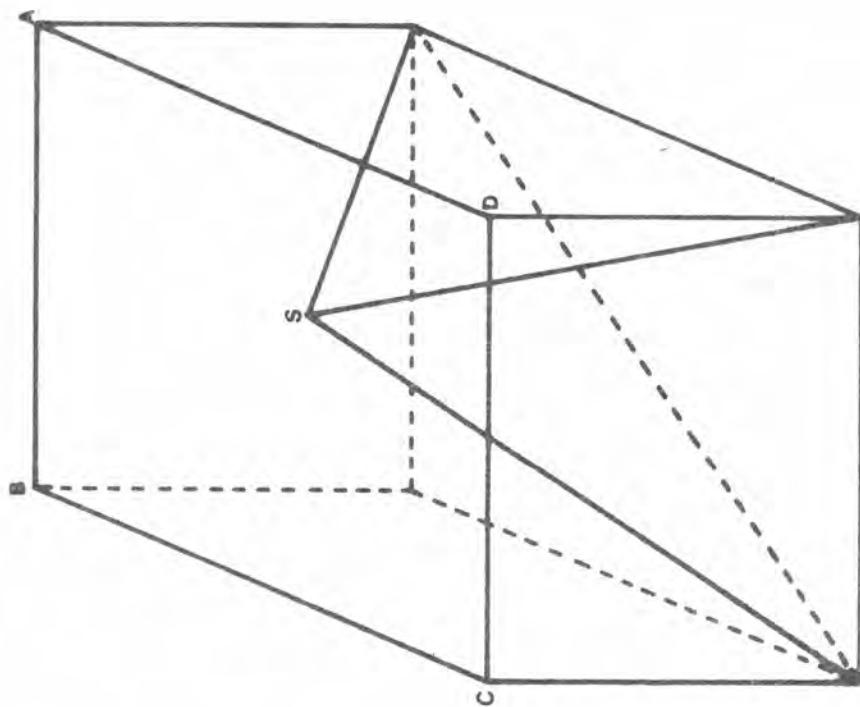


+

63

Cette pyramide a son sommet dans la face ABCD du pavé.

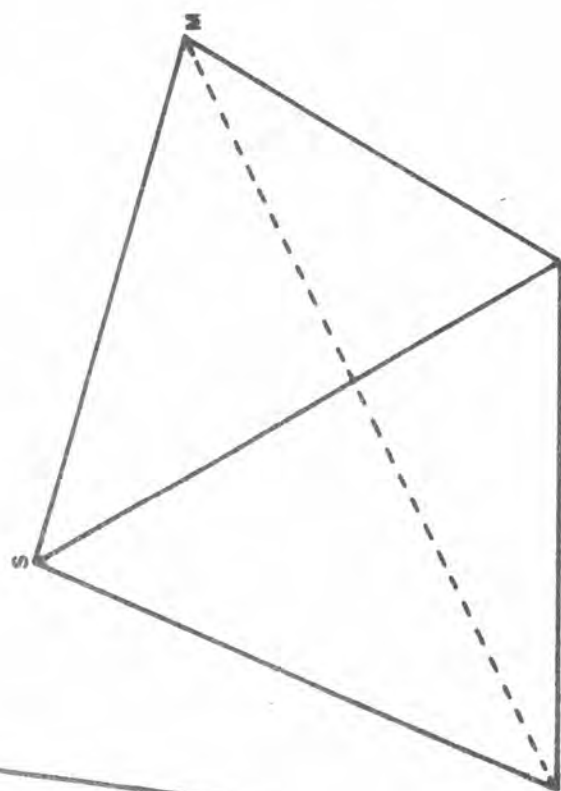
- Dessine l'ombre de la face ABCD si A' est l'ombre du point A.
- Déduis-en un moyen d'obtenir l'ombre du sommet S de la pyramide.
- Dessine l'ombre de la pyramide. Dessine la hauteur de la pyramide (sans mesurer).



64

Cette pyramide a son sommet S dans la face $ABCD$ du pavé droit.

- Dessine le plus simplement possible l'ombre de la pyramide si le point A' est l'ombre du point A . (C'est possible en traçant six segments de droite).
- Peux-tu vérifier simplement que l'ombre du sommet de la pyramide est exacte ?



65

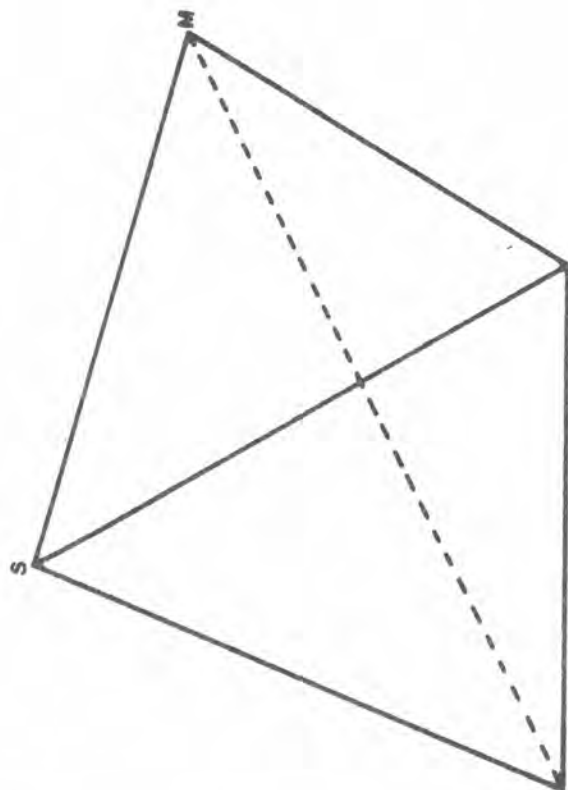
- Cette pyramide a sa base dans le plan horizontal T .
 Le point A est à la verticale du point M , et la distance AM est égale à la hauteur de cette pyramide.
- Dessine l'ombre de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A .

A'

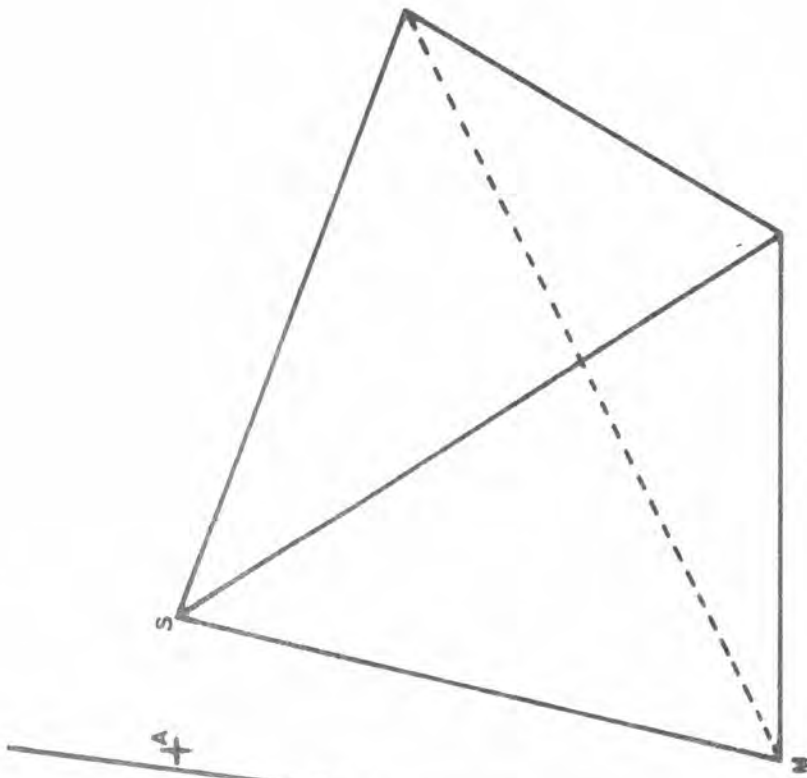
T

66

- Le point A est à la verticale du point M .
 La pyramide a sa base dans le plan horizontal T .
 La hauteur de la pyramide est égale à la longueur AM .
- Dessine le plus simplement possible l'ombre de la pyramide, si le point A' est l'ombre du point A .
 - Trace la hauteur de la pyramide.



A'



A

67

Cette pyramide a sa base dans le plan horizontal T .
Le point A est à la verticale du point M , et la
longueur AM est égale à la hauteur de la pyramide.

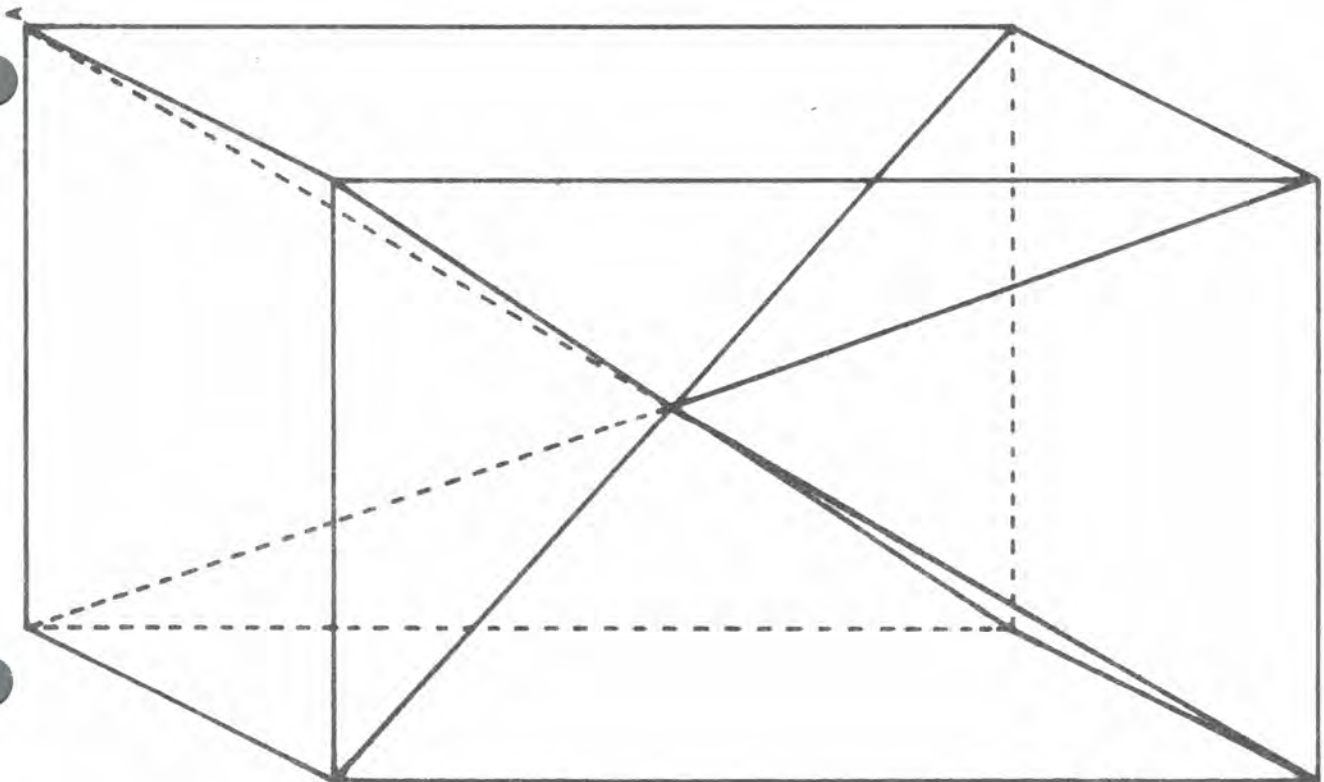
- Dessine l'ombre de cette pyramide si le point A' est l'ombre du point A .
- Dessine (sans mesurer) la hauteur de la pyramide.

Ce sablier à base carrée est contenu dans un pavé droit. La base de ce solide est posée sur le plan T .

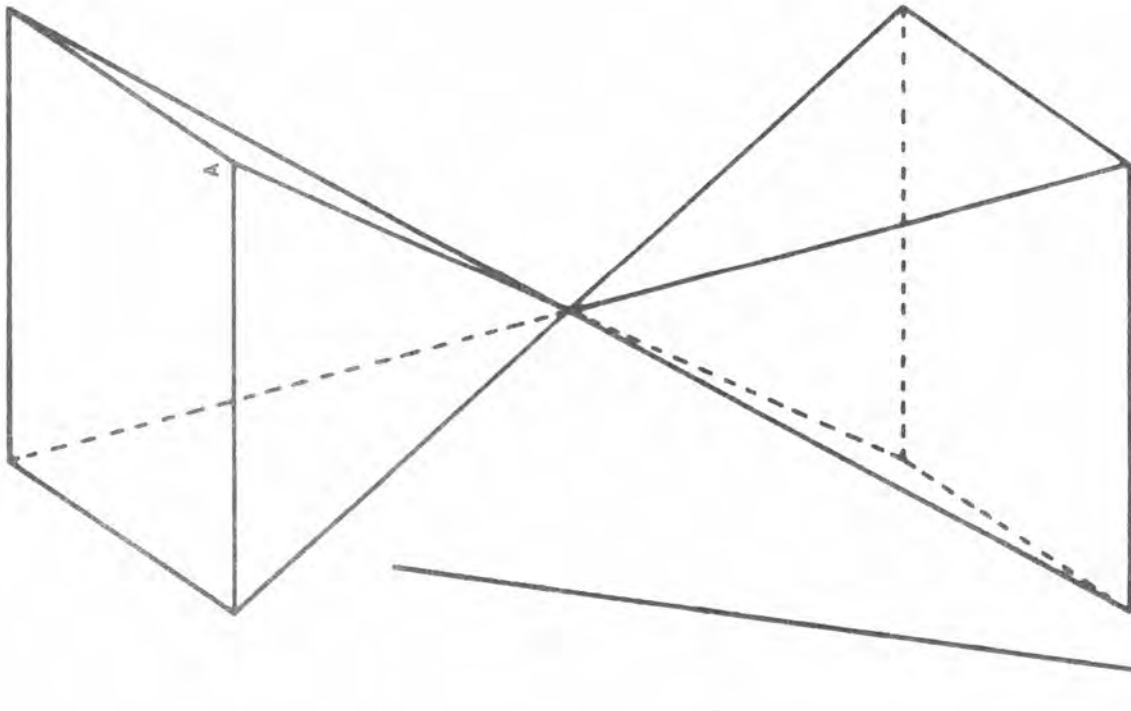
68

- Dessine l'ombre des arêtes si A' est l'ombre du point A .

A'



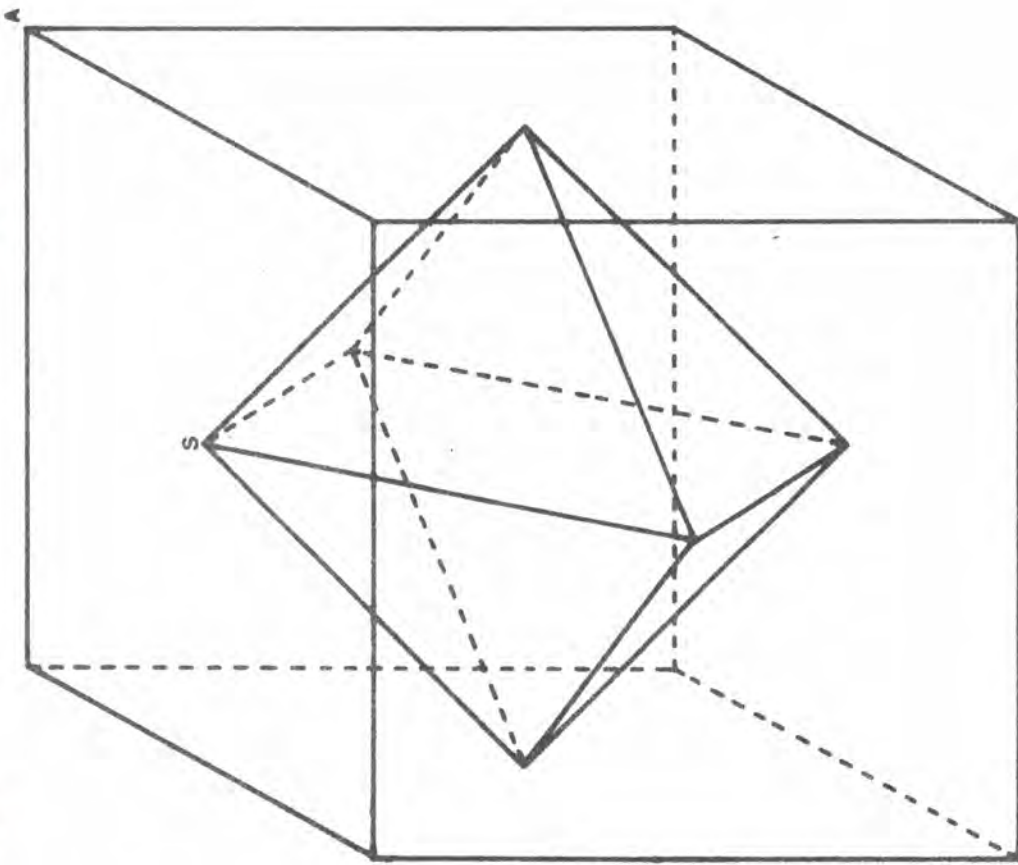
T



69

- Ce sablier a une base carrée posée sur le plan T .
- S'il était en verre opaque, dessine l'ombre qu'il ferait sur le plan T , le point A' étant l'ombre du point A .



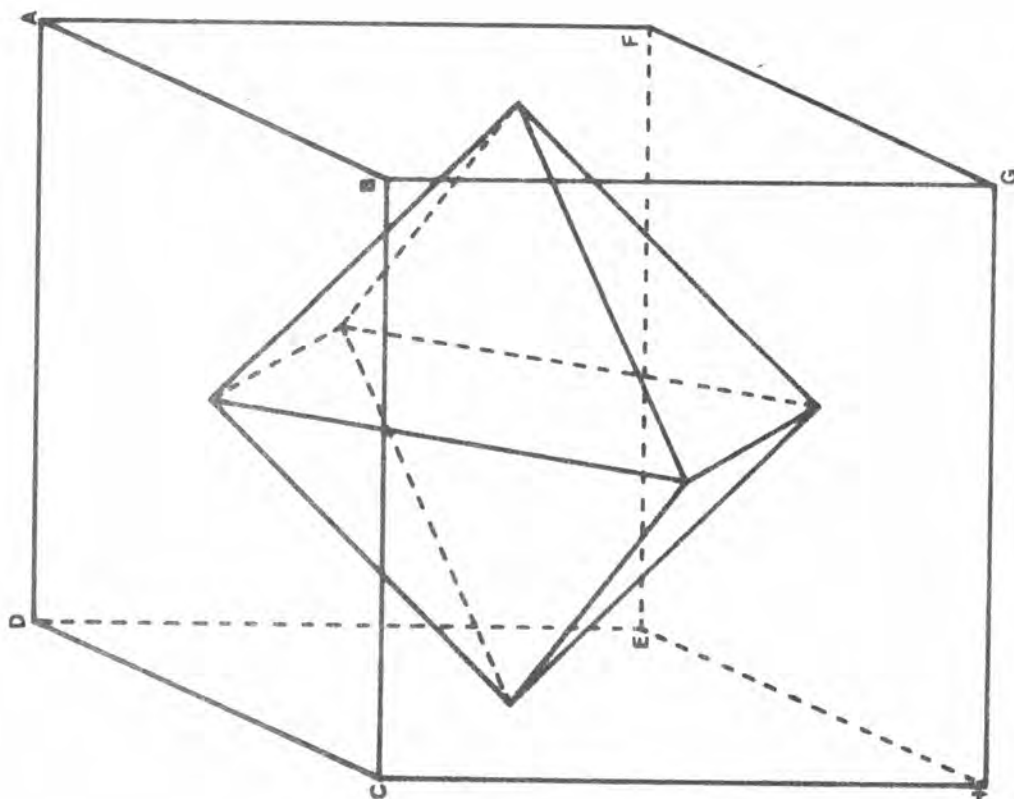


70

Cet octaèdre régulier a ses sommets au centre de chaque face du cube. Le point A' est l'ombre du point A .

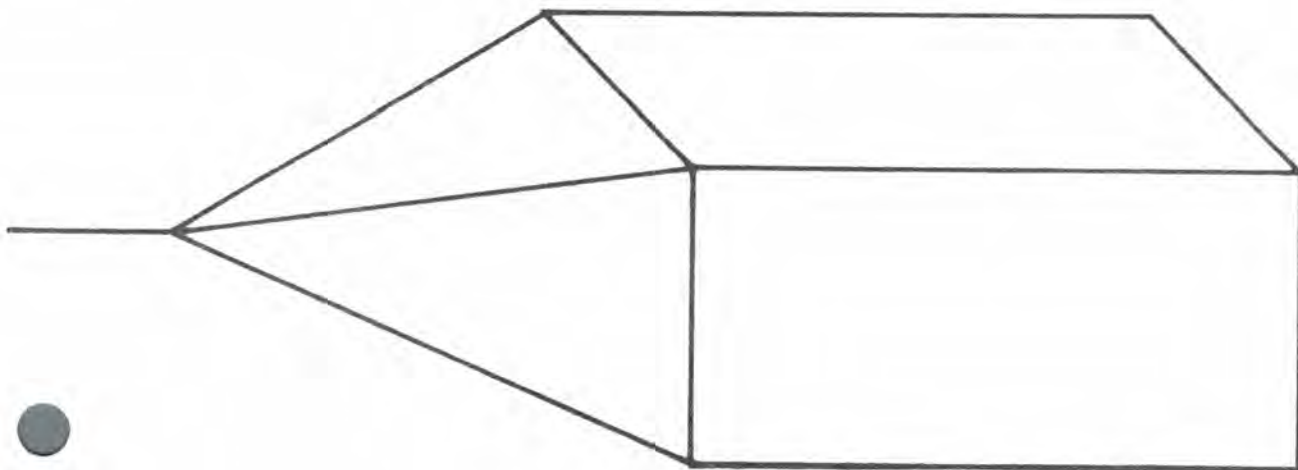
- Dessine la plus simplement possible, en utilisant les propriétés de la figure (mais sans mesurer) l'ombre des arêtes de cet octaèdre.





+

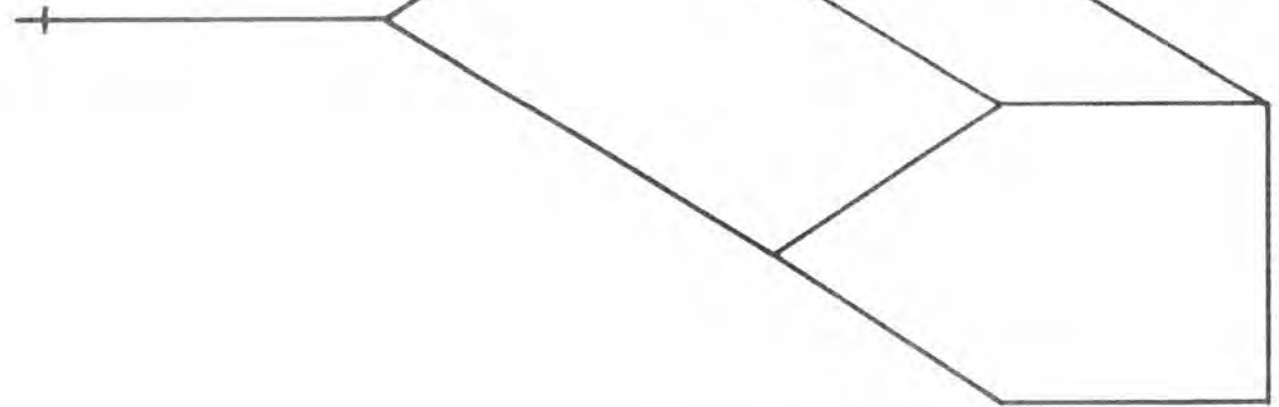
- 71 Cet octaèdre a ses sommets au centre de chaque face du cube.
- Si le point A' est l'ombre du point A, dessine l'ombre de chaque face du cube, puis dessine l'ombre des arêtes de l'octaèdre.



72

Voici un clocher.

- Complète le dessin en traçant les arêtes cachées en pointillés.
- Trace l'ombre de ce clocher sachant que le point A est l'ombre de l'extrémité du paratonnerre placé au haut de ce clocher.

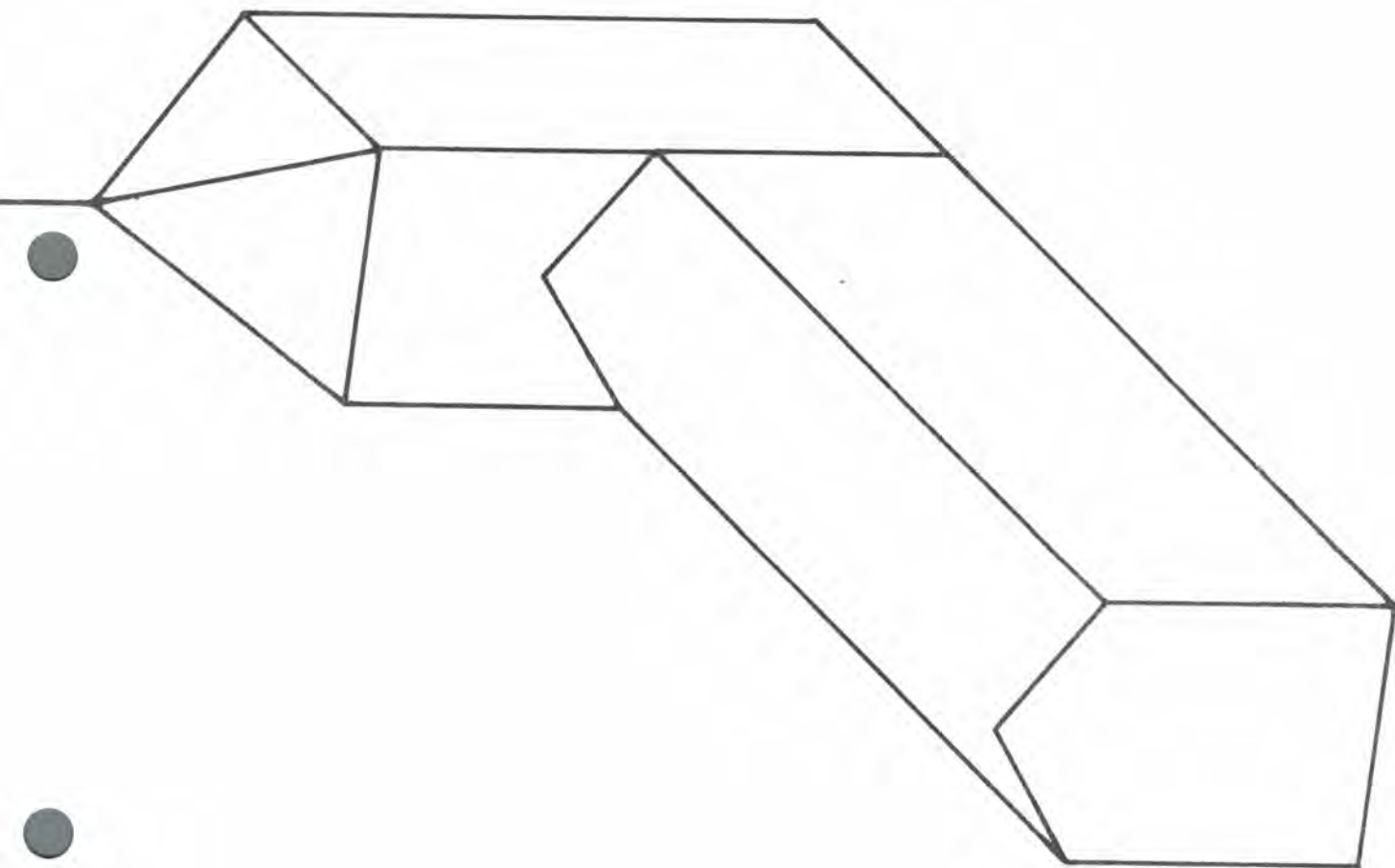


73

Voici un bâtiment ; il manque deux arêtes au toit.

- Dessine-les après avoir tracé les arêtes cachées en pointillés.
- Dessine et colorie en vert l'ombre de ce bâtiment si le point A est l'ombre de la pointe de la flèche.

A +

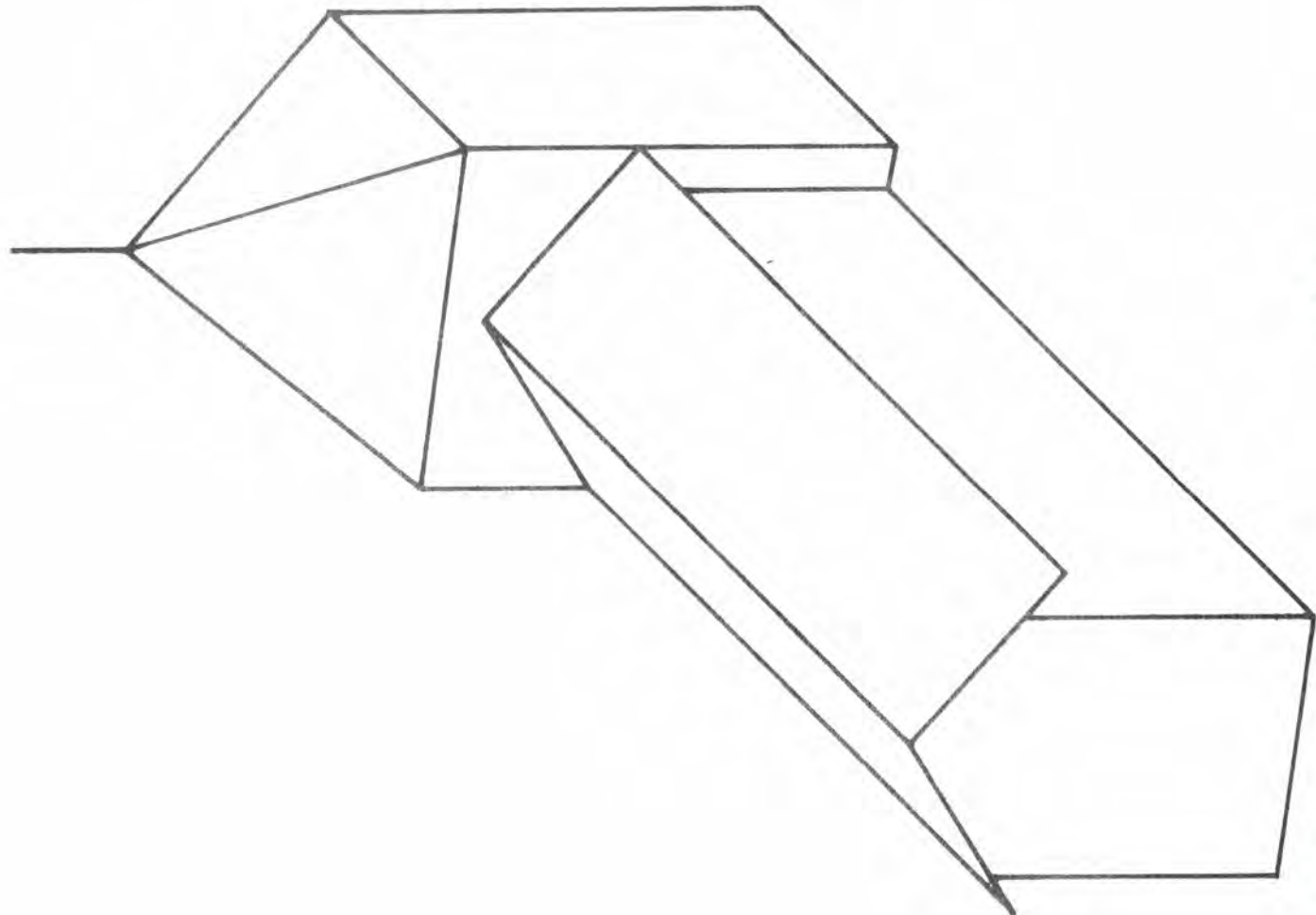


74

Voici une église.

- Termine le dessin en traçant les arêtes cachées en pointillés.
- Sachant que A est l'ombre de la pointe de la flèche du clocher, dessine l'ombre de cette église et colorie-la en vert.

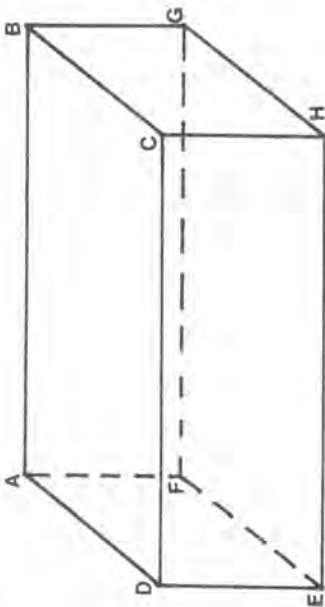
A



75

Voici une église.

- Termine ce dessin en traçant les arêtes cachées en pointillés.
- Sachant que le point A est l'ombre de la pointe de la flèche du clocher, dessine l'ombre de cette église et colorie-la en vert.



76

On donne un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ tel que :

$$AF = 4$$

$$AB = 4\sqrt{3}$$

$$AD = \sqrt{33}$$

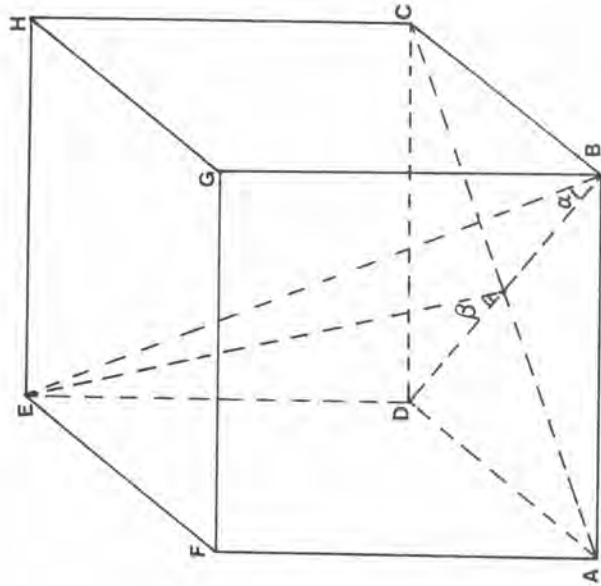
- Trace la pyramide $FBHD$ (on l'appelle tétraèdre).
- Calcule les longueurs des arêtes de ce tétraèdre.
- Montre que les faces de ce solide sont des triangles superposables.

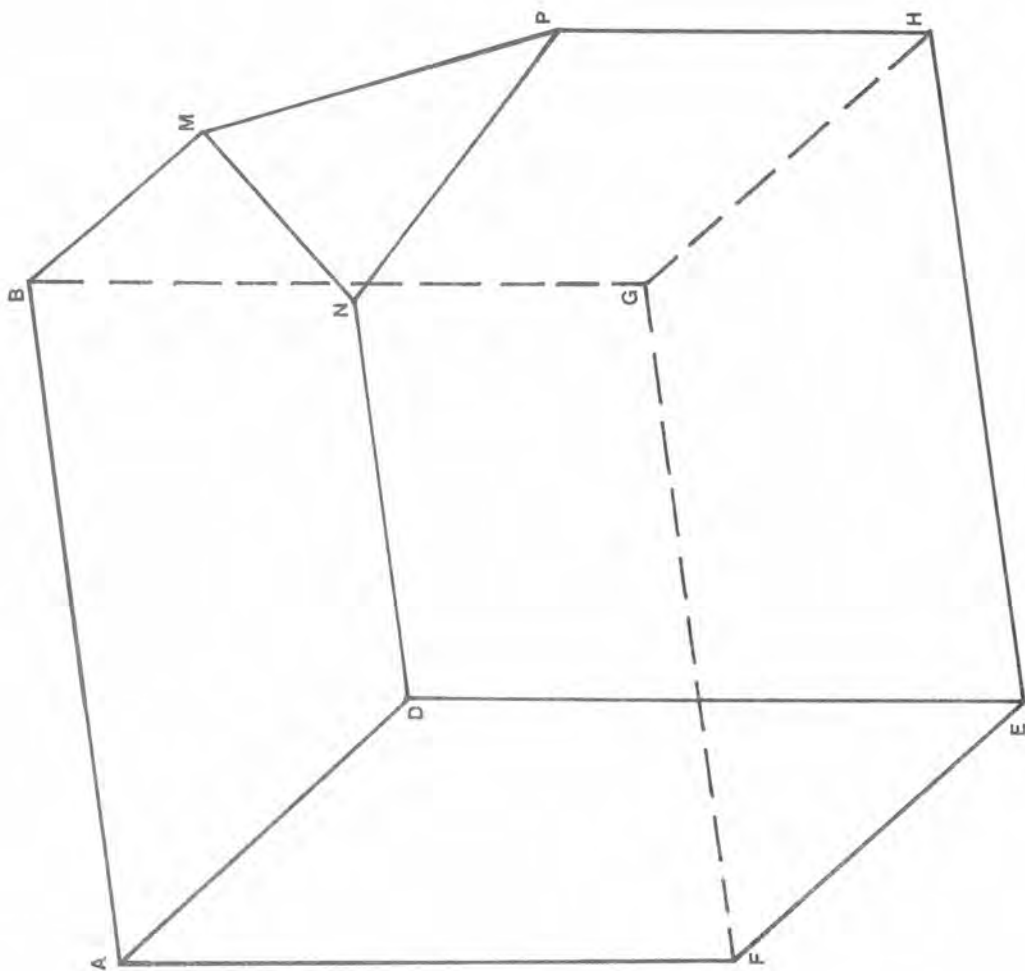
77

Soit un cube $ABCDEFGH$, d'arête a .

- Calcule les angles α et β .

[On pourra faire un dessin de l'intersection du cube par le plan qui passe par E, D, B, G].





78

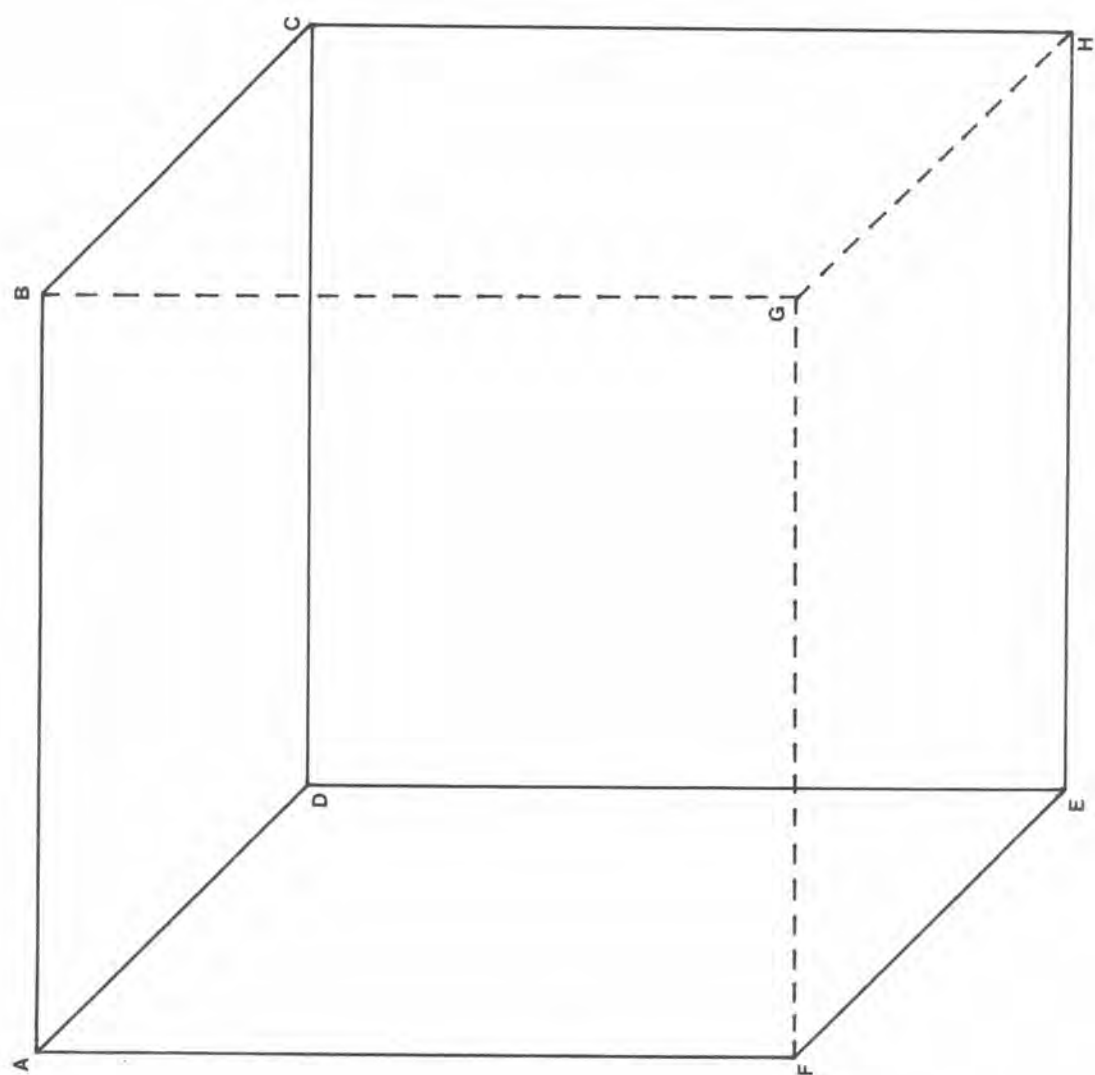
On a coupé un coin du cube $ABCDEFGH$ de sorte que $BM = DN = HP$.

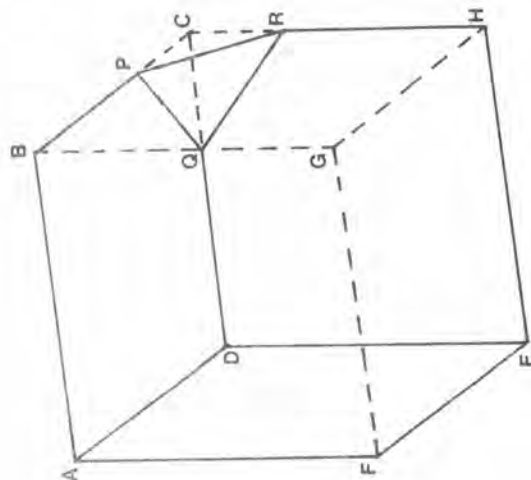
On veut calculer l'aire de la surface de ce solide. On donne :

$$AB = 4$$

$$BM = 3$$

- Calcule l'aire de la face $ABMND$ (pense à faire intervenir le point C).
- Calcule MN .
Quelle est la nature du triangle MNP ? En déduire son aire.
- Quelle est alors l'aire totale de ce solide ?





79

Le cube $ABCDEFGH$ a pour arête 10 .
 On l'a coupé de telle sorte que le triangle PQR soit équilatéral et $BP = 6$.
 La figure ci-contre a été faite de façon approximative (à titre d'illustration).
 On se propose de tracer une figure correcte.

- 1) En te plaçant dans les triangles CPQ et CQR ,
montre que $CP = CR$.
- 2) Montre que $CR = CQ$.
- 3) Déduis-en les longueurs PQ , PR et QR .
- 4) Montre que :
 (PQ) est parallèle à (BD) ,
 (QR) est parallèle à (DH) ,
 (RP) est parallèle à (BH) .
- 5) Place les points P , Q et R sur le cube donné.

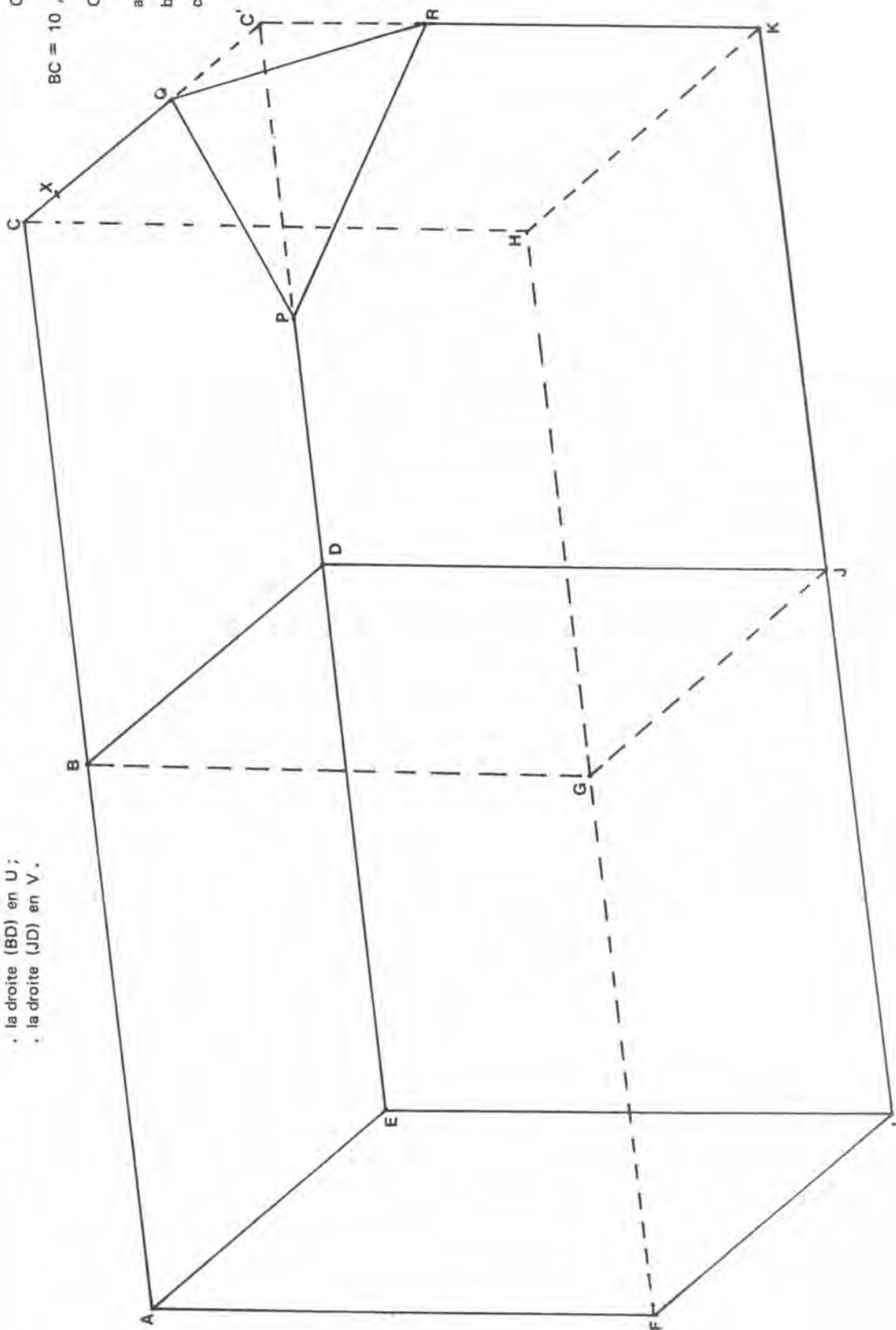
En mettant deux cubes côte à côte, on a obtenu un pavé. Ce pavé a un coin coupé.

1) Dessine l'intersection du pavé et du plan qui :

- est parallèle au plan PQR ;
- passe par X.

2) Ce plan coupe :

- la droite (DP) en Y ;
- la droite (KR) en Z ;
- la droite (BD) en U ;
- la droite (JD) en V.



On donne les longueurs suivantes :

$$BC = 10, CQ = 6, DP = 4, KR = 7, CX = 2.$$

On se propose de calculer la longueur UV.

- a) Calcule les longueurs PQ, QR et RP.
- b) Calcule les longueurs XZ et YC'.
- c) Montre que :

$$\frac{YU}{YX} = \frac{YD}{YC'} \quad \text{et} \quad \frac{YV}{YZ} = \frac{YD}{YC'}$$

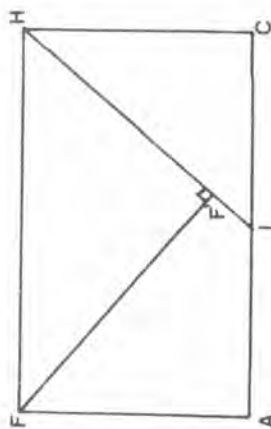
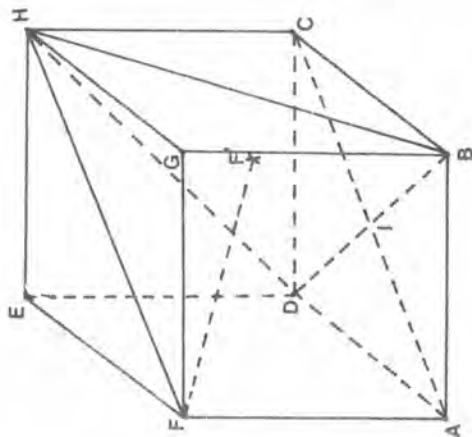
d) Dédus de ce qui précède que les droites (UV) et (XZ) sont parallèles.

e) Calcule la longueur UV.

81

Soit a l'arête du cube.

On dessine la section du cube par le plan qui contient F, H, C, A .



- Calcule AC , puis IH .
- Compare les angles $\widehat{HFF'}$ et $\widehat{IHC}$.
- Evalue $\cos \widehat{IHC}$; en déduire FF' .
- Calcule HF' et exprime-le en fonction de IH .
Que représente F' pour le triangle DHB ? (Précise la position de F').
- Calcule BF' ; quelle est la nature du triangle $FF'B$?
- En déduire que (FF') est perpendiculaire à deux droites du plan DBH .

 $OA = OB = OC = a$.

a) les côtés du triangle ABC ;

b) l'aire du triangle ABC :

c) les angles $\widehat{OBC}$; $\widehat{OCB}$; $\widehat{OAC}$; $\widehat{OCA}$; $\widehat{OAB}$; $\widehat{OBA}$;

d) la distance OK , si (OH) est perpendiculaire à (AB) et (OK) perpendiculaire à (CH) , (on pourra dessiner le triangle OHC en vraie grandeur. Pour ce dessin, on prendra $a = 10\text{ cm}$).



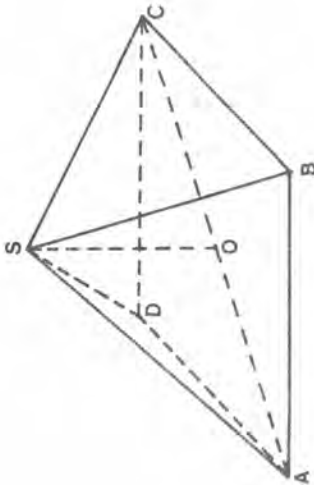
On donne un trièdre Oxyz. Les points A, B, C sont tels que $OA = 1$, $OB = 3$, $OC = 2$. On mène (OH) perpendiculaire à (AB).

1) Calcule AB , AC , BC .

2) Calcule les angles $\widehat{OBC}$, $\widehat{OAC}$, $\widehat{OAB}$, $\widehat{OBA}$, $\widehat{OCA}$, $\widehat{OCB}$.

3) Le plan OHC est perpendiculaire au plan OAB , en conséquence (OH) est perpendiculaire à (AB) . On appelle l la projection orthogonale de O sur la droite (CH) .

Calcule OI .



84

S, A, B, C, D est une pyramide régulière d'arête de longueur a .

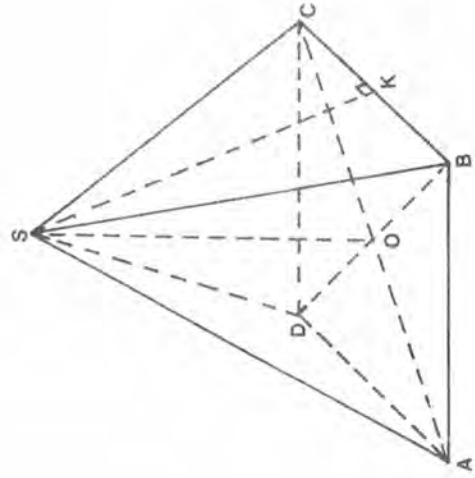
- Calcule la hauteur de cette pyramide (toutes les arêtes ont la même longueur).
- Calcule les angles formés par les arêtes et les diagonales de la base.

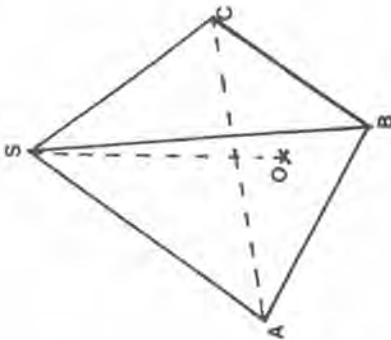
85

La pyramide SABCD a une base carrée et quatre faces superposables. On connaît le côté l de la base et la hauteur h .

(Les arêtes $[AS]$, $[BS]$, $[CS]$, $[DS]$ sont isométriques).

- Calcule SK .
- Calcule les arêtes AS , BS , CS , DS .
- Calcule les angles des faces triangulaires.
- Calcule les angles formés par les arêtes et les diagonales de la base.





86

SABC est un tétraèdre régulier (toutes les arêtes ont la même longueur a).

1) O est le point du plan ABC tel que (OS) soit perpendiculaire à ce plan.

• Quelle est la nature des triangles OSA et OSB ? En déduire que $OA = OB$.

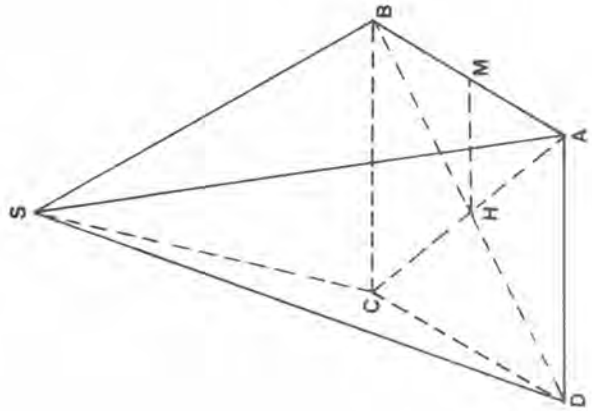
• Compare de même OB et OC.

• Précise alors la position exacte du point O dans le triangle ABC.

2) La droite (CO) coupe [AB] en C' . Calcule SC' en fonction de a .

3) Détermine la mesure des angles du triangle SCC' . On montrera d'abord que le triangle SCC' est isocèle en C' .

4) Calcule la hauteur OS du tétraèdre.



87

Une pyramide régulière ABCDS à base carrée est telle que $AB = 6 \text{ cm}$, $SA = 9 \text{ cm}$.

1) Calcule la hauteur SH de la pyramide.

2) Évalue les angles $\widehat{HSA}$, $\widehat{SMH}$, et l'angle de deux faces consécutives.

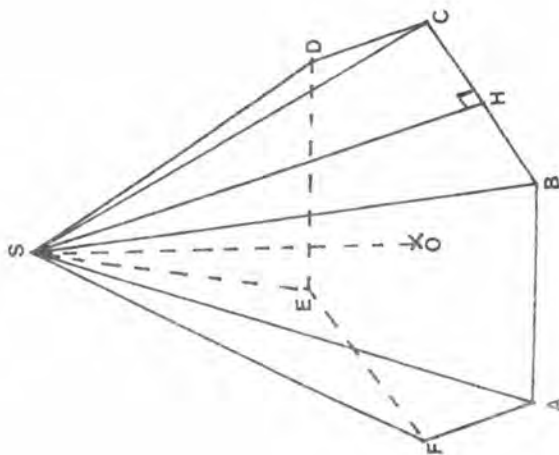
[Indication : on pourra dessiner le triangle SAB et sa hauteur [BI]].

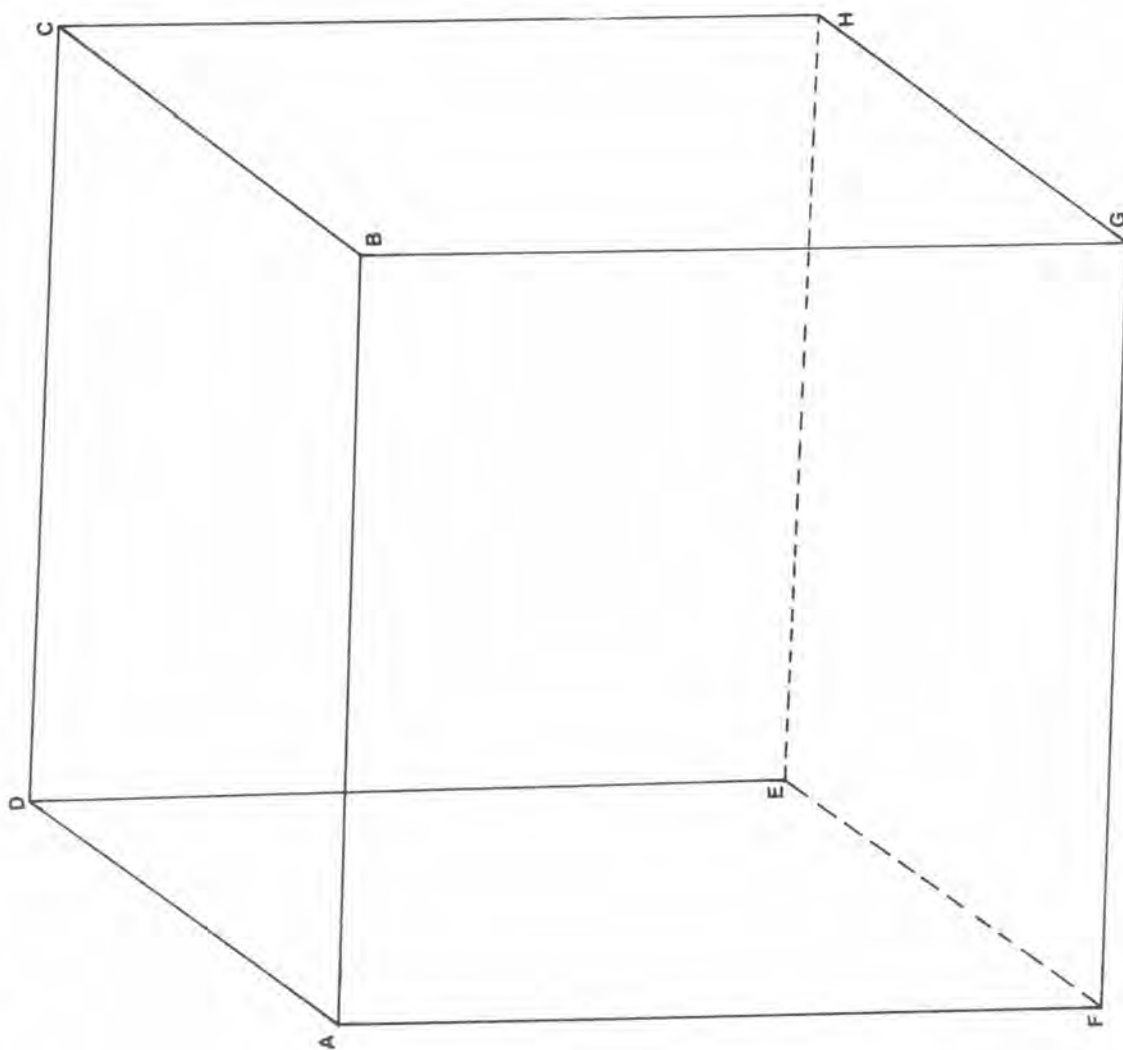
Une pyramide régulière a pour base un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon R et a pour hauteur $SO = h$.

• Calcule :

- 1) la longueur des arêtes ;
- 2) la longueur SH si (SH) est perpendiculaire à (BC) ;
- 3) l'angle que fait une arête avec le rayon correspondant, par exemple $\widehat{SCO}$;
- 4) l'angle que forment deux arêtes au sommet S ;
(attention, il y a au moins cinq angles à calculer).
- 5) l'aire du développement de cette pyramide ;
- 6) calcule h pour que les faces triangulaires soient des triangles équilatéraux. Que remarques-tu ?

Remarque : On pourra remplacer R et h par des nombres judicieusement choisis - par exemple $R = 4\sqrt{3}$, $h = 8$ pour les questions 1) à 5).

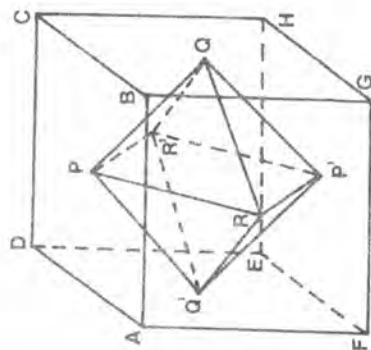




89 (PREMIERE PARTIE)

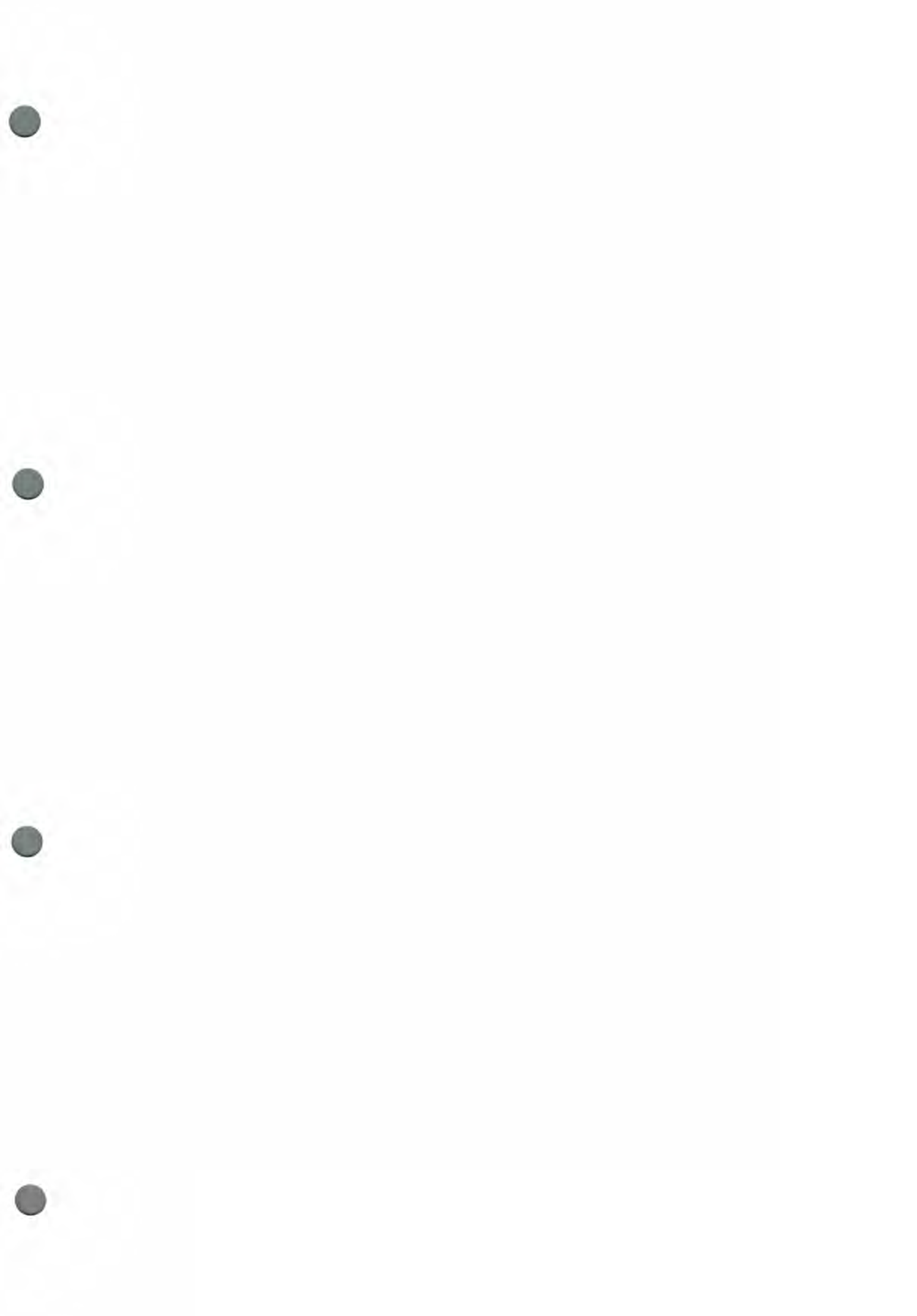
$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a .
 P, Q', R, P', Q, R' sont les centres respectifs des
 faces $ABCD, ADEF, ABGF, EFGH, BCHG, CDEH$.
 On joint, dans l'ordre, les points $P, Q, P', Q', P, R,$
 P', R', P puis $QRQ'R'Q$.

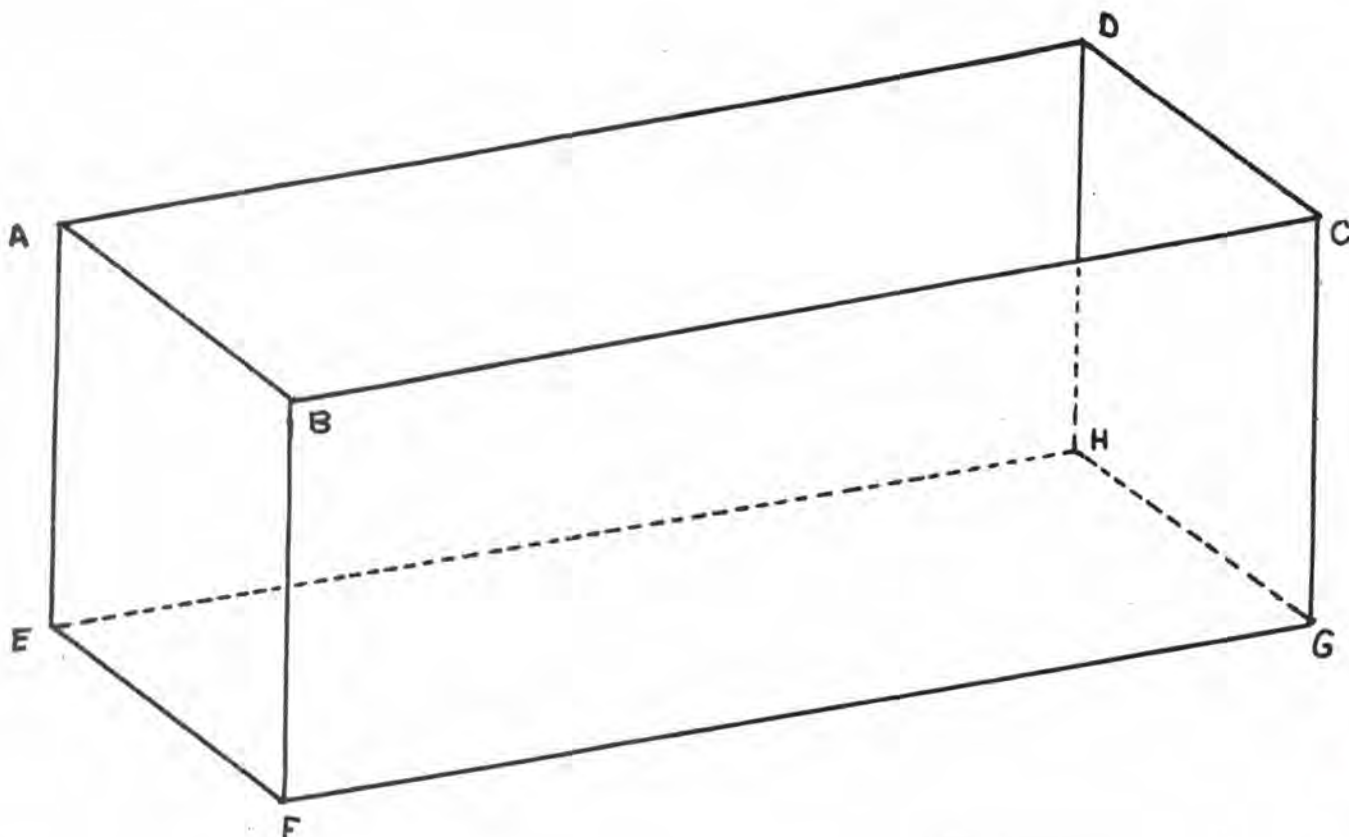
Attention : les segments qui sont "derrière" seront
 tracés en pointillés ; exemple : l'arête $[EH]$ est tracée
 en pointillés.



Sur la figure ci-contre, $PQRQ'R'P'$ est un octaèdre régulier (chaque sommet est le centre d'une face du cube).

- 1) On projette orthogonalement sur $[AD]$ les points P et Q' . Montre qu'ils ont le même projeté M . Calcule MP et MQ' en fonction de a , arête du cube. En déduire la longueur de l'arête de l'octaèdre. (On admettra que le triangle PMQ' est rectangle en M).
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère $DBGE$? En déduire la longueur pp' .
- 3) Montre que le triangle PQP' est rectangle isocèle en Q . En déduire la nature du quadrilatère $PQP'Q'$.
- 4) Existe-t-il d'autres quadrilatères isométriques à $PQP'Q'$?
- 5) Quelle est l'aire de la surface de l'octaèdre.





ACTIVITE SUPPLEMENTAIRE

Une boîte a la forme d'un pave droit a section carree de côté 6 cm. Sa longueur est 18 cm .

1-Sur la figure jointe qui represente cette boîte ouverte, le couvercle a été enlevé, on a tendu un fil entre les points A et G.

Dessinez ce fil en respectant les conventions habituelles du dessin:

- Trait continu pour la partie visible.
- Trait interrompu court pour la partie cachée

2-Si le point X est le point du segment [AE] tel que $3AX=AE$

Si le point Y est le milieu du segment [EF]

Si le point Z est le point du segment [BF] tel que $2ZF=BZ$

Dessinez le triangle XYZ en vraie grandeur. Est-il rectangle?

Sur ce triangle mesurez les longueurs XY, YZ, XZ à un millimetre près

3-Par le dessin et la mesure , donnez la longueur réelle du segment [AG], à 1 mm près.

Vous coderez vos dessins avec les lettres correspondantes de la figure de départ (figure jointe).

4-Dans cette boîte, on place deux cloisons qui partagent celle-ci en trois compartiments. Chaque compartiment a la forme d'un cube.

Le fil AG perce chaque cloison en un point I et un point J.

Dessinez chaque cloison MNPQ et RSTV en vraie grandeur, en précisant la position des points I et J , points de passage du fil.

5-Verifiez vos mesures par le calcul.

Le triangle XYZ est -il un triangle rectangle?

6-Refaire le travail avec les points X, Y, Z tels que :

$XE=3AX$, Y milieu de [EF] , $5ZF=3ZB$