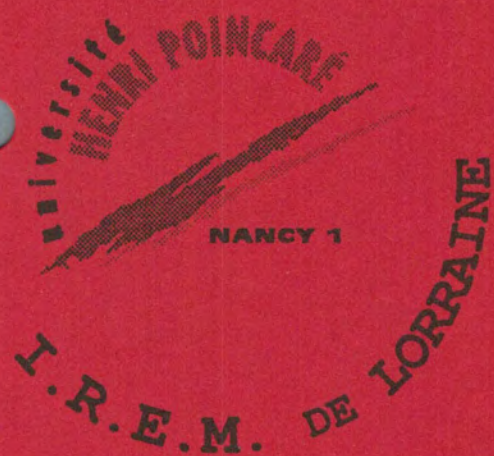




44 FICHES

DE

**CALCUL NUMERIQUE
ET ALGEBRIQUE**

EN 3EME

Programme 1998

LE CALCUL ALGEBRIQUE POURQUOI ?

Résoudre un problème c'est d'abord **l'interpréter** et le **plus souvent** le traduire par une ou plusieurs égalités. Dans ces égalités, certains nombres sont connus, même s'ils sont exprimés par des lettres (en général : les lettres a, b, c, ...) et d'autres sont inconnus : ils sont en général exprimés par des lettres x, y, z, t, ...

Ces égalités sont appelées des EQUATIONS.

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes les valeurs** du ou des nombres inconnus qui vérifient la ou les égalités données.

Equations

Nous avons rencontré des équations en classe de 5ème et de 4ème.

Elles étaient de la forme : $x + b = c$

$$ax = c$$

$$ax + b = c$$

(x est l'inconnue

a, b, c sont des nombres connus)

Equations - produits :

De nombreuses équations ont une forme très différente ; cependant, souvent, elles peuvent être transformées (en appliquant les propriétés des 4 opérations : + , - , $\times$, :) de manière à ce que leur résolution fasse appel en final à l'un des 4 types vus. Mais il est alors indispensable de vérifier que la ou les solutions trouvées vérifient les égalités de départ.

Le Calcul algébrique a pour objectif premier de permettre ces transformations en toute sécurité.

CONTENU DU DOCUMENT

Afin de mettre en place assez rapidement des automatismes, les fiches n'utilisent pratiquement que des entiers relatifs.

★ Calcul numérique sur les entiers (+, -, $\times$, puissances, priorités)
fiches 1 à 8

★ Sommes et produits algébriques.
fiches 9 à 16

★ Produits remarquables : développement.
fiches 17 à 23

★ Equations simples à une inconnue.
fiches 24 à 27

★ Equations - produits avec la nécessité de factoriser.
fiches 28 à 33, 41 et 42

★ Produits remarquables : factorisation.
fiches 34 à 42

★ Quelques exercices de brevet.
fiches 43 et 44

* La mise en équation d'un problème fait l'objet du fascicule de l'IREM de Lorraine : **Algébrisation**.

* Des fiches numériques du même type complètent le travail avec d'autres nombres dans deux fichiers de l'IREM de Lorraine : **Les racines carrées au collège** et **Des quotients**.

ADDITION - SOUSTRACTION

1

Exemples :

$$\begin{aligned} (+15) + (+7) &= 15 + 7 = 22 \\ (+12) + (-9) &= 12 - 9 = 3 \\ (+20) + (-27) &= 20 - 27 = -7 \\ (-5) + (+12) &= -5 + 12 = 7 \\ (-8) + (+3) &= -8 + 3 = -5 \\ (-15) + (-9) &= -15 - 9 = -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+17) - (+8) &= 17 - 8 = 9 \\ (+17) - (-24) &= 17 + 24 = 41 \\ (+17) - (+20) &= 17 - 20 = -3 \\ (-12) - (+4) &= -12 - 4 = -16 \\ (-12) - (-9) &= -12 + 9 = -3 \\ (-12) - (-20) &= -12 + 20 = 8 \end{aligned}$$

A - Calcule

$$\begin{aligned} (+7) + (-9) + 3 \\ (-5) - (-2) + (-4) \\ (-3) + (-5) - (-2) \\ -3 - 5 - 2 \\ -4 + 2 - 7 + 3 \\ -9 - 5 + 4 - 2 \\ -5 + 9 - 3 + 4 \\ 3 - 4 - 3 + 4 \\ -3 - 5 + 2 + 4 \\ 7 - 2 - 5 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3 + 2 - (-3) - 2 \\ -5 - (-5) - (-2) \\ 13 - 2 - 9 - 4 \\ 9 - 3 + 6 - 2 \\ -7 - 2 - 4 - 5 \\ 13 - 9 - 7 - 6 + 9 \\ -8 - 6 - 3 - 4 + 10 \\ 5 - 9 + 8 - 7 + 2 \\ -4 - (-11) - 5 \\ -2 - 8 + 3 + 7 - 13 \end{aligned}$$

B - Calcule les expressions suivantes dans chacun des cas :

1er cas : $a = 6$ $b = -3$ $c = 11$

2ème cas : $a = -8$ $b = -2$ $c = -5$

	1er cas	2ème cas
$a + b + c$		
$a + b - c$		
$a - b + c$		
$-a + b + c$		
$a - b - c$		
$-a - b - c$		
$-a - b + c$		
$-a + b - c$		

Exemples : *On effectue d'abord les calculs indiqués dans les parenthèses*

$$10 + (8 - 11) - (4 - 9) = 10 + (-3) - (-5) = 10 - 3 + 5 = 12$$

$$(7 - 12) + (-8 + 5) = (-5) + (-3) = -5 - 3 = -8$$

$$(7 - 3) - (11 - 8) = 4 - 3 = 1$$

A - Effectue les calculs suivants en respectant bien les parenthèses

$$\begin{aligned} &4 + (2 - 8) + (5 + 2 - 10) \\ &2 - (2 - 9) + (1 - 9 + 4) \\ &(2 - 3) - (4 - 5) + (6 - 7) \\ &(-100 + 10) - (-200 + 20) \\ &(9 - 6) - (3 - 6 + 2) + (9 - 11) \\ &(3 - 5) - (7 - 9) + (11 - 13) - (1 + 3) \\ &5 - [3 - (4 - 7)] \\ &13 - [2 - (19 + 3)] \\ &3 - [4 - (5 + 7)] - (2 - 5) \\ &[7 - (4 - 9)] - [6 - (10 + 2)] \end{aligned}$$

B - Il faut calculer l'expression donnée sachant que :

$$a = -2 \qquad b = 3 \qquad c = -7$$

$(a + b) - (b - c) + (a + c)$	$(-2 + 3) - [3 - (-7)] + [-2 + (-7)]$	$= 1 - 10 + (-9)$	$= -18$
-------------------------------	---------------------------------------	-------------------	---------

De la même façon, calcule les expressions suivantes sachant que $a = -8$, $b = 5$ et $c = -4$

$(a + b) - (b - c) + (a + c)$			
$(a + b + c) - (c - a - b)$			
$(a - 7) + (b - 9) - (c + 1)$			
$(4 - a) + (2 - b) - (8 - c)$			
$(a + b - 4) - (a - c + 2)$			

PRODUIT

3

Outil : Pas de calculatrice

Exemples : $3 \times (-5) = -15$ $8 \times (-8) = -64$
 $(-10) \times 7 = -70$ $(-4) \times (-3) = 12$

Rappel : $3a$ signifie $3 \times a$
 $-4a$ signifie $(-4) \times a$

A - Calcule

$(-4) \times 9 =$	$7 \times (-5) \times 2 =$	$5 \times 7 \times (-2) \times 10 =$
$6 \times (-8) =$	$4 \times (-3) \times (-10) =$	$19 \times (-4) \times 7 \times 0 =$
$-8 \times (-7) =$	$(-2) \times 25 \times 0 =$	$(-2) \times 2 \times (-3) \times 3 =$
$(-25) \times (-1) =$	$(-3) \times 2 \times (-7) =$	$(-6) \times (25) \times 2 \times (-4) =$
$0 \times (-11) =$	$(-5) \times (-2) \times (-8) =$	$(-5) \times (-4) \times (-2) \times (-3) =$

B - ex : Je calcule $7x$ pour $x = -5$:

$$7x = 7 \times (-5) = -35$$

Calcule les expressions données dans chaque cas :

1er cas : $x = 5$		2ème cas : $x = -3$		3ème cas : $x = 7$		4ème cas : $x = -10$	
3 x		2 x		-2 x		3 x	
-2 x		-3 x		4 x		-5 x	
4 x		5 x		-5 x		-9 x	
-5 x		-4 x		9 x		7 x	
- x		- x		- x		- x	
8 x		7 x		-10 x		15 x	
11 x		-8 x		11 x		-2 x	
-12 x		15 x		-20 x		-7 x	

LES PUISSANCES

4

Exemples : $7^2 = 7 \times 7$ $8^3 = 8 \times 8 \times 8$ $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$ $(-6)^2 = (-6) \times (-6)$
 $7^2 = 49$ $8^3 = 512$ $(-4)^3 = -64$ $(-6)^2 = 36$

Attention aux signes !

$a = 7$	$a = -5$	$a = 7$	$a = -5$	$a = 7$	$a = -5$
$a^2 = 7^2$	$a^2 = (-5)^2$	$(-a)^2 = (-7)^2$	$(-a)^2 = 5^2$	$-a^2 = -7^2$	$-a^2 = -(-5)^2$
$a^2 = 7 \times 7$	$a^2 = (-5) \times (-5)$	$(-a)^2 = (-7) \times (-7)$	$(-a)^2 = 5 \times 5$	$-a^2 = -7 \times 7$	$-a^2 = -[(-5) \times (-5)]$
$a^2 = 49$	$a^2 = 25$	$(-a)^2 = 49$	$(-a)^2 = 25$	$-a^2 = -49$	$-a^2 = -25$

Ex 1 : Effectue les calculs suivants : indique le calcul effectué dans la 1ère colonne
 écris directement le résultat dans les autres

$(-6)^3 =$	$=$	$4^3 =$	$=$	$-5^4 =$	$=$
$30^4 =$	$=$	$7^2 =$	$=$	$(-2)^5 =$	$=$
$(-800)^3 =$	$=$	$(-9)^2 =$	$=$	$(-3)^4 =$	$=$

Ex : 2 : Complète les tableaux suivants. Dans la 1ère ligne, remplace la lettre par sa valeur.
 Dans la deuxième ligne, écris le résultat.

a	a^4	$(-a)^2$	$(-a)^5$	$-a^3$	$-a^2$
3					
résultat					

b	b^2	$(-b)^3$	$-b^4$	$(-b)^2$	$-b^3$
-5					
résultat					

c	c^4	$-c^2$	$(-c)^6$	$-c^4$	$(-c)^3$
1					
résultat					

d	d^3	$-d^2$	$(-d)^4$	d^6	$-d^5$
-2					
résultat					

x	x^4	x^7	$(-x)^3$	$-x^2$	$-x^5$
-1					
résultat					

y	y^2	y^5	$(-y)^3$	$-y^2$	$-y^4$
0					
résultat					

PUISSANCES DE 10

5

Rappels :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$$

n est l'exposant

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

10^n et 10^{-n} sont des inverses.

Par convention, $10^0 = 1$ / $10 = 10^1$ / $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

Règles de calcul : n, m, p étant des nombres entiers positifs ou négatifs,

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$$

$$10^n : 10^p = 10^{n-p}$$

$$(10^n)^p = 10^{n \times p}$$

① Ecrire ces nombres sous la forme 10^m , m étant positif ou négatif :

$$100 \quad / \quad 0,001 \quad / \quad 10000 \quad / \quad 0,1 \quad / \quad 1 \text{ million} \quad / \quad 10 \text{ milliards} \quad / \quad 1 \text{ millionième}$$

$$0,0001 \quad / \quad 1000 \quad / \quad 1 \text{ milliardième} \quad / \quad \frac{1}{10000}$$

② Exprimer ces produits sous la forme d'une puissance de 10 :

$$10^2 \times 10^4$$

$$100 \times 10^{-4} \times 10^2$$

$$10^3 \times 10 \times 10^2$$

$$10^5 \times 10^9 \times 10^{-10}$$

$$10^{-2} \times 10^4$$

$$(10^{-1})^2 \times 10^3$$

$$10^6 \times 10^{-3} \times 10$$

$$10^4 \times 10^{-6} \times 10^7 \times 10^3$$

③ Exprimer ces quotients sous forme d'une puissance de 10

$$\frac{10^4}{10^3} =$$

$$\frac{10^8}{10^7} =$$

$$\frac{10^{-7}}{10^{-6}} =$$

$$\frac{10^7}{10} =$$

$$\frac{10^4}{10^{-1}} =$$

$$\frac{10}{10^{-4}} =$$

$$\frac{10^6}{10^8} =$$

$$\frac{10^{-3}}{10} =$$

$$\frac{10^{20}}{(10^9)^2} =$$

④ Faire les calculs demandés ; mettre la réponse sous la forme 10^p puis l'écrire sous la forme d'un décimal.

$$\frac{10^2 \times 10^3}{10} =$$

$$\frac{10^{-1} \times 10^3}{10^{-4}} =$$

$$\frac{10}{10^{-2} \times 10^3} =$$

$$\frac{10^6}{10^2 \times 10^3} =$$

$$\frac{10^6 \times 10^{-9}}{10^2 \times 10^3} =$$

$$\left(\frac{10^6}{10^2 \times 10^3} \right)^2 =$$

$$\frac{10^{-4}}{10^{-2} \times 10^{-2}} =$$

$$\frac{10^{-2}}{10^3 \times 10} =$$

$$\frac{(10^2)^2}{10^{-2} \times 10^{-2}} =$$

$$\frac{10^{-3} \times 10^4}{10^6} =$$

$$\frac{10^{-3} \times 10^{-2}}{10^{-5}} =$$

$$\frac{(10^3)^2 \times 10^{-6}}{10^4 \times 2} =$$

PRODUIT - CHANGEMENT D'ECRITURE

6

Exemple 1 : Par souci d'économie, les écritures suivantes sont équivalentes :

$$\begin{aligned} a \times b \text{ s'écrit } ab, \text{ on peut écrire } a \times b &= ab \\ a \times 5 &= 5 \times a = 5a \\ 2 \times 4a &= 2 \times 4 \times a = 8 \times a = 8a \\ 3a \times 5b &= 3 \times a \times 5 \times b = 3 \times 5 \times a \times b = 15ab \\ 3a \times a &= 3a^2 \\ 3a \times 5a &= 15a^2 \end{aligned}$$

Attention : on n'écrit pas a5 mais 5a

Exercice 1 : Contracter l'écriture des produits suivants selon les exemples :

$$\begin{array}{llll} 2 \times a \times b = & 5x \times y = & y \times (-3x) = & 5a \times 3b = \\ a \times 3 \times c = & 3x \times 2y = & 6a \times (-5) = & 9a \times 7b \times a = \\ 5a \times a = & 4x \times 4x = & -x \times 8x = & x \times 2x \times 3a = \end{array}$$

Exercice 2 : Compléter les égalités suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{A - } 10ax = \dots \times x \\ 10ax = a \times \dots \\ 10ax = \dots \times 2a \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 15a^2b = \dots \times b \\ 15a^2b = 5a \times \dots \\ 15a^2b = \dots \times 3b \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{B - } 6ab = b \times \dots \\ 12xy = 2x \times \dots \\ 9ac = a \times \dots \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 16xy = (-8) \times \dots \\ -20ab = (-4a) \times \dots \\ 15xy = 3y \times \dots \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} 21x^2y = 3x \times \dots \\ 10ax^2 = 5a \times \dots \\ -14a^2b = 2b \times \dots \end{array} \right.$$

Exercice 3 : compléter le tableau suivant :

	$a = 2$	$a = -3$	$x = 4$	$x = 2$	$x = 0$	$a = 2 \text{ et } x = 3$
$10ax$						
$5a^2x$						

Exercice 4 : Calculer pour $x = -2$ et $a = 3$ les nombres suivants :

$$\begin{array}{l} 7ax = \\ 5a^2x = \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 3ax^2 = \\ -2ax = \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} -4ax^2 = \\ 10a^2x^2 = \end{array} \right.$$

UNE PUISSANCE DANS UN CALCUL

7

Calculs contenant des puissances : Lorsqu'il n'y a pas de parenthèses, le calcul des puissances a priorité sur les autres opérations.

Exemples :

$$5 \times 2^3 = 5 \times 8$$

$$5 \times 2^3 = 40$$

$$6 + 4^2 = 6 + 16$$

$$6 + 4^2 = 22$$

$$(9 - 4)^2 = 5^2$$

$$(9 - 4)^2 = 25$$

$$2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 2 \times 49 - 4 \times 8$$

$$2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 98 - 32$$

$$2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 66$$

Complète les tableaux suivants. Dans la 1ère ligne, remplace la lettre par sa valeur.
Effectue les calculs dans la 2ème ligne

x	$3x^2$	$(-2x)^3$	$5 - 2x^2$	$(7 - x)^2$	$(x - 5)^2$	$3 - x^2$	$8 + 2x^3$
4							
résultat							

y	$6y^3$	$(-5y)^2$	$-y^4 + 9$	$2 - 3y^2$	$(y + 5)^2$	$(8 - y)^3$	$1 - y^5$
-2							
résultat							

a	$3a^4$	$7 - a^3$	$(a - 8)^2$
1			
résultat			

b	$2b^3$	$(b - 5)^2$	$6 - 3b^4$
0			
résultat			

c	$4c^2$	$(c + 4)^5$	$3 - c^3$
-5			
résultat			

d	$8d^3$	$(4 - d)^2$	$5 - 3d^4$
-1			
résultat			

PRIORITES DANS LES CALCULS

8

Exemples : Lorsque $y = -2$, calculer $A = 5(y-1)^2 - 3(4y+7)^3$

1°) On remplace y par (-2)

$$A = 5 \times (-2-1)^2 - 3 \times [4 \times (-2) + 7]^3$$

2°) On effectue les calculs indiqués entre parenthèses
et crochets

$$A = 5 \times (-3)^2 - 3 \times (-8+7)^3$$

$$A = 5 \times (-3)^2 - 3 \times (-1)^3$$

3°) Lorsqu'il n'y a plus de parenthèses :

- on calcule d'abord les puissances

$$A = 5 \times 9 - 3 \times (-1)$$

- on effectue ensuite les multiplications

$$A = 45 - (-3)$$

- on calcule la somme algébrique obtenue

$$A = 45 + 3$$

$$A = 48$$

Calculer pour $a = 5$
 $A = 2a^3 - 3a^2$

Calculer pour $b = -4$
 $B = (5b)^2 + 7b^3$

Calculer pour $c = 2$
 $C = (4c-9)^4$

Calculer pour $d = -1$
 $D = 12^2 - (8-3d)^2$

Calculer pour $x = 3$
 $E = -2x^3 + 6x^2 - 8x + 13$

Calculer pour $y = -2$
 $F = 2y^4 + y^3 - (3y)^2 + 4y$

Calculer pour $x = -1$
 $G = (5x)^3 - 9x^2 - 8x + 17$

Calculer pour $t = -3$
 $H = (t-5)^2 - 6(t+1)$

Calculer pour $u = 4$
 $K = (2u+3)^2 + 9(5-4u)$

Calculer pour $v = -5$
 $J = 2(3v+8)^2 - 6(9+2v)^3$

SOMMES ALGEBRIQUES SIMPLES

9

Exemples : $3a + 5a$ signifie $3 \times a + 5 \times a$
peut s'écrire $(3 + 5)a$
équivalent à $8a$

Expression donnée	Transformation	Ecriture simplifiée	Calcul numérique effectué
$A = -3x + 5x - 6x$	$(-3 + 5 - 6)x$	$A = -4x$	$-3 + 5 - 6 = -4$
$B = -2y + 7y - 3y + 12y$	$(-2 + 7 - 3 + 12)y$	$B = 14y$	$-2 + 7 - 3 + 12 = 14$

I - Réduire les expressions suivantes en écrivant les étapes intermédiaires

Expression donnée	Transformation	Ecriture simplifiée	Calcul numérique effectué
$C = 3x + 2x - 9x$ $D = -2x + 5x - 7x$ $E = 4x - 3x - 2x$ $F = 7x - 9x + 2x - 3x$ $G = 3a - 2a + 5a - 7a$			

II - Donner l'écriture simplifiée des expressions suivantes : utiliser le brouillon pour écrire les étapes intermédiaires si elles sont nécessaires.

	écriture simplifiée		écriture simplifiée
1) $-4y + 2y - 3y + y$ 2) $2x + 7x - 4x$ 3) $5y - 7y - 2y + 5y$ 4) $-3y + 9y - 6y$ 5) $-4x - 5x - 2x + 15x$ 6) $-3a - 2a - 3a - 4a$ 7) $-5x - 2x - 7x - 8x$ 8) $5a - 2a - 3a - 4a$ 9) $-3a - 2a + 7a - a$ 10) $9x - 2x - 9x + 3x$		11) $-7x + 3x - 3x + 7x$ 12) $2a - 3a - 5a + a$ 13) $7a - 5a - 2a - a$ 14) $-a - a + a$ 15) $5y + 7y - 5y + 7y$ 16) $3y - 2y + 5y - 4y$ 17) $-9u - 5u + 16u - u$ 18) $3x - x + 2x - x$ 19) $-2y + 7y - 5y$ 20) $8x - 5x + x - 3x$	

Chercher des exercices du même type dans le manuel.

SOMMES ALGEBRIQUES : REGROUPEMENT DES TERMES

10

Exemples : On peut ainsi simplifier les expressions

Expression initiale	Transformation de l'écriture	Ecriture simplifiée
$A = 2b - 5 - 6b + 7$	$2b - 6b \quad -5 + 7$	$A = -4b + 2$
$B = y - 11x - 2y - 9x + 5y$	$y + 5y - 2y \quad -11x - 9x$	$B = 4y - 20x$

Attention : on ne peut pas simplifier les expressions suivantes :

$2a + 3$; $5 - 4b$; $4x - 2y$; etc

Réduire l'écriture des expressions suivantes en indiquant les regroupements de termes effectués

Expression	Transformation	Ecriture simplifiée
$A = 5a - 3 + 4a + 2 - 3a - 1$		$A =$
$B = 2 - 3x - 3 + x - 5$		$B =$
$C = -4 - 3b - 2b + 1 - 2 - 3b$		
$D = 5y - 2 + 3y + 4 - 6y + 4$		
$E = -4t - 2 - 3t - t + 5$		
$F = 2r - 9 - 8r + 5 - r - 1$		
$G = -x + 2 - x - 1 + x - 3x$		
$H = 5x - 3y + 4x + 2y - 3x - y$		
$I = -4c - 3d - 2c + d - 2d + 3c$		
$J = 2t - 3v - 3v - 2t + 7t$		
$K = 3a + 4 - 2b - 7 - 6a + 5b$		
$L = 2x - y - 5x - y - 3y + 2x$		
$M = -7 + 4x - 3x + 1 - 2x$		
$N = 5a - 3b - 9 + 6b - a + 2 - 8a$		
$P = -5x + 2y + 3x + 1 - 4y$		

Chercher des exercices du même type dans le manuel.

Rappel :

Dans tous les cas, lorsqu'un terme n'est précédé d'aucun signe, on considère que le signe + est sous-entendu. De même entre une parenthèse et son 1er terme.

Dans une suite d'additions et de soustractions, on peut, (*sans changer le résultat du calcul de l'expression*) supprimer les parenthèses sous certaines conditions.

Ex. $21 + (10 + 7)$ $21 + 17$ 38		$21 + 10 + 7$ $31 + 7$ 38		$21 - (10 + 7)$ $21 - 17$ 4		$21 - 10 - 7$ $11 - 7$ 4
donc $21 + (10 + 7) = 21 + 10 + 7$				donc $21 - (10 + 7) = 21 - 10 - 7$		

Retenons :

- * Dans une expression algébrique, on peut, *sans changer le résultat*, supprimer les parenthèses précédées du signe +

$$\begin{aligned} a + (b + c) &= a + b + c \\ a + (b - c) &= a + b - c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + (b - c + d) &= a + b - c + d \\ a + (-b - c - d) &= a - b - c - d \end{aligned}$$

- * Lorsque les parenthèses sont précédées du signe -, on peut supprimer les parenthèses et le signe - en changeant les signes de chaque terme à l'intérieur de ces parenthèses.

$$\begin{aligned} a - (b + c) &= a - b - c \\ a - (b - c) &= a - b + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - (-b - c) &= a + b + c \\ a - (-b + c - d) &= a + b - c + d \end{aligned}$$

- * Quand il y a parenthèses et crochets, on les supprime successivement en commençant par l'intérieur.

$$2x - [5x - (4x - 2)] = 2x - [5x - 4x + 2] = 2x - 5x + 4x - 2 = x - 2$$

Pour simplifier l'écriture des sommes algébriques données, supprimer les parenthèses (et les crochets).

$A = 12 + (8 - b)$

$A =$

$B = (6 - c) - (12 + c)$

$B =$

$C = (2x - 1) + (4x - 2) - (3x - 1)$

$C =$

$D = -(1 + 3x) - (2x + 1) - (4x - 2)$

$D =$

$E = (-3x + 2y - 2) - (-2y - x + 3) + (-x - y - 7)$

$E =$

$F = 5x - (y + 2x - 8) + y - (-4y - 2x - 3) + 2x$

$F =$

$G = [2 + (3x + 2y - 6)] + [9 - (4x - y - 2)]$

$G =$

$H = 7 - [5x - (3y - 4)] - [x - (y - 2)] + 3x$

$H =$

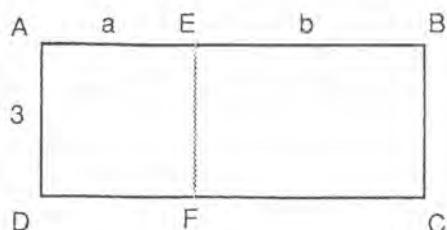
$I = [(5x + 2) - (2x + 3)] - [(3x - 4) - (y - 7)]$

$I =$

$J = 7 - [(2x - 3) - 2 - (x + 1)] - (-7x - 20)$

$J =$

Exemple :

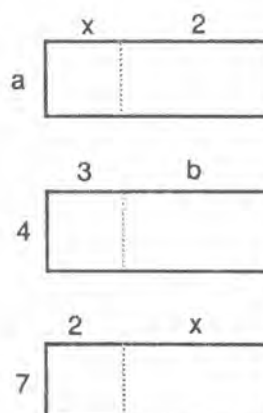
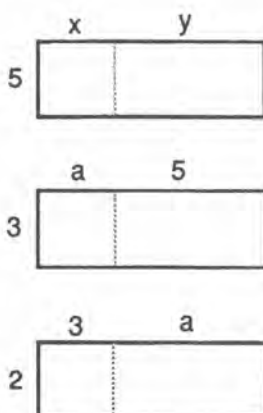


On peut calculer l'aire du rectangle
par 2 méthodes différentes :

$$AD \times AB \quad \text{ou} \quad AD \times AE + BC \times EB$$

$$\text{soit } 3(a + b) = 3a + 3b$$

① En utilisant le dessin géométrique, donner les différentes écritures de l'aire du grand rectangle.



② En faisant de même, développer les produits suivants, c'est-à-dire les écrire sous forme d'une somme.

$$\begin{aligned} 5(a + 3) &= \\ 4(x + 2) &= \\ a(b + 4) &= \\ 3(x + y) &= \\ x(2 + a) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(a - 1) &= \\ 2(3 - x) &= \\ a(x - 2) &= \\ 3(-1 + x) &= \\ x(2 - a) &= \end{aligned}$$

③ Développer et donner l'écriture la plus simple possible.

$$\begin{aligned} 2x(3 + x) &= \\ 2a(b - 7) &= \\ 3x(9 + x) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3a(2a - 5b) &= \\ 6x^2(1 - x) &= \\ 2a(4a - 5b - 1) &= \end{aligned}$$

Développer un produit :

$$4(x+3) = 4 \times x + 4 \times 3 = 4x + 12$$

$$x(5-2x) = x \times 5 - x \times 2x = 5x - 2x^2$$

$$-4a(a+b-5) = (-4a) \times a + (-4a) \times b - (-4a) \times 5$$

$$-4a(a+b-5) = -4a^2 + (-4ab) - (-20a)$$

$$-4a(a+b-5) = -4a^2 - 4ab + 20a$$

1 - Développer les produits suivants :

$$4(x+7) =$$

$$a(b+2) =$$

$$x(6-x) =$$

$$3(2x+7) =$$

$$-2(4-x) =$$

$$3(2x-3y+5) =$$

$$a(2a+5b-9) =$$

$$2a(3-2x+y) =$$

$$-5x(x-y+4) =$$

$$x(3x-2y+3) =$$

$$2a(4a+5b-1) =$$

$$-3y(y-x+5) =$$

$$-5b(a+b-c) =$$

$$-2x(5x-2y+9) =$$

$$5y(2x+4-3a) =$$

2 - Exemple :

L'expression A a 3 termes :

$$A = 5(x+2) + 3(4x-1) - 2(x+3)$$

↓ on isole chaque terme avec des crochets

$$A = [5(x+2)] + [3(4x-1)] - [2(x+3)]$$

↓ on développe les produits entre crochets

$$A = [5x+10] + [12x-3] - [2x+6]$$

↓ on supprime les crochets

$$A = 5x+10+12x-3-2x-6$$

↓ on simplifie l'écriture de l'expression

$$A = 15x+1$$

Faire le même travail avec :

$$A = 4(x+3) + 2(x-5)$$

$$B = 5(3x+2) + 3(x-9)$$

$$C = 9(a+b-1) + 3(3a+5)$$

$$D = 15(y+2) + 3(9y-2) - 7y$$

$$E = 2(a+3) - 5(b+4)$$

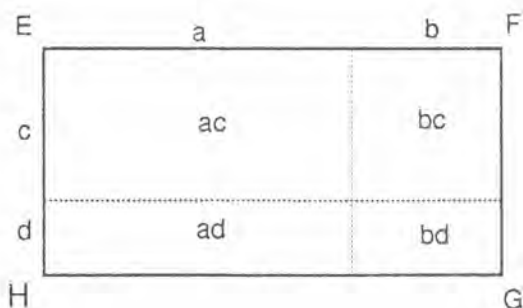
$$F = 3(x-2) - 6(2x-3)$$

$$G = -2(x+6) - 3(2x-7) + 5(3x+4)$$

$$H = -3x(x+2) - 2x(-x-1) - 4x(5-x)$$

$$I = -5(z-2) - 2z - 3(z+4)$$

$$J = 3(x-y+1) - 2(-x+y-1) + 3(x-3y-2) - 2(-x-y-3)$$



$A = \text{aire du rectangle EFGH} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$
ou
somme des aires des 4 rectangles

$$A = (a + b) (c + d)$$

$$A = ac + ad + bc + bd$$

On a donc : $(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd$

$$(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Remarque : $(a + b)^2 = (a + b) (a + b)$

Développer les produits suivants.

Réduire les sommes obtenues lorsque c'est possible

$$(a + 2) (b + 3)$$

$$(a + 5) (b + 2)$$

$$(x + 2) (y + 8)$$

$$(a + t) (t + 6)$$

$$(2a + 3) (b + 5)$$

$$(2x + 1) (3x + 8)$$

$$(3a + 4) (2b + 1)$$

$$(3 + 2x) (5x + 3)$$

$$(8x + 9) (8x + 2)$$

$$(4 + 3x) (1 + x)$$

$$(x + 2) (4 - 2x + 3y)$$

$$(2x + 3)^2$$

$$(4 + 5x)^2$$

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} E &= (a+2)(b-5) &= (a+2)[b+(-5)] \\ & &= a \times b + a \times (-5) + 2 \times b + 2 \times (-5) \\ & &= ab - 5a + 2b - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (2b-1)(3b-4) &= 2b \times 3b + 2b \times (-4) + (-1) \times 3b + (-1) \times (-4) \\ & &= 6b^2 - 8b - 3b + 4 \\ & &= 6b^2 - 11b + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= (-2y+1)(y-4) &= -2y^2 + 8y + y - 4 \\ & &= -2y^2 + 9y - 4 \end{aligned}$$

$$(a+4)(a+7) =$$

$$(x+2)(x-6) =$$

$$(2t-1)(3t-4) =$$

$$(2-u)(5u+3) =$$

$$(2a+4)(5-3a) =$$

$$(a-2b)(a-3b) =$$

$$(2x+y)(x-3y) =$$

$$(1-x)(1+x+x^2) =$$

$$(2x-3)^2 =$$

$$(2x+1)^2 =$$

$$(3x+2)(3x-2) =$$

$$(x-1)(2x+3) =$$

$$(5x-1)(5x+1) =$$

$$(3x-2)^2 =$$

$$(2x+5)^2 =$$

Développer une expression :

$$A = (3y - 1)(y - 4) - (3y - 1)(5 - y)$$

✓ on isole chaque terme entre crochets

$$A = [(3y - 1)(y - 4)] - [(3y - 1)(5 - y)]$$

✓ on développe les produits entre crochets

$$A = [3y^2 - y - 12y + 4] - [15y - 3y^2 - 5 + y]$$

✓ on supprime les crochets

$$A = 3y^2 - y - 12y + 4 - 15y + 3y^2 + 5 - y$$

✓ on simplifie l'écriture de l'expression

$$A = 6y^2 - 29y + 9$$

Faire le même travail avec :

$$B = (x + 3)(x - 4)$$

$$C = (x - 4)(-3x + 2)$$

$$D = (-x + 5)(x + 5)$$

$$E = -2x(3 - x)$$

$$F = 7(x + 3) + (x + 2)(x - 4)$$

$$G = (x - 4)(3x - 2) - 5(x - 3)$$

$$H = (5x - 4)(3x + 7) + (4x - 2)(5x + 9)$$

$$I = 2x(3x + 1) - (x + 4)(4x - 5)$$

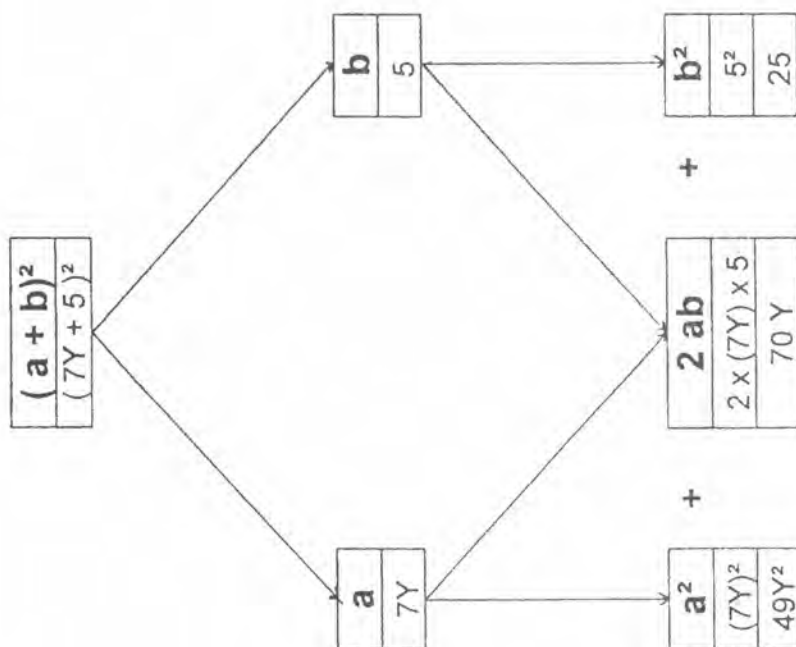
$$J = (x - 1)(2x + 1) + 3x(5 - 6x)$$

$$K = (a + 3)(2a + 1)(4 - 3a)$$

$$L = 2(a + 1)(a - 4) + 5(a - 1)(a - 3)$$

$$M = 3(2a - 5) - 7a(2 - a)$$

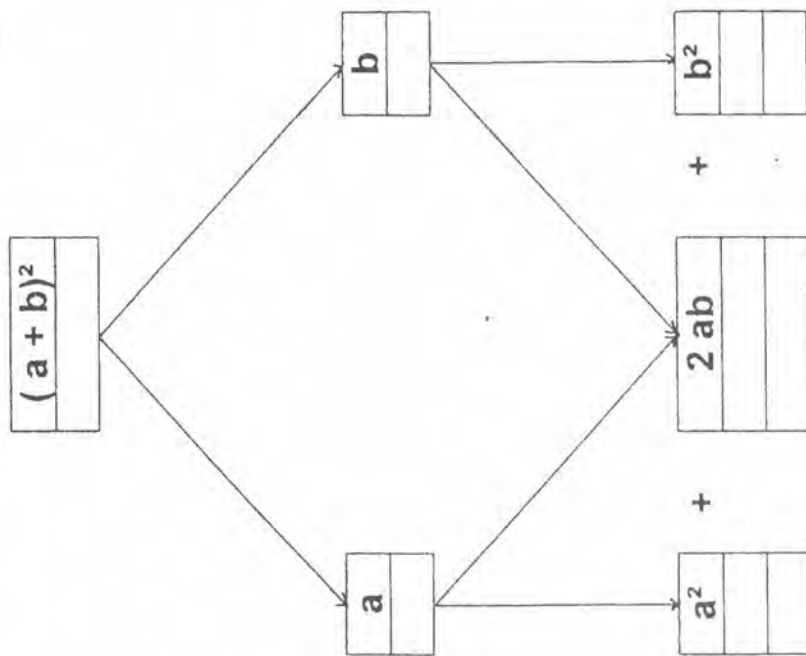
$$N = (x + 1)(3 - x)(2x + 1)$$



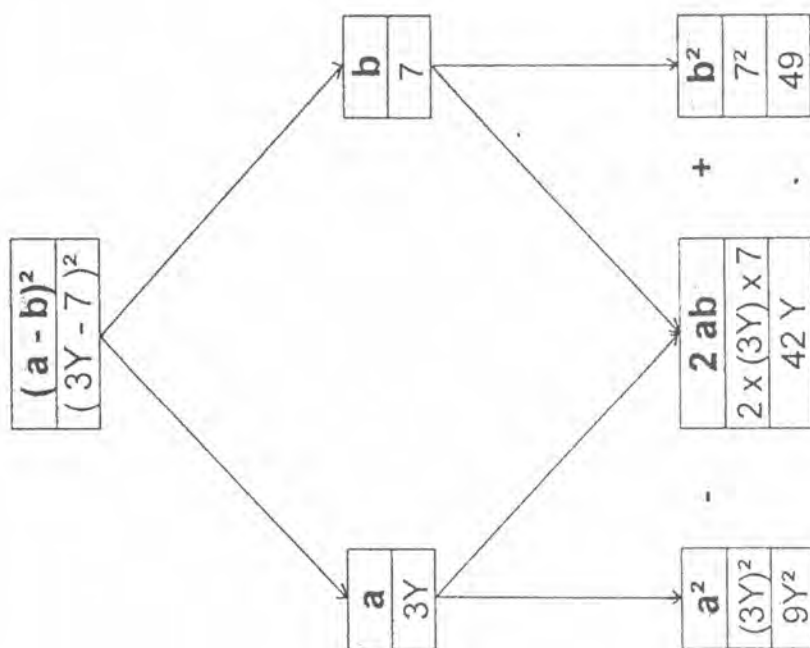
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(7Y+5)^2 = 49Y^2 + 70Y + 25$$

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.



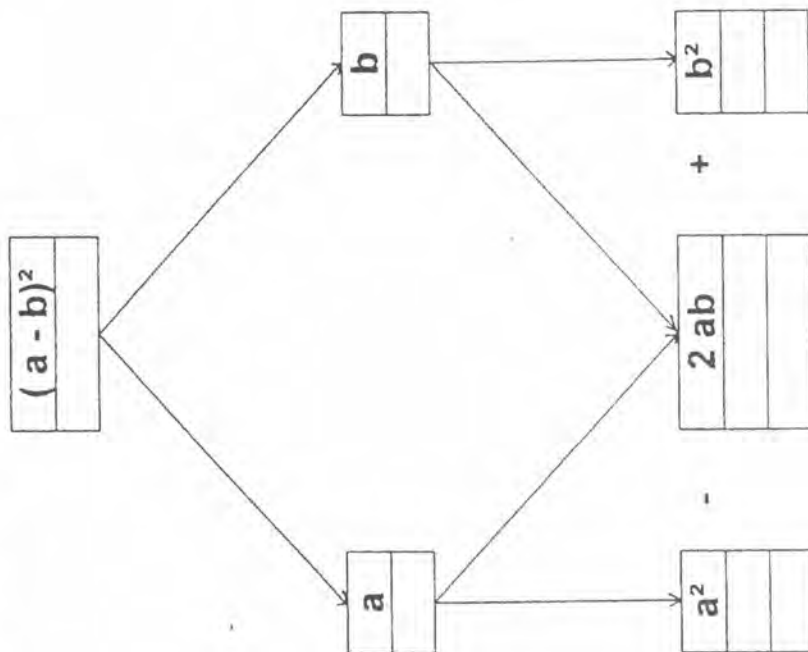
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3Y-7)^2 = 9Y^2 - 42Y + 49$$

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) \text{ ou } (a + b)(a - b)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline 2x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a^2 \\ \hline (2x)^2 \\ \hline 4x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline b^2 \\ \hline 5^2 \\ \hline 25 \\ \hline \end{array}$$

-

$$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$$

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.

$$(a - b)(a + b) \text{ ou } (a + b)(a - b)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline a^2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline b^2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

-

$$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Autre fiche outil

1° CAS

$$\begin{array}{c}
 (a + b)^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 a^2 \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 2ab \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2° CAS

$$\begin{array}{c}
 (a - b)^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 a^2 \\
 \hline
 \end{array}
 -
 \begin{array}{c}
 2ab \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3° CAS

$$(a - b)(a + b) \text{ ou } (a + b)(a - b)$$

$$\begin{array}{c}
 a^2 \\
 \hline
 \end{array}
 -
 \begin{array}{c}
 b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

① CARRE D'UNE SOMME : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

	Carré	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(3x + 5)^2$	$(3x)^2 + (2 \times 3x \times 5) + 5^2$	$9x^2 + 30x + 25$
2	$(x + y)^2$		
3	$(x + 7)^2$		
4	$(5x + 3)^2$		
5	$(2x + 4)^2$		
6	$(3x + 5)^2$		
7	$(4 + y)^2$		
8	54^2 ou $(50 + 4)^2$		

② CARRE D'UNE DIFFERENCE : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

	Carré	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(5x - 7)^2$	$(5x)^2 - (2 \times 5x \times 7) + 7^2$	$25x^2 - 70x + 49$
2	$(x - 1)^2$		
3	$(9 - 2x)^2$		
4	$(3a - 6)^2$		
5	$(m - p)^2$		
6	$(2x - 5)^2$		
7	$(4x - 3)^2$		
8	48^2 ou $(50 - 2)^2$		

③ PRODUIT D'UNE SOMME PAR LA DIFFERENCE DE MEMES TERMES

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{ou} \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

	Produit	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(2x + 6)(2x - 6)$	$(2x)^2 - 6^2$	$4x^2 - 36$
2	$(x + 1)(x - 1)$		
3	$(x + y)(x - y)$		
4	$(x + 4)(x - 4)$		
5	$(3x - 5)(3x + 5)$		
6	$(m + p)(m - p)$		
7	$(7 + 4x)(7 - 4x)$		
8	$(100 + 3)(100 - 3)$		

Voici trois écritures équivalentes d'une même expression :

1ère forme d'écriture	2ème forme d'écriture	3ème forme d'écriture
$(a + b)^2$	$(a + b)(a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(3x + 5)^2$	$(3x + 5)(3x + 5)$	$9x^2 + 30x + 25$
$(a - b)^2$	$(a - b)(a - b)$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(2x - 7)^2$	$(2x - 7)(2x - 7)$	$4x^2 - 28x + 49$
$(a + b)(a - b)$	$(a - b)(a + b)$	$a^2 - b^2$
$(x - 9)(x + 9)$	$(x + 9)(x - 9)$	$x^2 - 81$

Compléter le tableau suivant :

1ère forme d'écriture	2ème forme d'écriture	3ème forme d'écriture
$(3x + 4)^2$		
$(x - 7)^2$		
	$(3a - 5)(3a - 5)$	
	$(7 + x)(7 + x)$	
	$(2a - 3)(2a + 3)$	
		$x^2 + 2xy + y^2$
		$9a^2 - 4$
		$16 - 8x + x^2$
$(12 + x)(12 - x)$		
	$(8z + 11)(8z - 11)$	

Et maintenant utiliser ces écritures pour du calcul rapide :

calcul à faire	2ème écriture	3ème écriture	réponse
ex : 101^2	$(100 + 1)(100 + 1)$	$100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$	$101^2 = 10201$
29^2			
51×49			
	$(100 - 2)(100 - 2)$		
	$(100 + 5)(100 - 5)$		
		$60^2 - 2 \times 60 \times 1 + 1$	
88×92			
	$(50 + 5)(50 + 5)$		

Forme factorisée	$(a+b)^2$	$(a-b)^2$	$(a+b)(a-b)$
Forme développée	$a^2+2ab+b^2$	$a^2-2ab+b^2$	a^2-b^2

① Développer les produits suivants :

1	$(x+2)^2 =$	7	$(7x-9)(7x+9) =$
2	$(x-5)^2 =$	8	$(x-1)^2 =$
3	$(x+2)(x-2) =$	9	$(2x+1)^2 =$
4	$(2a+3)^2 =$	10	$(2a+5)(2a-5) =$
5	$(3b-5)^2 =$	11	$(3a-b)(3a+b) =$
6	$(5x+4)(5x-4) =$	12	$(5+2b)^2 =$

② Compléter les identités remarquables suivantes :

1	$9x^2 + \dots + \dots = (\dots + 5)^2$	7	$64a^2 - \dots = (\dots + 7)(\dots - \dots)$
2	$4x^2 - \dots + 81 = (\dots - \dots)^2$	8	$\dots - 1 = (\dots + 13c)(\dots - \dots)$
3	$\dots + 16x + \dots = (x + \dots)^2$	9	$\dots + 24x + \dots = (\dots + \dots)^2$
4	$\dots - 12x + 4 = (\dots - \dots)^2$	10	$\dots + 24x + \dots = (\dots + \dots)^2$
5	$(5a + \dots)^2 = \dots + \dots + 9$	11	$\dots + 24x + \dots = (\dots + \dots)^2$
6	$(3b - \dots)^2 = 16 - \dots + \dots$	12	$\dots + 24x + \dots = (\dots + \dots)^2$

③ Développer en utilisant un produit remarquable chaque fois que c'est possible:

1	$(4d+5)(4d+5) =$	7	$(2+b)(2-b) =$
2	$(2-3x)(2+3x) =$	8	$(5r-3)(5r-) =$
3	$(3z+2)(3z-1) =$	9	$(6u+7)(7u-6) =$
4	$(4+y)(y-4) =$	10	$(2f+7)(7+2f) =$
5	$(5-2a)(5-3a) =$	11	$(5x+2)(5x+4) =$
6	$(3x+4)(3x-4) =$	12	$(k-7)(7-k) =$

VERS LES EQUATIONS

24

EGALITE VRAIE ou NON ?

Prenons l'égalité : $3x + 5 = 2x - 6$ et pour x les valeurs -11 et 7

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 3 \times (-11) + 5 & 2x - 6 &= 2 \times (-11) - 6 \\ &= -33 + 5 & &= -22 - 6 \\ &= -28 & &= -28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 3 \times 7 + 5 & 2x - 6 &= 2 \times 7 - 6 \\ &= 21 + 5 & &= 14 - 6 \\ &= 26 & &= 8 \end{aligned}$$

L'égalité $3x + 5 = 2x - 6$ est vérifiée pour $x = -11$

l'égalité $3x + 5 = 2x - 6$ n'est pas vraie pour $x = 7$

On dit aussi que -11 est solution de l'équation $3x + 5 = 2x - 6$

① a) Est-ce que l'égalité $3x - 10 - x + 6 = 2x + 5$ est vérifiée pour les valeurs -7 et -3 ?

$$x = -7$$

$$A = 3x - 10 - x + 6$$

$$B = 2x + 5$$

$$x = -3$$

$$A = 3x - 10 - x + 6$$

$$B = 2x + 5$$

$$A \dots B$$

L'égalité pour $x = -7$

$$A \dots B$$

L'égalité pour $x = -3$

b) Est-ce que 4 vérifie cette égalité $8x + 7 = 2(4x + 3) + 1$? et -3 ? et 10 ?

$$x = 4$$

$$A = 8x + 7$$

$$B = 2(4x + 3) + 1$$

$$x = -3$$

$$A = 8x + 7$$

$$B = 2(4x + 3) + 1$$

$$x = 10$$

$$A = 8x + 7$$

$$B = 2(4x + 3) + 1$$

$$A \dots B$$

L'égalité pour $x = 4$

$$A \dots B$$

L'égalité pour $x = -3$

$$A \dots B$$

L'égalité pour $x = 10$

② Ce travail est à faire sur une autre feuille.

a) Parmi les valeurs suivantes : $-3 ; 4 ; 0$, y en a-t-il qui vérifient l'égalité $3x + 1 = 4(x - 1) + 3 - x$?

b) Parmi les valeurs suivantes : $-2 ; 1 ; 0 ; 2$, y en a-t-il qui vérifient l'égalité $7x - 5 = 9x - 1$?

c) Parmi les valeurs suivantes : $-2 ; -1 ; 0 ; 1$, y en a-t-il qui vérifient l'égalité $(x + 1)(x - 1) + 1 = x^2$?

d) Parmi les valeurs suivantes : $-5 ; 2 ; 0 ; 5$, y en a-t-il qui vérifient l'égalité $7x + 5 = 3(2x + 1) + x$?

Rappel : Résoudre une équation, c'est chercher les valeurs numériques que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

Equations simples :

$$\text{si } x + b = 0$$

ou

$$\text{si } b + x = 0$$

$$\text{alors } x = -b$$

$$\text{si } x - d = 0$$

ou

$$\text{si } d - x = 0$$

$$\text{alors } x = d$$

Pour se ramener à ces modèles, on doit déplacer certains termes d'un membre dans l'autre.

* Lorsqu'un terme change de membre, on change le signe de ce terme.

$$\text{ex : } x + 4 = 7$$

$$x + 4 - 7 = 0$$

$$2x = x + 5$$

$$2x - x - 5 = 0$$

* Lorsqu'un membre n'est précédé d'aucun signe, on considère que le signe + est sous-entendu.

$$\text{ex : } 7 = x - 4$$

$$7 - x + 4 = 0$$

Résoudre les équations suivantes :

Equation	Transformation	Solution	Vérification de l'égalité pour la valeur de x trouvée	
ex : $3x + 5 = 2x - 6$	$3x + 5 - 2x + 6 = 0$ $3x - 2x + 5 + 6 = 0$ $x + 11 = 0$	$x = -11$	$3x + 5$ $-33 + 5$ -28	$2x - 6$ $-22 - 6$ -28
ex : $x + 4 = 2x + 1$	$x + 4 - 2x - 1 = 0$ $x - 2x + 4 - 1 = 0$ $-x + 3 = 0$	$x = 3$	$x + 4$ $3 + 4$ 7	$2x + 1$ $6 + 1$ 7
$z + 14 = -2$				
$5 - x = 3$				
$y - 7 = 3$				
$7 - 3x = 15 - 4x$				
$y + 7 = 2y - 1$				
$11x - 3 = 14x + 4 - 4x$				
$5y - 7 = y - 2 + 3y$				
$-a - 7 = 3 - 2a + 4$				
$-5z = 4z - 8 - 10z$				
$3x - 5 = 2x - 8$				

Rappel : si $ax = b$ (avec $a \neq 0$) alors $x = \frac{b}{a}$

Exemples : Soit l'équation $3x - 6 = 0$
 On peut écrire $3x = 6$
 soit $x = \frac{6}{3}$
 $x = 2$

vérification : $3 \times 2 - 6 = 6 - 6 = 0$
 La solution est 2

$2x + 5 = 0$
 $2x = -5$
 $x = \frac{-5}{2}$
 $x = -2,5$

vérification : $2 \times (-2,5) + 5 = -5 + 5 = 0$
 La solution est -2,5

Résolution : $5x = 15$ Vérification : $-2x = -14$	Résolution : $4x - 20 = 0$ Vérification : $3x = 21$
$9x = 0$	$7x - 2 = 0$
$-8x = 0$	$5x = -3$
$-10x = 25$	$-4x + 5 = 0$
$2x + 14 = 0$	$5x - 8 = 0$

Exemple 1 : Résoudre : $7x+5=3x-7$

$$7x+5=3x-7$$

$$7x-3x=-7-5$$

$$4x=-12$$

$$x=\frac{-12}{4}$$

$$x=-3$$

l'équation a une solution : -3

Exemple 2 : Résoudre : $3(x+4)=7x-5$

$$3(x+4)=7x-5$$

$$3x+12=7x-5$$

$$3x-7x=-5-12$$

$$-4x=-17$$

$$x=\frac{-17}{-4}$$

$$x=\frac{17}{4}$$

L'équation a une solution : $\frac{17}{4}$ ou 4,25

Exercice 1 : Résoudre les équations :

$$7x-28=3x$$

$$-2x+7=9x+40$$

Exercice 2 : Résoudre les équations qui suivent :

$$56+8x=0$$

$$2x-9=6-3x$$

$$-3x-20=8x+13$$

$$-5+4x-6=-2x+1+3x$$

$$2(x+9)=5x+1$$

$$3-7(x-1)=-10x$$

$$6+4(3-2x)=5(x+3)-7x$$

① *Reconnaissance des facteurs d'un produit*

produit	nombre facteurs	identification des facteurs			produit	nombre facteurs	identification des facteurs		
$3x$	deux	3	x		$(x+4)(x-7)$				
$5(x-3)$					$-6x(3-x)$				
$4x(x+7)$					$(x-4)^2$				
$-7x$					$5(1-x)(2x+7)$				
$11x^2$					$2(5-3x)^2$				

② *Propriétés*

Dans un produit de plusieurs facteurs, si l'un des facteurs est nul alors le produit est nul.

Pour tout nombre a , $a \times 0 = 0$

Si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul.

a et b sont deux nombres, si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$

③ *Equation - produit*

Une équation du type $(x+4)(3x+6)=0$ où le premier membre est un produit est appelée équation - produit.

Son second membre étant nul, pour la résoudre, on utilise les propriétés ci-dessus.

Résoudre : $(x-4)(3x+6)=0$

a) On repère les facteurs

$(x-4)$; $(3x+6)$

b) On annule chaque facteur

$$x-4=0$$

$$3x+6=0$$

c) On résout chaque équation

$$x=4$$

$$3x=-6$$

$$x=-2$$

d) On vérifie.

$$(4-4)(3 \times 4 + 6) = 0 \times 18 = 0$$

$$(-2-4)(3 \times (-2) + 6) = -6 \times (-6 + 6) = 0$$

e) On conclut

L'équation a deux solutions : 4 et -2

④ *Résoudre les équations :*

$(x+2)(3-x)=0$	$-5x(7-x)=0$
$(5x+5)(-x-7)=0$	$(2x+9)(12-3x)=0$

⑤ *Sur une autre feuille, résoudre :*

$$2x(x-7)=0$$

$$(3x+2)(2x-3)=0$$

$$(1-x)(2x-1)=0$$

$$(x+9)^2=0$$

$$(x+6)(5-x)(2x-14)=0$$

① Compléter les tableaux qui suivent en donnant à x la valeur de chaque colonne :

Calculer	avec $x = 0$	avec $x = 2$	avec $x = -4$	avec $x = 7$	avec $x = -5$
$3(x - 7)$					
$3x - 21$					
$5(x + 4)$					
$5x + 20$					
$x(3x - 6)$					
$3x^2 - 6x$					
$2x(x + 5)$					
$2x^2 + 10x$					

② Les quatre expressions qui suivent sont sous la forme ; développer A, B, C et D.

$A = 3(x - 7)$	$B = 5(x + 4)$	$C = x(3x - 6)$	$D = 2x(x + 5)$
$A =$	$B =$	$C =$	$D =$

③ Résoudre les équations qui suivent :

Equation	Résolution	Solution(s)
forme factorisée $3(x - 7) = 0$		
forme développée $3x - 21 = 0$		
forme factorisée $5(x + 4) = 0$		
forme développée $5x + 20 = 0$		
forme factorisée $x(3x - 6) = 0$		
forme développée $3x^2 - 6x = 0$		
forme factorisée $2x(x + 5) = 0$		
forme développée $2x^2 + 10x = 0$		

Recherche du facteur commun puis factorisation.

Le facteur commun peut être un nombre, une lettre ou un produit formé par un nombre et des lettres.

① Factoriser les expressions suivantes en observant les quatre exemples :

$A = 3x - 21$ $A = 3 \times x - 3 \times 7$ $A = 3(x - 7)$	$B = xy + 3x$ $B = x \times y + x \times 3$ $B = x(y + 3)$	$C = 2x^2 + 10x$ $C = 2x \times x + 2x \times 5$ $C = 2x(x + 5)$	$D = 8a^2 - 12a + 4$ $D = 4 \times 2a^2 - 4 \times 3a + 4 \times 1$ $D = 4(2a^2 - 3a + 1)$
$E = 5x + 20$	$F = 9c^2 + 7c$	$G = 10y^2 - 15y$	$H = 2x^2 + 10x - 8$
$I = 70a - 21$	$J = 3x + 12x^2$	$K = 8x^2 - 4x$	$L = 5b^2 - 10b + 15$

② Résoudre les équations suivantes en factorisant si nécessaire.

équation	factorisation	résolution	solution(s)	vérification
$4x + 12 = 0$				
$3a - 15 = 0$				
$x^2 + 7x = 0$				
$6t - 2t^2 = 0$				
$2a + 9 = 0$				
$3y^2 - 10y = 0$				
$x^2 - 15x = 0$				
$30 - 6z = 0$				
$7d^2 - 7d = 0$				

① Compléter les tableaux :

Calculer	avec $x = 5$	avec $x = 3$	avec $x = -2$	avec $x = 2$
$A = x(x - 3) + 2(x - 3)$				
$B = (x - 3)(x + 2)$				
$C = (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1)$				
$D = (x - 3)(2x - 4)$				

forme donnée	forme développée réduite	comparaison	remarque
$A = x(x - 3) + 2(x - 3)$		A.....B	B est la forme de A
$B = (x - 3)(x + 2)$			
$C = (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1)$		C.....D	D est la forme de C
$D = (x - 3)(2x - 4)$			

② Résoudre les équations suivantes :

équation	résolution lorsque la forme le permet	solution(s)	vérification
forme donnée $x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$ forme développée $x^2 - x - 6 = 0$ forme factorisée $(x - 3)(x + 2) = 0$			
forme donnée $(x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1) = 0$ forme développée forme factorisée			

Recherche du facteur commun puis factorisation.

Le facteur commun peut être une expression (qui est dans une parenthèse)

Factoriser les expressions suivantes en observant les exemples.

$$C = (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1)$$

$$C = (x - 3) \times (x - 5) + (x - 3) \times (x + 1)$$

$$C = (x - 3) \times [(x - 5) + (x + 1)]$$

$$C = (x - 3)(x - 5 + x + 1)$$

$$C = (x - 3)(2x - 4)$$

$$E = (x + 4)^2 - 3(x + 4)$$

$$E = (x + 4) \times (x + 4) - (x + 4) \times 3$$

$$E = (x + 4) \times [(x + 4) - 3]$$

$$E = (x + 4)(x + 4 - 3)$$

$$E = (x + 4)(x + 1)$$

$$A = (x + 3)(x + 2) - (x + 3)(3x - 5)$$

$$B = (x + 7)^2 + (x + 7)(2x - 3)$$

Résoudre les équations suivantes en respectant la méthode proposée.

Equation	$(x - 7)(2x + 3) + (x - 7)(3x - 5) = 0$	$(x + 5)^2 - (x + 5)(4x - 3) = 0$
Factorisation		
Résolution		
Solution(s)		
Equation	$8(2x - 3) - (4x + 5)(2x - 3) = 0$	$7(5x - 4) - (5x - 4)^2 = 0$
Factorisation		
Résolution		
Solution(s)		

① Compléter le tableau qui suit en donnant à x la valeur inscrite dans chaque colonne :

Calculer	avec $x = 5$	avec $x = 9$	avec $x = -6$	avec $x = -11$	avec $x = -9$
$(x + 6)^2$					
$x^2 + 12x + 36$					
$(x - 5)^2$					
$x^2 - 10x + 25$					
$(x + 9)(x - 9)$					
$x^2 - 81$					
$(x + 11)^2$					
$x^2 + 22x + 121$					

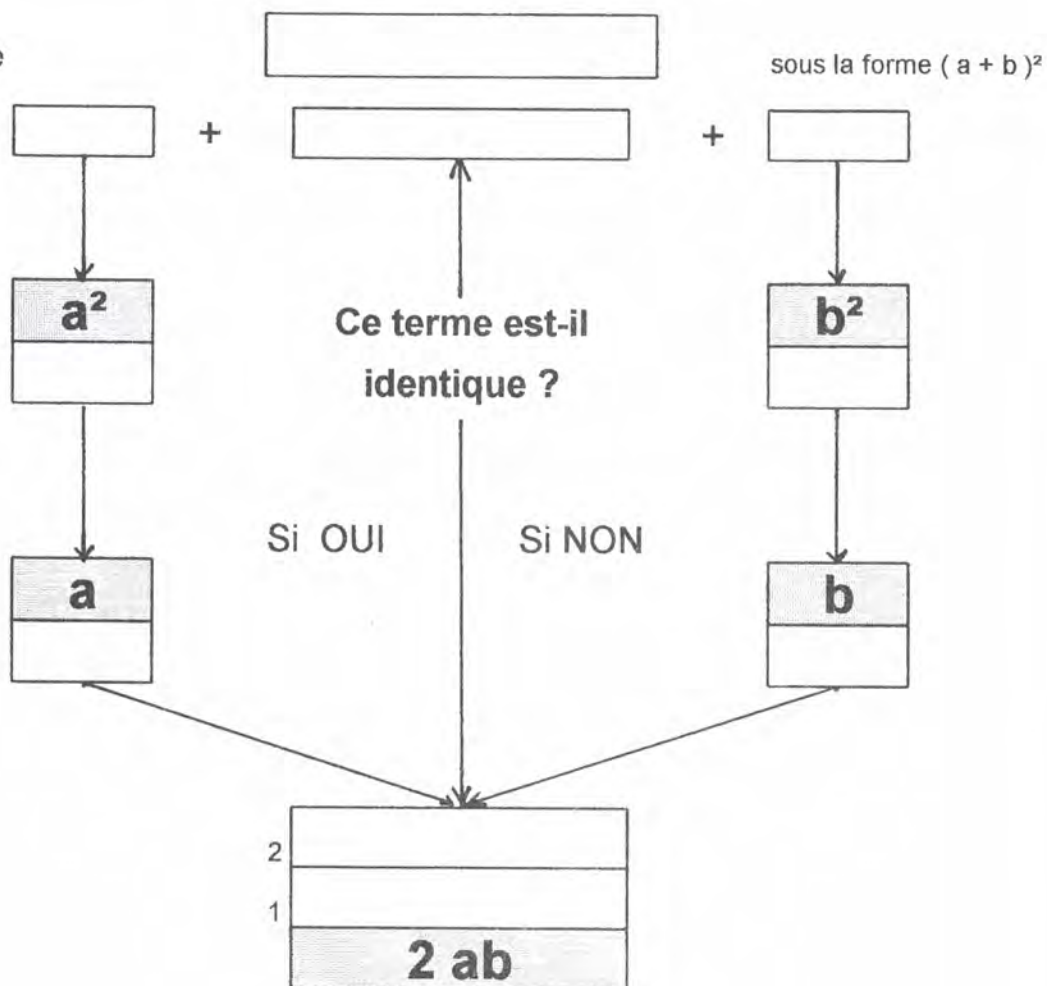
② A, B, C et D sont sous la forme ; développer les quatre expressions.

$A = (x + 6)^2$	$B = (x - 5)^2$	$C = (x + 9)(x - 9)$	$D = (x + 11)^2$
$A =$	$B =$	$C =$	$D =$

③ Résoudre les équations qui suivent :

Equation	Résolution lorsque la forme le permet	Solution(s)
forme factorisée $(x + 6)^2 = 0$		
forme développée $x^2 + 12x + 36 = 0$		
forme factorisée $(x - 5)^2 = 0$		
forme développée $x^2 - 10x + 25 = 0$		
forme factorisée $(x + 9)(x - 9) = 0$		
forme développée $x^2 - 81 = 0$		
forme factorisée $(x + 11)^2 = 0$		
forme développée $x^2 + 22x + 121 = 0$		

Ecrire si possible



Si OUI

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

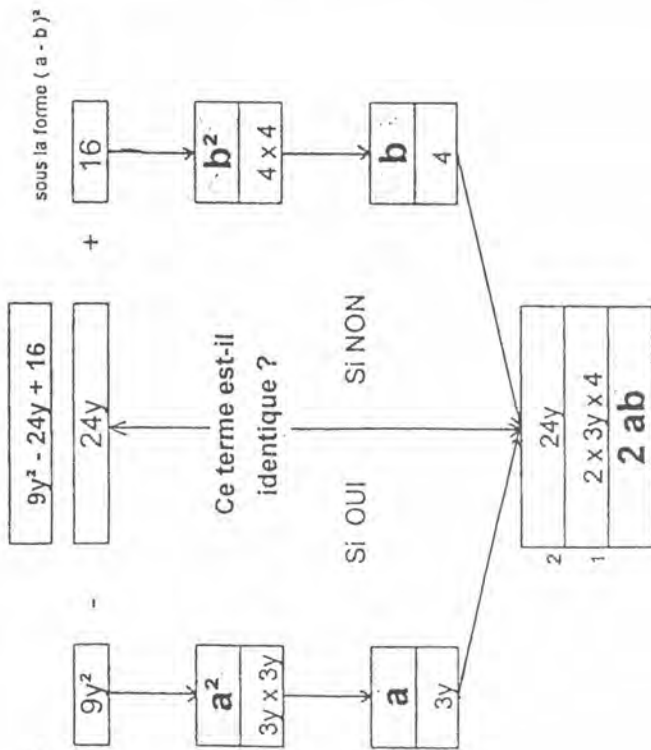
Si NON

je ne sais pas écrire

sous la forme $(a + b)^2$

$$\boxed{} = \boxed{}$$

Ecrire si possible



Si OUI

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$9y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2$$

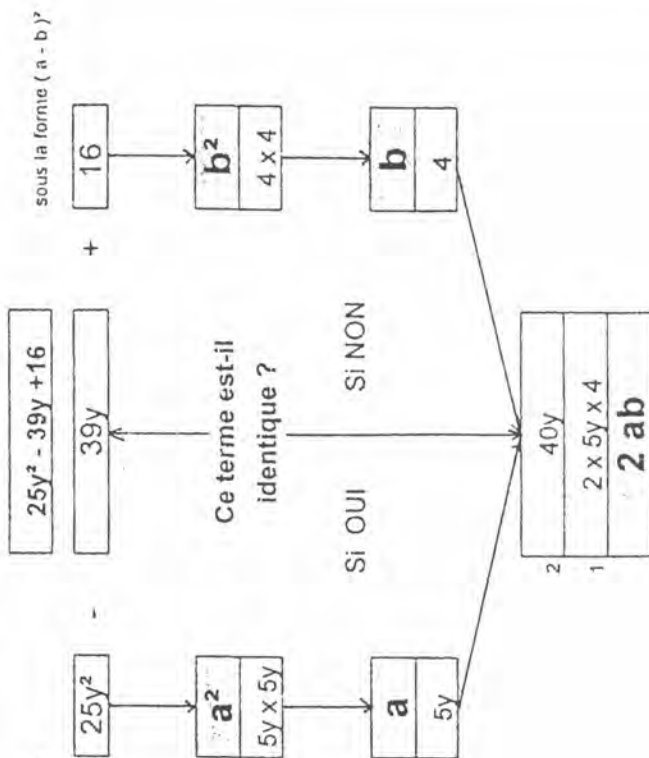
Si NON

je ne sais pas écrire

sous la forme $(a - b)^2$

$$=$$

Ecrire si possible



Si OUI

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

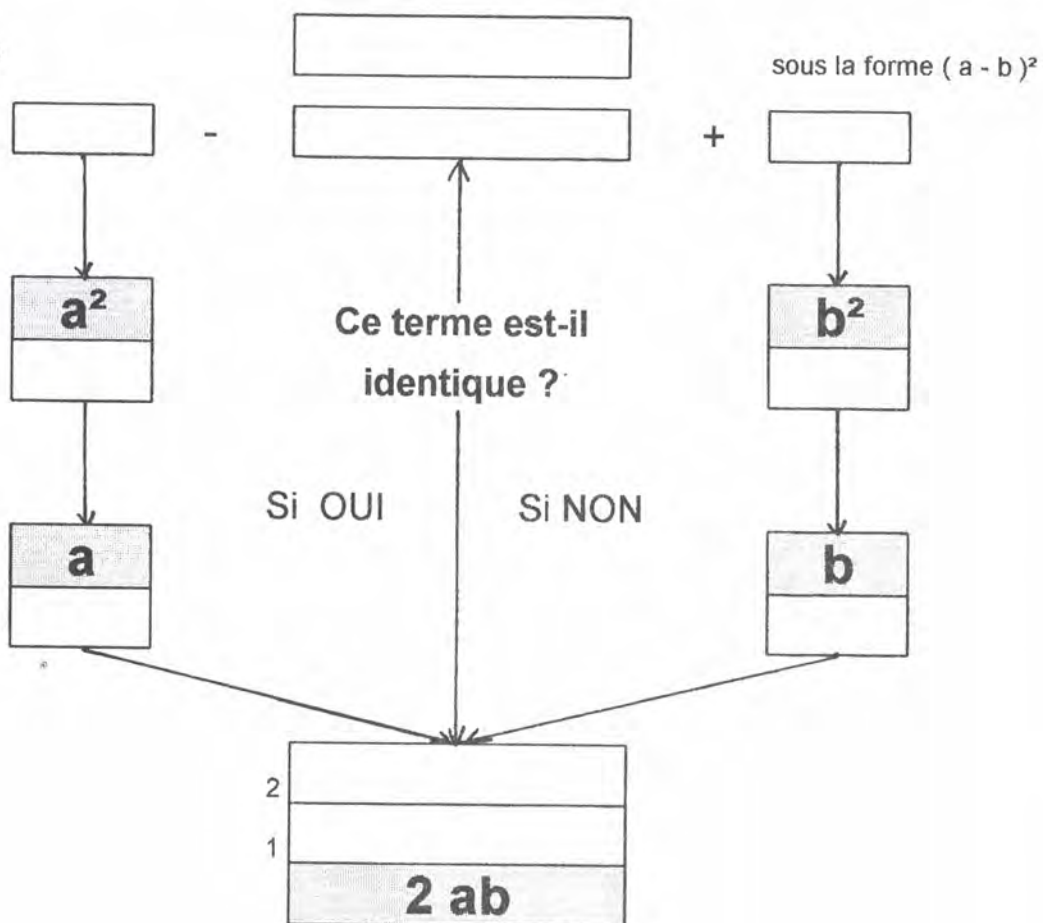
Si NON

je ne sais pas écrire

sous la forme $(a - b)^2$

$$(5y - 4)^2 = 25y^2 - 40y + 16$$

Ecrire si possible



Si OUI

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Si NON

je ne sais pas écrire

sous la forme $(a - b)^2$

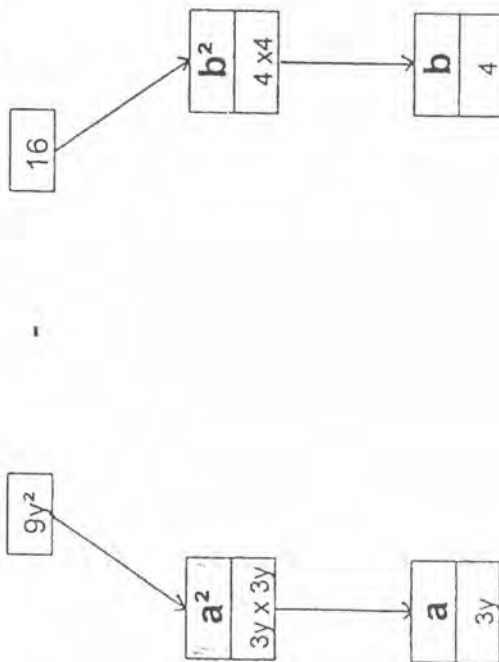
$$\text{ } = \text{ }$$

Ecrire si possible

$$9y^2 - 16$$

sous la forme $(a + b)(a - b)$

ou la forme $(a - b)(a + b)$

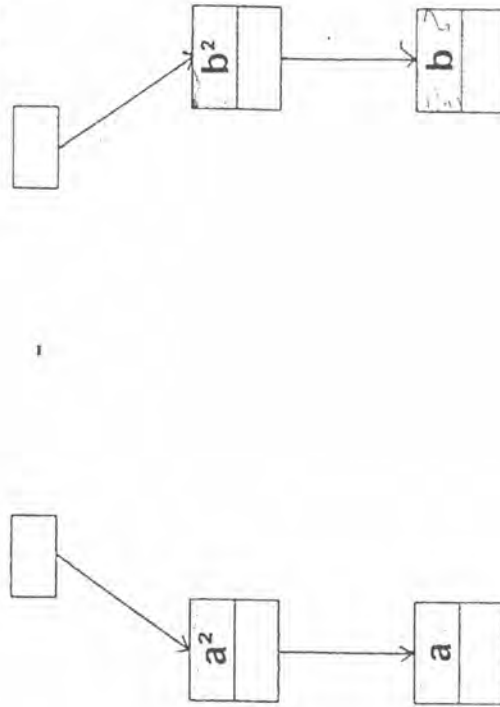


$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (3y - 4)(3y + 4)$$

Ecrire si possible

sous la forme $(a + b)(a - b)$

ou la forme $(a - b)(a + b)$



$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

① Forme $a^2 + kab + b^2$

En utilisant la fiche outil 35, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a + b)^2$ si c'est possible.

$x^2 + 12x + 9$	$16a^2 + 12a + 4$
$4x^2 + 8x + 4$	$9 + 48a + 64a^2$
$25x^2 - 10x + 1$	$25x^2 + 5x + 1$
$9y^2 + 6y + 1$	$121b^2 + 22b + 1$

② Forme $a^2 - kab + b^2$

En utilisant la fiche outil 37, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a - b)^2$ si c'est possible.

$x^2 - 10x + 25$	$100a^2 - 40a + 4$
$9 - 12x + 4x^2$	$9 - 18x + 9x^2$
$25a^2 - 10a + 1$	$y^2 - 24y + 144$
$36y^2 + 1 - 6y$	$81 - 18b + b^2$

③ Forme $a^2 - b^2$

En utilisant la fiche outil 38, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a - b)(a + b)$ si c'est possible.

$9y^2 - 16$	$9 - (x - 2)^2$
$49 - 25x^2$	$144 - 81y^2$
$121 - b^2$	$x^2 - (5 + 3x)^2$
$(x + 1)^2 - 4$	$(2x - 3)^2 - 36x^2$

PRODUITS REMARQUABLES

40

Méthode pour factoriser :

- 1) Reconnaître la forme d'un produit remarquable.
- 2) Associer la forme factorisée à la forme développée.
- 3) Identifier les termes de la forme factorisée.
- 4) Vérifier (en particulier le double produit).

① Factoriser les expressions suivantes :

1	$x^2 + 2x + 1 = (\quad + \quad)^2$	11	$9 - 30x + 25x^2 =$
2	$x^2 - 2x + 1 = (\quad - \quad)^2$	12	$169x^2 - 4 =$
3	$x^2 - 1 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$	13	$49x^2 + 28x + 4 =$
4	$x^2 + 4x + 4 = (\quad + \quad)^2$	14	$x^2 - 121 =$
5	$x^2 - 8x + 16 = (\quad - \quad)^2$	15	$36x^2 + 49 - 84x =$
6	$x^2 - 64 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$	16	$121x^2 - 220x + 100 =$
7	$9x^2 - 1 =$	17	$225 - 36a^2 =$
8	$4x^2 + 12x + 9 =$	18	$25x^2 - 10x + 1 =$
9	$64 - 25x^2 =$	19	$\pi^2 + 6\pi + 9$
10	$x^2 - 12x + 36 =$	20	$4x^2 - 25 =$

② Parmi les sommes suivantes, barrer celles qui ne sont pas le développement d'un produit remarquable. Factoriser les autres.

1	$x^2 + 4x + 1$	6	$-5 + b^2$
2	$12x + 4x^2 + 9$	7	$x^2 + 6x - 9$
3	$1 - 81a^2$	8	$25x^2 + 20x + 16$
4	$9x^2 - 32x + 25$	9	$49x^2 - 49 + 98x$
5	$36 + x^2$	10	$121 + 4x^2 - 22x$

Méthode de travail : Pour résoudre une équation dont l'un des membres est nul, on factorise l'expression donnée dans l'autre membre afin de se ramener à un produit de facteurs nuls.

Dans l'exercice donné, on factorisera en utilisant les identités remarquables ; la vérification sera effectuée sur un autre feuille.

Equation	Equation-produit	Résolution	Solution(s)
$x^2 - 2x + 1 = 0$			
$x^2 + 12x + 36 = 0$			
$4x^2 - 49 = 0$			
$9x^2 + 30x + 25 = 0$			
$1 - 16x^2 = 0$			
$(2x+1)^2 - 4 = 0$			
$9 - (x-6)^2 = 0$			
$16x^2 - (7+x)^2 = 0$			

Rappel : Pour factoriser une expression, on peut :

- mettre en évidence un facteur commun
- reconnaître une identité remarquable.

(Les étapes de factorisation, résolution et vérification seront faites sur une autre feuille.)

Equation donnée	Equation produit correspondante	Solution(s)
A) $2x(x+3)-5(x+3)=0$		
B) $(x-4)(x+2)+(x-4)=0$		
C) $3(2x-1)-(5-x)(2x-1)=0$		
D) $(x+3)(x-4)+(x+3)(x+5)=0$		
E) $4x^2-12x=0$		
F) $(3x+2)(2x-1)-(3x+2)(5-x)=0$		
G) $(x-2)^2+(x-2)(3x+1)=0$		
H) $(2x+5)(x-3)-(2x+5)^2=0$		
I) $16x^2-49=0$		
J) $9x^2-(x-4)^2=0$		
K) $16x^2-24x+9=0$		
L) $25x^2-1=0$		
M) $64-(3x-7)^2=0$		
N) $36+12x+x^2=0$		

Amiens 98

On considère l'expression $E = (3x - 2)^2 - 16$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.
- 3) Résoudre l'équation $(3x + 2)(x - 2) = 0$

Bordeaux 98

1) a) Développer et réduire l'expression : $D = (2x + 5)(3x - 1)$

b) Développer et réduire l'expression : $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$

Application : déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs, $(x - 1)$, x et $(x + 1)$ dont la somme des carrés est 4802.

2) a) Factoriser l'expression : $F = (x + 3)^2 - (2x + 1)(x + 3)$

b) Factoriser l'expression : $G = 4x^2 - 100$

Application : déterminer un nombre positif dont le carré du double est égal à 100.

Groupe Est 98

On considère l'expression $E = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(4x - 5)$.

1) Développer et réduire l'expression E.

2) Factoriser l'expression E.

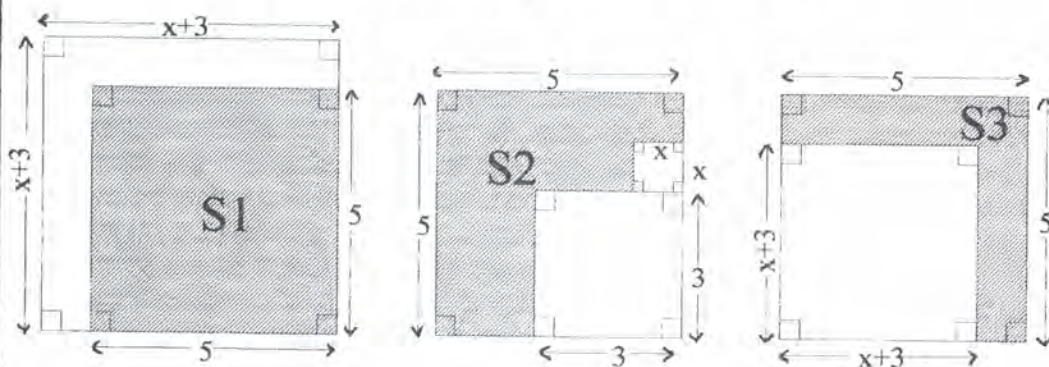
3) Calculer la valeur de E pour $x = \sqrt{5}$

(On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{5} + b$, où a et b sont des entiers relatifs.)

4) Résoudre l'équation : $(2x - 3)(x - 1) = 0$

Groupe Sud 98

a) Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire : $25 - (x + 3)^2$?



On pose $E = 25 - (x + 3)^2$.

b) Développer et réduire E.

c) Factoriser E.

d) Calculer E pour $x = \sqrt{2}$, puis en donner la troncature à 0,01 près.

e) Résoudre l'équation : $(2 - x)(x + 8) = 0$

Expliquer, en utilisant la question a, pourquoi l'une des solutions de l'équation était prévisible.

Nantes 98

On considère l'expression : $E = (3x - 1)^2 - 81$.

- 1) Calculer la valeur de E quand $x = 0$.
- 2) Calculer la valeur de E lorsque $x = \frac{10}{3}$
- 3) Factoriser E.

Poitiers 98

- 1) Factoriser : a) $9 - 12x + 4x^2$
b) $(3 - 2x)^2 - 4$.

2) En déduire une factorisation de : $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4$.3) Résoudre l'équation : $(1 - 2x)(5 - 2x) = 0$.4) Montrer que pour $x = \frac{3}{2}$, E est un entier.

Lille 98

On considère l'expression $D = 4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 9)$

- 1) Développer et réduire D.
- 2) Factoriser $4x^2 - 81$, puis factoriser D.
- 3) Résoudre l'équation $(2x + 9)(3x - 12) = 0$

Groupe est 97

1) a) Donner la solution positive de l'équation $x^2 = 576$.b) Développer et réduire l'expression $E = (3x - 4)^2 - (3x - 4)(3x - 3)$.2) Résoudre l'équation $(x - 6)(3x - 93) = 0$ 3) Factoriser l'expression $F = (x - 280)^2 - 8^2$.On trouvera une expression de la forme $(x - b)(x - c)$.

Amérique du nord 97

On donne $E = (4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)^2$.

- 1) Montrer que E peut s'écrire $3(4x - 1)(-x + 2)$.
- 2) Calculer la valeur de E pour $x = \frac{1}{4}$ et pour $x = 0$.
- 3) Résoudre l'équation $E = 0$

Caen 98

On considère l'expression : $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$

- 1) Développer et réduire F.
- 2) Factoriser F.

3) Calculer F pour $x = -\frac{2}{3}$

Poitiers 95

On pose $E = (4x - 3)^2 + 6x(4 - x) - (x^2 + 9)$ a) Montrer que E est égal au carré de $3x$.b) Trouver les valeurs de x pour lesquelles $E = 144$.c) Calculer la valeur de E pour $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

