



*La Lecture
d'énoncés
et le
sens des
opérations*



Les auteurs :

Michèle MUNIGLIA

Josette BEAUJEAN

Isabelle RAULET

Ce travail a été réalisé avec le soutien de l'IUFM de Lorraine.

INTRODUCTION

Ce fascicule destiné aux professeurs s'intéresse au problème de la lecture d'énoncé et à son importance dans l'apprentissage du sens des opérations.

Il n'est pas du tout concurrent du fascicule « Problème concret » déjà édité par l'Irem de Lorraine, dont l'idée conductrice réside dans un processus d'analogie : en effet les auteurs ont fait le pari que la traduction de l'énoncé en remplaçant les nombres donnés par des nombres « simples » doit permettre de choisir intuitivement la « bonne opération » qui se transfère ensuite au cas des nombres « compliqués ». Cette approche nécessite donc des pré-requis sur les opérations « simples », lesquelles sont normalement acquises à l'école primaire.

D'autres approches ont été tentées sur ce problème, notamment par Vergnaud (reprises, par exemple, par Fischer), qui s'est intéressé aux « cinq grandes catégories » de relations numériques additives. Cela conduit généralement à une étude typologique « descriptive » de la nature des différents problèmes et du niveau de réussite des élèves, sans pour autant donner de pistes pédagogiques susceptibles de les aider à dépasser les difficultés observées.

En ce qui nous concerne, nous nous sommes consacrées à une démarche plus pragmatique qui se place en amont de l'apprentissage du « sens des opérations » et nous nous sommes penchées sur le « métier » que l'on demande à l'élève lorsqu'il est confronté à la résolution d'un problème.

Le point de départ de ce travail est d'inspiration « théâtrale » dans le sens où il privilégie d'abord l'ORAL comme élément essentiel dans l'appropriation d'un texte. Ce travail oral ne se limite pas à une lecture plus ou moins approfondie du texte, il demande à chaque élève de s'approprier un fragment d'énoncé, de le mémoriser et — en se mettant à plusieurs — de restituer le texte selon un rituel qui respecte la règle suivante : un élève ne doit être porteur que d'une seule donnée numérique. Cette précaution permettra de poursuivre ce travail par la sortie « physique » des données numériques du texte ainsi figuré et qui s'organiseront dans l'espace en fonction des rapports qui les lient, pour obtenir ce que nous avons appelé « l'échiquier du problème ».

Celui-ci est commandé, en ligne, par les données « mathématiques » liées aux unités et en colonne, par les objets conjoncturels du problème.

Cette première partie méthodologique et pédagogique est essentiellement destinée à une bonne compréhension du texte. Le lien avec les opérations était dans notre recherche le véritable écueil. L'étude de différents problèmes et des échiquiers correspondants nous a permis de dégager « des échiquiers types » qui correspondent aux quatre opérations. Ainsi, après avoir dégagé l'échiquier, l'élève pourra répondre à la question posée par la « bonne opération », qui lui sera suggérée par la structure de l'échiquier.

Cette étude, que nous analysons dans le fascicule, permet de mettre en évidence les difficultés de nature sémantique qu'un élève doit surmonter dans la résolution d'un problème un peu

sophistiqué. Après en avoir fait le tri, sous forme de l'échiquier, il nous semble que la reconnaissance de l'opération devient un exercice plus simple d'identification de structure.

Nous n'avons évidemment pas donné une liste exhaustive de tous les types de problèmes qu'il est possible de rencontrer au cours d'une scolarité de sixième... Nous avons cependant cherché à envisager, à partir d'énoncés élémentaires, un certain nombre de complexifications classiques qui obligent l'élève soit à maîtriser quelques enchaînements d'opérations, soit même à inventer tout seul des questions intermédiaires.

Pour terminer, nous avons tenté d'aborder le problème de la proportionnalité. Il constitue, d'une certaine façon, la limite des énoncés accessibles directement à l'aide des « échiquiers », mais on s'aperçoit alors que c'est l'échiquier lui-même qui peut apparaître comme un *précurseur raisonné* des habituels « tableaux de proportionnalité ».

❧ LA METHODE ❧

Pour expliciter la méthode proposée, nous utiliserons un problème, celui « de Damien » et nous en détaillerons les différentes étapes :

1 — La verbalisation de l'énoncé :

Deux temps forts dans cette étape :

- a) une lecture attentive de l'énoncé visant essentiellement une mémorisation des mots, groupes de mots ou phrases, chaque élève s'appropriant un fragment de l'énoncé,
- b) une restitution orale, à plusieurs, de cet énoncé, répétée jusqu'à ce que le texte prenne forme et donc sens.

2 — La mise en place de « l'échiquier » :

L'objectif de cette phase est d'extraire de l'énoncé les données mathématiques dont sont porteurs certains élèves qui ont participé à la verbalisation précédente.

Chacun de ces élèves aura alors à résoudre deux types de difficultés :

- a) trouver le « bon » mot, ou le mot « juste », en relation avec l'unité de la donnée unique dont il est porteur,
- b) sortir du texte pour se positionner dans l'espace par rapport aux autres données, ce qui l'oblige à déterminer les liens entre les différents nombres qui interviennent.

3 — La résolution du problème :

Elle se fait pas à pas. Elle oblige à un tri des données en fonction de la question posée. On se ramènera donc à un « échiquier simplifié » qui ne contiendra que deux données qui serviront à faire la « bonne » opération.

4 — Le retour à l'énoncé :

Les élèves devront conclure oralement le problème par une phrase de synthèse correcte.

5 — Le passage à l'écrit :

Chacune des différentes étapes sera consignée par écrit de façon détaillée.

On pourra d'ores et déjà noter que la phase de verbalisation de l'énoncé est un travail essentiellement oral sur le texte, qui nécessite :

- 1) une mémorisation partielle d'un fragment de texte,
- 2) une capacité à placer ce fragment parmi d'autres,
- 3) une « oralisation » intelligente traduisant le sens.

Il s'agit clairement d'un travail qui n'apparaît pas d'emblée comme « mathématique » : on assiste dans cette étape à un déchiffrement du texte porté par le travail oral qui revêt une importance capitale et qui constitue la clé de voûte de la méthode.

Parallèlement, la mise en place de « l'échiquier » correspond à l'organisation des données et repose sur les compétences à traduire correctement une donnée et à la situer par rapport à d'autres. Là encore, il s'agit d'un travail sur le vocabulaire (même s'il est spécialisé) et d'un travail d'analyse de texte permettant d'explicitier les liens entre les données et de les mettre en évidence.

Le problème de Damien

Damien a la grippe. Pour le soulager, sa grand-mère lui fait une infusion. Pour cela, elle mélange 20 grammes de romarin qui coûte 0,02 euros le gramme avec 3 feuilles de menthe de son jardin pesant 9,6 grammes. Quel est le prix du romarin ?

1° Verbalisation de l'énoncé : théâtralisation.

A — Lecture de l'énoncé

Chaque élève dispose d'une photocopie de l'énoncé qu'il lit en un temps court minuté par le professeur. Au top du professeur, chaque élève repose sa feuille à l'envers. A la question du professeur « quel mot, quel groupe de mots, quelle phrase avez-vous retenus de ce texte ? », les élèves répondent chacun à leur tour.

Exemples de réponses :

- | | | |
|------------|---|--|
| « Damien » |) | |
| |) | |
| « Jardin » |) | réponses conformes au texte donc acceptées. |
| « Tisane » | | réponse non conforme au texte donc refusée, etc. |

Après que chaque élève se soit exprimé, on redemande une lecture minutée et attentive du texte qui doit permettre :

- a) à ceux qui ont un texte juste de l'enrichir par de nouveaux mots autour de l'expression retenue,
- b) à ceux qui ont une réponse non conforme, de corriger leur expression et éventuellement de l'enrichir.

Exemples de réponses :

- « Damien » va donner : « Damien a la grippe »
« Jardin » va donner : « Trois feuilles de menthe de son jardin »
« Tisane » va devenir : « infusion » ou « sa grand-mère lui fait une infusion », etc.

On propose une troisième lecture minutée et attentive qui doit permettre à l'élève d'enrichir encore sa restitution.

B — Théâtralisation

a) Mise en espace

Le professeur demande alors aux élèves de s'organiser en petits groupes afin de restituer tout ou partie de l'énoncé. Pour ce faire, les élèves s'aligneront sur la scène dans l'ordre imposé par le texte avec une contrainte incontournable : dans son texte, l'élève ne doit avoir qu'une seule donnée numérique.

Théâtre 1 (voir schéma)

L'alignement des élèves répond aux critères suivants :

- Le premier élève porteur de « Damien a la grippe » se place en tête de ligne.
- Un premier espace est libéré pour marquer le point de la première phrase.
- Un deuxième espace est libéré pour signifier que le début de la deuxième phrase n'a pas été mémorisé.
- Le deuxième élève porteur de « Sa grand-mère lui fait une infusion » se place alors sur la ligne.
- Un troisième espace est libéré pour marquer le point de la deuxième phrase.
- Un quatrième espace est libéré pour signifier que le début de la troisième phrase n'a pas été mémorisé.
- Le troisième élève porteur de « 20 grammes de romarin » se place sur la ligne.
- Un cinquième espace plus important que les précédents puisqu'il correspond à un non-dit de six mots est libéré.
- Le quatrième élève porteur de « trois feuilles de menthe de son jardin » se place sur la ligne.
- Le sixième espace marque le point.
- Le cinquième élève porteur de la question se place en bout de ligne.

Théâtre 2

On propose une deuxième configuration possible (voir théâtre 2). L'alignement des élèves correspond aux mêmes critères. Toutefois, pour la deuxième phrase, le deuxième et le troisième élèves sont côte à côte pour traduire le fait que leurs fragments de texte appartiennent à la même phrase et se font suite.

b) Mise en parole

Théâtre 1

- Le premier élève énonce « Damien a la grippe ». Il termine la phrase en indiquant le point par l'intonation.
- Après avoir compté « un, deux, trois » dans sa tête pour le point, puis respecté un temps qu'il évalue en fonction du morceau de phrase manquant, le deuxième élève dira « sa grand-mère lui fait une infusion ».
- Le troisième élève comptera « un, deux, trois » pour le point puis il respectera un temps de silence correspondant au non-dit qui le précède et il énoncera « 20 grammes de romarin ».
- Le quatrième élève respectera un temps de silence correspondant au non-dit qui le sépare du troisième élève puis il énoncera « trois feuilles de menthe de son jardin ».
- Le cinquième élève comptera mentalement « un, deux, trois » pour le point et énoncera la question en respectant l'intonation de l'interrogation.

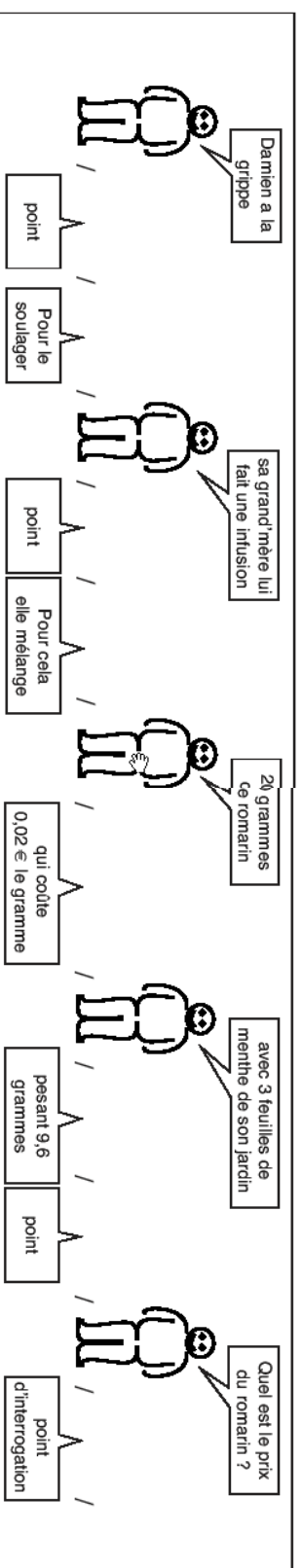
Théâtre 2

- Le deuxième élève énonce « pour le soulager » en imaginant dans sa tête qu'il poursuit la phrase au delà du mot soulager ce qui évite que la voix tombe et ce qui permet au troisième élève d'enchaîner.

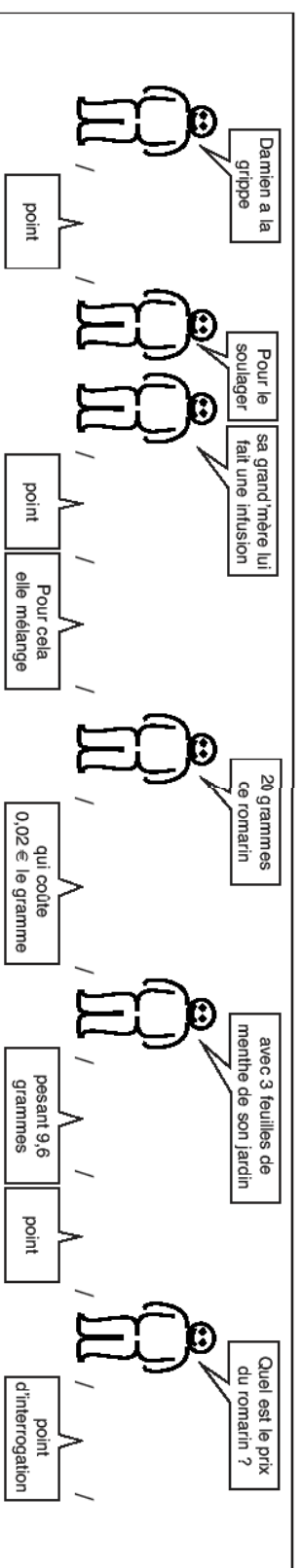
Chaque spectateur peut alors intervenir de deux façons :

- 1) Si son fragment de texte mémorisé correspond à un trou, il se place dans l'espace correspondant.
- 2) Si son fragment de texte mémorisé a déjà été énoncé, il recourt au texte photocopié pour rapidement mémoriser et compléter l'un des espaces.

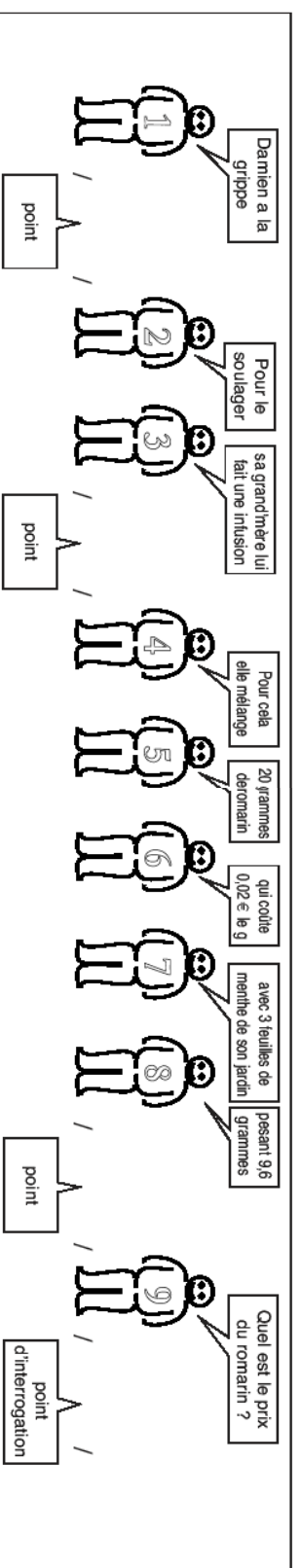
Théâtre 1



Théâtre 2



Théâtre 3



La mise en parole se fera alors de façon déjà décrite. Les contraintes importantes sont :

- 1) Fluidité de la parole dans une même phrase.
- 2) Respect du temps de silence pour le point.
- 3) Intonation de l'interrogation.

Il est conseillé de faire faire ce travail plusieurs fois au même groupe d'élèves pour l'amener à un rendu du texte le plus fidèle possible. A ce moment, on sollicite des élèves spectateurs qui remplacent l'un ou l'autre de leurs camarades pour refaire le même travail. Chaque élève doit participer à la mise en parole du texte.

2° Mots justes et Positionnement dans l'espace par rapport au sens : Echiquier

Lorsque le texte est maîtrisé oralement selon les schémas décrits dans le paragraphe 1°, chaque élève porteur d'une donnée numérique doit alors énoncer avec le « mot juste » la donnée qu'il représente puis se positionner dans l'espace en créant des lignes et des colonnes.

On se réfère au théâtre 3 :

Le 5ème élève porteur de « 20 grammes de romarin » énonce :

« Poids **total** du *romarin* : 20 grammes ».

Il se place, déterminant de ce fait une ligne des poids et une colonne du *romarin*.

Le 6ème élève porteur de « qui coûte 0,02 € le gramme » énonce :

« Prix d'**un** gramme de *romarin* : 0,02 € ».

Il se place, par rapport au cinquième élève, dans la même colonne (puisque'il parle du romarin) et il crée une nouvelle ligne : la ligne des prix.

Le 7ème élève porteur de « 3 feuilles de menthe de son jardin » énonce :

« Nombre **total** de feuilles de *menthe* : 3 ».

Il se place, par rapport aux élèves cinq et six, en créant une nouvelle ligne et une nouvelle colonne :

— il ne parle pas de romarin,

— il ne parle ni de poids ni de prix.

Il crée donc la colonne de la *menthe* et la ligne des nombres.

Le 8ème élève porteur de « pesant 9,6 grammes » énonce :

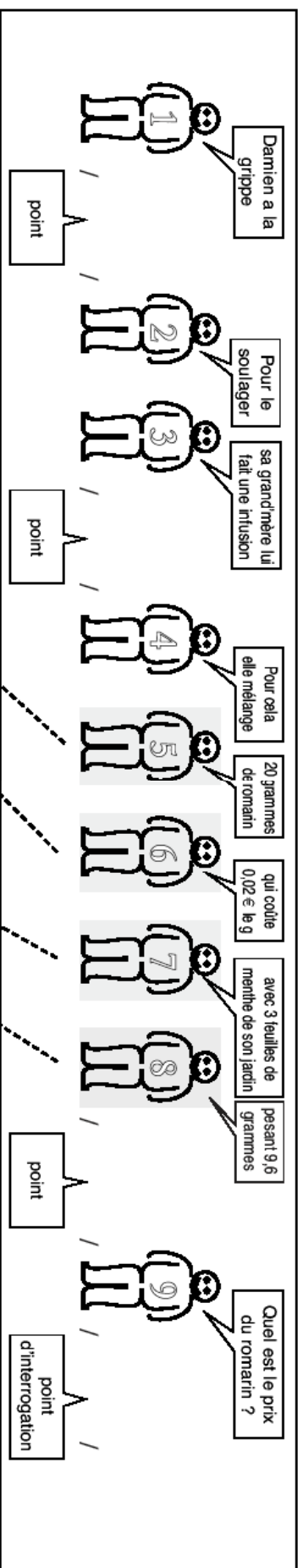
« Poids **total** des feuilles de *menthe* : 9,6 grammes ».

Il doit se placer dans la ligne des poids créée par l'élève cinq et dans la colonne de la menthe créée par l'élève sept.

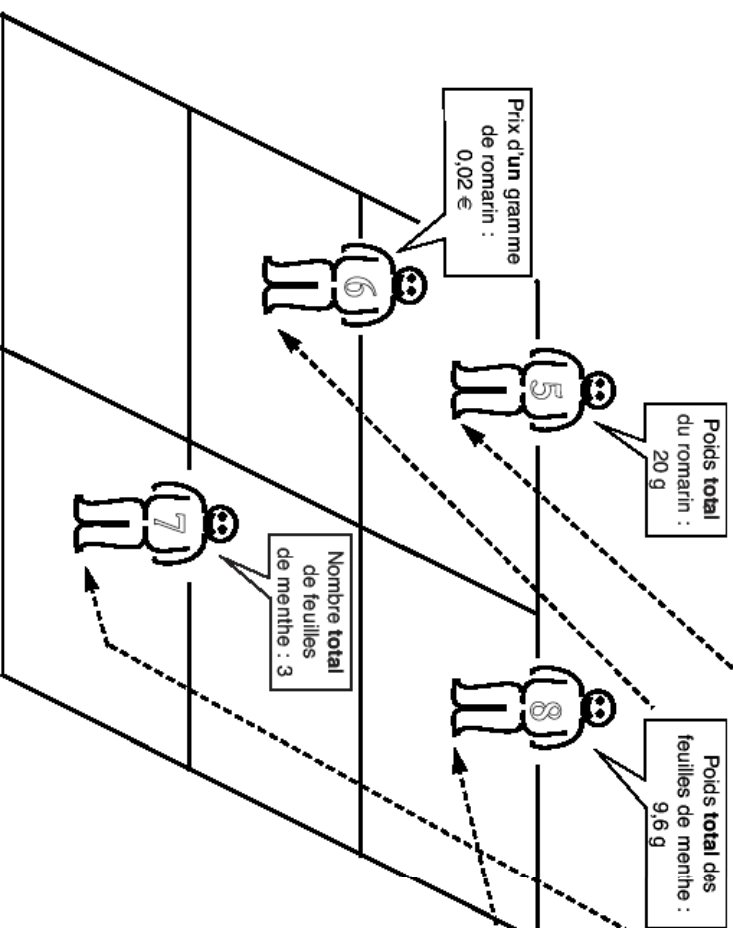
Remarques importantes : — Précisions sur les « mots justes ». La difficulté de chaque élève porteur d'une donnée numérique est de trouver le mot mathématique (poids, prix,...) correspondant à ce qu'il énonce. Pour ce faire, il prend en compte l'unité (gramme, euro,...) et le sens de la phrase afin de déterminer si la donnée numérique est « unitaire » ou « totale » (voir plus loin).

Exemple : L'élève cinq porteur de « 20 grammes de romarin » devra énoncer : « poids (grâce aux grammes) **total** du romarin » alors que l'élève six porteur de « qui coûte 0,02 € le gramme » énoncera : « prix (grâce aux euros) d'**un** gramme de romarin ».

— Précisions sur l'échiquier. Il faut noter que l'échiquier n'est complet que lorsque chaque donnée numérique est traduite entièrement et que chaque élève porteur du mot juste a su se positionner par rapport aux autres.



Vers l'échiquier :

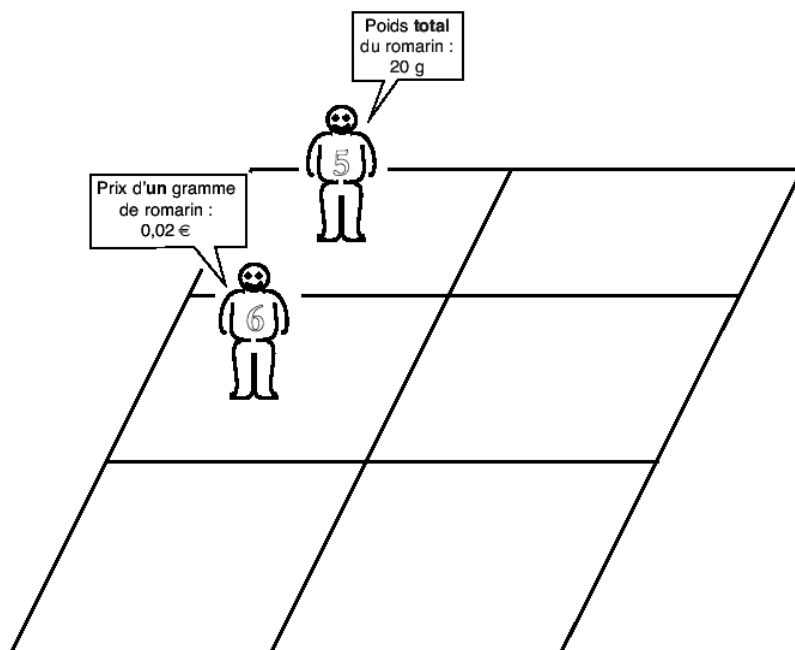


3° Résolution du problème

A — *Elimination des données inutiles : échiquier simplifié*

L'échiquier étant réalisé, l'élève neuf porteur de la question la répète : « Quel est le prix du romarin ? ». Les élèves 5, 6, 7, 8 répètent les données dont ils sont porteurs. La question contient deux mots clés : prix et romarin. La configuration de l'échiquier induit alors un choix entre la ligne des prix et la colonne du romarin. La ligne des prix ne contenant qu'une seule donnée ne sera pas sélectionnée. Il faudra donc travailler sur la colonne du romarin. De ce fait, les élèves sept et huit sortent de l'échiquier et on obtient ainsi l'échiquier simplifié (voir schéma ...).

Echiquier simplifié



B — *Détermination de la « bonne opération »*

La configuration spatiale de l'échiquier simplifié obtenu est de type « colonne ». Les mots justes prix et poids précisés par **total** et **un** conduisent à une multiplication. Le détail de cette étape sera développé dans la suite du document qui fait apparaître une typologie des problèmes.

C — *Retour à l'énoncé*

L'élève neuf répète la question dont il est porteur. Les élèves cinq et six répètent les données de départ du problème. Le § 2 a permis de déterminer l'opération multiplication qui sera appliquée aux nombres de l'énoncé. Ici : $20 \times 0,02 = 0,40$. Un 10ème élève se place à côté de l'élève neuf et énonce le résultat du problème sous forme d'une phrase de synthèse : « Le prix du romarin est de 0,40 € ».

D — Passage à l'écrit

Comme on peut le penser, les séquences orales menées autour de la lecture d'énoncé et de la construction de l'échiquier doivent être prolongées par un passage à l'écrit.

Nous vous conseillons de guider l'élève dans son travail écrit en l'obligeant à suivre le plan suivant :

— réalisation écrite de l'échiquier

	Colonne du <i>romarin</i>	Colonne de la <i>menthe</i>
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> du <i>romarin</i> : 20 g	<u>Poids total</u> de la <i>menthe</i> : 9,6 g
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix d'un</u> gramme de <i>romarin</i> : 0,02 €	
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de feuilles de <i>menthe</i> : 3

— reprise de la question :

Question : « Quel est le prix du romarin ? »

— réalisation de l'échiquier simplifié :

	Colonne du <i>romarin</i>
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> du <i>romarin</i> : 20 g
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix d'un</u> gramme de <i>romarin</i> : 0,02 €

— détermination de l'opération : $20 \times 0,02 = 0,40$

— réponse énoncée obligatoirement sous forme de phrase de synthèse :

« Le prix du romarin est : 0,40 € . »

♣ TYPLOGIE DES PROBLEMES ♣

L'étude d'un certain nombre de problèmes et la mise en place des échiquiers correspondants permettent de constater des similitudes. On se rend compte qu'à un certain type d'échiquier va être associée une certaine opération.

Nous nous proposons donc dans un premier temps (paragraphe I) de détailler cette analyse sur des problèmes simples, à deux données et une question, la résolution nécessitant de trouver la « bonne » opération.

On met ainsi en évidence deux structures principales d'échiquiers simplifiés :

- un échiquier « en ligne » pour addition et soustraction,
- un échiquier « en colonne » pour multiplication et division.

Il est donc clair qu'à l'intérieur de chacune de ces deux catégories, une analyse plus fine des informations dont on dispose sera nécessaire pour déterminer définitivement l'opération qui est en jeu.

Les paragraphes II, III et IV sont ensuite consacrés à l'étude de problèmes plus complexes, donnant lieu à des échiquiers plus complexes, qu'il faudra apprendre à ramener à des échiquiers simplifiés.

Le paragraphe II et le paragraphe III s'attachent à des problèmes qui reposent encore sur une seule opération mais qui contiennent une ou plusieurs données supplémentaires qu'il faut savoir éliminer pour dégager l'échiquier simplifié.

Le paragraphe IV est consacré à des exemples de problèmes mettant en jeu deux questions, donc deux opérations indépendantes, qu'il faut savoir extraire d'un échiquier global.

I — 1 Question - 1 Opération - 2 Données

A — Addition

1 - En sortant de l'école, Paul passe à la boulangerie. Il achète une baguette à 0,60 € et un pain au chocolat à 0,90 €. Combien a-t-il dépensé ?

	colonne de la baguette	colonne du pain au chocolat
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> de la baguette : 0,60 €	<u>Prix</u> du pain au chocolat : 0,90 €

2 - Pour un cocktail exotique, on recommande de mélanger 0,45 l de jus de mangue et 0,75 l de jus d'orange. Quelle quantité de jus de fruit obtiendra-t-on ?

	colonne du jus de mangue	colonne du jus d'orange
Ligne des <u>volumes</u>	<u>Volume</u> du jus de mangue : 0,45 l	<u>Volume</u> du jus d'orange : 0,75 l

3 - Durant les vacances, la famille Vélo fait une randonnée à bicyclette. La première journée, elle parcourt 53 km. Elle décide de passer la nuit dans une auberge. Le lendemain, fatiguée des efforts de la veille, elle ne parcourt que 25 km. Quelle distance parcourra-t-elle le troisième jour pour revenir au point de départ ?

	colonne de la 1ère journée	colonne de la 2ème journée
Ligne des <u>distances</u>	<u>Distance</u> parcourue la 1ère journée : 53 km	<u>Distance</u> parcourue la 2ème journée : 25 km

4 - Madame Coquette fait un régime amaigrissant. Elle a perdu 9,250 kg. Elle pèse maintenant 53,500 kg. Quel était son poids avant son régime ?

	colonne de l'amaigrissement	colonne de Mme Coquette après régime
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> perdu pendant l'amaigrissement : 9,250 kg	<u>Poids</u> de Mme Coquette après régime : 53,500 kg

5 - Sébastien a de l'argent sur son compte. Pour la préparation de ses vacances, il dépense 113,70 €. Sur son compte il a alors 64,90 €. Quelle somme avait-il avant sa dépense ?

	colonne des dépenses	colonne des économies restantes :
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant</u> des dépenses : 113,70 €	<u>Montant</u> des économies restantes : 64,90 €

6 - Bruno pèse 42,5 kg. Julien pèse 2,7 kg de plus que Bruno. Quel est le poids de Julien ?

	colonne de Bruno	colonne de Julien
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> de Bruno : 42,5 kg	<u>Poids</u> supplémentaire de Julien : 2,7 kg

B — Soustraction

1 - Le Royaume-Uni a 58,5 millions d'habitants et l'Allemagne 81 millions d'habitants. Combien d'habitants l'Allemagne a-t-elle de plus que le Royaume-Uni ?

	colonne du Royaume-Uni	colonne de l'Allemagne
Ligne des <u>nombres d'habitants</u>	<u>Nombre d'habitants</u> au Royaume-Uni : 58,5 millions	<u>Nombre d'habitants</u> en Allemagne : 81 millions

2 - Le cartable de Laurent pèse 0,83 kg vide et 3,5 kg lorsqu'il est plein. Quel est le poids du matériel rangé dans le cartable de Laurent ?

	colonne du cartable vide	colonne du cartable plein
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids du</u> cartable vide : 0,83 kg	<u>Poids du</u> cartable plein : 3,5 kg

3 - Rachid vient rendre visite à sa grand-mère qui lui donne 9 € pour sa fête. Ses économies s'élèvent maintenant à 46 €. Combien avait-il d'argent avant d'aller chez sa grand-mère ?

	colonne du cadeau	colonne des économies après le cadeau
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant du cadeau</u> : 9 €	<u>Montant des économies</u> après le cadeau : 46 €

4 - Mme Coquette fait un régime amaigrissant. Elle a maigri de 9,250 kg. Elle pesait 62,750 kg avant le régime. Quel est son poids actuel ?

	colonne de l'amaigrissement	colonne de Mme Coquette avant régime
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids perdu</u> pendant l'amaigrissement : 9,250 kg	<u>Poids de Mme Coquette</u> avant régime : 62,750 kg

5 - Sébastien a de l'argent sur son compte. Pour la préparation de ses vacances, il avait 178,08 €. Il dépense 113,19 €. Que lui reste-t-il sur son compte ?

	colonne des dépenses	colonne des économies avant les dépenses
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant des dépenses</u> : 113,19 €	<u>Montant des économies</u> avant les dépenses : 178,08 €

6 - Julien pèse 54,2 kg. Il a 2,5 kg de plus que Bruno. Quel est le poids de Bruno ?

	colonne de Julien	colonne de Julien par rapport à Bruno
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids de Julien</u> : 54,2 kg	<u>Poids supplémentaire</u> de Julien par rapport à Bruno : 2,5 kg

Première synthèse :

L'analyse des problèmes présentés permet de dégager un échiquier-type commun à addition et soustraction :

	colonne de -----	colonne de :
Ligne des ---	--- de ----- :	--- de :

On le définit comme « échiquier en ligne ». Sa particularité en effet est de n'avoir qu'une seule ligne, ceci traduisant le fait que les deux données sont exprimées dans la même unité.

Les deux données déterminent deux colonnes car elles correspondent à deux objets différents.

Exemple : « baguette » et « pain au chocolat ».

Il reste alors une difficulté : est-ce une addition ou une soustraction ?

C'est l'analyse du texte qui permettra de répondre à cette question.

Exemple : le problème de Madame Coquette (n° 4 dans *addition* et dans *soustraction*) : l'opération juste est déterminée par le sens des mots « avant » et « après ».

Remarque : On notera que le « mot juste », qui commande la ligne dans ces échiquiers-lignes n'a pas forcément besoin d'être accompagné d'un qualificatif pour donner sens au rôle de la donnée dans telle ou telle case (exemples : poids « supplémentaire » ou prix « total »...). Alors que dans l'exemple 6 de la soustraction, le qualificatif « supplémentaire » est important pour induire une soustraction, le qualificatif « total » n'est pas obligatoire pour donner sens aux problèmes additifs et soustractifs. Il peut cependant arriver que l'élève ressente intuitivement le besoin d'indiquer que telle ou telle donnée est « totale »... Dans la mesure où, comme nous allons le voir à propos des problèmes multiplicatifs, le mot « total » prend une importance capitale lorsqu'il est confronté à des mots équivalents à « unitaire », nous suggérons d'appliquer la règle suivante : « quand le mot « total » n'est pas associé à la présence d'une pluralité d'objets identiques dans l'énoncé, on peut l'employer pour qualifier une donnée, mais il est bon de l'utiliser alors entre parenthèses ».

C — Multiplication

1 - J'achète 3 boîtes d'œufs à 0,91 € l'une. Quel est le prix des œufs ?

	colonne des boîtes d'œufs
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de boîtes d'œufs : 3
Ligne des <u>prix par boîte</u>	<u>Prix</u> d'une boîte d'œufs : 0,91 €

2 - Tom téléphone pendant 8 minutes à une période où le tarif est de 0,27 € la minute. Combien va-t-il payer sa conversation téléphonique ?

	colonne de la conversation téléphonique
Ligne des <u>durées</u>	<u>Durée totale</u> de la conversation : 8 min
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> d'une minute de conversation : 0,27 €

3 - Jeudi matin, Mme Loiseau fait son marché. Pour faire plaisir à son fils Clément, elle achète 1,5 kg de fraises à 4,88 € le kg. Combien dépense-t-elle ?

	colonne des fraises
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> des fraises : 1,5 kg
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> d'un kilo de fraises : 4,88 €

4 - J'empile 52 livres. Chaque livre a une épaisseur de 2,8 cm. Quelle est la hauteur de la pile ?

	colonne des livres
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de livres : 52
Ligne des <u>épaisseurs par livre</u>	<u>Épaisseur</u> d'un livre : 2,8 cm

5 - Un mètre de soie coûte 23,17 €. On en achète 1,80 m. Quel est le montant de la dépense ?

	colonne de la soie
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur totale</u> de tissu : 1,80 m
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> d'un mètre de tissu : 23,17 €

6 - M. Talon achète 3,9 kg de rôti de bœuf à 15,06 € le kilo. Quelle est la dépense de M. Talon ?

	colonne du rôti
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> du rôti : 3,9 kg
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> d'un kg de rôti : 15,06 €

Deuxième synthèse :

L'analyse des problèmes de multiplication permet de dégager un échiquier-type :

	colonne des - - - - -
Ligne des - - - - -	- - - - - total de - - - - -
Ligne des * * * * <u>unitaires</u>	* * * * d'un - - - - -

On le définit comme « échiquier en colonne ». Sa particularité en effet est de n'avoir qu'une seule colonne, car le problème est construit autour d'un seul objet.

Exemples : « œuf », « conversation téléphonique »...

Les deux données, relatives au même objet, déterminent deux lignes : elles sont exprimées dans deux unités différentes. Chaque problème contient une donnée « totale » et une donnée « unitaire » qui permettront, par le biais de la multiplication, d'obtenir un résultat implicitement « total ». Il est clair qu'ici l'utilisation du qualificatif « total » est indispensable, parce qu'il fait le pendant à l'article indéfini « un » avec lequel il caractérise deux données qui concernent un même objet, pour lequel on s'intéresse à une « pluralité », une « multiplicité », bref une « multiplication »... On peut d'ailleurs considérer que c'est ce travail d'analyse « fine » du texte qui permet de déterminer la « bonne opération ». Le passage par l'échiquier oblige à se poser les « bonnes » questions à propos du texte et aide ainsi à en dégager le « sens ».

Remarque : On notera que, dans certains cas, le qualificatif « unitaire » peut ou doit être remplacé par un qualificatif lexicalement mieux adapté à la situation posée par le problème, notamment lorsque l'on a besoin « d'unités-quotients » peu habituelles (exemple : l'épaisseur par livre de l'exercice 4).

D — Division

a) 1ère catégorie

1 - Mme Vogel veut faire plaisir à ses 8 neveux pour la St-Nicolas. Elle a prévu de leur partager équitablement 76 €. Combien recevra chaque neveu ?

	colonne des neveux
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de neveux : 8
Ligne des <u>sommes</u>	<u>Somme totale</u> distribuée aux neveux : 76 €

2 - Le collège achète 25 calculatrices pour un montant total de 576,50 €. Quel est le prix d'une calculatrice ?

	colonne des calculatrices
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de calculatrices : 25
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des calculatrices : 576,50 €

3 - J'achète 34,60 m de grillage pour 449,80 €. Quel est le prix d'un mètre de grillage ?

	colonne du grillage
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur totale</u> du grillage : 34,60 m
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> du grillage : 449,80 €

4 - Je participe à une course de 21,6 km à une allure régulière. Je mets 3 heures pour atteindre l'arrivée. Quelle est la distance parcourue en une heure ?

	colonne de la course
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur totale</u> de la course : 21,6 km
Ligne des <u>durées</u>	<u>Durée totale</u> de la course : 3 h

5 - J'achète 22 carambars, je paie 1,10 €. Combien coûte un carambar ?

	colonne des carambars
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> des carambars : 22
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des carambars : 1,10 €

6 - Une ramette de papier a une épaisseur de 5 cm. Elle contient 500 feuilles. Quelle est l'épaisseur d'une feuille ?

	colonne de la ramette
Ligne des <u>épaisseurs</u>	<u>Epaisseur totale</u> de la ramette : 5 cm
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de feuilles dans la ramette : 500

b) 2ème catégorie

1 - J'achète des carambars à 0,05 € l'un. Je paie 1,10 €. Quel est le nombre de carambars ?

	colonne des carambars
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des carambars : 1,10 €
Ligne du <u>prix par carambar</u>	<u>Prix</u> d' un carambar : 0,05 €

2 - Pour faire une crêpe, il faut 25 g de farine. On utilise 500 g de farine. Combien de crêpes peut-on fabriquer ?

	colonne des crêpes
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> de farine pour faire les crêpes : 500 g
Ligne du <u>poids par crêpe</u>	<u>Poids</u> de farine pour une crêpe : 25 g

3 - Pour parcourir 1 km on utilise 0,08 l d'essence. Ma voiture a consommé 56 litres. Quelle distance ai-je parcourue ?

	colonne de l'essence
Ligne des <u>volumes</u>	<u>Volume total</u> d'essence consommé : 56 l
Ligne du <u>volume par km</u>	<u>Volume</u> d'essence pour un km : 0,08 l

4 - En une heure, une voiture parcourt 90 km. Par l'autoroute, il y a 360 km de Nancy à Paris. Quelle est la durée du trajet ?

	colonne du trajet
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur totale</u> du trajet : 360 km
Ligne des <u>longueurs par heure</u>	<u>Longueur du trajet parcouru</u> en une heure : 90 km

5 - Une étagère mesure 133 cm. On y range des livres dont l'épaisseur est 3,5 cm. Combien peut-on y ranger de livres au maximum ?

	colonne de l'étagère
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur totale</u> de l'étagère : 133 cm
Ligne de <u>l'épaisseur par livre</u>	<u>Epaisseur</u> d' un livre sur l'étagère : 3,5 cm

6 - M. Talon achète un rôti de boeuf à 20,15 €. Le prix du kilo de rôti est de 15,50 €. Quel est le poids du rôti acheté par M. Talon ?

	colonne du rôti
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> du rôti : 20,15 €
Ligne du <u>prix unitaire</u>	<u>Prix</u> d' un kilo de rôti : 15,50 €

Troisième synthèse :

L'analyse des problèmes de division a conduit à dégager deux catégories de problèmes caractérisées, chacune, par un échiquier-type.

Première catégorie :

	colonne des -----
Ligne des ---	--- total -----
Ligne des *****	***** total -----

C'est encore un « échiquier en colonne », car le problème ne fait référence qu'à un seul objet.

Exemples : « neveu », « calculatrice »...

Les deux données, relatives au même objet, déterminent deux lignes car elles s'expriment dans deux unités différentes. Chaque problème contient deux données « totales » qui permettront, par le biais de la division, d'obtenir un résultat « unitaire » spécifié dans l'énoncé (*chaque*, *une* calculatrice, *un* mètre,...). Ici encore, la présence de l'adjectif « total » dans les deux cases est indispensable afin de caractériser deux données relatives à un même objet pour lequel la question posée concerne la détermination d'une propriété de nature « unitaire ».

Il reste une difficulté : déterminer, de façon juste, le dividende et le diviseur. Il faut alors faire l'analyse de la question qui sous-entend une unité et ce sera celle du dividende.

Exemples :

— problème n° 2 : quel est le **prix** d'une calculatrice ? La réponse sera en euros, donc le dividende aussi, il s'agit donc du prix total des calculatrices.

— problème n° 1 : combien recevra chaque neveu ? La question sous-entend qu'il s'agit d'une somme en euros, donc le dividende sera exprimé en euros et c'est la somme totale distribuée aux neveux.

Deuxième catégorie :

	colonne des -----
Ligne des ---	--- total -----
Ligne des --- par	--- d'un -----

C'est encore un « échiquier en colonne », car le problème ne fait référence qu'à un seul objet.

Exemples : « carambars », « crêpes », « essence » ...

Les deux données sont relatives au même objet, elles sont exprimées apparemment dans une même unité, mais l'échiquier présente néanmoins deux lignes qui obligent à distinguer une donnée « totale » d'une donnée « unitaire ». C'est donc en apparence seulement que les données sont dans une même unité car l'élève est confronté, par le problème, à une « unité-quotient » plus ou moins évidente à formuler, et il va sans dire que l'importance de l'adjectif « total » et de l'article indéfini « un » est ici cruciale.

Etude détaillée de deux exemples :

— Problème n° 4 : L'objet unique est le trajet. Les deux données sont exprimées dans la même unité : le kilomètre. Une donnée exprimée en kilomètres est « totale » : la longueur « totale » du trajet, l'autre donnée, exprimée en kilomètres, est dite « unitaire » car elle fait référence à des kilomètres « en *une* heure ». Ceci correspond en fait à une unité-quotient : le « kilomètre par heure » qui, en physique, est l'unité de la vitesse.

— Problème n° 6 : L'objet unique est le rôti. Les deux données sont exprimées dans la même unité : l'euro. La donnée « totale » est le prix « total » du rôti, la donnée « unitaire » est le prix « d'*un* kilogramme de rôti ». Ceci correspond à une unité-quotient : l'euro par kilogramme.

L'analyse de ces deux problèmes justifie l'existence des deux lignes de l'échiquier. En apparence, l'unité des deux données est la même mais la donnée dite « unitaire » est en fait exprimée dans une autre unité dite « unité-quotient ». Pour certaines de ces unités-quotients, il existe même un « mot juste » :

- pour les « kilomètres par heure », il s'agit de la vitesse,
- pour les « litres par kilomètre », il s'agit d'une consommation,
- pour les « mètres-cubes par seconde », il s'agit du débit.

Remarque : La méthode permet, de façon détournée, à un élève de sixième de travailler sur des unités (km/h, l/km, m³/s,...) et sur des notions (vitesse, consommation, débit,...) qu'il n'a pas encore abordées.

II - 1 QUESTION - 1 OPERATION - 3 DONNEES

a. Donnée inutile

1 - Dimanche matin, Mme Bird est allée au marché. Elle voulait régaler ses 3 enfants. Elle achète 1,8 kg de cerises à 5,50 € le kilo. Quelle est sa dépense ?

	colonne des cerises	colonne des enfants
Ligne des <u>nombres</u>		Nombre (total) d'enfants : 3
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> des cerises : 1,8 kg	
Ligne des <u>prix</u> par kilo	<u>Prix</u> d'un kg de cerises : 5,50 €	

2 - Monsieur Cuisto achète un rôti de bœuf dans le filet pour 12 personnes. Ce rôti pèse 1,72 kg. Le rôti coûte 27,50 €. Quel est le prix d'un kilo de rôti ?

	colonne du rôti	colonne des personnes
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> du rôti : 1,72 kg	
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> du rôti : 27,50 €	
Ligne des <u>nombres</u>		Nombre (total) de personnes : 12

3 - Dans sa tirelire, Tom a 32,85 €. Il achète un puzzle de 5000 pièces qui coûte 25,90 €. Combien lui restera-t-il dans sa tirelire ?

	colonne du puzzle	colonne de la tirelire
Ligne des <u>sommes</u> d'argent	<u>Somme (totale)</u> d'argent dépensée pour le puzzle : 25,90 €	<u>Somme (totale)</u> d'argent dans la tirelire : 32,85 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre (total)</u> de pièces du puzzle : 5000	

4 - A l'automne, M. Jardin plante 150 bulbes de tulipes qui lui ont coûté 15,20 €. Au printemps, le massif est magnifique, 132 fleurs se sont épanouies. Combien de bulbes ne se sont pas développés ?

	colonne des bulbes	colonne des fleurs
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre (total)</u> de bulbes : 150	<u>Nombre (total)</u> de fleurs : 132
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix (total)</u> des bulbes : 15,20 €	

b. Donnée obscure

1 - La sonnerie a retenti, Marc se précipite à la boulangerie. Il achète un coca à 1,90 €, un fanta à 1,75 € et un croissant à 0,70 €. Combien a-t-il dépensé pour les boissons ?

	colonne du coca	colonne du fanta	colonne du croissant
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> d'un coca : 1,90€	<u>Prix</u> d'un fanta : 1,75€	<u>Prix</u> d'un croissant : 0,70€

2 - Pour entourer son jardin qui fait 20 m de long, M. Irem utilise 68,5 m de grillage et un portail de 1,75 m de large. Quel est le périmètre de son jardin ?

	colonne du jardin	colonne du grillage	colonne du portail
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur du</u> jardin : 20 m	<u>Longueur du</u> grillage : 68,50 m	<u>Longueur du</u> portail : 1,75 m

3 - A la confiserie, les nounours en guimauve sont vendus 0,18 € pièce. Le kilo de « fraises » est vendu 11,45 €. Anne-Sophie achète pour 2,75 € de nounours. Combien de nounours pourra-t-elle manger ?

	colonne des nounours	colonne des fraises
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> d'un nounours 0,18€	<u>Prix</u> d'un kilo de fraises : 11,45 €
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des nounours : 2,75 €	

L'existence de données qui ne servent pas dans la résolution du problème complexifie la construction de l'échiquier. L'analyse d'un certain nombre d'énoncés à trois données nous a conduites à mettre en évidence deux types de données à éliminer :

- des données que nous avons qualifiées « d'inutiles » et qui correspondent le plus souvent à des échiquiers à plusieurs lignes,
- des données que nous avons qualifiées « d'obscurcs » et qui correspondent le plus souvent à des échiquiers avec une ligne unique.

On a distingué ces deux catégories car elles correspondent, chacune, à un raisonnement spécifique pour l'élimination de l'une des trois données afin d'obtenir un échiquier-type (voir I). Nous avons parlé de « donnée obscure » lorsqu'il s'agit d'une donnée qui est « inutile » mais qui n'est pas détectable par le critère de la différence d'unités.

a) *Donnée inutile* :

L'analyse de la question permet d'éliminer la donnée qui n'est pas dans la bonne unité.

Exemple : Problème n° 1 : Quelle a été sa dépense ? Cette question permet d'éliminer « le nombre total d'enfants ».

b) *Donnée obscure* :

La ligne unique vient du fait que les trois données sont dans la même unité. L'analyse de la question doit alors être plus fine pour permettre l'élimination de la troisième donnée.

Exemples : — Problème n° 1 : Combien a-t-il dépensé pour les boissons ? Le mot « boisson » renvoie à « coca » et « fanta » et permet d'éliminer la colonne du « croissant ».

— Problème n° 3 : Le problème 3 fait intervenir une donnée « obscure » ; on notera cependant que l'échiquier possède deux lignes car l'énoncé fait intervenir des données « unitaires » et des données « totales »... Il peut donc apparaître comme une exception, mais l'unité « apparente » est unique puisqu'il s'agit de l'euro.

III - 1 QUESTION - 1 OPERATION - NOMBRE DE DONNEES > 3

1 - Pour repeindre le plafond de la cuisine qui mesure 3 m sur 4 m, M. Pinceau achète un pot de peinture de 3,5 l. Le pot coûte 11,90 €. Quel est le prix d'un litre de peinture ?

	colonne du <i>plafond</i>	colonne de la <i>peinture</i>
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur</u> du <i>plafond</i> : 4 m	
Ligne des <u>largeurs</u>	<u>Largeur</u> du <i>plafond</i> : 3 m	
Ligne des <u>volumes</u>		<u>Volume total</u> de la <i>peinture</i> : 3,5 l
Ligne des <u>prix</u>		<u>Prix total</u> de la <i>peinture</i> : 11,90 €

2 - Carine achète 1,5 kg de pommes à 0,66 € le kg et 3 poignées de cerises pesant 0,440 kg. Quelle quantité de fruits a-t-elle achetée ?

	colonne des <i>pommes</i>	colonne des <i>cerises</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix d'un</u> kilo de <i>pommes</i> : 0,66 €	
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de poignées de <i>cerises</i> : 3
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> des <i>pommes</i> : 1,500 kg	<u>Poids total</u> des <i>cerises</i> : 0,440 kg

3 - Dans une salle, il y a 35 chaises, 12 fauteuils, 2 tables rondes, 1 table rectangulaire, 4 tableaux. Combien de personnes assises peut contenir cette salle ?

	colonne des <i>tableaux</i>	colonne des <i>fauteuils</i>	colonne des <i>chaises</i>	colonne des <i>tables rondes</i>	colonne des <i>tables rectangulaires</i>
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre de tableaux</u> : 4	<u>Nombre de fauteuils</u> : 12	<u>Nombre de chaises</u> : 35	<u>Nombre de tables rondes</u> : 2	<u>Nombre de tables rec- tangulaires</u> : 1

4 - Grégory et Carole ont joué au loto. Grégory, qui a misé 3 € a gagné 68 €. Carole, qui a misé 6 € n'a gagné que 76 €. Ils décident d'acheter une télévision avec l'argent gagné. De combien disposent-ils ?

	colonne de la <i>mise</i> de Grégory	colonne des <i>gains</i> de Grégory	colonne de la <i>mise</i> de Carole	colonne des <i>gains</i> de Carole
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant de la mise de Grégory</u> : 3 €	<u>Montant des gains de Grégory</u> : 68 €	<u>Montant de la mise de Carole</u> : 6 €	<u>Montant des gains de Carole</u> : 76 €

5 - Béatrice fait ses courses avec 2 billets de 10 € et 3 pièces de 2 €. Elle achète pour 8,80 € de viande et 2,60 € de charcuterie. Quelle est sa dépense totale ?

	colonne des <i>billets</i>	colonne des <i>pièces</i>	colonne de la <i>viande</i>	colonne de la <i>charcuterie</i>
Ligne des <u>valeurs</u>	<u>Valeur d'un billet</u> : 10 €	<u>Valeur d'une pièce</u> : 2 €		
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>billets</i> : 2	<u>Nombre total</u> de <i>pièces</i> : 3		
Ligne des <u>prix</u>			<u>Prix de la viande</u> : 8,80 €	<u>Prix de la char- cuterie</u> : 2,60 €

L'existence de plus de trois données ajoute encore à la complexité de la construction de l'échiquier. Il nous semble toutefois très important de réaliser l'échiquier dit « global », c'est-à-dire l'échiquier dans lequel figureront *toutes* les données du problème.

La construction de l'échiquier global est un premier pas indispensable vers la compréhension de l'énoncé. La lecture des quelques problèmes que nous proposons montre que l'élaboration de l'échiquier global nécessite une utilisation judicieuse des « bons mots » (prix, montant, valeur,...) et, si nécessaire, des qualificatifs (total, unitaire, ...) en relation directe avec le sens du texte. L'analyse de la question va permettre, quant à elle, de choisir les données qui serviront, grâce « à la bonne opération », à résoudre le problème.

Qu'entend-on par « analyse de la question »? Si la question concerne un objet précis de l'énoncé, elle orientera le choix de l'élève vers la colonne correspondant à cet objet, donnant ainsi le choix entre une multiplication et une division qu'il faudra discriminer grâce à la méthode développée en I. Si la question ne mentionne pas un objet précis, le choix de l'élève s'orientera vers une ligne, ceci débouchant sur une addition ou sur une soustraction.

Exemples : — Problème n°1 : l'échiquier global de ce problème nécessite quatre lignes et deux colonnes pour pouvoir inscrire les quatre données du problème. C'est la question « quel est le prix d'un litre de peinture ? » qui fera choisir la colonne « de la peinture ». On en déduira alors un échiquier simplifié de type colonne caractérisant une division de première catégorie (voir I.).

— Problème n° 2 : l'échiquier global nécessite trois lignes et deux colonnes pour inscrire les quatre données du problème. « Quelle quantité de fruits a-t-elle achetée ? » : cette question, qui ne particularise pas les fruits, induit de choisir la ligne « des poids ». On en déduira alors un échiquier simplifié de type ligne caractérisant une addition (voir I.)

IV - 2 QUESTIONS - 2 OPERATIONS INDEPENDANTES -
(avec ou sans données inutiles, donc 4 données ou plus)

1 - Carine achète 1,5 kg de pommes à 0,66 € le kilo et 3 poignées de cerises pesant 0,440 kg.

	colonne des pommes	colonne des cerises
Ligne des prix	<u>Prix</u> d'un kilo de pommes : 0,66 €	
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre</u> total de poignées de cerises : 3
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> total des pommes : 1,500 kg	<u>Poids</u> total des cerises : 0,440 kg

Question 1 : quelle quantité de fruits a-t-elle achetée ?

	colonne des pommes	colonne des cerises
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> total des pommes : 1,5 kg	<u>Poids</u> total des cerises : 0,440 kg

Question 2 : quel est le poids d'une poignée de cerises ?

	colonne des cerises
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre</u> total de poignées de cerises : 3
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> total des cerises : 0,440 kg

2 - Jeudi matin, Mme Loiseau fait son marché. Elle veut faire plaisir à ses trois enfants. Chez le marchand de fruits, elle achète pour Clément 1,5 kg de fraises à 4,88 € le kilo. Chez le marchand de vêtements, elle achète pour Fanny un pantalon à 37,96 € et pour Clotilde, un pull-over brodé à 22,79 €.

	colonne des enfants	colonne des fraises	colonne du pantalon	colonne du pull-over
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre</u> (total) d'enfants : 3			
Ligne des <u>poids</u>		<u>Poids</u> total des fraises : 1,5 kg		
Ligne des <u>prix unitaires</u>		<u>Prix</u> d'un kilo de fraises : 4,88 €	<u>Prix</u> du pantalon : 37,96 €	<u>Prix</u> du pull-over : 22,79 €

Question 1 : quelle somme dépense-t-elle pour faire plaisir à Clément ?

	colonne des fraises
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids</u> total des fraises : 1,5 kg
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> d'un kilo de fraises : 4,88 €

Question 2 : que dépense-t-elle chez le marchand de vêtements ?

	colonne du pantalon	colonne du pull-over
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> du pantalon : 37,96 €	<u>Prix</u> du pull-over : 22,79 €

Le paragraphe IV traite de problèmes à deux questions donnant lieu à *deux opérations indépendantes*.

Après avoir fait l'échiquier global du problème, l'élève devra traiter chaque question pour elle-même, ce qui le conduira à établir deux échiquiers simplifiés qui lui permettront de répondre à chacune des questions posées.

Les problèmes faisant intervenir des opérations non indépendantes font l'objet de la partie suivante : « complexification ».

A titre indicatif, voici trois autres énoncés qui relèvent du même type de difficulté que ceux que nous venons de traiter :

3 - *Vendredi après-midi, Mme Durand va au supermarché. Au rayon primeurs, elle hésite, finalement, elle se décide à acheter 2,5 kg de pommes pour 1,75 € et 3 kg d'oranges pour 2,97 €.*

Question 1 : *quel est le prix d'un kilo de pommes ?*

Question 2 : *quelle est sa dépense totale ?*

4 - *Arthur achète 2 litres de vin blanc à 2,30 € le litre et 21 litres de vin rouge dans 3 fûts.*

Question 1 : *quel est le volume de vin acheté au total ?*

Question 2 : *quel est le prix total du vin blanc ?*

5 - *Pour Noël, Grégory et Damien font des achats. Grégory adore les marrons, il en achète 1,5 kg à 5,70 € le kilo. Damien, lui, préfère acheter un sac de mandarines de 2,5 kg pour 3,15 €.*

Question 1 : *quelle est la dépense totale de Grégory ?*

Question 2 : *quel est le prix d'un kilo de mandarines ?*

❧ COMPLEXIFICATION ❧

Après avoir décrit la méthode et avoir établi une typologie des problèmes, nous abordons la partie « complexification », dont l'objectif est d'entrer plus avant dans les mécanismes des problèmes couramment proposés aux élèves de Sixième.

Même si la liste des problèmes étudiés n'est pas exhaustive, nous avons fait le choix de développer particulièrement une difficulté qui est commune à tous les problèmes « compliqués » : c'est celle de la dépendance entre les questions avec ou sans formulation de questions intermédiaires.

Comme on le verra les problèmes dits « de proportionnalité » constituent à cet égard le point d'orgue de notre problématique.

I. 2 QUESTIONS - 2 OPERATIONS DEPENDANTES

(avec ou sans données inutiles, donc 3 données ou plus)

1. Une addition et une soustraction.

Abel a reçu 7,5 € d'argent de poche. Il achète un coca pour 2 € et un paquet de bonbons pour 3 € .

	colonne de l'argent de poche	colonne du coca	colonne des bonbons
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 7,5 €	<u>Montant (total)</u> du coca : 2 €	<u>Montant (total)</u> des bonbons : 3 €

Question 1 : combien va-t-il dépenser ?

	colonne du coca	colonne des bonbons
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> du coca : 2 €	<u>Montant (total)</u> des bonbons : 3 €

Question 2 : combien lui restera-t-il d'argent de poche ?

	colonne de l'argent de poche	colonne des dépenses
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 7,5 €	<u>Montant (total)</u> des dépenses : 5 €

Ce cas de figure est le cas schématiquement le plus simple, qui correspond en définitive à deux additions (algébriques !) enchaînées. Il montre une part des difficultés que l'élève doit gérer lorsqu'il a affaire à deux opérations enchaînées :

— La mise en place de l'échiquier global nécessite, dans un premier temps, de trouver « le bon mot » qui doit rassembler les trois données sur une seule et même ligne ; il est clair que, sur cet exemple, l'indice qui permet d'aboutir à cette conclusion réside dans le fait que l'on ne rencontre *qu'une seule unité*,

- Dans la mesure où la première question est, ici, effectivement posée par l'énoncé et où elle porte sur la « dépense », l'extraction de l'échiquier simplifié se fait par « élimination de la donnée obscure », comme il a été dit dans la première partie,
- La principale (et nouvelle) difficulté consiste ensuite dans le fait qu'il est indispensable d'injecter le résultat obtenu à la première question dans le problème. On peut presque dire que l'élève doit alors *recréer l'énoncé d'un nouveau problème*, ce qui va lui permettre d'établir un nouvel échiquier simplifié qui, à la différence des cas précédents, *ne découlera pas directement* de l'échiquier global du problème initial.

En résumé, la résolution de la deuxième question nécessite une réécriture de l'énoncé (qui doit évidemment être formulée explicitement dans la phase orale) sous la forme : « Abel a reçu 7,5 € d'argent de poche. Il dépense 5 €, combien lui reste-t-il ? ». On aboutit alors à un nouvel échiquier simplifié (qui nécessite un changement partiel de vocabulaire) et qui peut apparaître (au niveau structurel) comme le résultat d'une sorte de « contraction » ayant eu lieu au niveau de certaines cases de l'échiquier global initial.

2. Deux multiplications.

Monsieur Bela travaille 5 jours par semaine, à raison de 7 heures par jours, il gagne 7,50 € de l'heure.

	colonne du travail de M. Bela
Ligne de la <u>durée</u> en heures par jour	<u>Durée</u> du travail de M. Bela : 7 h / jour
Ligne de la <u>durée</u> en jours (par semaine)	<u>Durée totale</u> du travail de M. Bela : 5 jours
Ligne du <u>salaire</u> par heure	<u>Salaire par heure</u> du travail de M. Bela : 7,5 €

Question 1 : *quelle est, en heures, la durée totale du travail de M. Bela en une semaine ?*

	colonne du travail de M. Bela
Ligne de la <u>durée</u> en heures par jour	<u>Durée</u> du travail de M. Bela : 7 h / jour
Ligne de la <u>durée</u> en jours (par semaine)	<u>Durée totale</u> du travail de M. Bela : 5 jours

Question 2 : combien M. Bela gagne-t-il chaque semaine ?

	colonne du <i>travail de M. Bela</i>
Ligne du <u>salaire par heure</u>	<u>Salaire par heure</u> du <i>travail de M. Bela</i> : 7,5 €
Ligne de la <u>durée</u>	<u>Durée totale</u> du <i>travail de M. Bela</i> : 35 h

On retrouve ici un schéma global de difficultés analogue au précédent, à ceci près qu'il se géométrise « en colonne » plutôt « qu'en ligne » (un seul objet : le travail de M. Bela), mais avec une différence importante au niveau des difficultés pratiques à surmonter car les unités n'apparaissent pas nécessairement différentes en première lecture de l'énoncé : il s'agit pourtant de « deux durées », l'une est exprimée en « heures par jours », alors que l'autre est exprimée en « jours »...

Il résulte alors de la formulation de la première question l'élimination d'une « donnée inutile », qui aboutit à un échiquier simplifié du type « multiplication » (par la présence d'une donnée « unitaire » et d'une donnée « totale »). L'élaboration de l'énoncé intermédiaire (voir précédemment) redonne un échiquier « simplifié » du type multiplication (pour les mêmes raisons).

Remarques :

- La « contraction » des deux cases de l'échiquier initial aboutit à une case « de la durée » dans l'échiquier simplifié final qui n'oblige plus à préciser l'unité ; c'est la traduction, au niveau des unités, de l'opération : « (heure / jour) $\times$ jours = heures ».
- On notera d'autre part que la question intermédiaire choisie dans l'énoncé aurait pu être remplacée par une détermination du « salaire journalier » : l'associativité garantit l'identité des résultats, mais la gestion serait un peu simplifiée au niveau des échiquiers car elle évite un « télescopage » d'unités trop proches.
- Le choix que nous avons fait amène effectivement une certaine difficulté pour gérer convenablement les deux types d'unités de durée qui interviennent (heures par jour et jours par semaine) et il est nécessaire de se rendre compte que la « semaine » n'a pas vraiment à figurer dans la problématique (c'est pour cette raison que nous l'avons indiquée entre parenthèses dans l'échiquier).
- Par ailleurs, il est clair que la détermination d'un « objet » unique (le travail de M. Bela) qui permet d'aboutir à un échiquier à une seule colonne n'est pas forcément immédiate ; on aurait pu (par exemple) trouver légitime de faire apparaître séparément les idées de « (temps de) travail » et de « l'argent de M. Bela » et aboutir de ce fait à un échiquier à deux colonnes. Cela ne change pas fondamentalement la règle de résolution qui a été donnée, arrêtons-nous sur un exemple un peu différent où la distinction peut sembler plus naturelle que le choix direct d'un objet unique :

Je veux carreler une salle de séjour. Les dimensions de la pièce sont 8 m et 5 m. Le prix d'un mètre carré de carrelage est 21 €. Quelle est l'aire de la salle de séjour ? Quelle sera ma dépense ?

La distinction entre « salle de séjour » et « carrelage » peut sembler naturelle et aboutir à l'échiquier suivant à deux colonnes :

	colonne du <i>carrelage</i>	colonne de la <i>salle de séjour</i>
Ligne des <u>Longueurs</u>		<u>Longueur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 8 m
Ligne des <u>largeurs</u>		<u>Largeur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 5 m
Ligne des <u>Prix</u>	<u>Prix</u> d'un mètre carré <i>de carrelage</i> : 21 €	

Au fond, il est favorable au traitement de la première question (et même à la découverte d'une éventuelle question intermédiaire si le problème posait directement la question de la dépense), pour aboutir à l'échiquier simplifié :

	colonne de la <i>salle de séjour</i>
Ligne des <u>longueurs</u>	<u>Longueur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 8 m
Ligne des <u>largeurs</u>	<u>Largeur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 5 m

Remarque : On a affaire ici à un échiquier « multiplicatif » qui n'est pas caractérisé par la présence « d'unités quotients », c'est souvent le cas lorsque l'on traite des problèmes reliés à des formules « géométriques ». La difficulté nouvelle est donc de penser à la formule donnant l'aire du rectangle.

En tout état de cause, l'étape suivante de reformulation de l'énoncé permet de « retomber » sur l'échiquier de résolution de la deuxième question :

	colonne du <i>carrelage</i>
Ligne des <u>aires</u>	<u>Aire totale</u> du <i>carrelage</i> : 40 m ²
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> d'un mètre carré <i>de carrelage</i> : 21 €

Si bien que l'on observe en fait, d'une part le phénomène de « contraction » développé précédemment (« longueur x largeur » donne « aire ») et, d'autre part, un phénomène de « glissement » possible de « l'aire de la salle de séjour » à « l'aire du carrelage » (par « superposition des colonnes ») qui aurait pu avoir lieu dès le début du problème pour aboutir directement à un échiquier global à une seule colonne.

En d'autres termes, l'alternance des cases vides et des cases pleines dans l'échiquier global précédent permettrait d'induire une simplification de celui-ci sur une seule colonne par un phénomène de « glissement » ou de « superposition » (dans une seule colonne correspondant, en quelque sorte, à la « surface carrelée ») :

	colonne du <i>carrelage</i>	colonne de <i>la salle de séjour</i>
<u>Ligne des Longueurs</u>		<u>Longueur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 8 m
<u>Ligne des largeurs</u>		<u>Largeur (totale)</u> de la <i>salle de séjour</i> : 5 m
<u>Ligne des Prix</u>	<u>Prix d'un mètre carré de carrelage</u> : 21 €	

A titre d'exemples, on pourra établir les échiquiers relatifs aux deux énoncés suivants :

1. *Un train comprend 15 wagons. Chaque wagon comporte 12 compartiments de 6 places assises.*

- quel est le nombre de places assises dans chaque compartiment ?*
- quel est le nombre de places assises dans le train ?*

[Ce problème est mathématiquement exactement structuré comme celui « de M. Bela », mais les trois lignes sont des lignes « de nombres », deux de ces lignes faisant intervenir des « unités quotients » : « nombre de compartiment *par* wagon » et « nombre de places *par* compartiment ».]

2. *Un lot de 5 paquets de 6 chewing-gum coûte 1,80 euros.*

- quel est le nombre de chewing-gum par lot ?*
- quel est le prix d'un chewing-gum ?*

[Sur le même type de structure, on peut naturellement gérer la combinaison d'une multiplication et d'une division, ou de deux divisions.]

3. Une multiplication suivie d'une soustraction.

1. Ayant reçu 5 € d'argent de poche, la gourmande retourne à la confiserie. Elle constate que les nounours ont augmenté. Ils coûtent maintenant 0,20 € pièce. Elle en prend quand même 12.

	colonne de l'argent de poche	colonne des nounours
Ligne des montants	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 5 €	
Ligne des <u>montants</u> par nounours		<u>Montant</u> dépensé pour un nounours : 0,20 €
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre</u> total de nounours : 12

Question 1 : combien va-t-elle dépenser ?

	colonne des nounours
Ligne des <u>montants</u> par nounours	<u>Montant</u> dépensé pour un nounours : 0,20 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre</u> total de nounours : 12

Question 2 : combien lui rendra la vendeuse sur son billet de 5 € ?

	colonne de l'argent de poche	colonne de la dépense
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 5 €	<u>Montant</u> total de la dépense : 2,40 €

L'échiquier global et la première question du problème se traitent comme à la façon indiquée dans la première partie (avec notamment la présence provisoire d'une donnée « obscure » vis à vis de la question que l'on est en train de résoudre...). Pour résoudre la question 2, il faut d'abord transformer le texte en : « Ayant reçu 5 euros d'argent de poche, la gourmande retourne à la confiserie. Elle dépense 2,40 euros. Combien lui rendra la vendeuse ? ».

Ce nouvel énoncé donne ensuite lieu à un échiquier simplifié de type ligne qui conduira à une soustraction. On notera à nouveau dans cet exemple le phénomène important de « contraction » qui intervient ainsi au niveau des cases de l'échiquier : le calcul effectué en résolvant la question 1 permet de « transformer » deux cases de l'échiquier initial (global) en une seule case qui peut dès lors participer à l'élaboration de l'échiquier ligne de la question suivante.

C'est ce qui correspond, au niveau du vocabulaire, au passage d'un « montant unitaire » à un « montant total ».

Remarque : On pourrait envisager, à partir de l'échiquier global, la possibilité d'une « superposition » des colonnes par « glissement » de la colonne de droite, sur le même schéma qu'à l'exercice précédent. Il faudrait pour cela déterminer un « objet unique » rassemblant « argent de poche » et « nounours »... C'est précisément le « sens du problème » que de voir que cela n'est pas possible dans le cas présent. [Lorsque la superposition est impossible, cela signifie généralement que le problème ne peut se ramener à deux multiplication(s) ou division(s) successives.]

2. *Mardi soir, Michèle va au cinéma avec sa sœur Nathalie. Elles ont reçu 30,50 € de leur grand-mère. Elles achètent 2 places pour 9,70 € et 2 paquets de pop-corn à 3,80 € le paquet.*

	colonne de <i>l'argent de poche</i>	colonne des <i>places de cinéma</i>	colonne du <i>pop-corn</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de <i>l'argent de poche</i> : 30,50€	<u>Montant total</u> des <i>places de cinéma</i> : 9,70 €	
Ligne des <u>montants</u> <u>unitaires</u>			<u>Montant d'un</u> paquet de <i>pop-corn</i> : 3,80€
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de <i>places de cinéma</i> : 2	<u>Nombre total</u> de <i>paquets de pop-corn</i> : 2

Question 1 : *quelle est la dépense pour le pop-corn ?*

	colonne du <i>pop-corn</i>
Ligne des <u>montants</u> <u>unitaires</u>	<u>Montant d'un</u> paquet de <i>pop-corn</i> : 3,80 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>paquets de pop-corn</i> : 2

Question 2 : *quelle est la dépense totale ?*

	colonne de <i>l'argent de poche</i>	colonne des <i>places de cinéma</i>	colonne du <i>pop-corn</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de <i>l'argent de poche</i> : 30,50€	<u>Montant total</u> des <i>places de cinéma</i> : 9,70 €	<u>Montant total</u> du <i>pop-corn</i> : 7,60€
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de <i>places de cinéma</i> : 2	

	colonne de <i>l'argent de poche</i>	colonne des <i>places de cinéma</i>	colonne du <i>pop-corn</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de <i>l'argent de poche</i> : 30,50€	<u>Montant total</u> des <i>places de cinéma</i> : 9,70 €	<u>Montant total</u> du <i>pop-corn</i> : 7,60€

	colonne des <i>places de cinéma</i>	colonne du <i>pop-corn</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant total</u> des <i>places de cinéma</i> : 9,70 €	<u>Montant total</u> du <i>pop-corn</i> : 7,60€

Cet énoncé illustre l'injection (par rapport au schéma étudié dans le problème précédent) de deux données supplémentaires « inutiles ou obscures » qui viennent compliquer le traitement de l'échiquier global et, par conséquent l'établissement des échiquiers simplifiés correspondant à chacune des deux questions. La question 1 ne pose pas vraiment de problème : l'élève sélectionne, à partir de la question « Quelle est la dépense pour le pop-corn ? », la colonne du pop-corn, se dégageant ainsi de toutes les données qui lui sont inutiles et obtenant un échiquier colonne...

La question 2 nécessite encore de reformuler le texte et d'en établir un *nouvel échiquier global* : « Mardi soir Michèle va au cinéma avec sa sœur Nathalie. Elles ont reçu 30,50 euros de leur grand-mère. Elles achètent deux places pour 9,70 euros et du pop-corn pour un total de 7,60 euros. Quelle est la dépense totale ? ».

Comme précédemment la résolution de la question 1 amène le phénomène de « contraction » des cases de la colonne du « pop-corn », mais les données inutiles présentes dans l'énoncé initial demeurent en place dans le nouveau problème et donc dans le nouvel échiquier global. La méthode d'élimination doit alors être conduite en deux temps : sélection de la ligne « des montants » (éliminant le nombre « inutile » de places), puis élimination de la colonne de l'argent de poche (donnée « obscure »). Voir le paragraphe II de la première partie.

Les problèmes suivants sont d'un type analogue (multiplication-addition et division-soustraction) :

3. *Arthur et Albert vont à Cora. Arthur adore les bonbons, il en achète 1,5 kg à 4,20 € le kilo. Albert, lui, préfère acheter un CD à 15 €.*

Question 1 : *quelle est la dépense d'Arthur ?*

Question 2 : *combien ont-ils dépensé en tout ?*

4. Un groupe de 6 collégiens se rend à Mac Donald. L'un d'entre eux, Romain, paie l'addition d'un montant de 31,50 €. Jean, lui, a 15,24 € dans son portefeuille.

Question 1 : combien chaque collégien doit-il à Romain ?

Question 2 : Jean veut s'acheter un livre. De combien d'argent dispose-t-il après le repas ?

4. Addition suivie d'une multiplication

5. Abel s'entraîne pour le semi-marathon. Le matin il parcourt 15 km, l'après-midi 12 km. Et ceci pendant 15 jours.

Question 1 : combien parcourt-il par jour ?

Question 2 : quelle est la distance parcourue pendant tout l'entraînement ?

L'échiquier global initial donne :

	colonne du <i>matin</i>	colonne de l' <i>après-midi</i>	colonne des <i>jours</i>
Ligne des <u>distances</u>	<u>Distance (totale)</u> parcourue le <i>matin</i> : 15 km	<u>Distance (totale)</u> parcourue l' <i>après-midi</i> : 12 km	
Ligne des <u>nombres</u>			<u>Nombre (total)</u> de <i>jours</i> : 15

La première question amène évidemment à l'échiquier simplifié :

	colonne du <i>matin</i>	colonne de l' <i>après-midi</i>
Ligne des <u>distances</u>	<u>Distance (totale)</u> parcourue le <i>matin</i> : 15 km	<u>Distance (totale)</u> parcourue l' <i>après-midi</i> : 12 km

qui aboutit à une addition, dont le résultat s'intègre ensuite au « nouvel énoncé » sous forme de « distance parcourue en une journée » :

	colonne de la <i>journée</i>
Ligne des <u>distances</u>	<u>Distance</u> parcourue en une <i>journée</i> : 27 km
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre</u> total de <i>journées</i> : 15

Remarques :

— On notera que « donner du sens au problème » nécessite précisément de savoir « jongler » avec l'adjectif « total », car la « contraction » revient à passer des deux cases en haut à gauche de l'échiquier global initial à la case située à leur droite de façon à obtenir la distance « unitaire » qui prendra place dans la multiplication finale,

— Une analyse trop rapide de l'échiquier global pourrait laisser penser à une possibilité de « glissement » d'une ligne sur l'autre (comme cela a été indiqué précédemment à propos des colonnes) ; il n'en est rien car ceci supposerait une « superposition » impraticable au niveau des unités commandant ces deux lignes. En effet la « superposition » de deux colonnes suppose de trouver un « objet » commun déterminant la nouvelle colonne, or si cela est (parfois) envisageable au niveau « sémantique », c'est un obstacle insurmontable lorsqu'il s'agit des unités mathématiques.

5. Soustraction suivie d'une division

6. Avec une carte d'abonnement coûtant 13,72 euros, je paie une place de théâtre 6,10 euros au lieu de 9,10 euros.

Question 1 : quelle économie fait-on sur le prix d'une place lorsque l'on a la carte ?

Question 2 : combien de places faut-il acheter pour rembourser l'achat de la carte ?

La mise en place de l'échiquier global initial amène assez naturellement l'élève à construire un échiquier « ligne » dans la mesure où le problème ne fait appel qu'à une seule unité :

	colonne de la <i>carte</i>	colonne de la place <i>entière</i>	colonne de la place <i>réduite</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix</u> de la <i>carte</i> : 13,72 €	<u>Prix</u> d' une place <i>entière</i> : 9,10 €	<u>Prix</u> d' une place <i>réduite</i> : 6,10 €

On notera la distinction sémantique entre l'article défini « la » de la première case et l'article indéfini « une » de la deuxième et de la troisième cases. Elle traduit le fait que l'acheteur dispose d'une seule carte pour plusieurs places et commandera le « sens du problème » au niveau de la deuxième question.

La première question, qui insiste sur le « prix d'une place », conduit à éliminer la « donnée obscure » qui est le prix de la carte, d'où l'échiquier simplifié :

	colonne de <i>la place entière</i>	colonne de <i>la place réduite</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix d'une place</u> <i>entière</i> : 9,10 €	<u>Prix d'une place</u> <i>réduite</i> : 6,10 €

C'est un échiquier ligne d'addition ou de soustraction, où les mots « entière » et « réduite » commandent une soustraction...

Le nouvel énoncé sera :

« Avec une carte d'abonnement coûtant 13,72 €, je réalise une économie de 3 € sur chaque place de théâtre. Combien de places faut-il acheter pour rembourser l'achat de la carte ? ».

L'élève doit comprendre que le prix de la carte doit devenir un « prix total » pour s'opposer au fait que la réduction est une réduction « par » billet, donc un prix à interpréter comme « unitaire ».

Il lui faut donc désormais trancher sur le statut définitif de la première case de l'échiquier global initial, ainsi que sur l'unique « objet » concerné par le problème : la « réduction », qu'elle soit « totale » (au niveau de la carte) ou « unitaire » (au niveau de chaque place).

On obtient l'échiquier simplifié de la deuxième question :

	colonne de <i>la réduction</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant total</u> <i>de la réduction</i> : 13,72 €
Ligne des <u>montants</u> <u>par place</u>	<u>Montant de la réduction</u> <i>pour une place</i> : 3 €

Il correspond à une division de « deuxième catégorie » (cf. première partie) et nécessitera un arrondi pour conclure correctement le problème.

Remarque : Si, à la première lecture l'élève a déjà perçu l'achat de la carte comme étant une dépense « globale » par rapport à un l'achat d'une place, il fera l'échiquier à deux lignes suivant :

	colonne de la <i>carte</i>	colonne de <i>la place entière</i>	colonne de <i>la place réduite</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> de <i>la carte</i> : 13,72 €		
Ligne des <u>prix</u> <u>par place</u>		<u>Prix d'une place</u> <i>entière</i> : 9,10 €	<u>Prix d'une place</u> <i>réduite</i> : 6,10 €

De ce fait, l'échiquier correspondant à la première question s'extrait de façon plus naturelle, mais le passage à la deuxième question implique une « contraction » qui ne fait pas l'économie (comme on l'a vu plus haut) d'un changement de vocabulaire permettant de dégager l'objet unique « réduction » qui débouchera sur l'échiquier simplifié colonne.

II. NECESSITE DE CREER UNE QUESTION INTERMEDIAIRE

1. Une question - deux opérations dépendantes

Intéressons-nous aux problèmes qui se réduisent en apparence à une seule question, mais pour lesquels la résolution nécessite en réalité deux opérations enchaînées, et qui confrontent donc l'élève à l'obligation d'inventer lui-même une « question intermédiaire » qui lui permettra de dégager la première opération à faire.

A priori, tous les problèmes étudiés au paragraphe précédent sont évidemment susceptibles d'être posés avec une seule question : il suffit de supprimer la première... L'élève se trouve alors en présence de l'échiquier « global initial » que nous avons donné dans chaque cas, et la question qui se pose est donc, pour nous, la suivante : comment l'aider — à partir de l'échiquier et de l'énoncé — à dégager la « bonne question intermédiaire » ?

Il n'y a malheureusement pas de « méthode miracle » qui fonctionne dans tous les cas de figure ! Mais nous allons voir comment, en s'aidant de l'échiquier, on peut indiquer quelques pistes praticables :

1. Abel a reçu 7,5 € d'argent de poche. Il achète un coca pour 2 € et un paquet de bonbons pour 3 €. Combien lui restera-t-il d'argent de poche ?

Comme au paragraphe précédent, l'élève dispose de l'échiquier :

	colonne de l'argent de poche	colonne du coca	colonne des bonbons
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 7,5 €	<u>Montant (total)</u> du coca : 2 €	<u>Montant (total)</u> des bonbons : 3 €

C'est à lui de dégager une des stratégies possibles pour obtenir la réponse, mais l'échiquier lui a d'abord permis de mettre en évidence *toutes* les données du problème et lui indique d'emblée, par sa structure en ligne, que l'on est face à un problème de type additif et/ou soustractif.

Cela étant c'est essentiellement un retour à l'énoncé qui permettra de sélectionner le « chapitre » des dépenses et d'amener aux deux opérations à effectuer. Mais on peut penser qu'une considération (plus ou moins consciente) des possibilités d'opérations offertes par l'échiquier est susceptible de conduire à une démarche plus « tâtonnante » et d'éliminer les opérations insensées : « que puis-je faire avec le 7,5 et le 2 ; que puis-je faire avec le 7,5 et le 3 ; etc. »... Cela reviendrait en définitive à « extraire » systématiquement tous les échiquiers simplifiés possibles à partir de l'échiquier global et d'étudier tous les « chemins » (toutes les questions intermédiaires) susceptibles d'amener au résultat.

On notera, par exemple, qu'indépendamment de la question intermédiaire retenue au paragraphe précédent, il est tout à fait envisageable de grouper les deux premières cases et de se poser la question : « combien lui restera-t-il d'argent de poche après avoir acheté le coca ? », ce qui induit une soustraction et oblige à poursuivre la résolution par : « sachant qu'il lui reste 5,5 euros, et qu'il achète des bonbons pour 3 euros, combien lui reste-t-il finalement d'argent de poche ? ».

On trouvera une démarche « multiplicative » analogue à propos de l'exemple du paragraphe I. 2. et on se reportera aux remarques qui suivent le problème de Monsieur Bela, ainsi qu'à celles qui suivent le problème « de la salle de séjour ».

2. Ayant reçu 5 € d'argent de poche, la gourmande retourne à la confiserie. Elle constate que les nounours ont augmenté. Ils coûtent maintenant 0,20 € pièce. Elle en prend quand même 12. Combien lui rendra la vendeuse sur son billet de 5 € ?

Comme précédemment, l'élève dispose de l'échiquier global suivant :

	colonne de l'argent de poche	colonne des nounours
Ligne des montants	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 5 €	
Ligne des <u>montants</u> par nounours		<u>Montant</u> dépensé pour un nounours : 0,20 €
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de nounours : 12

Il est clair sur celui-ci que la structure même ne peut guère inviter qu'à envisager l'opération commandée par les deux cases de droite ; ce qui conduit à l'exemple tel qu'il a été traité au paragraphe 1. 3. (Il en va de même pour un exercice tel que celui du paragraphe 1. 4.)

On doit cependant noter que l'élève aurait pu établir (dans le présent exercice) un échiquier global (moins correct) du type suivant :

	colonne de l'argent de poche	colonne des nounours
Ligne des montants	<u>Montant (total)</u> de l'argent de poche : 5 €	<u>Montant</u> dépensé pour un nounours : 0,20 €
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de nounours : 12

Cette structure donne malheureusement deux pistes a priori possibles : la « bonne », qui consiste à regrouper les cases de droite, et la « mauvaise » qui regroupe les deux cases du haut et conduit à envisager une soustraction...

Il n'est intellectuellement guère possible de démontrer que cette deuxième piste est complètement proscrite : après tout rien n'interdit de faire la même soustraction 12 fois de suite pour résoudre le problème !... Mais cela nécessiterait d'établir des échiquiers intermédiaires qui sont loin d'être praticables, si bien que l'extraction des deux cases du haut conduit à concrètement à une impasse...

On peut seulement insister sur le fait que l'entraînement à la rigueur et à la précision dans l'écriture des échiquiers permet d'éviter de telles impasses.

On se reportera au paragraphe 1. 5. pour l'illustration d'une difficulté analogue à propos d'une soustraction suivie d'une division.

2. Deux questions – la première nécessitant deux opérations

Reprenons d'abord l'exercice du paragraphe I. 3. 2. tel qu'il était initialement posé :

1. *Mardi soir, Michèle va au cinéma avec sa sœur Nathalie. Elles ont reçu 30,50 € de leur grand-mère. Elles achètent 2 places pour 9,70 € et 2 paquets de pop-corn à 3,80 € le paquet.*

Question 1 : *quelle est la dépense pour le pop-corn ?*

Question 2 : *quelle est la dépense totale ?*

Il est clair que cet énoncé peut aisément devenir un énoncé à une seule question si l'on se contente de demander directement « Quelle est la dépense totale ? » Nous aboutirons ainsi à un nouvel exemple où l'élève est amené à poser lui-même une question intermédiaire.

Mais, si l'on se reporte aux échiquiers du paragraphe concerné, on verra que la présence de données « inutiles » ou « obscures » complique sensiblement l'extraction d'échiquiers simplifiés pertinents...

Or supposons maintenant que le problème de Michèle soit posé avec une seconde question comme : « Que lui reste-t-il après la sortie au cinéma ? », on voit que certaines des données qui étaient gratuitement « inutiles » (ou « obscures ») dans l'énoncé primitif deviennent indispensable dans l'énoncé « complexifié ».

Ainsi le schéma « deux questions, la première nécessitant deux opérations » va conduire systématiquement l'élève dans des difficultés de ce genre. Nous laissons le lecteur se reporter au paragraphe 1. 3. 2. et traiter de façon plus détaillée le « problème de Michèle » et nous nous intéresserons à l'énoncé suivant :

2. *On paye 250 € à la commande d'une machine à laver coûtant 754,85 € au comptant et on règle six mensualités de 91,50 €.*

1) *Quel prix a-t-on payé pour cette machine ?*

2) *Quelle économie aurait-on faite en la payant au comptant ?*

L'échiquier global initial doit être :

	Colonne de l' <i>acompte</i>	Colonne du <i>comptant</i>	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l' <i>acompte</i> : 250 €	<u>Montant (total)</u> du <i>comptant</i> : 754,85 €	
Ligne des <u>montants</u> <u>unitaires</u>			<u>Montant d'une</u> <i>mensualité</i> : 91,50 €
Ligne des <u>nombres</u>			<u>Nombre total</u> de <i>mensualités</i> : 6

Intéressons nous à la première question. Il s'agit du prix à crédit, donc le montant du comptant est une donnée inutile. D'où l'échiquier :

	Colonne de l' <i>acompte</i>	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l' <i>acompte</i> : 250 €	
Ligne des <u>montants</u> <u>unitaires</u>		<u>Montant d'une</u> <i>mensualité</i> : 91,50 €
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de <i>mensualités</i> : 6

On retrouve un schéma de question intermédiaire relativement simple et déjà rencontré : il paraît assez naturel d'extraire l'échiquier simplifié (multiplicatif) formé des deux cases de droites :

	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u> <u>unitaires</u>	<u>Montant d'une</u> <i>mensualité</i> : 91,50 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>mensualités</i> : 6

Ce qui revient à poser la question intermédiaire : « Quel est le montant total des mensualités ? », dont la réponse va s'intégrer au nouvel échiquier :

	Colonne de l' <i>acompte</i>	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> de l' <i>acompte</i> : 250 €	<u>Montant total</u> des <i>mensualités</i> : 549 €

Et ceci permet de répondre à la première question de l'énoncé initial. Il restera à reprendre un échiquier en récupérant la donnée inutile écartée précédemment, pour résoudre la dernière question :

	Colonne du <i>comptant</i>	Colonne du <i>crédit</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant (total)</u> du <i>comptant</i> : 754,85 €	<u>Montant total</u> du <i>crédit</i> : 799 €

On notera le glissement lexical (de « mensualités » et « acompte » à « crédit ») qui détermine, à partir de cet échiquier ligne, le choix de la soustraction.

Remarquons par ailleurs, que l'élève aurait pu facilement être tenté par un échiquier global initial de la forme :

	Colonne de l' <i>acompte</i>	Colonne du <i>comptant</i>	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant</u> de l' <i>acompte</i> : 250 €	<u>Montant</u> du <i>comptant</i> : 754,85 €	<u>Montant d'une</u> <i>mensualité</i> : 91,50 €
Ligne des <u>nombres</u>			<u>Nombre total</u> de <i>mensualités</i> : 6

Il s'agit là, en théorie, d'un échiquier qui résulte d'une lecture insuffisante du texte, puisqu'elle ne met pas en évidence le fait que l'acompte et le comptant n'ont pas une valeur de donnée « unitaire », contrairement au cas de la mensualité. On peut toutefois travailler sur cet échiquier, mais l'extraction du premier échiquier intermédiaire donnera :

	Colonne de l' <i>acompte</i>	Colonne des <i>mensualités</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant</u> de l' <i>acompte</i> : 250 €	<u>Montant d'une</u> <i>mensualité</i> : 91,50 €
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre total</u> de <i>mensualités</i> : 6

Qui conduit à la difficulté évoquée au paragraphe précédent...

3. Les problèmes posés par la proportionnalité

D'une certaine façon, les problèmes classiques de « quatrième proportionnelle » font partie des énoncés à trois données et une question, qui nécessitent une question intermédiaire. Intéressons-nous à l'exemple suivant :

1 - *A la coopérative, un paquet de 6 cahiers coûte 7,20 € . Kevin veut en acheter 4. Quelle sera sa dépense ?*

Conformément à la méthode des échiquiers, l'élève va tenter de construire l'échiquier global initial relatif à l'énoncé. Il va rapidement rencontrer une difficulté imprévue : il y a *deux données dans la même unité* pour un même objet : la ligne des « nombres » doit accueillir les données « 6 » et « 4 » dans la colonne attachée aux « cahiers » !

Pour sortir de cette première difficulté, la solution la plus naturelle est de transgresser la règle en « dédoublant » la colonne des « cahiers » pour prendre en compte les deux apparitions de ceux-ci dans l'énoncé : on construira une colonne « des cahiers » et une colonne « des cahiers de Kevin » :

	Colonne des <i>cahiers</i>	Colonne des <i>cahiers de Kevin</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des <i>cahiers</i> : 7,20 €	
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>cahiers</i> : 6	<u>Nombre</u> de <i>cahiers de Kevin</i> : 4

La seconde difficulté qui apparaît sur cet échiquier est qu'il est irréductible à tous ceux que l'on a rencontrés jusqu'ici et que l'extraction d'une opération intermédiaire oblige à découvrir un nouveau type de problèmes...

Une autre manière susceptible de sortir de la première difficulté précédente est non pas de « dédoubler » la colonne des cahiers, mais de transgresser la règle en « dédoublant » la ligne des nombres pour faire apparaître une ligne « des nombres (en général) » et une ligne « des nombres en particulier » :

	Colonne des <i>cahiers</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des <i>cahiers</i> : 7,20 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>cahiers</i> : 6
Ligne des <u>nombres en particulier</u>	<u>Nombre particulier</u> de <i>Cahiers</i> : 4

Et nous retrouvons ainsi un schéma d'échiquier en colonne que nous avons déjà rencontré et qui indique de manière plus pertinente le type d'opérations qu'il va s'agir d'effectuer, avec l'hypothèque incontournable : c'est à l'élève de trouver l'enchaînement des opérations et la « question intermédiaire ».

Nous sommes désormais confrontés à deux pistes possibles pour intégrer les problèmes de proportionnalité à la méthode :

— D'une façon générale, on peut constater que les difficultés auxquelles se heurte l'élève au départ constituent des « indices » d'un type de problème spécifique qui lui enjoint de faire appel à des règles supplémentaires qui seront celles des « problèmes de proportionnalité ».

— Si nous choisissons d'utiliser la première méthode (pour aboutir à l'échiquier à deux lignes et deux colonnes), il convient *impérativement* d'énoncer la nouvelle règle : « en présence de colonnes dédoublées, on extrait la colonne complète et non la ligne complète ». Ceci conduira à extraire l'échiquier simplifié colonne qui amène à la division (première catégorie) donnant le **prix à l'unité**. Après cette « question intermédiaire », le problème devient : « un cahier coûte 1,20 € , combien coûtent 4 cahiers ? »...

— Si nous choisissons d'utiliser la seconde méthode (aboutissant à l'échiquier colonne), il faut conseiller à l'élève d'extraire d'abord la structure qui lui est familière (et ne contient pas le qualificatif « particulier »), il est ainsi ramené à la même question intermédiaire qui est celle du prix unitaire. Il doit enfin reprendre le problème comme précédemment, à ceci près qu'il dispose déjà d'une structure « en colonne », mais qu'il doit opérer le glissement « sémantique » du mot « particulier » au mot « total ».

Remarques :

— On notera que la première méthode, si elle ne gomme pas toutes les difficultés, présente la caractéristique d'introduire une structure d'échiquier qui n'est autre que celle des « tableaux de proportionnalité ». On peut donc penser qu'en trouvant, en quelque sorte, sa « limite de complexité » à propos de ce type de problème, la méthode des échiquiers apporte une bonne mesure de la difficulté de ce type de question pour l'élève, et constitue une préparation légitime à l'étude classique de la proportionnalité sous forme de tableaux.

— Dans tous les cas, on n'oubliera pas que nous n'avons développé ici, sur l'exemple de Kevin que l'étude qualitative et « structurelle » de la démarche. En classe, il convient évidemment de mettre toujours l'accent, d'une part sur la lecture orale de l'énoncé et, d'autre part, sur la rédaction du problème avec une conduite écrite des calculs qui suit les étapes développées plus haut.

— Nous n'avons pas trop cherché, dans le problème de Kevin, à nous éloigner de la solution « standard » qui consiste à chercher le « prix à l'unité ». Il est clair cependant que plusieurs intermédiaires sont susceptibles de donner le résultat final de la « règle de trois » mais ne constituent pas forcément des étapes très naturelles. Pour illustrer ce genre de variante, nous nous arrêterons pour terminer sur le problème suivant :

1bis - *A la coopérative, un paquet de 6 cahiers coûte 7,20 €. La documentaliste en a acheté pour 20,40 €. Combien a-t-elle eu de cahiers ?*

Comme précédemment, il convient de faire un choix pour établir l'échiquier global initial. Si nous choisissons l'échiquier colonne nous obtenons :

	Colonne des <i>cahiers</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des <i>cahiers</i> : 7,20 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>cahiers</i> : 6
Ligne des <u>prix en particulier</u>	<u>Prix particulier</u> des <i>cahiers de la doc.</i> : 20,40 €

Après avoir isolé l'échiquier simplifié colonne :

	Colonne des <i>cahiers</i>
Ligne des <u>prix</u>	<u>Prix total</u> des <i>cahiers</i> : 7,20 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>cahiers</i> : 6

Nous pouvons en fait poser deux questions intermédiaires distinctes : « Quel est le prix d'un cahier ? » ou « Quel nombre de cahiers peut-on acheter avec 1 euro ? ».

La première possibilité conduira à un schéma « division suivie d'une multiplication », alors que la seconde conduira à un schéma « division suivie d'une division ».

4. En guise de conclusion...

Intéressons-nous pour terminer à deux exemples de problèmes « de recherche » extraits d'un manuel de Sixième que nous voudrions confronter aux considérations précédentes.

Le premier problème est le suivant :

1. Trois frères doivent se partager un héritage constitué d'un appartement d'une valeur de 106 500 €, d'un terrain d'une valeur de 45 800 € et d'une somme d'argent de 30 400 €. L'aîné prend l'appartement, le deuxième le terrain et le troisième la somme d'argent. Pour que le partage soit équitable, l'aîné devra rembourser une certaine somme. Laquelle ? Quelle somme versera-t-il à chacun de ses frères ?

Il s'agit évidemment d'un problème particulièrement difficile, demandant à l'élève une grande maîtrise d'une situation qu'il n'a probablement guère rencontrée dans sa scolarité ou dans la vie courante... et on peut légitimement se demander comment *l'aider* à explorer et dominer le problème.

Sans prétendre savoir fournir à tous les élèves une baguette magique pour franchir ce genre d'obstacle, il nous semble que la méthode « des échiquiers » peut lui apporter quelques réflexes susceptibles de l'aider dans le dédale des questions intermédiaires qu'il devra se poser.

On notera pour commencer, que le problème lui fournit quatre données (les valeurs de chacune des parties de l'héritage, ainsi que le nombre 3 qui apparaît en toutes lettres, au début du problème) et que la méthode l'oblige donc à mettre ces données dans l'échiquier global initial. Il devra de ce fait introduire deux lignes et quatre colonnes :

	Colonne des <i>frères</i>	Colonne de l' <i>appartement</i>	Colonne du <i>terrain</i>	Colonne de l' <i>argent</i>
Ligne des <u>montants</u>		<u>Montant de</u> l' <i>appartement</i> : 106 500 €	<u>Montant du</u> <i>terrain</i> : 45 800 €	<u>Montant de</u> l' <i>argent</i> : 30 400 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre (total)</u> de <i>frères</i> : 3			

Cet échiquier une fois établi, il assez naturel de se fixer sur les trois cases « en ligne » et de penser aux additions donnant le montant total de l'héritage... Il est tout aussi naturel de « sentir » que le résultat obtenu doit « par contraction » occuper une case comme celle qui est située au début de la ligne et qui conduit à l'échiquier simplifié :

	Colonne des <i>frères</i>
Ligne des <u>montants</u>	<u>Montant total</u> distribué aux <i>frères</i> : 182 700 €
Ligne des <u>nombres</u>	<u>Nombre total</u> de <i>frères</i> : 3

Qui amène à la division donnant « la part de chacun ».

Il est malheureusement clair que le problème est loin d'être terminé (il n'est même pas commencé au regard des questions posées !), Mais il nous semble que l'échiquier a permis de donner les moyens nécessaires à l'élève pour qu'il puisse *tenter de façon constructive* une reformulation de l'énoncé qui inclue le résultat obtenu et conduise à dire : « Trois frères se partagent un héritage. La part de chacun est de 60 900 €. L'aîné reçoit 106 500 €, combien doit-il redonner à ses frères ? Etc. ». Nous laissons le lecteur terminer le problème dont la difficulté réside dans les reformulations qui permettent de résoudre la deuxième question...

Le second problème est d'une autre nature :

2. Des élèves décident de fabriquer et de vendre des gâteaux. Pour chacun ils utilisent 250 g à 0,90 € le kg, 250 g de sucre à 1,20 € le kg, 250 g de beurre à 3,95 € le kg et 4 œufs à 1,50 € la douzaine. Le premier lundi, ils vendent 12 gâteaux de 8 parts chacun au prix de 0,75 € la part. Ces élèves voudraient tirer un bénéfice d'au moins 300 €. S'ils continuent à vendre autant de gâteaux chaque lundi, pendant combien de semaines doivent-ils poursuivre cette opération ?

Cet énoncé illustre, s'il en était besoin, la nécessité impérieuse d'une lecture véritablement approfondie du texte initial et il nous semble que cela peut effectivement passer de façon efficace par le travail oral qui a été développé précédemment. Par ailleurs il est clair que ce problème a pour but de « noyer » l'élève sous un flot de données et on mesure ici l'importance de l'échiquier qui va aider l'élève à trier, classer, hiérarchiser, lier entre elles les 12 données contenues dans l'énoncé...

Face à l'échiquier global initial :

	Colonne de la <i>farine</i>	Colonne du <i>sucre</i>	Colonne du <i>beurre</i>	Colonne des <i>œufs</i>	Colonne des <i>gâteaux</i>	Colonne du <i>bénéfice</i>
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix d'un</u> kg de <i>farine</i> : 0,90€	<u>Prix d'un</u> kg de <i>sucre</i> : 1,20€	<u>Prix d'un</u> kg de <i>beurre</i> : 3,95€	<u>Prix d'une</u> douzaine d' <i>œufs</i> : 1,50€	<u>Prix d'une</u> part de <i>gâteau</i> : 0,75€	
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> de <i>farine</i> : 250 g	<u>Poids total</u> de <i>sucre</i> : 250 g	<u>Poids total</u> de <i>beurre</i> : 250 g			
Ligne des <u>nombres</u>				<u>Nombre total</u> d' <i>œufs</i> : 4	<u>Nombre total</u> de <i>gâteaux</i> : 12	
Ligne des <u>nombres par gâteau</u>					<u>Nombre total</u> de parts par <i>gâteau</i> : 8	
Ligne des <u>montants</u>						<u>Montant (total)</u> du <i>bénéfice</i> : 300€

Il est clair que l'élève a tout intérêt à se simplifier la tâche en essayant d'extraire une partie significative des données. L'énoncé l'invite d'ailleurs à se concentrer sur les données qui concernent la « fabrication », et (sans même aller jusqu'au bout de l'échiquier total) il a tout intérêt à s'intéresser à l'échiquier partiel :

	Colonne de la <i>farine</i>	Colonne du <i>sucre</i>	Colonne du <i>beurre</i>	Colonne des <i>œufs</i>
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix d'un</u> kg de <i>farine</i> : 0,90€	<u>Prix d'un</u> kg de <i>sucre</i> : 1,20€	<u>Prix d'un</u> kg de <i>beurre</i> : 3,95€	<u>Prix d'une</u> douzaine d' <i>œufs</i> : 1,50€
Ligne des <u>poids</u>	<u>Poids total</u> de <i>farine</i> : 250 g	<u>Poids total</u> de <i>sucre</i> : 250 g	<u>Poids total</u> de <i>beurre</i> : 250 g	
Ligne des <u>nombres</u>				<u>Nombre total</u> d' <i>œufs</i> : 4

On peut penser qu'il se dégage « naturellement » une vision « en colonnes » correspondant à la détermination progressive des coûts totaux, aboutissant au « prix de revient d'un gâteau »...

L'énoncé pourra alors se reformuler sous la forme : « Un gâteau revient à 2,0125 €. Les élèves vendent 12 gâteaux de 8 parts , etc. », qui conduit à une relecture du problème faisant apparaître plus précisément l'éclairage « prix de revient », « prix de vente » et « bénéfice » :

	Colonne de la <i>fabrication</i>	Colonne de la <i>vente</i>	Colonne du <i>bénéfice</i>
Ligne des <u>prix unitaires</u>	<u>Prix</u> de <i>fabrication</i> d' un gâteau : 0,90€	<u>Prix</u> de <i>vente</i> d' une part de <i>gâteau</i> : 0,75€	
Ligne des <u>nombres</u>		<u>Nombre</u> total de <i>gâteaux</i> : 12	
Ligne des <u>nombres par gâteau</u>		<u>Nombre</u> total de parts par <i>gâteau</i> : 8	
Ligne des <u>montants</u>			<u>Montant</u> (total) du <i>bénéfice</i> : 300€

Parmi les diverses stratégies qui peuvent avoir cours ensuite, il est possible de chercher le « prix de vente » d'un gâteau, le « bénéfice par gâteau », puis le « bénéfice par lundi », etc. ou, au contraire, le « prix de vente d'un lundi » et le « coût de revient d'un lundi » etc.

En définitive, ces exemples montrent à l'évidence que les échiquiers nécessitent (et obligent à) une analyse sémantique fine du texte qui doit déboucher sur la résolution du problème. Nous pensons que l'apprentissage du « sens des opérations » au travers de cette méthode est susceptible d'aider les élèves à se « structurer » de façon efficace face aux problèmes qui leur sont posés en leur fournissant une démarche et des outils pertinents qui relèvent *à la fois* de l'apprentissage de la *lecture* approfondie du texte de l'énoncé et de la *structuration* des données qu'il contient.

Résumé :

Ce fascicule s'intéresse au problème de la lecture d'énoncés en Sixième et à son importance dans l'apprentissage du « sens des opérations ».

Il décrit les différentes phases d'une méthode (qu'il est bon de mener de façon régulière tout au long de l'année) fondée sur l'oral et sur une structuration « géométrique » de l'ensemble des données d'un problème susceptible d'aider les élèves à trouver la ou les opérations à mettre en jeu pour résoudre le problème.

