Chapitre 8 : Suites arithmétiques et suites géométriques

Axe « Analyse - Suites »

Exercice 1

Pour respecter une nouvelle norme anti-pollution, un groupe industriel doit réduire sa quantité de rejet en CO_2 de 50 000 tonnes par an à 30 000 tonnes par an. Pour atteindre cet objectif, il s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejet de 3 %.
Pour tout nombre entier naturel *n*, on désigne par r_n la quantité annuelle de rejet au bout de *n* années d'efforts, en tonnes. Ainsi, $r_0 = 50\,000$.

1. Calculer r_1 et r_2.
2. (a) Pour tout nombre entier naturel *n*, exprimer r_{n+1} en fonction de r_n.
   (b) En déduire la nature de la suite (r_n).
   (c) Donner l'expression de r_n en fonction de *n* pour tout nombre entier *n*.
3. Combien d'années faudra-t-il au groupe pour atteindre son objectif ?

Exercice 2

1. Le programme suivant a été entré sous AlgoBox.

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  u PREND_LA_VALEUR 10
  POUR i ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    u PREND_LA_VALEUR 0.5*u+3
    FIN_POUR
  AFFICHER u
FIN_ALGORITHME
```

Faire fonctionner ce programme en complétant le tableau suivant :

Valeur entrée par un utilisateur : « n = 4 »	Initialisation : u = …	
1e étape de la boucle	i = …	u = …
2e étape de la boucle	i = …	u = …
3e étape de la boucle	i = …	u = …
4e étape de la boucle	i = …	u = …
Affichage à la sortie	…………………	

2. On considère toujours le programme donné dans la question 1. Un utilisateur entre la valeur « n = 100 ». Compléter les pointillés de la phrase ci-dessous :

« L'exécution de ce programme affiche le ……….. - ième terme de la suite *u* de premier terme $u_0 =$ ……….. et telle que ……………………………… pour tout $n \in \mathbb{N}$. »

Exercice 3

Les résultats demandés dans cet exercice seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

On considère la suite *u* définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + 2u_n}$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Justifier que la suite *u* n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \neq 0$.

   On considère la suite *v* définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{1}{u_n} + 1$.

   (a) Démontrer que la suite *v* est arithmétique de raison 2.
   (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de *n* pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   (c) Déterminer l'expression de u_n en fonction de *n* pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple constitué de cinq questions, pour chacune d'elles, quatre réponses sont données et une seule des trois est exacte. Toute réponse exacte rapporte 1 point, toute réponse fausse enlève 0,5 point et une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. En cas de total négatif, la note de l'exercice sera ramenée à 0.

Ecrire sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse proposée.

Aucune justification n'est demandée.

1. La suite u est arithmétique. Elle a pour premier terme $u_0 = -50$ et pour raison 3.
Le terme u_{100} vaut :
(a) 247 (b) 253 (c) 250 (d) 350

2. La suite v est géométrique. Elle a pour premier terme $v_0 = 2$ et pour raison 3.
Son 10^e terme est égal à :
(a) 118 098 (b) 39 366 (c) 29 (d) 19685

3. La suite w est géométrique. Elle a pour premier terme $w_1 = -0{,}01$ et pour raison 1,0001.
Cette suite est :
(a) croissante (b) décroissante (c) non monotone (d) constante

4. La population mondiale est de l'ordre de 6 milliards d'individus. Si on admet qu'elle augmente en moyenne de 1,6% par an, dans 10 ans cette population sera d'environ :
(a) 7 milliards (b) 20 milliards (c) 23 milliards (d) 412 milliards

5. On note z la suite définie pour tout nombre entier naturel $n \geqslant 1$ par $z_n = 1{,}001^n$.
La suite z est :
(a) constante (b) arithmétique (c) géométrique (d) d'aucune nature particulière