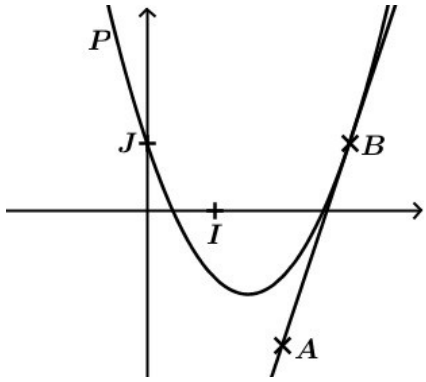
Chapitre 6 : Dérivation

Axe « fonctions »

Exercice 1

La courbe P ci-dessous représente une fonction f, fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$.
On admet que la fonction f a un minimum en $x = 1{,}5$.
Les points A et B ont respectivement pour coordonnées $(2\ ;\ -2)$ et $(3\ ;\ 1)$.
La droite (AB) est la tangente à la courbe P au point B.

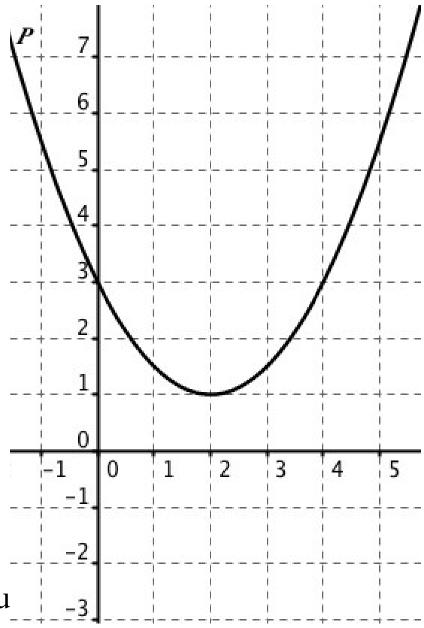


Sans justifier, déterminer :
(a) les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
(b) $f'(3)$.
(c) le signe de $f(-1)$.
(d) les solutions de l'équation $f(x) = 1$.
(e) $f'(1{,}5)$.
(f) $f(0)$.
(g) le signe de $f'(2)$.
(h) toutes les valeurs de x pour lesquelles $f'(x) < 0$.

Exercice 2

Dans un repère (O, I, J), on a tracé la parabole P, courbe représentative de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3.$$



1. Déterminer $f'(x)$ pour tout nombre réel x.
2. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis **justifier**. Une réponse non justifiée vaut zéro.

(a) La parabole P admet une tangente horizontale en $x = 2$.
(b) Les nombres dérivés de f en 0 et en 4 sont inverses.
(c) Pour tout nombre réel $x \leqslant 2$, $f'(x) \leqslant 0$.
(d) La parabole P admet une unique tangente parallèle à la droite (d) ayant pour équation $y = \frac{1}{5}x$.

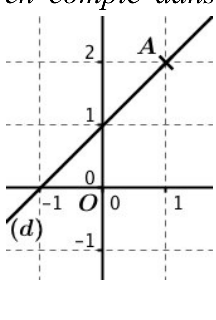
3. On note A le point appartient à la parabole P ayant pour abscisse 0.
   (a) Déterminer une équation de la droite Δ tangente à la parabole P au point A.
   (b) Etudier les positions relatives de la parabole P et de la droite Δ.
   (c) Tracer la droite Δ sur le graphique donné.
4. Le point B a pour coordonnées $(0\ ;\ -3)$ et on note M un point d'abscisse m appartenant à la parabole P (où $m \in \mathbb{R}$).
   (a) Déterminer l'expression de $f(m)$ et de $f'(m)$ en fonction de m.
   (b) En déduire une équation de la tangente T à la parabole P en $x = m$.
   (c) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la tangente T passe par le point B.

Exercice 3

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

La fonction f est définie pour tout nombre réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des constantes ($a \neq 0$). On note C sa courbe représentative dans un repère d'origine O. La droite (d) et le point A sont donnés sur le graphique ci-contre. On sait que :

- La courbe C passe par le point O.
- La droite (d) est tangente à la courbe C au point A.



Déterminer les constantes a, b et c, puis en déduire l'expression de $f(x)$.

Exercice 4

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]-\infty\,;3[$ par $g(x)=\dfrac{x+1}{3-x}$ et on note C sa courbe représentative.

(a) Déterminer $g'(x)$ pour tout $x\in]-\infty\,;3[$.

(b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2.

2. *Dans cet question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'objectif de cette question est de déterminer une fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x)=ax^2+bx+c$ où a, b et c sont des constantes ($a\neq 0$).

La courbe représentative de la fonction f est notée (P). Un extrait de cette courbe est donné ci-contre.

Les points A et B appartiennent à la courbe (P) et ont des coordonnées entières. De plus, la tangente à la courbe (P) au point B est horizontale.

Déterminer l'expression de $f(x)$.