

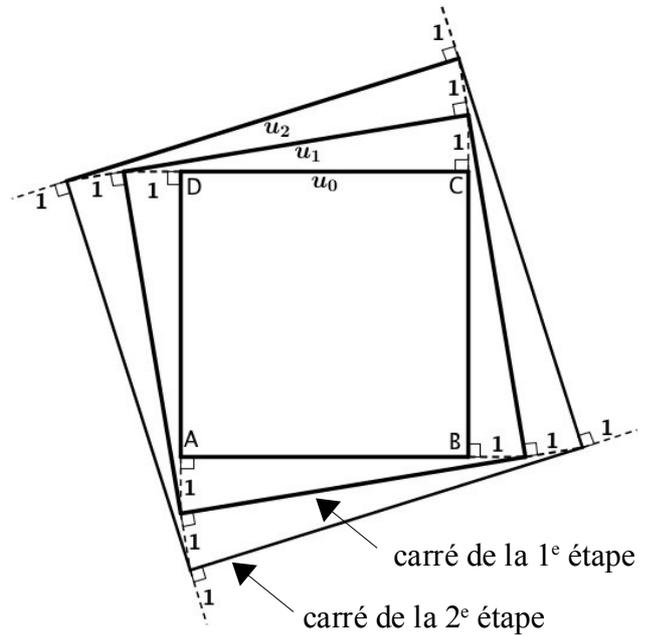
Chapitre 4 : Notion de suites

Axe « suites numériques »

Exercice 1

On considère un carré ABCD de côté 5 (en unités de longueur).

On construit ensuite une suite de carrés comme le montre la figure. On note u la suite de premier terme $u_0 = 5$ et telle que u_n corresponde à la longueur du côté du carré de la n -ième étape.



1. Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2 .
2. Soit n un nombre entier naturel, justifier que $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2u_n + 2}$.
3. (a) Quel est le sens de variation de cette suite u . Justifier.
 (b) À l'aide de la calculatrice, déterminer le rang N à partir duquel le côté du carré de la N -ième étape aura atteint 20 (unités de longueur).

Exercice 2

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère les deux suites u et v définies par :

$$u_n = 30 - n^2 \text{ pour tout nombre entier } n \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = \sqrt{35} \\ v_{n+1} = 30 - v_n \text{ pour tout nombre entier } n \end{cases}$$

On utilise un tableur pour déterminer les termes de ces deux suites.

1. (a) Proposer une formule à entrer dans la cellule B3 afin de calculer les termes de la suite u par recopie vers le bas.
 (b) Déterminer, sans justifier, les 5 premiers termes de cette suite.
 (c) Quel semble être le comportement de la suite u ?

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	30	=RACINE(35)
3	1		

2. (a) Proposer une formule à entrer dans la cellule C3 afin de calculer les termes de la suite v par recopie vers le bas.
 (b) Déterminer, sans justifier, les 5 premiers termes de cette suite (on donnera une valeur arrondie à 10^{-3} de ces termes).
 (c) Quel semble être le comportement de la suite v ?
3. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse et justifier : « L'une de ces deux suites semble être négative à partir d'un certain rang ».

Partie B

Pour calculer les termes d'une suite w , un élève a entré le programme suivant sous AlgoBox.

```
1  VARIABLES
2  w EST_DU_TYPE NOMBRE
3  n EST_DU_TYPE NOMBRE
4  i EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  w PREND_LA_VALEUR 4
7  LIRE n
8  POUR i ALLANT_DE 0 A n
9  DEBUT_POUR
10  AFFICHER w
11  w PREND_LA_VALEUR pow(w, 2) - 1
12  FIN_POUR
13  FIN_ALGORITHME
```

1. Cet élève saisit 3 pour la valeur de n demandée. Ecrire sur la copie ce que l'exécution de ce programme va alors afficher.
2. On note w_0 le premier terme de cette suite et w_n le terme de rang n (où n est un entier naturel).
 - (a) Préciser la valeur de w_0 ?
 - (b) Donner l'expression de w_{n+1} en fonction de w_n .

Rappel : le nombre x^n se traduit sous AlgoBox par $\text{pow}(x, n)$.

Exercice 3

On donne le graphique ci-dessous sur lequel figurent :

- La courbe représentative C_f de la fonction f définie sur \mathbb{R} et qui à x associe $0,8x + 600$;
- La droite Δ ayant pour équation $y = x$;
- Les premiers termes de la suite u définie pour tout nombre entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 8\,000 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

