Chapitre 3 : Problèmes d'alignement

Axe « géométrie vectorielle »

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère $(O\,,I\,,J)$. On considère les points $A(2\ ;5)$ et $B(4\ ;11)$.

1. (a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

   (b) Le vecteur $\vec{u}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\ ;\sqrt{3}\right)$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?

2. (a) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par le milieu K du segment $[AB]$ et de vecteur directeur $\vec{v}(3\ ;-1)$.

   (b) Démontrer que le point $C(-3\ ;10)$ appartient à la droite Δ.

   (c) Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse et justifier la réponse : « La droite Δ est la médiatrice du segment $[AB]$ ».

Exercice 2

Dans cet exercice, la démarche sera soigneusement justifiée.

Le plan est rapporté à un repère $(O\,,I\,,J)$. On considère m un nombre réel et d la droite dont une équation cartésienne est $x+my+3=0$.

Pour chaque cas, déterminer la ou les valeurs de m (si elles existent) pour que :

1. Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de la droite d.
2. Le point $A(-2\ ;3)$ appartienne à la droite d.
3. La droite d soit parallèle à la droite d' dont une équation est $mx+y+7=0$.
4. La droite d soit perpendiculaire à l'axe des abscisses.
5. La droite d passe par l'origine du repère.

Exercice 3

On considère un triangle ABC et les trois points E, F et D tels que $\overrightarrow{AD}=3\,\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BE}=3\,\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF}=2\,\overrightarrow{BC}$.

1. On se place dans le repère $(A\,,\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AC})$.

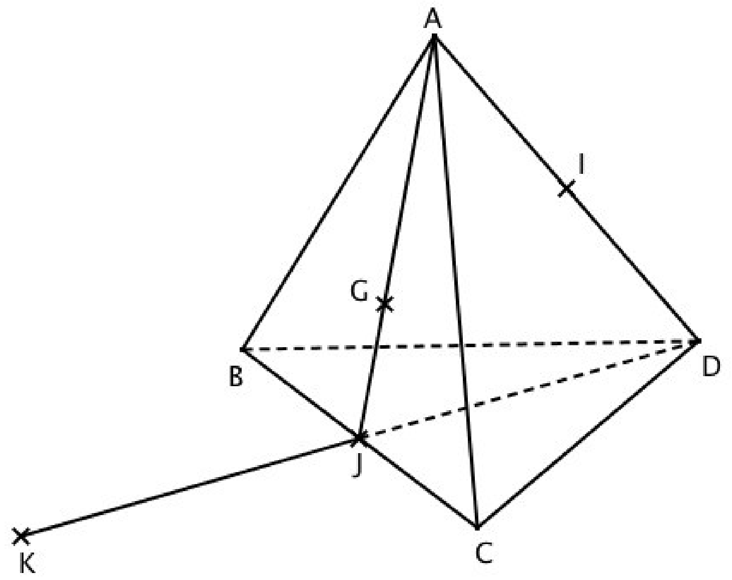
   En justifiant, déterminer les coordonnées des points C, D, E et F dans ce repère.

2. (a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ et justifier qu'ils sont égaux.

   (b) Que peut-on en déduire sur la configuration obtenue ?

Exercice 4

On considère un tétraèdre *ABCD*. On note *I* le milieu du segment [*AD*] et *J* celui du segment [*BC*]. Le point *G* est le point tel que $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$. On s'intéresse à la position relative de la droite (*IG*) et du plan (*BCD*). On note *K* le symétrique du point *D* par rapport au point *J*.



1. Justifier que les points *A*, *G*, *J*, *K*, *D* et *I* sont coplanaires.
2. (a) Faire une figure dans le plan (*AJD*) avec les éléments de la figure qu'il contient.

   (b) Dans le plan (*AJD*), décomposer les vecteurs $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{IK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AJ}$.

   (c) Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?
3. Déterminer la position relative dans l'espace de la droite (*IG*) et du plan (*BCD*).