Chapitre 1 : Probabilités

Axe « probabilités-statistiques »

Exercice 1
Un sac contient 10 jetons dont 3 noirs. Ils sont tous indiscernables au toucher.

1. On prend au hasard un jeton du sac et on note N l'évènement obtenir un jeton noir. Déterminer la probabilité de N.
2. On répète deux fois de suite dans les mêmes conditions l'épreuve de la question 1 (ce qui revient à tirer successivement et avec remise deux jetons du sac).

   (a) Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.

   (b) On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de jetons noirs obtenus à l'issue de l'expérience. Démontrer que la probabilité de l'évènement ($X = 1$) est égale à 0,42.

   (c) Sans justifier, déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

   (d) Calculer la probabilité de l'évènement ($X \geqslant 1$) et décrire cet évènement par une phrase.

Exercice 2
Les parties sont indépendantes.

- Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque situation, trois propositions sont données, une seule est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Ecrire le numéro de la situation et à côté, la lettre correspondant à la bonne réponse.

Situation 1 : une expérience consiste à tirer une boule d'une urne contenant quatre boules noires et une boule blanche. Si la boule tirée est blanche, le joueur gagne 2 sinon il perd 0,50 .

Sachant qu'il n'y a pas de mise de départ, ce jeu est pour le joueur :

(a) défavorable (b) équitable (c) favorable

Situation 2 : ici, pour pouvoir jouer, on doit miser 1 . Dans ce cas pour le joueur, le jeu est

(a) défavorable (b) équitable (c) favorable

Situation 3 : la boule tirée est remise, puis on en tire une nouvelle. Cette fois-ci, si on a obtenu au cours des deux tirages deux boules de même couleur, alors on gagne 2 , sinon on perd 0,50 . La mise de départ reste de1 .

Dans cette nouvelle version, le jeu est pour le joueur :

(a) défavorable (b) équitable (c) favorable

- Partie B

Le tableau ci-dessous donne la loi d'une pièce de monnaie truquée :

Issue	Pile	Face
Probabilité	p	$1-p$

On lance deux fois de suite cette pièce, et on considère la variable aléatoire S qui compte le nombre d'apparition de pile.

Parmi les affirmations suivantes, une seule est vraie

(a) $E(S)=p(1-p)$ (b) $E(S)=2p$ (c) $E(S)=p(1+p)$

Exercice 3

Un jeu de hasard se déroule selon le protocole suivant : le joueur mise 2€, puis lance deux fois de suite un dé tétraédrique non truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 4. Il lit les deux numéros sortis. S'il obtient un double, le joueur récupère sa mise et reçoit 3€, sinon, il ne reçoit rien et perd sa mise.

1. Justifier que lors de l'expérience du lancer de ce dé deux fois de suite, la probabilité d'obtenir un double est égale à 0,25.
2. On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur.

   (a) Sans justifier, déterminer la loi de probabilité de X.

   (b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation.
3. Un joueur prudent décide de simuler cette expérience aléatoire sur un tableur avant d'y jouer. Voici un extrait de la feuille de calcul qu'il a créée :

	A	B	C	D	E	F	G
1	1er lancer	2e lancer	Si **double : 1** sinon : **0**			Sur 100 parties	Sur 1000 parties
2	4	1	0		Effectif des "doubles"	20	249
3	4	3	0		Effectif des "non doubles"	80	751
4	4	2	0		Gain algébrique moyen	-1	-0,755

   Proposer une formule pouvant être entrée en A2. Idem en F2, puis en F4.
4. Dans cette question, m est un nombre réel positif ou nul. On considère le même jeu, mais la mise de départ est égale à m. Quelle valeur de m faudrait-il proposer pour que ce jeu soit équitable ?

Exercice 4

Une urne contient 10 boules dont n sont blanches (n étant un nombre entier compris entre 0 et 10). Les autres boules sont vertes. On tire successivement et avec remise 2 boules de l'urne.

1. Construire un arbre pondéré décrivant cette expérience aléatoire.
2. Calculer en fonction de n la probabilité p_n de l'événement A :"La première boule tirée est blanche et la deuxième est verte".
3. Déterminer la valeur de n pour laquelle p_n est maximale (*pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation*).

Exercice 5

Le président d'un club décide d'organiser une tombola. Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus. L'un des billets permet de gagner un lot d'une valeur de 720 €, neuf billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 70 €, cinquante billets sont remboursés, les autres sont perdants.

Les billets sont vendus x € l'unité où x est un nombre réel positif.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le gain algébrique (qui tient donc compte du prix du billet).

1. Quelles sont les différentes valeurs prises par la variable aléatoire X ?
2. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
3. Justifier que $E(X)=\dfrac{27-9x}{10}$
4. Quel est le prix minimum auquel les organisateurs doivent vendre le billet, s'ils veulent que cette tombola leur soit favorable ?