

---

---

**Fiche d'exercices - intervalle de fluctuation-estimation-confiance**

---

---

**Exercice n°1**

Dans un pays, 10 % des plages étaient atteintes par des algues toxiques. On a modifié le processus de rejets chimiques : on admet que le nouveau processus de rejet, très différent du précédent, pourrait modifier cette proportion.

On prend un échantillon aléatoire de un prélèvement sur 150 plages différentes, on constate que 18 présentent des traces d'algues toxiques. Peut-on penser que le nouveau traitement a un impact sur le pourcentage de plages polluées ?

**Exercice n°2****Partie A**

Pour analyser l'effet d'un polluant sur l'environnement, on procède par prélèvement aléatoire d'échantillons (randomisation des surfaces). On tire un échantillon de taille 100 et on constate que 11 parcelles présentent des traces de polluant. Le service communication estime que l'objectif d'obtenir une proportion de 12 % est plausible.

Une association s'élève en faux et affirme au contraire qu'on peut penser que l'hypothèse de 17 % qu'elle avance depuis longtemps n'est pas contredite.

Que penser de ces affirmations ?

**Partie B**

Sous la pression des habitants, la municipalité demande au service statistique de définir une procédure permettant de penser :

- Qu'on peut raisonnablement penser que la proportion de parcelles polluées est 12%
- Que penser à une proportion de 17% est déraisonnable

**Exercice n°3**

La proportion d'ampoules à économie d'énergie non-conformes dans la production d'une entreprise est  $p = 0,07$ . L'entreprise souhaite fournir des lots d'ampoules pour lesquels elle puisse «garantir» qu'environ 95% d'entre eux ont une fréquence d'ampoules non-conformes entre 0,06 et 0,08.

Quelle taille du lot à prendre pour répondre à cette contrainte ?

**Exercice n°4**

Une compagnie aérienne possède des A340 d'une capacité de 300 places.

Cette compagnie a vendu  $n$  billets pour le vol 2015. La probabilité pour qu'un acheteur se présente à l'embarquement est  $p$  et les comportements des acheteurs sont indépendants les uns des autres. On note  $X_n$  la variable aléatoire désignant le nombre d'acheteurs d'un billet se présentant à l'embarquement. La compagnie cherche à optimiser le remplissage de l'avion en vendant éventuellement plus de places que la capacité totale de l'avion (surbooking ou surréservation) avec ici  $n > 300$ . Comme il y a un risque que le nombre de passagers munis d'un billet se présentant à l'embarquement soit supérieur à 300, la compagnie veut maîtriser ce risque.

1. Déterminer la loi  $X_n$
2. On suppose que  $0,5 \leq p \leq 0,95$ . Ecrire l'intervalle de fluctuation asymptotique  $I_n$  de

$$\frac{X_n}{n} \text{ au seuil de } 0,95.$$

3. Montrer que si  $I_n \subset \left[0; \frac{300}{n}\right]$  alors la probabilité que le nombre de passagers se présentant à l'embarquement excède 300 n'excède pas 0,05.
4. On cherche à déterminer la valeur de  $n$  maximale permettant de satisfaire la condition de l'inclusion  $I_n \subset \left[0; \frac{300}{n}\right]$

- a) Montrer que  $I_n \subset \left[0; \frac{300}{n}\right] \Rightarrow pn + 1,96\sqrt{n}\sqrt{p(1-p)} - 300 \leq 0$

- b) On pose  $f(x) = px + 1,96\sqrt{x}\sqrt{p(1-p)} - 300$ .

Déterminer l'unique entier  $n_0$  tel que si  $n \leq n_0$  alors  $f(n) \leq 0$  et si  $n > n_0$  alors

$f(n) > 0$  à l'aide de la calculatrice, d'un logiciel de géométrie dynamique ou d'un tableur pour  $p = 0,85$  ;  $p = 0,9$  ;  $p = 0,95$

**Exercice n°5**

Un industriel fabrique des smartphones. Pour contrôler la qualité de la production, il en teste 200 : 92% fonctionnent correctement. Qu'en conclure sur l'ensemble de la production?

Durant 6 mois, l'entreprise de smartphones travaille à améliorer la qualité de sa production. Un nouvel échantillon de 200 smartphones est prélevé: 97% fonctionnent correctement. Est-il raisonnable de penser que la production s'est améliorée?