

L'intervalle de confiance en terminale

Après la fusion de deux établissements, on récupère un carton supplémentaire de biberons, tous identiques, dont la proportion p de boules rouges est inconnue.

Un enseignant prend 10 biberons dans ce carton et demande à 10 groupes d'élèves de retourner 20 fois le biberon, puis de noter le nombre d'apparitions d'une boule rouge.

Les résultats sont rassemblés dans un tableau où la première ligne précise le numéro du groupe et la seconde le nombre d'apparitions d'une boule rouge.

Groupe i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'apparitions d'une boule rouge										

1. a. On considère l'ensemble des expériences effectuées par les élèves comme un échantillon de taille 200. Sur ces 200 expériences, quelle est la fréquence d'apparition d'une boule rouge ?

b. Déterminer alors l'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{200}}; f + \frac{1}{\sqrt{200}} \right]$ où f est la fréquence observée d'apparition d'une boule rouge calculée ci-dessus. Cet intervalle est appelé intervalle de confiance de la proportion p inconnue avec un niveau de confiance de 95% pour un échantillon de taille 200.

Plus généralement : Pour une fréquence observée f d'un caractère étudié dans un échantillon de taille n extrait d'une population, on appelle intervalle de confiance de la proportion p inconnue avec un niveau de confiance de 95% l'intervalle défini par $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

Le niveau de confiance signifie que, sur un très grand nombre d'échantillons, environ 95% des intervalles de confiance contiennent la proportion p .

2. a. Est-ce que 30 000 expériences suffisent pour obtenir l'intervalle de confiance défini ci-dessus avec une amplitude maximale de 0,01 ?

b. Combien d'expériences, au minimum, devons-nous effectuer pour obtenir un tel intervalle de confiance ?

3. On retrouve deux biberons scellés au fond d'une armoire, dont les proportions de boules rouges sont inconnues. L'objectif de cette question est de savoir si ces proportions sont égales.

Deux personnes testent séparément les deux biberons.

a. La première personne fait 50 expériences avec chaque biberon. Elle obtient une fréquence $f_1 = 0,32$ pour un biberon et $f_2 = 0,46$ pour l'autre. Au niveau de confiance de 95%, est-il vraisemblable que ces deux biberons proviennent du même carton ?

b. La seconde personne fait 200 expériences. Elle obtient une fréquence $f_1 = 0,295$ pour un biberon et $f_2 = 0,44$ pour l'autre. Que pouvez-vous en conclure ?