GROUPE

LYCEE PROFESSIONNEL

Approche du programme de mathématiques de bac pro par thèmes

GROUPE LP " Pratiques pédagogiques en bac pro 3 ans "

Années 2013-2016

Imprimé par le Service Reprographie Centrale de l'Université de Lorraine
Site du Montet – Rue du Doyen Roubault – 54500 VANDOEUVRE-LES-NANCY

Dépôt légal 1er trimestre 2019 – N° publication : 978-2-85406-187-1
Responsable de la publication : André STEF, Directeur de l'IREM

SOMMAIRE

INTRODUCTION

1. Présentation du groupe IREM "Pratiques pédagogiques en mathématiques en Bac Pro 3 ans"

Depuis septembre 2009, le bac professionnel est désormais préparé en trois ans. Cette nouvelle réglementation n'a pas été simplement un remaniement du programme mais s'est accompagnée entre autres :

1. D'une nouvelle façon de travailler :

- Prendre en compte la refonte des programmes, avec en outre un programme complémentaire à transmettre aux seuls élèves se destinant à une poursuite d'études en BTS.
- Articuler des points du programme des trois années en une progression spiralée.
- Placer les notions mathématiques en concordance avec cinq grands sujets de thématiques : Développement durable ; Prévention, Santé et Sécurité ; Evolution des sciences et techniques ; Vie sociale et loisirs ; Vie économique et professionnelle.
- Introduire la notion mathématique visée par une démarche d'investigation.
- Intégrer et redéfinir l'utilisation des TICE pour développer des compétences, pour faciliter l'apprentissage des concepts et la résolution des problèmes.

2. D'une nouvelle façon d'évaluer :

- Disparition de l'épreuve ponctuelle en mathématiques et sciences du Baccalauréat Professionnel de fin de terminale pour les élèves scolarisés dans un cursus classique.
- Validation du Baccalauréat et de la certification intermédiaire par le Contrôle en Cours de Formation (CCF).
- Evaluation par compétences : Utilisation d'une grille d'évaluation nationale commune pour évaluer l'élève dans tout son cursus, qu'il soit en épreuve "officielle" de CCF ou pas.

Cette nouvelle approche de la pédagogie, cette transformation du métier et les nouvelles missions et les nouvelles pratiques qui incombent à l'enseignant de mathématiques intervenant sur le cycle de Bac Pro, ont motivé la création de notre Groupe.

Le Groupe LP de l'IREM de Lorraine s'est fixé comme axe de travail, de réfléchir concrètement sur la mise en œuvre de ces récentes directives pédagogiques, dans le cadre de la rénovation du Baccalauréat Professionnel en trois ans.

Composition du Groupe :

Jean-Michel BERTOLASO (Animateur), LP Métiers du BTP à Montigny-Lès-Metz.
Hélène BONDIL, LP Prouvé à Nancy puis LP Métiers du BTP à Montigny-Lès-Metz.
Jean-Pierre CECILE, LP Métiers du BTP à Montigny-Lès-Metz.
Isabelle DUBOIS, ESPE de Lorraine, Université de Lorraine.
Nathalie KLEIN, LP René Cassin à Metz.
Anne-Marie LEHNERT, LP Hanzelet à Pont-à-Mousson puis mutée dans l'Académie de Dijon.
Claude NEMURAT, LP Boutet de Monvel puis Paul Lapie à Lunéville.

Le groupe a travaillé dans une ambiance chaleureuse et volontaire pendant ces trois années scolaires.

2. Présentation de cette brochure

Cette brochure est un recueil de fiches qui introduisent, chacune, une notion mathématique du programme de Bac Pro. Le groupe a ciblé l'année de terminale Bac Pro mais la démarche peut être semblable dans tout autre niveau. Le Groupe n'a pas prétention à avancer que c'est la solution pour aborder tout le programme, ce n'est qu'une suggestion de pratique pédagogique.

Toutes ces fiches font référence à un même thème : le Parc d'attraction. Elles ne sont que des exemples. En cela, elles peuvent être reprises ou aménagées par les lecteurs. L'idée est d'élaborer un scénario qui permet d'amener une notion mathématique à partir d'une démarche d'investigation en rapport avec le thème.

Nous commencerons tout d'abord par la présentation de notre démarche d'approche du programme.

3. Remerciements

Le Groupe a été très bien accueilli à l'IREM par Madame Nicole BARDY-PANSE, directrice jusqu'en juin 2015 puis Monsieur André STEF depuis ainsi que par Madame Sylvie SPERNER au secrétariat et Madame Annie SALTEL à la bibliothèque. Nous remercions particulièrement Sylvie SPERNER pour la recherche d'images libres de droit et pour son trait de crayon.

Mesdames les Inspectrices chargées des Lycées Professionnels, Madame Christine FERRARI et Madame Laurence MARCUCCI ont continuellement montré leur soutien à notre Groupe.

Le Groupe tient vraiment à les remercier ainsi que tous les chefs d'établissement qui nous ont permis d'utiliser leurs équipements (salle de classe, vidéoprojecteur...) lorsque le Groupe se réunissait en dehors des locaux de l'IREM.

PRÉSENTATION DE NOTRE DÉMARCHE

1. QU'EST-CE QU'UN THÈME ?

Le thème est le titre d'un ensemble de séquences. Il peut être éventuellement présenté sous forme de question.

Exemples : « Comment éviter un accident ? » « Comment économiser l'eau ? » « Parc d'attraction »

2. ORGANISER SA PROGRESSION PAR THÈMES

2.1/ Choix des thèmes

Les thèmes s'inscrivent dans les cinq thématiques proposées par le programme officiel (le développement durable …) en fonction des ressources disponibles (voir 4.2).

Deux approches sont possibles :

- Le choix des thèmes est effectué par l'enseignant.
- Le choix des thèmes se fait au fur et à mesure de l'année en concertation avec les élèves pour être au plus près de leurs centres d'intérêts.

2.2/ Contenu de chaque thème

- Le contenu correspond à la question posée par le titre de la séquence.
- Chaque thème est traité pendant 5 à 10 semaines environ. Il est possible de changer de thème soit lorsque les élèves « décrochent » du thème, soit systématiquement en fin de période.
- Chaque thème aborde différentes parties du référentiel (par exemple, en seconde, le thème « Comment éviter un accident ? » permet d'aborder certaines notions de statistiques, le théorème de Thalès, les fonctions linéaires, les fonctions affines, les fonctions paraboliques.)
- Chaque notion est abordée par la démarche d'investigation.

2.3/ Exemples de thèmes abordés

En seconde : « Quelles sont les conséquences de la pollution de l'air ? » / « Par quoi l'eau est-elle polluée ? » / « Quels sont les accidents de la route ? » / « Comment gagner aux jeux de hasard ? » / « Comment économiser l'eau ? »

En première : « Comment être en sécurité dans son véhicule ? » / « Comment choisir et acheter son véhicule ? » / « Alcool-cannabis ou cigarette » / « Les déchets domestiques et industriels »

En CAP : « Comment vole une fusée à eau ? » / « L'automobile » / « Comment rester en bonne santé ? » / « Les jeux »

3. AVANTAGES DE CETTE APPROCHE

3.1/ Motiver les élèves en abordant les mathématiques « sans le dire »

Nos élèves entrants ont souvent une image négative des mathématiques.

Le principal avantage de cette approche est de donner l'impression au jeune qu'il participe à une réflexion sur un thème, et non à un cours de mathématiques. Il n'a pas non plus l'impression de « revoir » une notion qui peut lui avoir laissé un mauvais souvenir l'année précédente. C'est pour cela que les titres des parties ne seront pas exprimées en termes mathématiques (exemple : Théorème de Thalès), mais sous forme de questions « Comment régler la hauteur des phares d'une voiture ? ». L'expression « Théorème de Thalès » ne sera prononcée qu'à la fin de la séance, au moment de la rédaction de la trace écrite.

3.2/ Redonner confiance en soi à l'élève

Le second avantage de cette approche consiste à donner du sens aux mathématiques et montrer à l'élève qu'il est capable de donner de bonnes réponses, parce que tous les jeunes ont une opinion et sont souvent contents de l'exprimer.

3.3/ Favoriser une attitude active de l'apprenant

L'élève est actif. Il participe et est moins tenté de « décrocher » ou bavarder.

Les situations permettent de mieux comprendre l'utilité de la notion mathématique, mais aussi de se souvenir dans quel cadre elle a été abordée (« On va utiliser maintenant le Théorème de Thalès que nous avions déjà vu lors du réglage des phares de la voiture »)

3.4/ Mettre en place une approche spiralée

Le fait d'aborder une même partie du référentiel dans différents thèmes permet de revenir plusieurs fois dans l'année sur une même notion. Par exemple, en CAP, la géométrie plane est abordée dans le thème de la fusée à eau (« Comment tracer le schéma de l'expérience "tir" de façon rigoureuse ? » qui permet d'aborder les notions de longueur, échelle, angles de tir par rapport au sol), mais aussi dans le thème « L'automobile » (« Comment tracer les logos des constructeurs ? » qui permettent d'aborder les tracés, la symétrie axiale et centrale), ou des jeux (« Comment construire un tangram ? »).

4. COMMENT PRÉPARER UNE SÉQUENCE ?

4.1/ Choisir les thèmes

Se reporter au paragraphe 2.1

4.2/ Elaborer et écrire un plan du thème

La préparation des séquences nécessite un travail de recherche de ressources, regroupant un panel d'exercices ou d'activités abordant le thème. Un plan doit se dégager pour répondre à la problématique de départ qui est le thème, c'est-à-dire le titre de la séquence.

Les sources possibles sont :

- Les manuels
- Les sites internet. Voici quelques exemples :
  - Site Eduscol
  - Sites académiques
  - Sites de collègues enseignants : maths-sciences.fr ou http://eolipyle.free.fr ...
  - Sites des IREM, par exemple : http://iremlp.irem.univ-mrs.fr/site/ ou http://www.u-bordeaux1.fr/ufr/math-info/c-ressources/irem.html
- La vie quotidienne : magazines, télévision, publicités, actualité sportive ou politique (élections)…
- Les sites des différents ministères pour les statistiques en particulier.

4.3/ Préparer les séances

L'enseignant doit ensuite élaborer les fiches de chaque partie qui indiquent les pré-requis, les objectifs, la notion mathématique abordée, la situation problème (inspirée des exercices trouvés et que l'on transforme en démarche d'investigation).

Il faut prévoir un plan de raisonnement à peu près attendu de la part des élèves (et qui donc ne peut être déterminé par avance car il faudra s'adapter à leurs réactions et propositions).

4.4/ Comment distinguer la partie cours à retenir ?

Libre à chaque enseignant de décider de la présentation de la trace écrite.

On peut tout de même imaginer que le vocabulaire correspondant à la notion mathématique abordée apparait en rouge ou souligné ou encadré, ainsi que l'écriture finale du théorème découvert.

5. PROBLÈMES RENCONTRÉS

5.1/ Trouver les ressources

Voir 4.2

5.2/ Réinvestir les notions abordées en restant dans la thématique

Il est parfois difficile de trouver une multitude d'exercices s'inscrivant dans le thème choisi.

Il est alors possible :

- De reprendre le cours traité en classe soit en modifiant légèrement les données soit en inversant la demande (par exemple pour le théorème de Thalès, en classe on traite la question « Comment régler les feux ? » et on cherche la hauteur des phares et en exercice « Les feux sont-ils correctement réglés ? » et on cherche la portée des feux – voir Annexe 2)
- De s'inspirer d'exercices proposés pour des niveaux différents, en veillant à adapter les questions au niveau des élèves concernés.
- De créer des exercices à partir de situations (à partir de documents extraits de magazines, publicités…)

5.3/. Gestion du temps

Idéalement, il serait intéressant de prévoir une trace écrite finalisée et élaborée avec les élèves avant la fin de la séance, le but de cette trace écrite étant de servir de point de départ pour la séance suivante.

Cela n'est pas toujours facile, mais ce n'est pas grave, les moments passés à réfléchir seront réinvestis plus tard.

6. ÉVALUATION

L'évaluation est surtout formative en début d'année, le but étant d'aider les élèves à travailler et à reprendre confiance en leurs capacités.

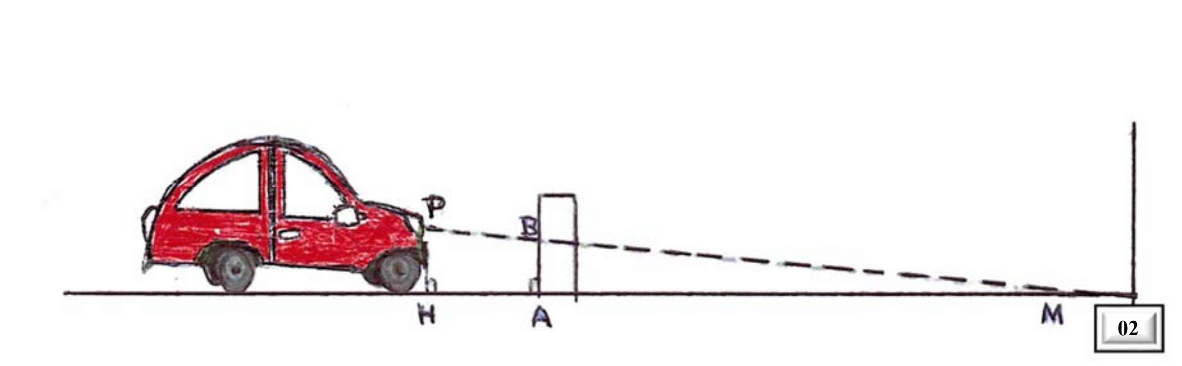
En fin de thème, on pourrait proposer un sujet évaluant des connaissances diverses (statistiques, étude de fonction, équation du premier degré), mais de type CCF cette fois. Le thème du CCF est alors celui qui a été étudié depuis plusieurs semaines.

Annexe 1 :

Exemple de progression sur le thème : « Comment éviter les accidents ?»

I. De quoi dépendent les accidents ?
   a. Les facteurs de risque (Statistiques : vocabulaire, diagramme en secteur)
   b. Une population à risque (Statistiques : notion de classes, histogramme)
II. Il faut réagir vite (Statistiques : indicateurs de tendances)
III. Il faut régler la hauteur des phares (Théorème de Thalès)
IV. Il faut respecter les vitesses
   a. Comment fonctionne un radar (pourcentage, recherche d'information)
   b. Quelles sont les amendes encourues (réinvestissement des pourcentages et recherche de l'information)
   c. Rien ne sert de courir, il faut partit à temps (fonction linéaire et fonction affine)
V. Il faut faire attention à son niveau de carburant (fonction linéaire)
VI. Il faut respecter les distances de sécurité (fonction linéaire et fonction du second degré)

Annexe 2 :



On stationne la voiture à AH = 3 m d'un mur
La hauteur des lampes de la voiture est de HP = 80 cm
La portée des feux de croisement est de HM = 30 m

Quelle est la hauteur AB de la lumière des phares projetée sur le mur pour régler correctement les 30 m de portée ?

THÈME : PARC D'ATTRACTION

"La grande roue"

NOTION VISÉE : **PROBABILITÉS**

CAPACITÉS :

- Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement
- Calculer la probabilité d'un évènement par addition des probabilités d'évènements élémentaires.
- Calculer la probabilité de la réunion d'évènements incompatibles
- Utiliser la formule reliant la probabilité de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

CONNAISSANCES :

- Expérience aléatoire, évènement élémentaire, univers.
- Réunion et intersection d'évènements.
- Evènements contraires.
- Probabilité d'un évènement
- Evènements élémentaires équiprobables.

Dans le parc d'attraction, il y a bien sûr une grande roue.

Celle-ci est composée de 24 nacelles : 4 nacelles de chaque couleur.

Les couleurs sont : Bleu, Rouge, Orange, Jaune, Mauve, Vert.

PROBLÉMATIQUE :

Léa dit : « À chaque fois que je fais deux tours de grande roue dans la même journée, je monte toujours dans une nacelle de couleur rouge »

Hamid répond : « C'est que t'as un coup d'chance, de toute façon elles tournent toutes dans le même sens »

Est-ce que Léa est chanceuse ? Comment vérifier ce qu'elle affirme ?

1-IDÉES PROPOSÉES POUR RÉSOUDRE CETTE PROBLÉMATIQUE :

Espace pouvant être utilisé pour pratiquer la méthode d'investigation, noter les idées et les propositions des élèves.

Il serait intéressant d'amener les élèves à construire un arbre de choix pour résoudre la problématique.

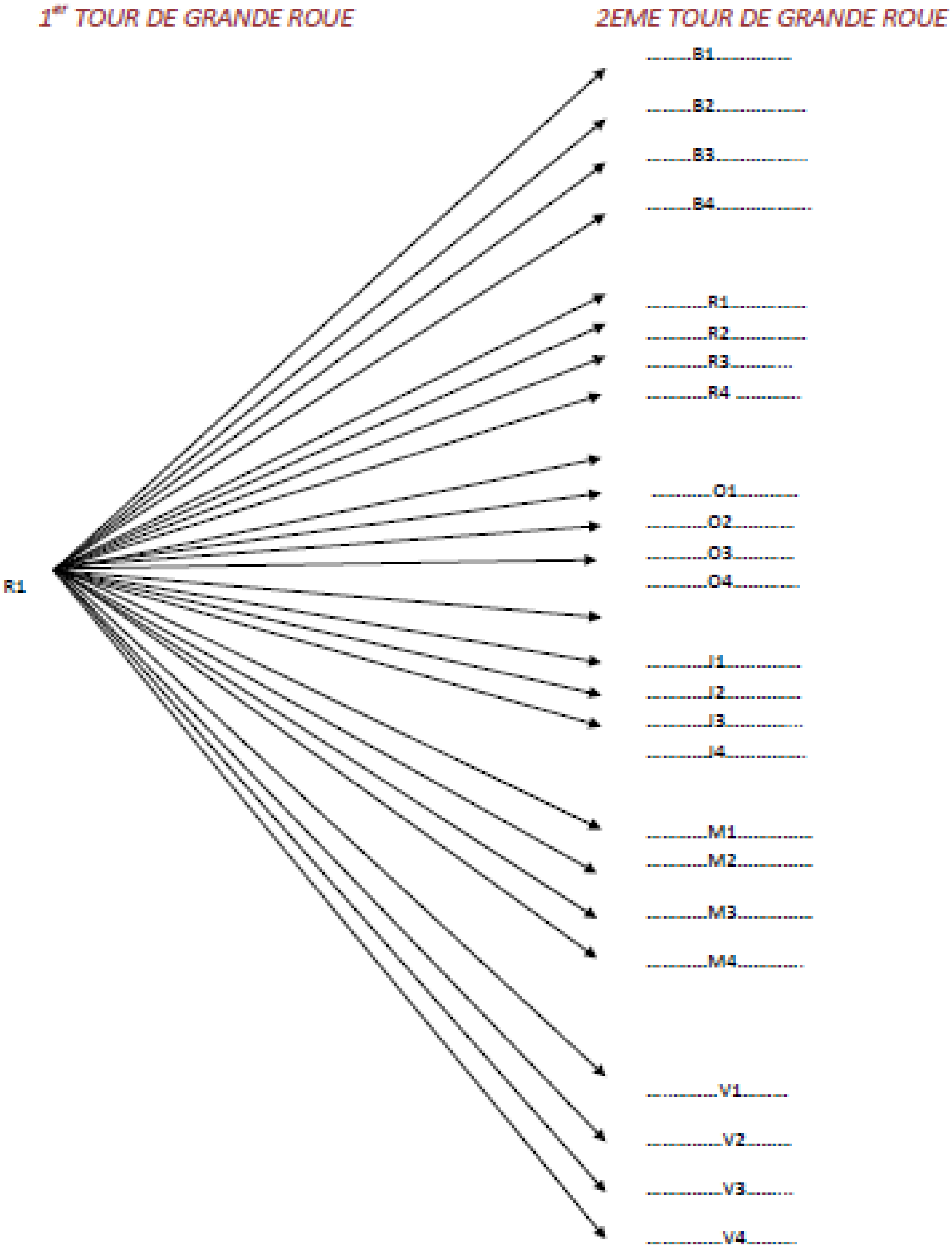
L'arbre peut être construit éventuellement dans son intégralité par la classe (en se répartissant le travail).

Il peut aussi être construit partiellement.

B : nacelle bleue	*R : nacelle rouge*	*O : nacelle orange*
J : nacelle jaune	*M : nacelle mauve*	*V : nacelle verte*

2- CONSTRUCTION D'UN ARBRE PARTIEL

R_1 : nacelle rouge N°1



Cet arbre peut être reproduit 24 fois : en commençant au premier tour par R2, puis R3, puis R4, puis B1, B2 etc ….

<u>Idée</u> : on peut demander à chaque élève (d'autant plus si l'effectif de classe est de 24 élèves) de produire un morceau, puis rassembler les travaux pour construire l'arbre dans sa globalité.

3- EXPLOITATION DE L'ARBRE POUR RÉPONDRE A LA PROBLÉMATIQUE

Sur cet arbre partiel, il y a :

Au total, 24 chemins possibles

2 TOURS DANS UNE NACELLE ROUGE : 4 chemins

Sur l'arbre complet il y a :

$24 \times 24 = 576$ 576 chemins possibles

Il y a quatre nacelles rouges possibles au 1er tour et pour chacune 4 chemins

$4 \times 4 = 16$ 16 chemins pour 2 TOURS DANS UNE NACELLE ROUGE

Probabilité de monter 2 fois dans une nacelle rouge :

$$P(monter\ dans\ deux\ nacelles\ rouges) = \frac{16}{576} = \frac{1}{36}$$

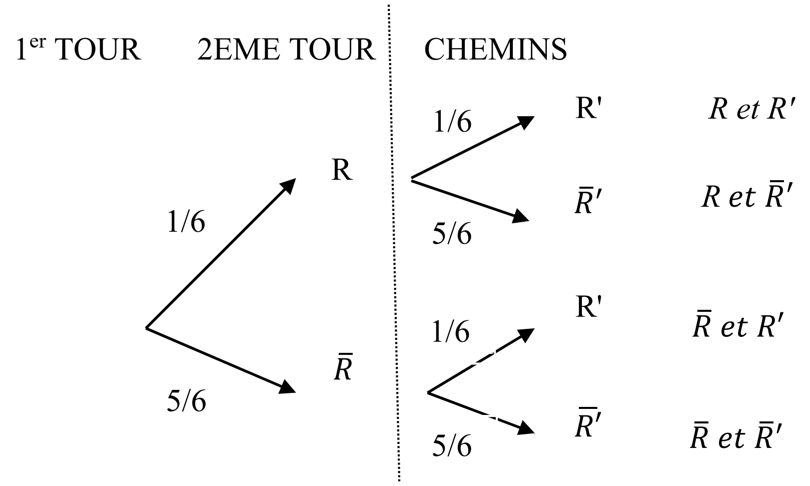
4- CALCUL DES PROBABILITÉS AVEC UN ARBRE SIMPLIFIÉ

R : la nacelle est rouge au premier tour ; R' : la nacelle est rouge au deuxième tour

$\bar{R}$: la nacelle n'est pas rouge (introduction de l'évènement contraire)

P(R)= $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

P($\bar{R}$)=$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$



On constate que : $P(R) \times P(R')$=$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

CONCLUSION : $\boldsymbol{P(R \cap R') = P(R) \times P(R')}$

La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin

5- PROLONGATION

Question supplémentaire : Quelle est la probabilité de monter 2 fois de suite dans une nacelle de même couleur ?

(2 fois rouge ou 2 fois bleu ou 2 fois jaune etc…)

$P = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$

- On peut changer le nombre de nacelles
- On peut changer les paramètres (couleur...)

THÈME : PARC D'ATTRACTION

"Comment financer un séjour dans un parc d'attraction ?"

NOTION VISÉE : **SUITES NUMÉRIQUES 2**

<u>CAPACITÉS :</u>

- Appliquer les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison de la suite.

<u>CONNAISSANCES :</u>

- Expression du terme de rang *n* d'une suite arithmétique.

- Expression du terme de rang *n* d'une suite géométrique.

<u>PRÉ-REQUIS :</u>

Chapitre « Suites numériques 1 » du référentiel de première.

2.1 Suites numériques 1 *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'entraîner les élèves à résoudre un problème concret dont la situation est modélisée par une suite numérique. On accorde ici une place importante aux séries chronologiques. En fin d'étude, la lecture critique de documents commentant la croissance de certains phénomènes est proposée.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur.	Suites numériques : - notation indicielle ; - détermination de termes particuliers.	Un tableur permet d'explorer différentes suites numériques (arithmétiques, géométriques, autres).
Reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur. Reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un grapheur. Réaliser une représentation graphique d'une suite (u_n) arithmétique ou géométrique.	Suites particulières : - définition d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique. $u_{n+1} = u_n + r$ et la donnée du premier terme, $u_{n+1} = q \times u_n$ $(q > 0)$ et la donnée du premier terme.	La représentation graphique permet de s'intéresser au sens de variation d'une suite et à la comparaison de deux suites.

Alexandre et Dylan souhaitent découvrir la nouvelle attraction à sensations fortes du célèbre parc poitevin.

Ils ont estimé un coût total de 160 euros par personne pour deux jours (train + hôtel + entrée du parc + repas).

Mais comment réunir cette somme en 6 mois ?

Alexandre souhaite économiser 6 euros par semaine.

Dylan pense que « cela fait trop ». Il décide de verser dans sa « cagnotte » 1 euro la première semaine, puis ajouter 25% du total de la cagnotte chaque semaine.

Problématique :

Les deux amis réussiront-ils à réunir chacun 160 euros en 6 mois ?

1-IDÉES PROPOSÉES POUR RÉSOUDRE CETTE PROBLÉMATIQUE

6 mois = 26 semaines

A partir de là, on peut diviser le tableau en deux parties, l'une réservée à Alexandre, l'autre à Dylan.

1/ Extrapolation des formules :

Les élèves vont :

- Identifier les suites arithmétiques et géométriques
- Définir les suites (u_n) et (v_n) (rappeler comment une suite est définie et donner le premier terme et la raison de chaque suite)
  - (u_n) : somme totale économisée par Alex au bout de n semaines ($u_1 = 6$ et $r = 6$)
  - (v_n) : somme totale économisée par Dylan au bout de n semaines ($v_1 = 1$ et $q = 1{,}25$)

- Calculer les premiers termes

Si les élèves trouvent le travail à réaliser long, on pourra les faire réfléchir à la façon d'obtenir le 3ème terme à partir du 1er, puis le 4ème terme à partir du 1er. Puis, par extrapolation, on pourra trouver les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison de la suite dans chacun des cas.

$$\boxed{\begin{array}{c} u_n = u_1 + (n-1)r \\ v_n = v_1 \times q^{(n-1)} \end{array}}$$

Utiliser les formules extrapolées pour calculer les 26èmes termes :

$U_{26} = u_1 + (26-1)r = 6 + 25 \times 6 = 156$

$V_{26} = v_1 \times q^{(26-1)} = 1 \times 1{,}25^{(26-1)} = 264,\ 70$ (arrondi au centime)

2/ <u>Vérification des formules extrapolées (TICE)</u> :

2.a/ En utilisant un tableur, générer les 26 premiers termes de chaque suite à partir du terme précédent (méthode vue en première).

Toujours en utilisant un tableur, calculer les 26 premiers termes en utilisant la formule extrapolée dans la première partie.

Comparer les termes obtenus pour valider les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison de la suite.

Les encadrer et annoncer qu'elles ne doivent pas être connues par cœur, mais que l'élève doit savoir les appliquer.

2.b/ Même méthode avec la calculatrice graphique.

2-ACTIVITÉS EN LIEN AVEC CETTE SÉANCE

2.1/ En amont de l'activité présentée ci-dessus, les élèves peuvent eux-mêmes évaluer le prix d'un séjour de deux jours au Futuroscope de Poitiers.
Cette activité peut être proposée en accompagnement personnalisé.

Connaissances :
Recherche d'informations sur internet (Tarifs SNCF ou bus + Tarifs au Futuroscope)
Utilisation d'un tableur (réalisation d'un tableau détaillant les différents coûts).
Utilisation de la messagerie électronique / de l'ENT pour rendre le travail au professeur.

Ce travail peut être évalué selon la grille nationale d'évaluation en Maths et Sciences physiques (S'approprier / Analyser Raisonner / Réaliser / Valider / Communiquer).

Exemple :

Alexandre et Dylan souhaitent découvrir « DYNAMIC ! », la nouvelle attraction à sensations fortes du Futuroscope.

Leurs parents acceptent qu'ils s'y rendent pendant les vacances de Printemps à condition que les deux adolescents leur fournissent un tableau détaillé de l'ensemble des frais prévus, ainsi que du coût total.

Exemple de documents que les élèves peuvent trouver sur Internet :

Les Séjours 2015

Le Futuroscope vous propose différents séjours adaptés à vos envies. Pour chaque séjour, le choix de l'hôtel s'effectue au moment de la réservation.
Le Spectacle nocturne, présenté tous les soirs, est inclus dans tous les tarifs.

2 jours + 1 nuit

En Famille à partir de 90 euros / personne Réservez Plus d'infos	**En Couple à partir de 113,50 / personne Réservez Fermer**	Du 7 février au 10 avril 2015 -20 % Réservez Plus d'infos

Ce séjour 2 jours + 1 nuit comprend :

Jour 1
- Le billet d'entrée
- Futuroscope
- Le Spectacle Nocturne
- La Nuit à l'hôtel

Jour 2
- Le petit déjeuner à l'hôtel
- Le billet d'entrée Futuroscope
- Le Spectacle Nocturne

Tarif TTC par personne, calculé sur la base de 2 adultes de 17 à 59 ans, logés en chambre double à l'hôtel du Futuroscope 1*(hors frais de gestion et assurance annulation). Autres hôtels proposés lors de la réservation.

94 euros aller-retour Nancy-Futuroscope par personne.

2.2/ On pourra proposer des exercices sur LaboMEP en aval de cette activité (par exemple des exercices demandant de calculer un terme de rang donné).

THÈME : PARC D'ATTRACTION

"Comment choisir un modèle de nacelle (forme, volume...) satisfaisant ?"

NOTION VISÉE : **FONCTION DÉRIVÉE**

CAPACITÉS :

- Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction.
- Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variation.
- Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.

CONNAISSANCES :

- Fonction dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle I.
- Fonctions dérivées des fonctions de références.
- Dérivée du produit d'une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions.
- Théorème liant, sur un intervalle, le signe de la dérivée d'une fonction au sens de variation de cette fonction.


06

On peut trouver différentes formes de nacelles de grande roue.

PROBLÉMATIQUE :

Comment mettre dans une nacelle le plus de personnes possibles avec le moins de surface possible c'est à dire pour un moindre coût ?


07


08


09


10

1-IDÉES PROPOSÉES POUR RÉSOUDRE CETTE PROBLÉMATIQUE

Espace pouvant être utilisé pour pratiquer la méthode d'investigation et noter les idées et les propositions des élèves.

Le but est d'amener les élèves à employer la dérivée d'une fonction pour faire un choix d'optimisation de forme. On cherche V_{max} pour une surface S_{min}.

Débat :

Quelles sont les formes possibles ?
Réponses attendues : sphère – cylindre - pavé...

Sur quelles grandeurs doit-on agir pour faire entrer un maximum de personnes dans une nacelle tout en faisant attention au coût de la matière première ?
Réponses attendues: le volume, la surface au sol, surface de l'enveloppe.

2-RÉSOLUTION DE LA PROBLÉMATIQUE

Comparons quelques formes :

1. Sphère

Volume d'une sphère $v = \frac{4}{3} \pi r^3$; surface d'une sphère : $s = 4 \pi r^2$

- Pour un volume fixé, on obtient le rayon puis la surface.
  On montre cette démarche aux élèves en fixant par exemple un volume de 4 m^3, puis le raisonnement littéral.

2. Cylindre

Volume d'un cylindre : $v = \pi r^2 h$; surface d'un cylindre : $S = 2\pi r^2 + 2 \pi r h$

- Pour un volume fixé on obtient h qui dépend du rayon r et donc une surface S qui dépend du rayon r également : $S = 2 \pi r^2 + 8/r$:

Comment faire pour trouver le rayon correspondant à la surface de l'enveloppe minimale ?

- Avec un graphique ? oui (cf. programme de 2^{nde}) : on peut même le faire sur la calculatrice, (Voir annexe partie A)

- *Construisons la tangente à la courbe au minimum, elle est horizontale.*

- Mais qu'a-t-on appris en $1^{ère}$? : Avec le nombre dérivé, on cherchera donc pour quelle valeur du rayon la tangente est horizontale c'est-à-dire pour quelle valeur du rayon le nombre dérivé est nul. (Voir annexe partie B)

Avec la calculatrice, compléter :

r				
Nombre dérivé de $2\pi r^2 + 8/r$				

Donc on trouve que la fonction admet un minimum en r = …

Comparons le résultat trouvé ci-dessus avec la méthode graphique.

Cours : Si on appelle f la fonction $f(r) = 2\pi r^2 + 8/r$, alors les points de coordonnées (r, nombre dérivé de $2\pi r^2 + 8/r$) décrivent le graphe d' une fonction qu'on appelle fonction dérivée de f et qu'on appellera f'.

Traçons la représentation de f' sur la calculatrice.

Cherchons comment trouver l'expression de la fonction f'.

Décomposons la fonction : $f(r) = 2\pi r^2 + 8/r$ … $f(r) = g(r) + h(r)$
A ce moment on peut faire un rappel sur les fonctions de référence vues en seconde.

r				
Nombre dérivé de $g(r) = 2\pi r^2$				

On appelle g la fonction définie par $g(r) = 2\pi r^2$, alors les points de coordonnées (r, nombre dérivé de $2\pi r^2$) décrivent le graphe d' une fonction qui est la fonction dérivée de g appelée g'.

Traçons la...

On obtient une droite qui passe par l'origine donc les valeurs nombre dérivé de ($2\pi r^2$) et les valeurs de r sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est 4π donc on peut écrire : nombre dérivé de ($2\pi r^2$) = $g'(r) = r \times 4\pi$ ou bien $g'(r) = 4\pi r$

La fonction dérivée de g telle que $g(r) = 2\pi r^2$ est $g'(r) = 4\pi r$

La même démarche avec h(r) montrera qu'il sera difficile de trouver l'expression de h'(r), de fait, utiliser le tableau des dérivées que l'on donnera aux élèves devient nécessaire.

- Tableau des dérivées usuelles :

- En utilisant le tableau ci-dessus, cherchons l'expression de la dérivée $h'(r) = 8/r$
  - *On devra admettre que (k.u)' = k . u'*
  - *Un complément possible pourra également montrer comment dériver la somme d'une fonction en utilisant le tableau suivant*

r				
Nombre dérivé de $g(r) = 2\pi r^2$				
Nombre dérivé de $h(r) = 8/r$				
Somme des deux nombres dérivés				
Nombre dérivé de $f(r) = 2\pi r^2 + 8/r$				

Admettre que la somme des deux nombres dérivés donne le nombre dérivé de f et permet d'affirmer que (u + v)' = u' + v'.

3. Pavé

Il y a trois variables car $v = L \times l \times h$ et $S = 2(L \times l + l \times h + L \times h)$ mais on a toujours $v = 4$ et on fixe $h = 1,72$ m (valeur solution du cylindre modulo v=4)
On trouve donc $S = 2(4/1,72 + 4/L + 1,72 \times L)$

On dérive directement

Comparaison des surfaces et réponse à la situation problème

ANNEXE

Exercice d'optimisation de surface sur la calculatrice graphique

(Organigramme pour Ti 82 stat.fr à adapter en fonction du modèle)

La grande roue

Calcul d'optimisation de la surface utilisée pour construire la nacelle de la grande roue en fonction de son rayon.

Cette étude concerne uniquement la forme cylindrique de la nacelle.

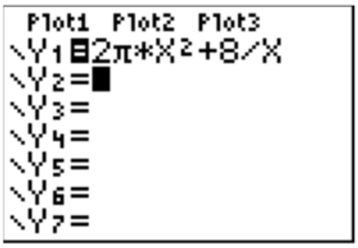
Pour une nacelle de 6 personnes on souhaite disposer d'un volume de $4\ m^3$. Le rayon peut varier de 0.5 m à 3 m.

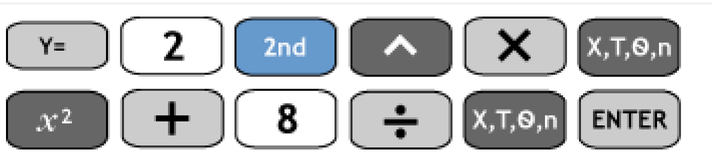
Comment déterminer le rayon qui permettra de fabriquer cette nacelle en utilisant une surface minimale de tôle ?

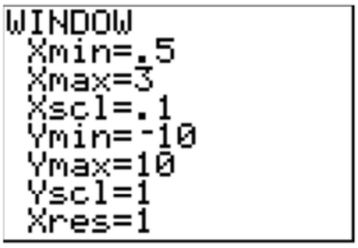
A) <u>A l'aide de la représentation graphique</u>

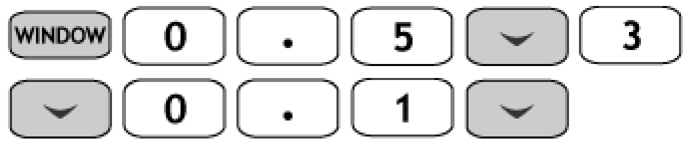
La surface est exprimée par la relation :

$S= 2\Pi R^2 + 2V/R$. On trace la fonction et on cherche son minimum.

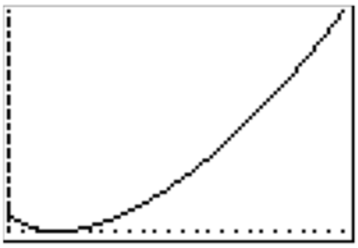


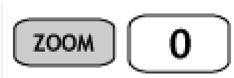






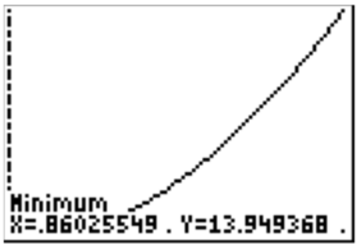
Pour régler les ordonnées, faire un zoom " zéro ".





On calcule le minimum en se plaçant à sa gauche, puis à sa droite.

Ce qui donne :

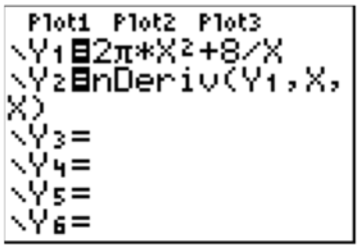


Pour un rayon de 0.86 m, une surface minimum de 13.95 m²

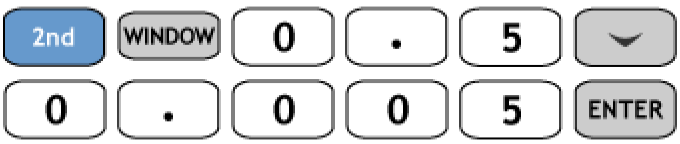
B) En utilisant le nombre dérivé

Pour quelle valeur ce nombre dérivé est-il égal à zéro ?

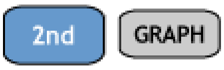
On conserve la fonction en Y_1 et on entre le calcul des nombres dérivés en Y_2

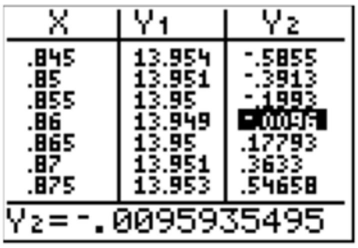


On règle les paramètres afin de remplir le tableau des valeurs :



Puis on regarde le tableau en le parcourant pour trouver la valeur de Y_2 la plus proche de zéro.





X	Y1	Y2
.845	13.954	-.5855
.85	13.951	-.3913
.855	13.95	-.1993
.86	13.949	-.0096
.865	13.95	.17793
.87	13.951	.3633
.875	13.953	.54658

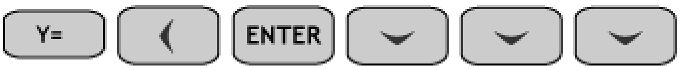
Y2=-.0095935495

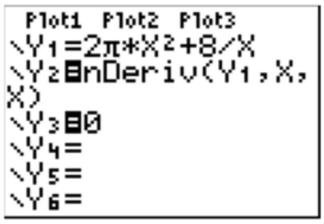
Résultat : R = 0,86 m

Pour une surface minimum de 13,95 m^2

C) <u>En utilisant la représentation de la fonction dérivée.</u>

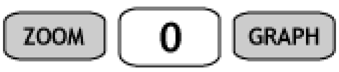
On conserve les 2 fonctions Y_1 et Y_2 précédentes mais on désactive Y_1.

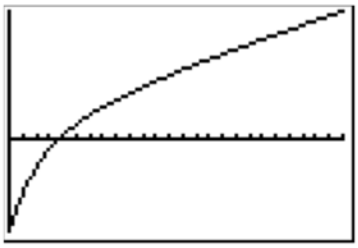




Puis on entre $Y_3 = 0$

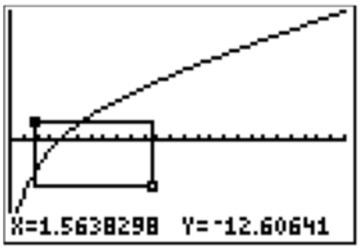
On représente la fonction dérivée :

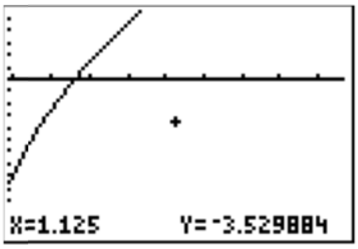


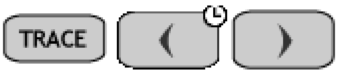


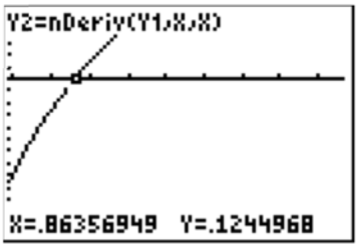
On résout graphiquement $Y_2 = 0$ en cherchant le point d'intersection entre Y_2 et Y_3 (axes des abscisses)

- *soit en utilisant la fonction "zoom boîte" puis "trace" :*





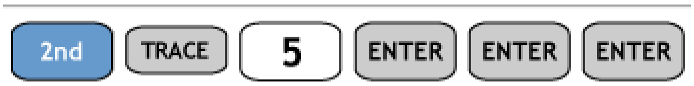


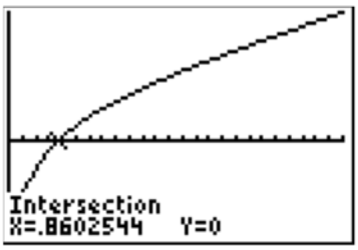


Remarque : pour plus de précision, on peut utiliser plusieurs fois la fonction zoom boîte.

Résultat : R = 0,86 m

- *soit en utilisant la fonction "calcul" puis "intersection" :*





Résultat : R = 0,86 m

THÈME : PARC D'ATTRACTION

"Comment sonoriser idéalement la salle de cinéma 360°"

NOTION VISÉE : **FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL**

CAPACITÉS :

- Etudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme décimal, sur un intervalle donné.
- Exploiter une droite tracée sur du papier semi-logarithmique.

CONNAISSANCES :

- Fonction logarithme décimal.
- Propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal.

PRÉ-REQUIS :

Capacités	Connaissances	Commentaires
Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien, sur un intervalle donné.	Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$. Définition du nombre e. Propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien.	La fonction ln est la fonction définie pour $x > 0$, qui s'annule en 1 et dont la dérivée est la fonction inverse. L'étude des variations est conduite à l'aide de la dérivée. Ces propriétés sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien ou à l'aide de la calculatrice. Toute virtuosité dans l'utilisation de ces propriétés opératoires est exclue.

Projeter la vidéo "C'est pas sorcier": *Les coulisses d'un concert » de 6 mn 20 sec à 8 mn*

www.youtube.com/watch?v=5QM7HEPQ5uY

Suggérer aux élèves de prendre des notes …

Situation :

La salle est équipée de 4 haut-parleurs identiques répartis uniformément autour des spectateurs.

On mesure au centre de la salle un niveau d'intensité sonore de 66 dB (décibels).

Problématique:

Jo, le responsable de l'animation souhaite obtenir 75 dB au centre de la salle.

Combien de haut-parleurs supplémentaires doit il faire installer ?

- **Idées attendues:**

1/

Expérimentateur	Sources sonores
Fred	Guitares
Jamy	Radios
Jo	Haut-parleurs

- Pour répondre à la problématique de Jo, on va se baser sur les expériences de Fred et Jamy.
- On considère que toutes les sources sonores ont le même comportement.
- On parlera donc désormais de « source sonore », sans préciser de laquelle il s'agit.

2/ On peut faire le tableau suivant à partir de la vidéo :

Nb de sources sonores	Niveau d'intensité acoustique L (dB)
1	60
2	63
4	66
8	69
16	72
10 000	100

En complétant le tableau avec quelques données supplémentaires, on a :

Nb de sources sonores	**Niveau d'intensité acoustique L (dB)**
1	60
2	63
4	66
8	69
16	72
2 000	93
4 000	96
8 000	99
10 000	100

3/ Utilisation de GeoGebra :

a) Réponse à la problématique

- Placer les points dans le tableur.
- Représenter le nuage de points dans la fenêtre graphique (Sélectionner les coordonnées des points / Créer une liste de points).
- Définir les curseurs a (entre 0 et 20) et b (entre 0 et 100) puis la fonction L(x) = a×log(***x***) + b, L étant le niveau sonore exprimé en dB et ***x*** représentant le nombre de sources sonores. Remarque : il faut taper « log10 » dans Geogebra pour obtenir le logarithme décimal.
- Rechercher la valeur des coefficients a et b grâce aux curseurs de manière à superposer les points et la courbe.
- Solution : a =10 et b = 60

- **<u>Réponse à la problématique :</u>**

On a une relation logarithmique entre le nombre de sources sonores et le niveau d'intensité acoustique L (en dB).

$L = 10 \log (x) + 60$

Tracer la droite d'équation $y = 75$.

La solution est l'abscisse du point d'intersection de ces deux courbes.

<u>Réponse</u> : **Il *faudra 32 haut-parleurs au total à Jo pour obtenir 75 dB.***

Il doit donc rajouter 28 haut-parleurs pour répondre exactement à la problématique.

b) Lien entre les fonctions log et ln.

- Tracer $f(x) = a \times \frac{\ln(x)}{\ln(10)} + b$
- Remarquer que les courbes sont superposées
- On trouve que $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$

- **<u>Prolongements possibles :</u>**

1/ Si on choisit a = 1 et b = 0, on obtient le graphe de la fonction logarithme décimal.

Etudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme décimal sur un intervalle donné (capacité du référentiel)

2/ Représentation graphique de la fonction L sur papier semi-logarithmique.

3/ On rappelle les propriétés du logarithme népérien.

Elles sont transposables au logarithme décimal.

Application de l'utilisation de ces propriétés à l'aide des exercices proposés sur Labomep (voir annexe).

ANNEXE :

Exemple 1 d'exercice proposé sur Labomep (pour vérifier que les propriétés du logarithme népérien sont transposables au logarithme décimal)

log(2x6) =

○ **Proposition n°1 :**
log(2) + log(6)

○ **Proposition n°2 :**
$\log(2^6)$

○ **Proposition n°3 :**
log(2-6)

○ **Proposition n°4 :**
log(2+6)

Exemple 2 d'exercice proposé sur Labomep

$\log(\frac{18}{2})=$

☐ **Proposition n°1 :**
log(18) - log(2)

☐ **Proposition n°2 :**
log(16)

☐ **Proposition n°3 :**
log(18-2)

☐ **Proposition n°4 :**
log(36)

Valider et continuer

Exemple 3 d'exercice proposé sur Labomep

$\log(3^2) =$

Proposition n°1 :
$\log(3)^2$

Proposition n°2 :
$2 + \log(3)$

Proposition n°3 :
$2 \times \log(3)$

Proposition n°4 :
$\log(3)^2$

Non !
Il fallait cocher :
$2 \times \log(3)$

THÈME : PARC D'ATTRACTION

"Comment respecter une certaine hygiène dans le petit train ? "

NOTION VISÉE : **FONCTION EXPONENTIELLE**

CAPACITÉS :

- Etudier les variations et représenter graphiquement la fonction $x \mapsto e^x$ sur un intervalle donné.

- Etudier les variations et représenter graphiquement la fonction $x \mapsto e^{ax}$ (a est un réel non nul).

- Résoudre des équations du type $e^{ax} = b$ et des inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$)

CONNAISSANCES :

- La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$.
- Processus de résolution d'équations du type $e^{ax} = b$ et d'inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$)

Vous venez de commencer votre premier job d'été : conduire le petit train électrique d'un célèbre parc d'attraction.

Pour garantir la sécurité sanitaire des enfants qui empruntent ce petit train, le responsable du parc s'intéresse à la contamination bactérienne de cette attraction.

On considère que jusqu'à 12 000 bactéries par cm^2, la surface est propre, et qu'à partir de 1 000 000 de bactéries par cm^2, la surface est contaminée.

Source : d'après Hachette Technique Terminal

Situation 1 :

Le petit train vient d'être nettoyé. On admet alors qu'il n'y a plus que 12 000 bactéries sur celui-ci.

Voici les résultats de l'expérience qui modélise l'évolution du nombre de bactéries
en fonction du temps :

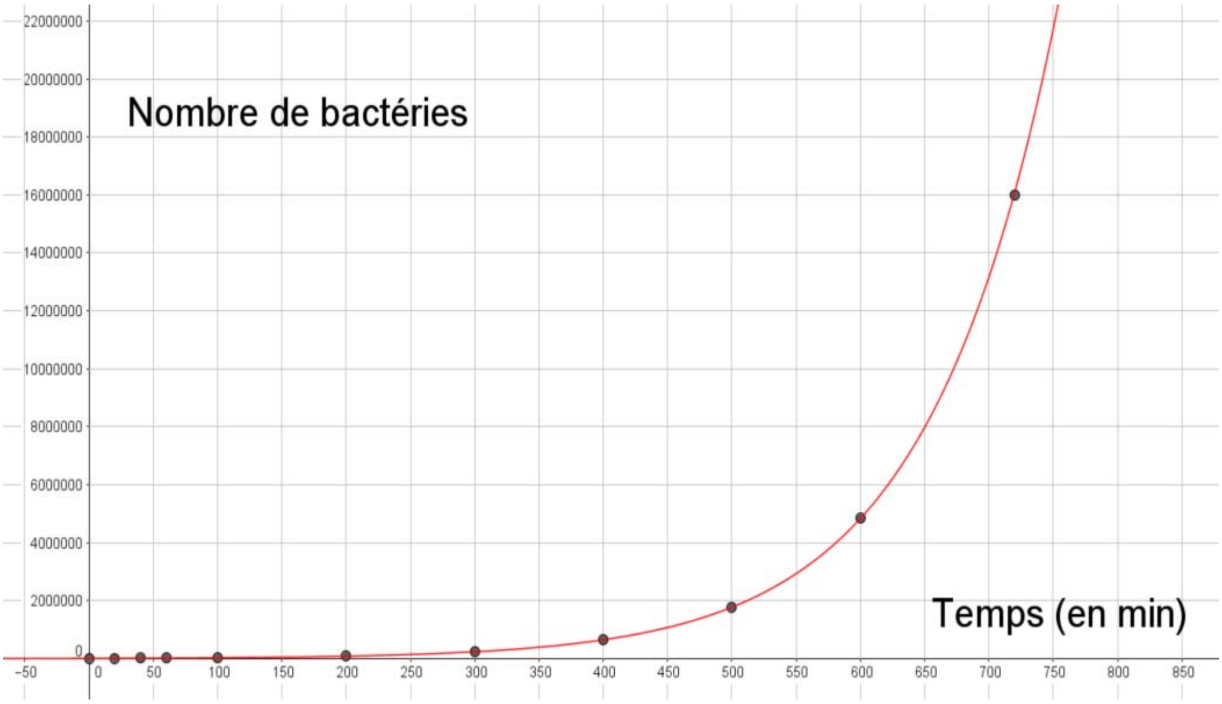
Temps (min)	Nombre de bactéries
0	12 000
20	14 000
40	17 900
60	21 900
100	32 600
200	88 700
300	241 000
400	655 000
500	1 780 000
600	4 841 000
720	16 000 000

Problématique 1 :

Le nombre de bactéries suit une évolution. De quel type est-elle (linéaire ?... ou autre ?)

IDÉES PROPOSÉES POUR RÉSOUDRE CETTE PROBLÉMATIQUE

- Placer les points dans GeoGebra.
- Tester différentes régressions : linéaire, quadratique…
- Définir les curseurs a et b, puis la fonction f(x) = a*exp(bx)
- Obtenir l'équation de la fonction de régression : $f(t) = 12\,000\ e^{0{,}01t}$



- Demander aux élèves de positionner le curseur a sur 1 et b sur 1, on obtient alors la fonction exponentielle $f(t) = e^t$.
- On peut alors dresser le tableau de variation de la fonction exponentielle.

Problématique 2 :

Au bout de combien de temps le seuil critique S1 de 1 000 000 de bactéries est-il atteint ?

Le résultat est l'abscisse de l'intersection de la fonction f et de la fonction

$g(t) = 1\ 000\ 000.$

Réponse : entre la 442 et 443 minutes.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- *Retrouver les réponses par la résolution algébrique d'une équation ou d'une inéquation logarithmique.*
- *Même activité avec la calculatrice ou un tableur.*

On peut proposer une autre problématique pour amener les élèves à résoudre, cette fois-ci, une inéquation :

"Le manège doit fermer lorsque le seuil S2 de 3 000 000 de bactéries est atteint ! Jusqu'à quel instant le personnel de nettoyage peut-il intervenir ? "

Les élèves doivent résoudre graphiquement l'inéquation $12\,000\,e^{0,01t} < 3\,000\,000$.

Réponse : $t < 555$ donc le personnel a jusqu'à 555 minutes pour nettoyer.

Situation 2

La population de 1 000 000 de bactéries est soumise à un agent antiseptique au temps $t = 0$.

On mesure régulièrement le nombre total de bactéries. Les valeurs sont reportées dans le tableau suivant :

Temps (min)	Nombre de bactéries
0	1 000 000
5	223 130
10	49 787
15	11 109
20	2 479

Problématique 3:

On veut déterminer précisément au bout de combien de minutes le seuil initial de

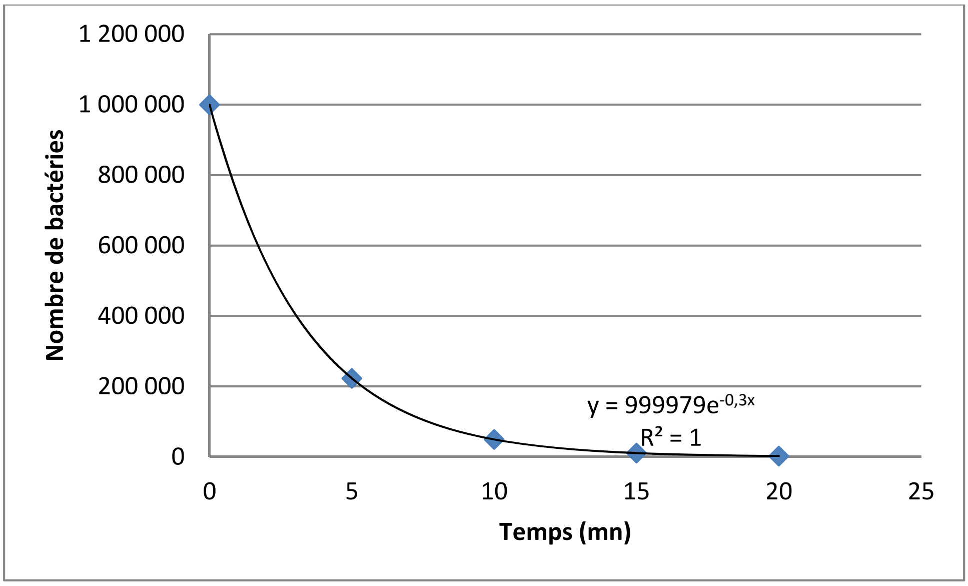
12 000 bactéries est rétabli. On peut alors considérer que l'agent antiseptique a été efficace.

IDÉES PROPOSÉES POUR RÉSOUDRE CETTE PROBLÉMATIQUE

- Cette fois on propose l'utilisation d'un tableur : Entrer les valeurs du tableau et insérer le graphique.

- Tracer la courbe de tendance appropriée en testant les différentes propositions de modèles.

- Faire apparaître l'expression de la fonction obtenue.



Le résultat est l'abscisse de l'intersection de la fonction f et de la fonction *g(t)* = 12 000.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Etude des fonctions exponentielles en fonction du coefficient devant x (Document GeoGebra avec curseur à réemployer).

- Résolutions algébriques des équations $e^{ax} = b$ ou $e^{ax} > b$ ou $e^{ax} < b$.

- Propriétés opératoires de la fonctionnelle exponentielle de base

SOURCES

01	Couverture : Photographie de Jean-Michel BERTOLASO
02	Dessin (voiture) : Sylvie SPERNER
03	https://pixabay.com/fr/fest-grande-juste-ferris-festival-161069/
04	Dessin : Sylvie SPERNER
05	https://www.futuroscope.news/ *(Dossiers de presse et visuels libres de droit téléchargeables sur www.futuroscope.news)*
06	https://pixabay.com/fr/parc-grande-roue-loisirs-3588065/
07	https://pixabay.com/fr/grande-roue-champ-de-foire-roue-2444539/
08	https://pixabay.com/fr/grande-roue-%C3%A9t%C3%A9-ciel-attraction-3570505/
09	https://pixabay.com/fr/march%C3%A9-l-ann%C3%A9e-grande-roue-carrousel-3446955/
10	https://pixabay.com/fr/budapest-grande-roue-123673/
11	https://pixabay.com/fr/train-dessin-anim%C3%A9-jouets-moteur-312107/

TITRE : "Approche du Programme de mathématiques de Bac Pro par thèmes"

AUTEURS :
Jean-Michel BERTOLASO.
Hélène BONDIL
Jean-Pierre CECILE
Isabelle DUBOIS
Nathalie KLEIN
Anne-Marie LEHNERT
Claude NEMURAT

PUBLIC VISÉ :
Professeurs de mathématiques des Lycées Professionnels

RÉSUMÉ :
Cette brochure est un recueil de fiches qui introduisent, chacune, une notion mathématique du programme de Bac Pro. Le groupe a ciblé l'année de terminale Bac Pro mais la démarche peut être semblable pour tout autre niveau. Le Groupe n'a pas prétention à avancer que c'est la solution pour aborder tout le programme, ce n'est qu'une suggestion de pratique pédagogique.

Toutes ces fiches font référence à un même thème : le Parc d'attraction. Elles ne sont que des exemples. En cela, elles peuvent être reprises ou aménagées par les lecteurs. L'idée est d'élaborer un scénario qui permet d'amener une notion mathématique à partir d'une démarche d'investigation en rapport avec le thème.

Sur ce modèle, les lecteurs pourraient alors réfléchir à d'autres thèmes en y intégrant les notions de mathématiques à traiter dans le programme qui pourraient s'y rapporter.

Cette brochure est le fruit d'un travail sur trois années mené par le Groupe IREM LP de Lorraine de septembre 2013 à août 2016.

MOTS CLÉS :
Approche - Calculatrice graphique - Démarche - Démarche d'investigation - Dérivée - Susciter de l'intérêt - Exponentielle - Logarithme - Pratique pédagogique - Programme Bac Pro - Progression - Probabilités - Résoudre une problématique - Scénario de cours - Second degré - Séquence - Suites - Tableur -Thématique - Thème attractif

Bonne lecture.