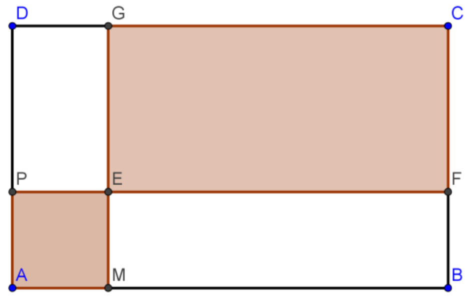
Activité : Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra)

Afin de permettre un roulement des cultures, un jardinier décide de découper en quatre parcelles son jardin rectangulaire. Il cultivera une année des salades sur deux parcelles, et des pommes de terre sur les deux autres. Il alternera l'année suivante les cultures. Il souhaite pour cela, utiliser la même aire pour chaque type de culture d'une année sur l'autre.



Le jardin est représenté par le rectangle ABCD de longueur AB = 10 m et de largeur AD = 6 m. M est un point quelconque du segment [AB] distinct de A et de B. On construit le carré AMEP et le rectangle EGCF avec P situé sur [AD] et G sur [DC].

On note x la longueur (en m) du segment [AM] et $\mathcal{A}$ l'aire (en m²) de la partie grisée représentant la surface où seront cultivées les salades.

Partie A : Conjecturer avec GeoGebra

1. Faire une figure à main levée.
2. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire le rectangle ABCD.

On pourra s'aider des coordonnées des points.

3. Quelles sont les valeurs minimale et maximale de la distance AM ?
4. Positionner le point M sur [AB].
5. Après avoir placé les points E,F,G,P, construire le polygone constitué du carré EPAM et du rectangle EGCF.
6. Afficher l'aire de ce polygone, puis en déplaçant le point M, déterminer les positions de ce point pour lesquelles la surface cultivée sera égale à 60 m², à 28 m².
7. Répondre à la problématique du jardinier. Justifier en quelques mots la réponse trouvée.
8. Attendre la validation par le professeur.

Partie B : Démontrer.

1. A quel intervalle appartient x ?
2. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ en fonction de x.
3. Déterminer les éventuelles valeurs de x pour lesquelles l'aire $\mathcal{A}$ est égale à 60 m² puis à 28 m².
4. Calculer en m² l'aire du rectangle ABCD. Quelle égalité doit vérifier $\mathcal{A}$ pour que l'aire de la surface grisée soit égale à l'aire de la surface non grisée ?
5. **a.** Factoriser $(x-4)^2-1$, puis résoudre l'équation $(x-4)^2-1=0$.

   b. Développer et réduire l'expression $(x-4)^2-1$.

   c. En utilisant les questions précédentes, déterminer la position du point M afin que les surfaces grisée et non grisée aient la même aire.

Objectifs

Exploiter un logiciel de géométrie dynamique favorisant l'étude de situation fonctionnelle et répondre à un problème numérique.
Etablir un lien entre les différentes notions géométriques, numériques et graphiques.

Place dans la progression

Assez tôt dans l'année pour l'exploitation et la découverte du logiciel de géométrie dynamique, en lien avec la notion de fonction.

Prérequis

Partie A
Abscisses et ordonnées d'un point, connaissances des coordonnées d'un point suivant les stratégies de construction : soit les faire travailler dans un repère, soit exploiter les propriétés géométriques.

Partie B
Notion d'encadrement.
Aire d'un rectangle.
Identités remarquables $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
Propriété des puissances en vue du développement de polynômes ; réduction des monômes $x^2 + 2x$.
Factorisation de polynômes de degré 2 à l'aide de $a^2 - b^2$.
Résolution d'équations du type $A \times B = 0$.

- **Pourquoi lister les prérequis ?**

Pour qu'une notion antérieure mal maîtrisée ne vienne pas ajouter une difficulté à l'activité.
Pour faciliter la gestion de classe en évitant trop de digressions.
Pour parvenir à réaliser son objectif pendant la séance prévue.

- **Comment lister les prérequis pour le professeur ?**

Faire l'activité et envisager toutes les méthodes possibles.
Réaliser la figure sur le logiciel GeoGebra, avec la version installée dans l'établissement, afin de parer à toutes questions des élèves. Garder une réalisation de la figure à disposition pour éventuellement la projeter en fin de séance.

Consulter les chronologies des apprentissages et les programmes pour repérer si les notions font appel à des notions antérieures.

- **Pourquoi ces prérequis ?**

Pour construire un rectangle, l'élève peut exploiter soit les coordonnées, soit les propriétés géométriques du rectangle.

Les identités remarquables sont nécessaires à la résolution d'équation du second degré.

- **Comment vérifier si les prérequis sont acquis ?**

Ou par un exercice à faire à la maison pour le jour même ;
Ou avec des séances de résolutions d'équations avec factorisations;
Ou par un devoir maison donné en amont ;
Ou par un questionnement oral.

- **Que faire si les prérequis ne sont pas acquis ?**

Donner des exercices d'entrainement à l'aide d'un des moyens cités précédemment (DM, Exercices …)
Demander à un élève d'expliquer les notions non acquises lors de l'activité.

Suggestion du déroulement de la séance de deux heures

Une heure en demi-classe : classe à effectif réduit, en salle informatique, et une heure en classe entière.

Avant l'activité

Première vérification :

Vérifier que la salle informatique est libre et équipée du logiciel GeoGebra.
Demander aux élèves d'avoir avec eux leur identifiant et code d'accès aux postes informatiques.
Lors de l'ouverture de GeoGebra, laisser les axes ou les effacer selon la stratégie adoptée.

1er temps : Sans utiliser le logiciel, avec une salle informatique disposant d'un tableau.

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font les élèves	Remarques, erreurs commises fréquemment par les élèves.
Durée estimée à titre indicatif : 10 min		
Les élèves s'installent en salle informatique sans allumer les ordinateurs.		
Le professeur distribue la fiche d'exercice et demande aux élèves de la lire en silence. « faites une figure à main levée en inscrivant les côtes éventuelles et en codant la figure »		Pour la réalisation de la figure à main levée, l'objectif est d'habituer les élèves à réaliser rapidement une figure pour illustrer un problème, comprendre la construction ... même si parfois, cela n'est pas demandé.
Le professeur vérifie que les élèves traduisent toutes les consignes. Il circule dans les rangs. Il veille au climat de travail propice et parle à voix basse avec les élèves. Il propose des pistes individuelles ou collectives avec l'aide des élèves ou non. Avant la correction, il s'assure que toute la classe a posé son stylo et écoute. « Vous pouvez ouvrir votre session » Demande à un élève ou le nomme pour réaliser la figure au tableau si certains élèves peinent à réaliser cette étape sur	Dessinent la figure sur **leur feuille,** notent les côtes et traduisent graphiquement les propriétés de la figure. Angles droits, distances égales longueurs connues.	Les outils (règle, équerre) utilisés pour dessiner la figure seront retranscrits en protocole GeoGebra. Optimisation du temps. Tout dépend si les ordinateurs étaient en veille ou éteint. Le temps de mise en route du système varie également selon le type et l'âge du matériel informatique.

leur feuille.		
Si l'option « coordonnées » est préconisée par le professeur. Les élèves peuvent être libres de choisir le moyen qui leur parait le plus adapté pour reproduire la figure : 5 min		
Demande à un élève, de donner le repère puis les coordonnées des différents points de la figure dans ce repère. « Attention, la syntaxe exigée par le logiciel de géométrie n'est pas correcte en écriture mathématique A= (0,0). La virgule est importante et ne doit pas être remplacée par un point virgule »	Les élèves traduisent les données de l'exercice à l'aide des coordonnées des points, en prenant A comme origine du repère. Un élève peut aller au tableau pour noter les coordonnées.	

2nd temps : Utilisation du logiciel pour la recherche individuelle : 40 min

« Lancer le logiciel GeoGebra puis construisez la figure selon les consignes données dans l'énoncé ». Le professeur passe dans les rangs et vérifie que les figures sont correctement réalisées, en déplaçant le point M. Il demande individuellement ou collectivement aux élèves de justifier le choix des unités.	Travaillent sur leur logiciel. Les élèves répondent aux questions de la partie A sur leur cahier.	Si l'option « coordonnées » est choisie, on peut éventuellement expliquer la fonction curseur. Une mise au point sur les unités utilisées par le logiciel peut être réalisée collectivement ou individuellement.
Le professeur vérifie les réponses aux différentes questions individuellement. L'avancement est différent d'un élève à l'autre. Dans ce cas, ceux qui ont fini et après validation par le professeur, commencent la partie B. « Vous arrêtez ce que vous faites, vous vous tournez vers le tableau. Eteignez vos écrans » Le professeur demande à un élève de venir	Les élèves répondent individuellement aux questions posées dans la partie A. Un élève réalise la figure sur l'ordinateur du	

faire la figure sur l'ordinateur relié au vidéoprojecteur. Le professeur note au tableau les étapes et réponses données par les élèves qui doivent figurer dans les cahiers (traces écrites) Il demande à un élève de lire la question 6 et d'y répondre, puis à un autre élève, la question 7.	professeur et explique comment il a procédé pour réaliser la figure.	
Le professeur ajoute des questions : « Pouvait-on s'y attendre ? Qu'avez-vous observé lorsqu'on déplaçait le point M ? »	Les élèves répondent aux questions.	
Le professeur passe dans les rangs pour vérifier que les manipulations sont correctes et aident certains élèves à créer éventuellement un nouveau dossier. Le professeur demande aux élèves d'enregistrer leur travail dans leur répertoire, dossier mathématiques et de nommer le fichier avant de fermer leur session.	Les élèves enregistrent et ferment le logiciel puis leur session.	

3ième temps : démonstration de la conjecture.

Deuxième heure, on retourne en salle de classe normale.

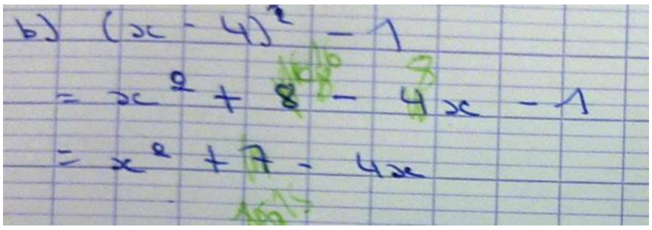
Partie B. Les élèves font l'exercice à leur place et le professeur passe et corrige au fur et à mesure près des élèves : 25 min	
Mise en commun des résultats. 20 min	
Ce que fait et dit le professeur	Ce que font les élèves

Le professeur demande à un élève d'aller corriger au tableau. Il passe dans les rangs pour vérifier que les élèves corrigent éventuellement leurs erreurs. Il sollicite les élèves restés à leur place au fur et à mesure de l'avancée de la correction les identités remarquables utilisée. Le professeur est au cœur de la classe dans les rangs et ne reste pas figé derrière son bureau et au tableau. Le professeur note ou se fait dicter par des élèves successifs sur une partie du tableau qu'il aura préalablement réservée, les identités remarquables et propriétés utilisées. Le professeur peut envoyer un autre élève pour corriger la fin du problème.	L'élève corrige au tableau les questions de 1 à 4. Les élèves répondent aux questions du professeur.

Erreurs souvent rencontrées lors de cette séquence de travail : Liste non exhaustive

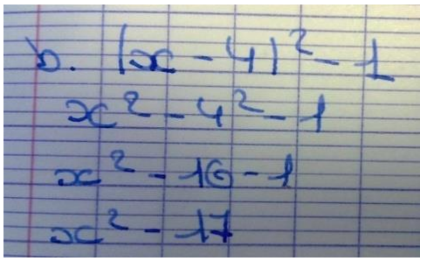
Extrait de copies d'élèves

→ Confusion entre le carré d'un nombre et son double



L'élève fait 4×2 au lieu de 4^2

→ Oubli du double produit avec les égalités remarquables.

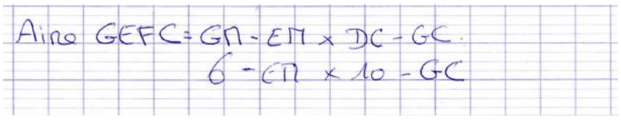


Cette erreur est souvent rencontrée Ne pas hésiter à demander à l'élève de développer $(x-4)^2=(x-4)(x-4)$

La connaissance de l'égalité remarquable n'est pas indispensable pour réussir ce développement.

→ Rôle des parenthèses.

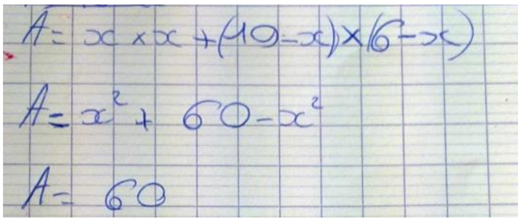
Les parenthèses n'apparaissent pas dans l'expression de l'aire.



Il manque les parenthèses entre (GM-EM) et (DC-GC).

→ Réduction d'expressions littérales erronées

L'élève ne maitrise pas la double distributivité : ($10\times6=60$ et $x\times x=x^2$)

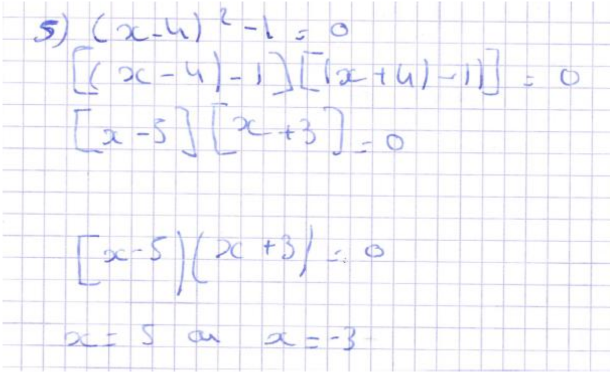


→ Mauvaises factorisations

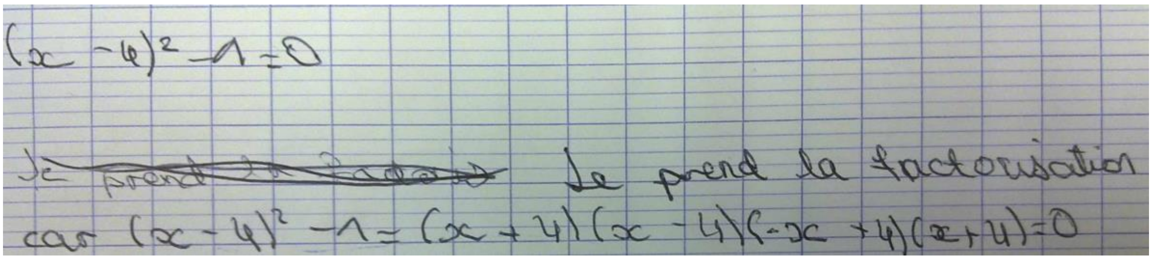
● Confusion avec les identités remarquables dans l'expression $(x-4)^2-1=...$

L'élève semble avoir repéré $(a-b)^2$ sans avoir correctement identifié qui joue le rôle a et celui de b

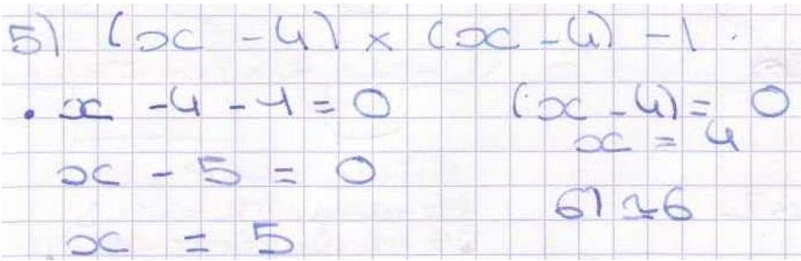
Pour aider l'élève, le professeur peut entourer en couleur au tableau l'expression $(x-4)$ pour montrer qu'elle joue le rôle de a dans la formule a^2-b^2 . Il peut aussi noter 1^2 pour visualiser b^2



● Dans un cas comme celui-ci, le mieux est de demander à l'élève son raisonnement



→ **Mauvaise reconnaissance de forme**



L'élève croit reconnaître un produit de facteurs nul.

→ On retrouve souvent et à tous les niveaux du secondaire ce type d'erreur. Il est important d'y prêter attention et de s'efforcer d'y remédier en revenant au sens des expressions rencontrées depuis la cinquième :

$x \times x = x^2$; $2x = x + x$; mettre en lien $k(a+b)$ avec 4×32 et $4\times(30+2)$ vu à l'école primaire ; $(x+4)^2 = (x+4)\times(x+4)$; $x-4 = x+(-4)$