Chapitre n° … Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle :

Objectifs de la leçon : Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

0. Activité préparatoire en salle informatique illustrant l'invariance du quotient pour un angle donné.

1-Vocabulaire :

AGE est un triangle rectangle en G
Le coté [AE] est **l'hypoténuse** du triangle.

Le coté [GE] est **le côté adjacent** de l'angle $\widehat{E}$.

Le côté [GA] est **le côté adjacent** de l'angle $\widehat{A}$

2-Définition :

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté adjacent cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

Sur le dessin ci-dessus, on a donc $\cos \widehat{GEA} = \frac{GE}{AE}$ et $\cos \widehat{GAE} = \frac{GA}{AE}$

3-Propriété :

Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

Démonstration :
Le cosinus d'un angle aigu est un quotient de deux longueurs donc il est positif.

Le cosinus d'un angle aigu est un quotient dont le dénominateur est la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle. Cette hypoténuse est le plus grand côté du triangle donc le dénominateur de ce quotient est plus grand que le numérateur donc il est inférieur à 1.

Conclusion : ce quotient est compris entre 0 et 1

4-Utilisation de cette notion pour calculer la longueur d'un côté du triangle:

SUD est un triangle rectangle en U. Calculer SU sachant que $\widehat{DSU} = 35°$ et SD = 8 cm.

Schéma à main levée réalisé au tableau par un élève et recopié dans le cahier de l'élève.

Dans le triangle SUD, rectangle en U, on a $\cos \widehat{USD} = \frac{SU}{SD}$

$$\cos 35° = \frac{SU}{8}$$

$$SU = 8 \times (\cos 35°)$$

J'utilise ma calculatrice. ATTENTION ! Elle doit être en mode degré.

Comme il y a différents modèles de calculatrice, on laisse chaque élève noter les touches qui correspondent à sa calculatrice.

On obtient SU $\approx$ 6,55 cm

Remarque :

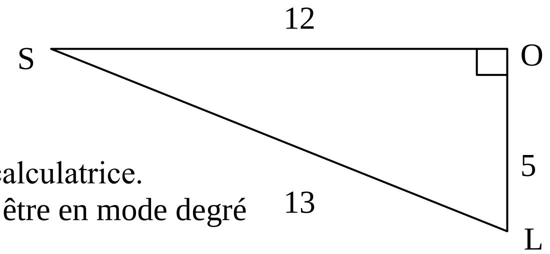
Parfois, on obtient une égalité de cette forme : $\cos 54° = \frac{6}{AB}$.

L'égalité des produits en croix permet d'écrire que AB × (cos 54°) = 6 puis on obtient $AB = \frac{6}{\cos 54°}$

On peut aussi passer aux inverses pour écrire que $\frac{1}{\cos 54°} = \frac{AB}{6}$ et ainsi en multipliant par 6 les deux membres de l'égalité on a $AB = \frac{6}{\cos 54°}$.

5-Utilisation de cette notion pour calculer la mesure d'un angle du triangle :

Les longueurs des côtés sont exprimées en mètres.



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OSL}$.

Dans le triangle rectangle SOL, $\cos \widehat{OSL} = \frac{OS}{SL} = \frac{12}{13}$

Pour déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OSL}$, j'utilise ma calculatrice.

ATTENTION ! Elle doit être en mode degré

Comme il y a différents modèles de calculatrice, on laisse chaque élève noter les touches qui correspondent à sa calculatrice.

On obtient $\widehat{OSL} \approx 22{,}6°$

Commentaires pour le professeur

- **Objectifs de la leçon :** programme du BO spécial n°11 du 26 novembre 2015
  Ils sont donnés aux élèves au début de la leçon.

- **Quand ?**
  Le paragraphe *progressivité des apprentissages* du document d'accompagnement « Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer » précise que *l'étude des rapports trigonométriques peut être répartie entre les classes de 4^e et de 3^e*
  http://eduscol.education.fr/cid99757/ressources-d-accompagnement-des-nouveaux-programmes-de-l-ecole-et-du-college.html
  Il est important d'avoir traité au préalable l'égalité des produits en croix dans une situation de proportionnalité. Si la résolution des équations a également été traitée, cela permet de réinvestir cette méthode dans le calcul des longueurs (paragraphe 4 de la leçon).
  Si la notion de cosinus d'un angle est introduite en 3^e et si le théorème de Thalès a été étudié en amont, on pourra démontrer ce qu'on a conjecturé dans l'activité préparatoire, à savoir l'invariance des quotients pour un angle donné.

- **Comment ?**
  Cette leçon s'écrit petit à petit au fur et à mesure de l'avancée du chapitre et des activités de découverte. On évitera d'écrire tout son contenu en une seule fois.
  Dans la mesure du possible, on s'appuiera sur les apports des élèves (idées, exemples, formulation des définitions,…). Leur participation à l'élaboration du cours (oralement ou en allant au tableau) facilite son appropriation.

- **Mise en œuvre.**
  - Les séquences « calculatrice » dépendent des modèles de calculatrice des élèves. Il est indispensable qu'elles correspondent au matériel en leur possession. Ainsi on prendra comme précaution de vérifier le fonctionnement des modèles de la classe (ce qui n'est pas toujours aisé). On veillera également à insister sur l'unité de la mesure des angles au collège et on vérifiera également l'affichage de cette unité par les calculatrices.
  - Les exemples de la leçon peuvent être cherchés en exercices, corrigés au tableau et une rédaction type peut ensuite être notée dans la leçon.
  - La démonstration de la propriété est simple et courte. Elle se prête donc particulièrement bien à être notée dans cette leçon. Il est important de rédiger avec les élèves quelques démonstrations et ce, dès la classe de 6^e. Comme indiqué dans les programmes : "*la formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels du cycle 4.*"