Chapitre n°12. PROBABILITES-partie 1- Vocabulaire des probabilités

Introduction. Voir l'activité 1 page 145 du transmath : simulation d'une expérience aléatoire

1) Expérience aléatoire

On lance un dé ou une pièce de monnaie, on tire une carte dans un jeu…
Seul le hasard intervient. On parle alors d'expérience aléatoire.

2) Evénement

Les différents résultats d'une expérience aléatoire s'appellent des éventualités.
L'ensemble des éventualités s'appelle l'univers, on le note Ω.

Exemple On lance un dé. Il y a 6 éventualités : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
L'univers est $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

Définition : Un événement est une partie (ou un sous-ensemble) de l'univers.
On dit que cet événement est réalisé si l'une des éventualités qui le compose est réalisée.

Evènement particuliers : Ω
Ω s'appelle l'événement certain. Ø s'appelle l'événement impossible.
$\{a\}$ s'appelle l'événement élémentaire (il est formé d'une seule éventualité)

Exemple On lance un dé.
L'événement certain est $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$. Les 6 évènements élémentaires sont $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$ et $\{6\}$. L'événement « Obtenir un nombre impair » est $\{1 ; 3 ; 5\}$.Il est composé de trois événements élémentaires.

Définition : Soit E et F deux événements de Ω. On dit que E est inclus dans F, et l'on note $E \subset F$, si tous les événements élémentaires de E appartiennent aussi à F.

Exemple On lance un dé.
Soit A l'événement : « obtenir un chiffre pair »
Soit B l'événement : « obtenir le chiffre 6 »
B est inclus dans A : $B \subset A$. La réalisation de B entraîne celle de A.

3) Probabilité

« On fait le lien oralement avec les fréquences du chapitre échantillonnage avec une phrase du style » Lorsqu'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'un événement se stabilise autour d'une valeur, qu'on appelle probabilité de l'événement.
La probabilité de l'événement élémentaire associé est un nombre compris entre 0 et 1.

On le note P({a}), a étant l'événement considéré.

Exemples

• On lance une pièce de monnaie. La probabilité d'obtenir « face » est 0,5.

• On lance un dé. La probabilité d'obtenir le nombre 3 est égale à $\frac{1}{6}$. $P(\{3\}) = \frac{1}{6}$.

Propriété 1 : (admise)

Si $A = \emptyset$ alors $P(A) = 0$.

Si $A \neq \emptyset$, alors la probabilité de l'événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.

Si $A = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k\}$, alors $P(A) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) + P(\{a_3\}) + \ldots + P(\{a_k\})$.

Exemple : On lance un dé. Chaque face a la même probabilité d'apparaître : $\frac{1}{6}$. Soit A l'événement « obtenir un nombre impair ». $P(A) = P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

Propriété 2 :

Quel que soit l'événement A, $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(\Omega) = 1$.

Equiprobabilité

Lorsque chaque événement élémentaire a la même probabilité, on dit qu'il y a équiprobabilité ou que les événements élémentaires sont équiprobables.

Quelques expressions qui signifient qu'il y a équiprobabilité :

- On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
- On lance une pièce parfaitement équilibrée.
- On jette un dé non pipé.
- Les jetons ou les boules sont indiscernables au toucher…

Propriété 3 :

Si l'on est dans une situation d'équiprobabilité, chaque événement élémentaire a pour probabilité $\frac{1}{n}$ où n est le nombre d'événements élémentaires.

Si A est événement contenant m événements élémentaires, alors $P(A) = \frac{m}{n}$.

On écrit parfois $P(A) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$

Exemple : On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. Chaque tirage est équiprobable.

La probabilité de tirer le roi de trèfle est $\frac{1}{52}$.La probabilité de tirer un trèfle est de $\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$.

Commentaires pour le professeur

- **Objectif de la leçon ;** extrait du programme BO n°30 du 23 juillet 2009.
  Proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples
  Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.
  Interpréter des événements de manière ensembliste
  Mener à bien des calculs de probabilité.

- **Quand ?**
  Après avoir étudié la notion d'échantillon et le passage des effectifs aux fréquences dans le chapitre des statistiques descriptives.

- **Comment ?**
  Cette leçon s'écrit petit à petit au fur et à mesure de l'avancée du chapitre, des activités de découverte et d'exercices d'application directe. On évitera d'écrire tout son contenu en une seule fois. On l'illustrera d'exemples qui seront donnés dans la mesure du possible par les élèves tout comme leurs apports pour l'écriture du cours (idées, exemples, formulation des définitions,…). Leur participation à l'élaboration du contenu (oralement ou en allant au tableau) facilite son appropriation.

- **Mise en œuvre.**
  On n'hésitera pas à faire des renvois **écrits** vers les activités utilisées.

- **Remarque**.
  Les notions de réunion, intersection et événements contraires seront vues dans un chapitre ultérieur en lien avec la progression spiralée.