MATHEMATIQUES

POUR L'ELEVE DE SECONDE

FASCICULE 5

LE REPERTOIRE

IREM DE LORRAINE

Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'enseignement des Mathématiques** - (Université de Nancy I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 4e trimestre 1988
n° de la publication : 2-85406-114-4

Le Responsable de la publication : Claude MORLET

réf. II.1

FASCICULE 5

LE REPERTOIRE

La collection complète comprend les 5 fascicules suivants :

FASCICULE 1 : Chapitre 1 : Révisions de géométrie - Chapitre 2 : Le calcul linéaire

FASCICULE 2 : Chapitre 3 : Vecteurs et angles - Chapitre 4 : Analyse

FASCICULE 3 : Chapitre 5 : Géométrie dans l'espace
(remplace l'ancien document "DESSINER L'ESPACE")

FASCICULE 4 : Chapitre 6 : Compléments de géométrie et Statistiques

FASCICULE 5 : Le répertoire

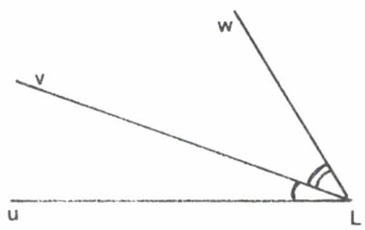
A

ABSCISSE

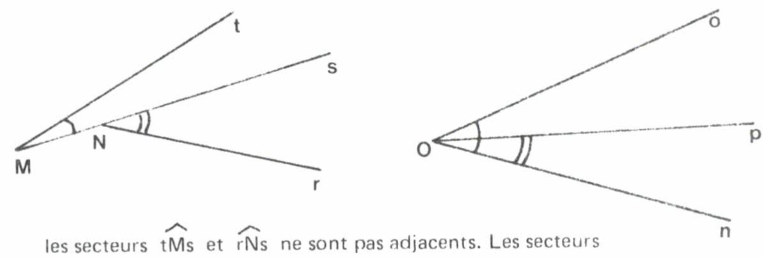
Voir : Repère

ADJACENT

• <u>Angles adjacents</u> : Deux secteurs **adjacents** ont même sommet et un côté commun. Ils sont extérieurs l'un à l'autre.

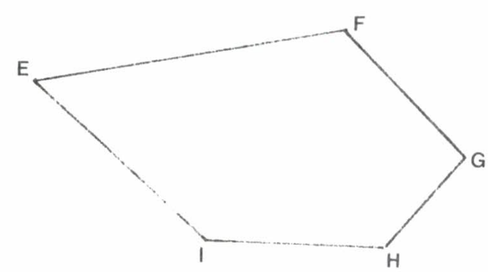


les secteurs $\widehat{uLv}$ et $\widehat{vLw}$ sont adjacents



les secteurs $\widehat{tMs}$ et $\widehat{rNs}$ ne sont pas adjacents. Les secteurs $\widehat{nOo}$ et $\widehat{oOp}$ ne sont pas adjacents.

• <u>Côtés adjacents</u> : Dans un polygone, deux côtés sont dits **adjacents** s'ils ont un sommet en commun.

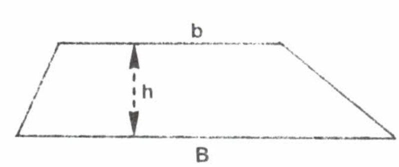


les côtés FG et GH sont adjacents

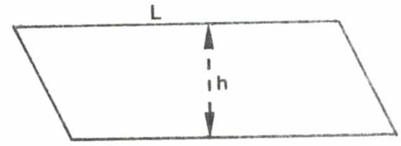
AIRE

➤ L'aire d'un rectangle
est donnée par la formule : $A = h \times L$

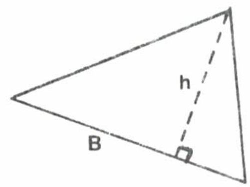
➤ L'aire d'un trapèze
est donnée par la formule : $A = h \times \frac{b+B}{2}$



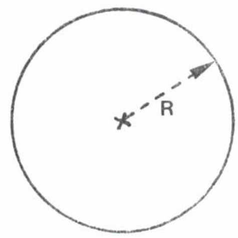
A



► L'aire d'un parallélogramme
est donnée par la formule : $A = h \times L$



► L'aire d'un triangle
est donnée par la formule : $A = \frac{h \times B}{2}$



► L'aire d'un disque
est donnée par la formule : $A = \pi R^2$

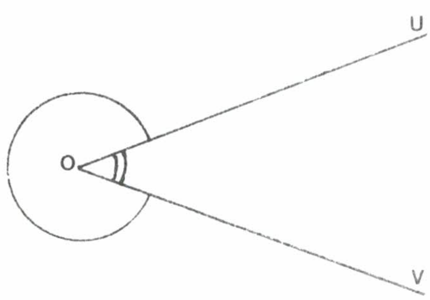
ALIGNE

Des points sont dits **alignés** s'ils sont sur une même droite.

ANGLE

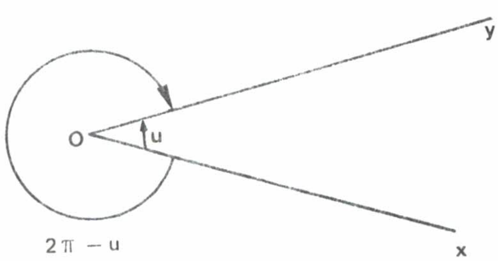
- <u>Angle d'un secteur</u> : Sa mesure en degrés est comprise entre 0 et 360. Sa mesure en radians est comprise entre 0 et 2π.

  Angle aigu, obtus, saillant, rentrant, voir : Secteur.



Attention : Sur cette figure il y a deux secteurs $\widehat{uOv}$. Quand on parle de l'angle $\widehat{uOv}$ (sans précision) il s'agit en général de l'angle saillant (inférieur à 180^o)

- <u>Angle de deux demi-droites [Ox) et [Oy)</u> : Il mesure "comment il faut faire tourner [Ox) pour l'amener sur [Oy)".



Si je décide de tourner dans le sens direct (c'est à dire dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre), je trouve une certaine mesure u comprise entre 0 et 360 degrés (ou entre 0 et 2π radians). Le nombre u est une mesure de l'angle $\widehat{([Ox),[Oy))}$.

A

Si je décide de tourner dans le **sens rétrograde** (c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre), je trouverai u' = 360 - u degrés (ou 2π - u radians) ; j'écrirai alors que -u' est une mesure de $\widehat{([Ox),[Oy))}$. Le signe "-" indique que j'ai mesuré en tournant dans le sens rétrograde.

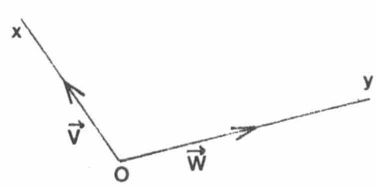
Je pourrais aussi tourner dans le sens direct, mais faire un tour de trop. J'aurais alors une nouvelle mesure qui serait u + 360 (ou u + 2π) . Ainsi l'angle $\widehat{([Ox),[Oy))}$ a une infinité de mesures. Deux d'entre elles diffèrent d'un multiple entier de 360, si on mesure en degrés, et d'un multiple entier de 2π si on mesure en radians. Une seule de ces mesures u est telle que $-180 < u < +180$ (ou telle que $-\pi < u < +\pi$); on l'appelle la **mesure principale ou la détermination principale**.

► Notations : 1) Pour simplifier, on écrit $\widehat{(Ox,Oy)}$ au lieu de $\widehat{([Ox),[Oy))}$.

2) Si u est une mesure de (Oz,Ot), on écrit (Oz,Ot) = u(mod 360) si on mesure en degrés; ou (Oz,Ot) = u (mod 2π) si on mesure en radians; ceci se lit "l'angle de Ox et Oy a pour mesure en degrés u modulo 360"; ou "pour mesure en radians u modulo 2π ". Dans cette notation k représente toujours un entier relatif.

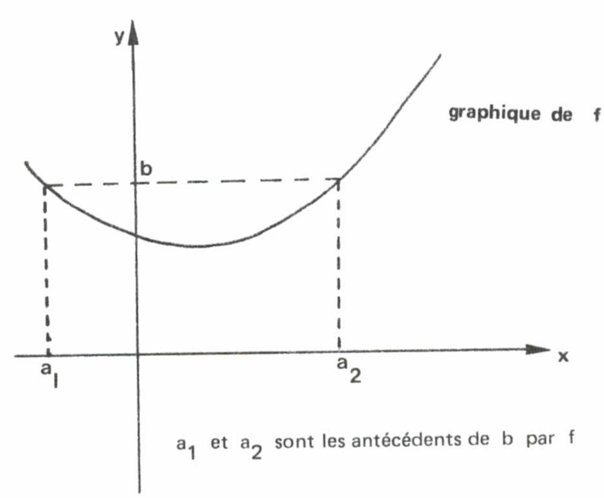
3) Un vecteur $\vec{V}$ non nul définit une direction de droite et un sens sur cette direction, c'est-à-dire une "direction de demi-droite". C'est pourquoi on parle aussi de l'angle de deux vecteurs (non nuls). L'angle $\widehat{(\vec{V},\vec{W})}$ est l'angle des deux "directions de demi-droites" définies par $\vec{V}$ et $\vec{W}$.

$$\widehat{(\vec{V},\vec{W})} = \widehat{(Ox,Oy)}$$



ANTECEDENT

Lorsque f est une fonction, une application, une transformation géométrique, si f(x) = y , x est appelé un **antécédent de y.**



A

APPLICATION

Dire que f est une **application de X dans Y** signifie que, quel que soit x dans X, on lui a associé un élément f(x) dans Y.

- Exemples : Les transformations géométriques planes sont des applications du plan dans lui même. La projection du plan sur la droite D parallèlement à D', est une application du plan sur la droite D. Les fonctions numériques sont des applications de leur ensemble de définition dans **R**.

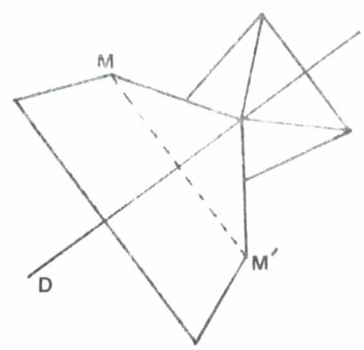
APPROXIMATION

Très souvent, lorsqu'on cherche à calculer un nombre, on est incapable de le déterminer exactement. On s'attache alors à en calculer une **approximation** (on dit aussi une **valeur approchée**) ; mais il faut aussi calculer l'incertitude. Voir : Incertitude.

AXE

Le mot axe est utilisé dans deux situations très différentes.

- Axe de symétrie : La phrase "D est un **axe de symétrie** de la figure F" signifie que la symétrie par rapport à la droite D transforme F en elle même. Voir aussi : Révolution (axe de).



M est dans F, donc son symétrique M' est dans F

- Axe de coordonnées : Un **axe** est une droite sur laquelle on a choisi un sens, une origine et une unité de longueur (donc on a choisi un repère). Pour dire où se trouve un point situé sur un axe, on donne son **abscisse**. Voir : Repère.

B

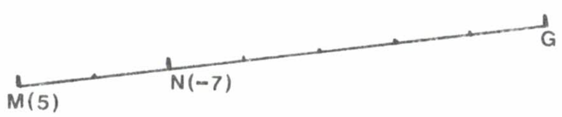
BARYCENTRE

► <u>De deux points</u> : Le **barycentre des points A et B affectés des coefficients** (on dit aussi des **poids**) **a et b** $(a + b \neq 0)$ est le seul point G tel que $a\,\overrightarrow{GA} + b\,\overrightarrow{GB} = \vec{0}$. Si $a + b = 0$ le barycentre n'existe pas.

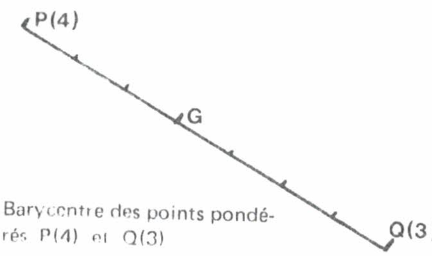
Il est sur la droite AB ; on a $\dfrac{GA}{GB} = \dfrac{|b|}{|a|}$; de plus G est entre A et B si a et b sont de même signe ; et en dehors du segment AB, si a et b sont de signes contraires.

- <u>Propriété importante</u> :

Pour tout point M, on a : $a\,\overrightarrow{MA} + b\,\overrightarrow{MB} = (a+b)\,\overrightarrow{MG}$.



Barycentre de M(5) et N(−7)



Barycentre des points pondérés P(4) et Q(3)

Si la somme des coefficients est nulle, le barycentre n'existe pas

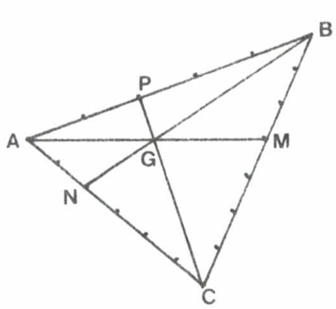
► <u>De trois points</u> : Le **barycentre des points A, B et C affectés des coefficients a, b et c** $(a+b+c \neq 0)$ est le seul point G tel que :

$$a\,\overrightarrow{GA} + b\,\overrightarrow{GB} + c\,\overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

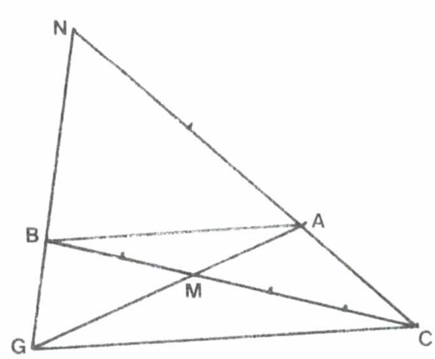
Si $a+b+c = 0$, le barycentre n'existe pas.

Pour construire le barycentre, on peut utiliser le fait que, pour tout point M, on a $a\,\overrightarrow{MA} + b\,\overrightarrow{MB} + c\,\overrightarrow{MC} = (a+b+c)\,\overrightarrow{MG}$.

On peut aussi utiliser le fait que (figures ci-desssous) M est le barycentre des points pondérés B(b) et C(c) (si $b+c \neq 0$) ; de même N est le barycentre des pondérés A(a) et C(c) (si $a+c \neq 0$) et P est le barycentre des points pondérés A(a) et B(b) (si $a+b \neq 0$).



Barycentre des points A, B, C affectés des poids 6, 4, 3.



Barycentre des points A, B, C affectés des poids −3, 3, 2.
Ici a + b = 0, donc les droites CG et AB sont parallèles (et P n'existe pas)

B

BIJECTION

Une application $f : A \longrightarrow B$ est bijective si, quel que soit b dans B, il existe un a dans A et un seul tel que $f(a) = b$. Autrement dit quel que soit b dans B, l'équation $f(x) = b$ a une solution unique dans A.

Si $f : A \longrightarrow B$ est **bijective**, il existe une application $g : B \longrightarrow A$ telle que :

- pour tout a dans A : $g(f(a)) = a$
- pour tout b dans B : $f(g(b)) = b$

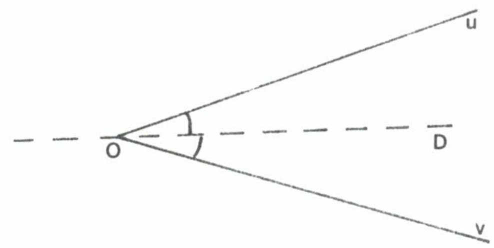
Cette application est appelée la bijection réciproque de f. On la note quelquefois f^{-1}.

On a $f(a) = b \iff a = f^{-1}(b)$

• Exemple : La translation de vecteur $\vec{V}$ est une bijection du plan sur lui-même ; sa bijection réciproque est la translation de vecteur $-\vec{V}$.

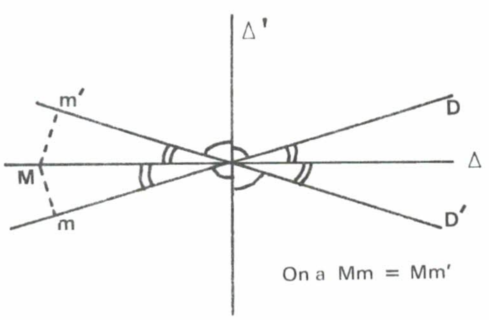
BISSECTRICE

• Bissectrice d'un secteur (ou de deux demi-droites) : Un secteur angulaire a un axe de symétrie, cet axe s'appelle la **bissectrice** du secteur. De même deux demi-droites de même origine ont un axe de symétrie, appelé la **bissectrice** de ces deux demi-droites.



D est la bissectrice des demi-droites [Ou) et [Ov)

• Bissectrices de deux droites sécantes :



On a Mm = Mm'

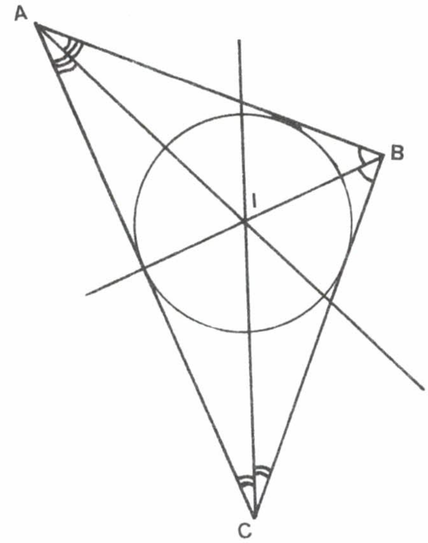
La figure formée de deux droites D et D' sécantes en un point O, a deux axes de symétrie Δ et Δ' . Ceux - ci sont perpendiculaires. On les appelle les bissectrices de D et D'.

Les points de Δ et de Δ' sont équidistants de D et de D'. Réciproquement les points équidistants de D et de D' sont soit sur Δ , soit sur Δ' .

B

- Bissectrices d'un triangle :

Les **bissectrices du triangle ABC** sont les bissectrices des secteurs $\widehat{CAB}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$. Elles ont un point commun I. Ce point est équidistant des trois côtés du triangle. Il existe donc un cercle de centre I qui est tangent aux trois côtés. Ce cercle est appelé le **cercle inscrit** dans le triangle ABC ; et I est appelé le centre du cercle inscrit.



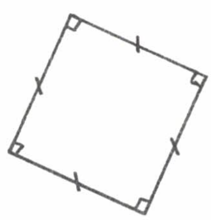
BOULE

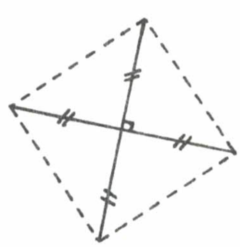
C'est l'intérieur d'une sphère. Le volume de la boule de rayon R est donné par la formule $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

C

CARRE

- Propriétés du carré :





► Les quatre côtés ont la même longueur ; donc un carré est un losange.

► Les quatre angles sont droits ; donc un carré est un rectangle.

► Les diagonales ont même milieu ; donc un carré est un parallélogramme.

► Les diagonales sont perpendiculaires.

► Si les côtés sont de longueur a, les diagonales sont de longueur $a\sqrt{2}$.

- Comment prouver qu'un quadrilatère est un carré ?

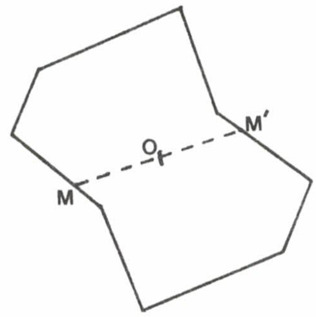
  - Un quadrilatère dont les côtés ont la même longueur et dont un angle est droit, est un carré.

  - Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et ont même longueur, alors celui- ci est un carré.

  - Si un quadrilatère a ses quatre angles droits et si deux côtés adjacents ont même longueur, alors c'est un carré.

C

CENTRE

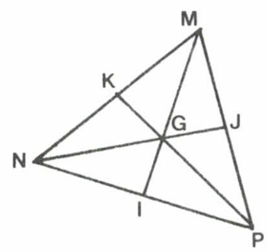


M est dans F, donc son symétrique M' est aussi dans F

- Centre de symétrie : Un point O est dit **centre de symétrie** d'une figure F, si la symétrie centrale de centre O transforme F en elle même.

- Centre de gravité (on dit aussi **isobarycentre**) : Le **centre de gravité** des points A, B,... est le barycentre de ces points, tous affectés du coefficient 1.

  Le centre de gravité de deux points A et B est le milieu du segment AB.



I, J, K sont les milieux des côtés du triangle MNP. Les droites MI, NI et PK ont un point commun G. On a MG = 2GI, NG = 2GJ et PG = 2GK

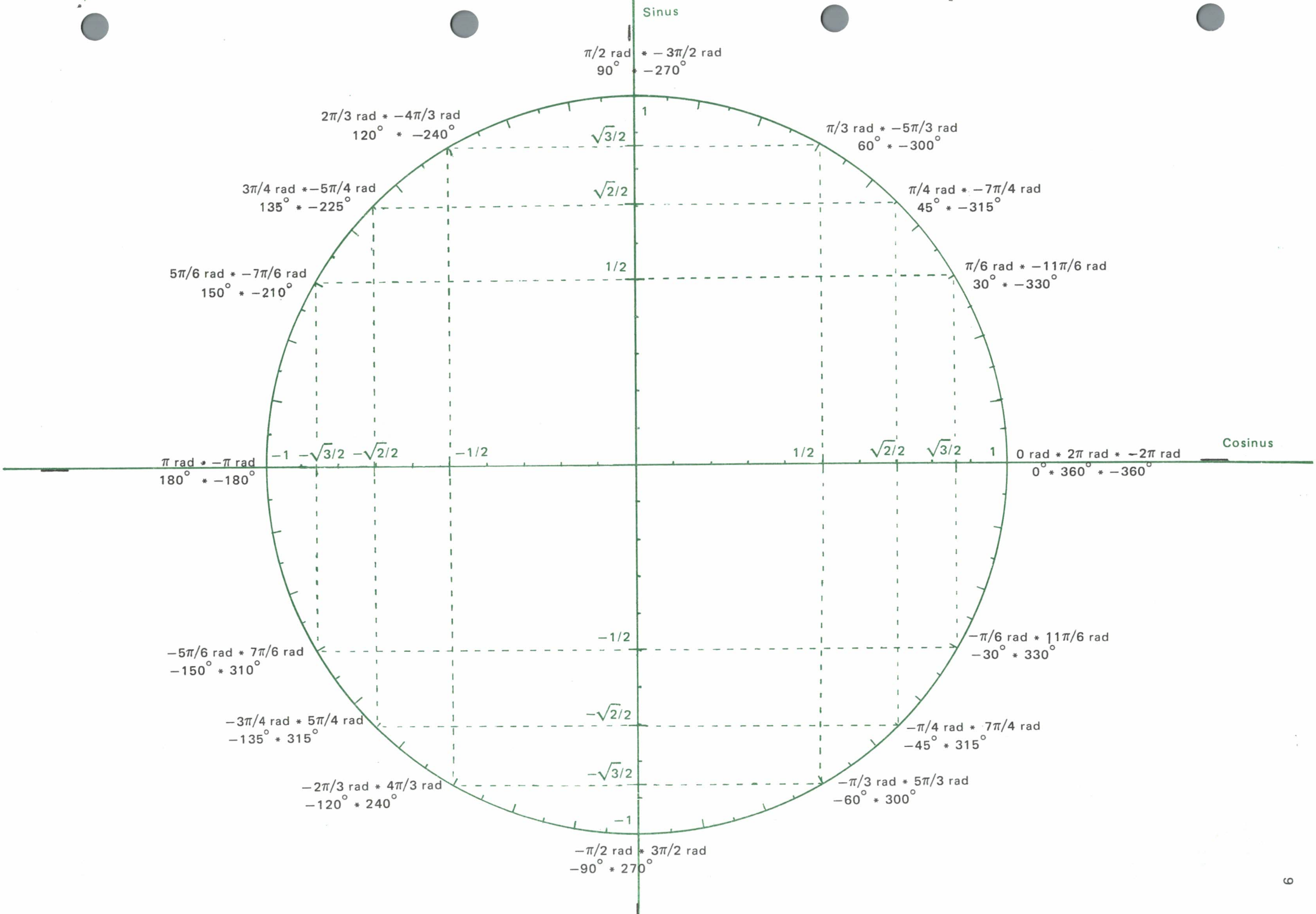
  Le centre de gravité de trois points A, B et C (on dit aussi "centre de gravité du triangle ABC") est le point d'intersection des médianes du triangle.

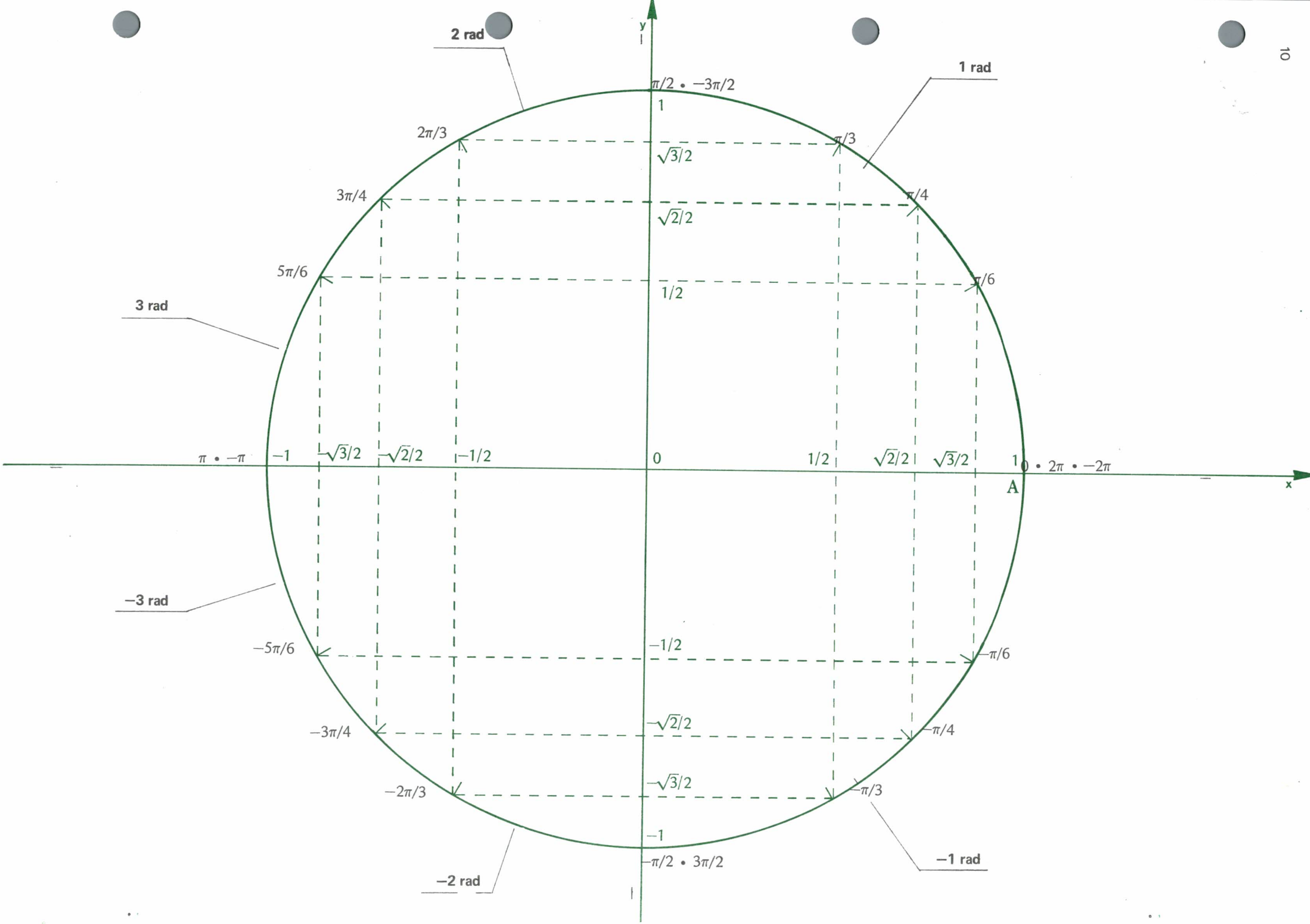
- Centre du cercle circonscrit : Voir : Médiatrice.
- Centre du cercle inscrit : Voir : Bissectrice.

CERCLE

Le **cercle de centre O et de rayon R,** est l'ensemble des points qui sont à la distance R du point O.

La longueur du cercle est $L = 2\pi R$. L'aire du **disque** est $A = \pi R^2$.

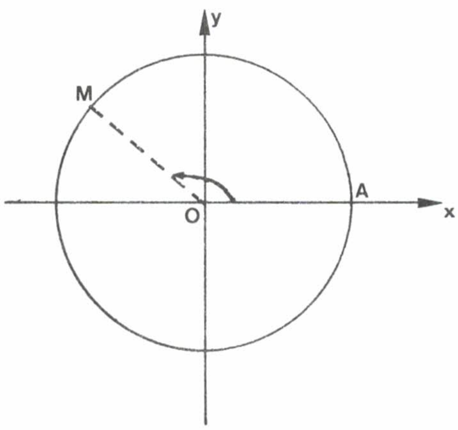

Sinus
Cosinus
π/2 rad * −3π/2 rad
90° * −270°
π/3 rad * −5π/3 rad
60° * −300°
π/4 rad * −7π/4 rad
45° * −315°
π/6 rad * −11π/6 rad
30° * −330°
0 rad * 2π rad * −2π rad
0° * 360° * −360°
−π/6 rad * 11π/6 rad
−30° * 330°
−π/4 rad * 7π/4 rad
−45° * 315°
−π/3 rad * 5π/3 rad
−60° * 300°
−π/2 rad * 3π/2 rad
−90° * 270°
−2π/3 rad * 4π/3 rad
−120° * 240°
−3π/4 rad * 5π/4 rad
−135° * 315°
−5π/6 rad * 7π/6 rad
−150° * 310°
π rad * −π rad
180° * −180°
5π/6 rad * −7π/6 rad
150° * −210°
3π/4 rad * −5π/4 rad
135° * −225°
2π/3 rad * −4π/3 rad
120° * −240°
1
√3/2
√2/2
1/2
−1/2
−√2/2
−√3/2
−1



y
x
A
1 rad
2 rad
3 rad
−1 rad
−2 rad
−3 rad
π/2 • −3π/2
−π/2 • 3π/2
π • −π
0 • 2π • −2π
π/3
π/4
π/6
2π/3
3π/4
5π/6
−π/6
−π/4
−π/3
−2π/3
−3π/4
−5π/6
1
−1
0
1/2
√2/2
√3/2
−1/2
−√2/2
−√3/2

CERCLE TRIGONOMETRIQUE

On appelle **repère orthonormé direct**, un repère orthonormé tel que l'angle de demi-droites $(\widehat{Ox,Oy})$ ait une mesure égale à (+)90°. Dans un plan muni d'un repère orthonormé direct, on appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre l'origine et de rayon 1. Un point A de coordonnées (1,0) est appelé l'origine du cercle trigonométrique.



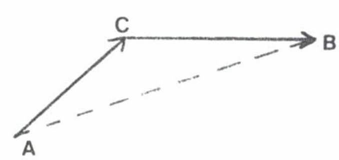
Un point M du cercle trigonométrique est repéré par l'angle de demi-droites $(\widehat{OA,OM})$. Une mesure de cet angle est encore appelée une **abscisse curviligne** de M. Un point M a une infinité d'abscisses curvilignes ; deux d'entre elles diffèrent d'un nombre entier de fois 360° (ou 2π rad).

Voir aussi : Trigonométrie, Sinus, Cosinus, Tangente.

CHASLES (Maurice) Mathématicien français (1793-1860)

Trois formules, d'ailleurs très semblables dans leur forme, portent son nom.

► L'une concerne les vecteurs : $\overrightarrow{AB} = \underbrace{\overrightarrow{A\mathbf{C}} + \overrightarrow{\mathbf{C}B}}_{C\ +\ C}$.



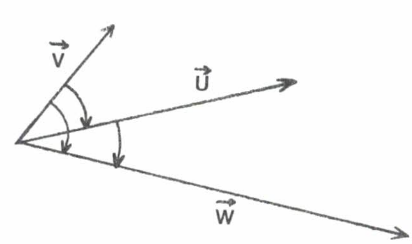
Et aussi : $\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{XM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RY}$.

► Une autre les valeurs algébriques sur un axe : $\overline{AB} = \underbrace{\overline{A\mathbf{C}} + \overline{\mathbf{C}B}}_{C\ +\ C}$.

Et aussi : $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DN}$.

► La troisième les angles de demi-droites : $(\widehat{\vec{V},\vec{W}}) = \underbrace{(\widehat{\vec{V},\vec{\mathbf{U}}}) + (\widehat{\vec{\mathbf{U}},\vec{W}})}_{U\ +\ U}$.

Et aussi : $(\widehat{\vec{A},\vec{B}}) = (\widehat{\vec{A},\vec{P}}) + (\widehat{\vec{P},\vec{Q}}) + (\widehat{\vec{Q},\vec{B}})$.



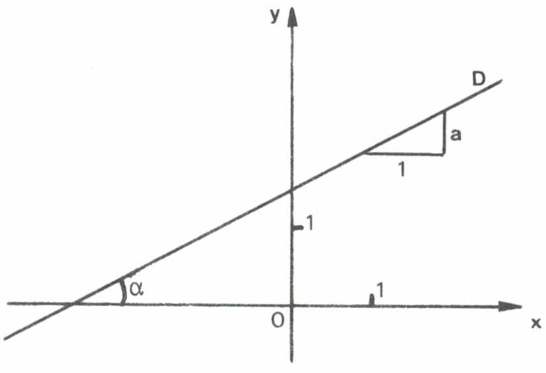
CIRCONSCRIT

Voir : Médiatrice.

C

COEFFICIENT DIRECTEUR (d'une droite non parallèle à Oy)

Dans un repère orthogonal, si une droite D a pour équation réduite $y = ax + b$, le nombre a est appelé le **coefficient directeur de D.** Si le repère est orthonormé on parle aussi de **pente**.



Lorsque x augmente de 1, y augmente de a , si $a > 0$, et diminue de $|a|$ si a est négatif.

Si le coefficient directeur est positif, la fonction $x \longrightarrow ax + b$ est croissante.

Si le coefficient directeur est négatif, la fonction $x \longrightarrow ax + b$ est décroissante.

• Remarques :

1) Si une droite D est donnée par l'équation $px + qy + r = 0$, son coefficient directeur est $-p/q$ (si $q \neq 0$ bien sûr !).

2) Si le coefficient directeur de D est a, le vecteur de coordonnées (1,a) est un vecteur directeur de D. Inversement si un vecteur directeur a pour coordonnées (u,v), le coefficient directeur est v/u .

3) Si M(x,y) et N(x',y') sont des points de D, le coefficient directeur de D est $\dfrac{y'-y}{x'-x}$.

4) Deux droites parallèles sont deux droites qui ont le même coefficient directeur.

5) Noter que (dans le cas du repère orthonormé) la pente est égale à $\tan \alpha$, où u est l'angle de D et de Ox.

COLINEAIRE

Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont dits **colinéaires** si les droites AB et CD sont parallèles. Le vecteur nul est souvent considéré comme colinéaire à tous les autres vecteurs. Au lieu de dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, (on dit aussi qu'ils sont **liés** ou **dépendants**) .

Soit deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{W}$ de coordonnées (x,y) et (x',y') dans un certain repère, ils sont colinéaires si et seulement si les couples (x,y) et (x',y') sont proportionnels. Pour vérifier que $\vec{V}$ et $\vec{W}$ sont colinéaires, on peut aussi vérifier que la quantité $xy' - yx'$ (appelée le déterminant de $\vec{V}$ et $\vec{W}$) est nulle.

COMPLEMENTAIRE

Deux angles de secteurs sont dits **complémentaires** si la somme de leurs mesures en degrés est 90.

COMPOSEE (de deux applications)

- Composée de deux transformations géométriques f et g : Pour construire $f \circ g(M)$, on construit d'abord $M_1 = g(M)$, puis $M_2 = f(M_1)$; le point M_2 est le point $f \circ g(M)$.
- Composée de deux fonctions numériques f et g : Pour calculer $f \circ g(x)$, on calcule d'abord $y = g(x)$, puis $z = f(y)$; et z est le nombre $f \circ g(x)$.

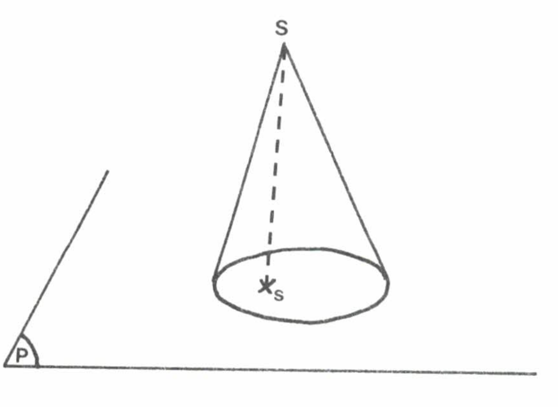
CONCOURANTES

Des droites sont dites **concourantes** si elles ont un point, et un seul, en commun. Ce point commun est appelé **point de concours** ou **point d'intersection.**

CONE

Etant donné une courbe fermée C située dans un plan P, et un point S situé hors de P, on appelle **cône de sommet S et de directrice C,** le solide formé par la réunion des segments joignant S aux points intérieurs à C. La plupart des cônes que l'on rencontre sont à base circulaire (c'est-à-dire que C est un cercle). Lorsque la projection orthogonale de S sur P est le centre du cercle, on dit que le cône est "de révolution". Voir : (Figure de) Révolution.

Le volume du cône est donné par la formule $V = \frac{Bh}{3}$, dans laquelle B désigne l'aire de la base, et h la hauteur, c'est-à dire la distance de S au plan P.



CONTACT

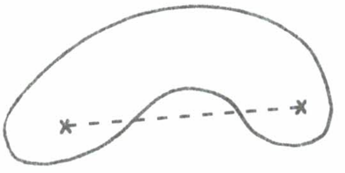
Voir : Tangente.

C

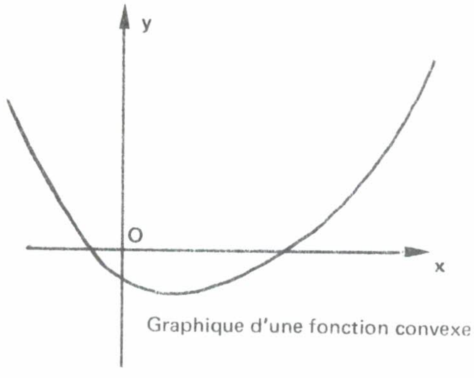
CONVEXE

Une partie D du plan est dite **convexe** si chaque fois qu'un segment a ses extrémités dans D, il est tout entier dans D.

Domaine convexe



Domaine non convexe



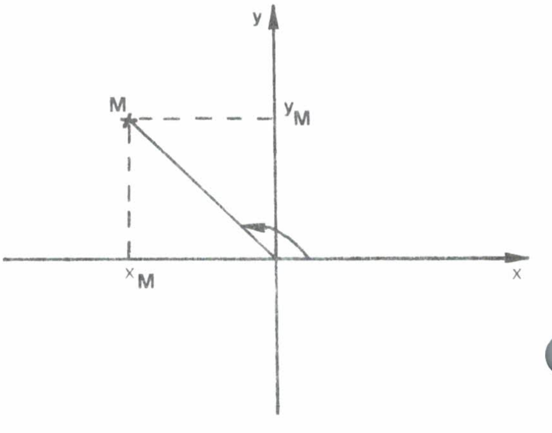
Graphique d'une fonction convexe

Une fonction numérique est dite **convexe** si l'ensemble des points (x,y) du plan tels que $y > f(x)$ (c'est-à-dire "ce qui est au-dessus du graphique de f") est convexe.

COORDONNEES

Les **coordonnées** d'un point M du plan dans un repère Ox , Oy , sont l'**abscisse** x_M de M , et l'ordonnée y_M de M (voir : Repère) .

Mais M peut aussi être défini par ses **coordonnées polaires** ; c'est-à-dire par la longueur OM et par l'angle orienté $\theta = (\widehat{Ox,OM})$.

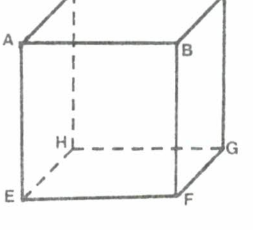


COPLANAIRE

En géométrie de l'espace des points sont dits **coplanaires** s'ils sont dans un même plan. Trois points sont toujours coplanaires.

Deux droites de l'espace sont dites **coplanaires** si elles sont situées dans un même plan. Deux droites sécantes sont coplanaires. Deux droites parallèles sont coplanaires. Réciproquement deux droites coplanaires sont soit sécantes, soit parallèles.

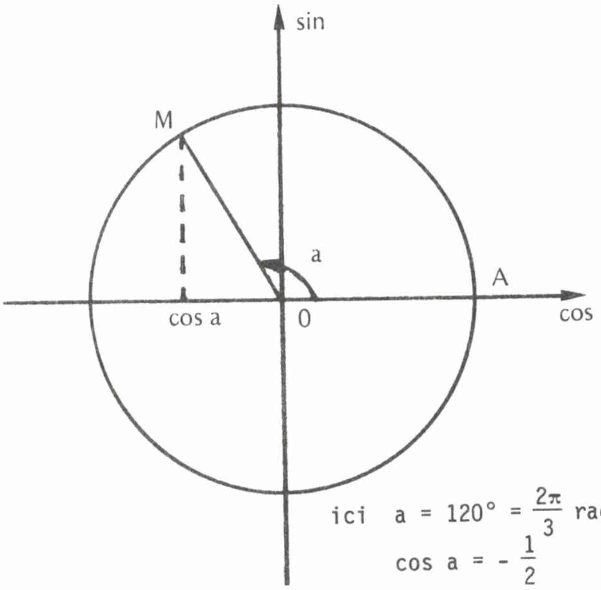
AD et CG ne sont pas coplanaires



CORDE

C'est un segment qui joint deux points d'une courbe.

COSINUS



ici $a = 120° = \frac{2\pi}{3}$ rad

$\cos a = -\frac{1}{2}$

Considérons le point M du cercle trigonométrique d'abscisse curviligne u. L'abscisse de M est cos u (lire "cosinus de u" ou encore "cosinus u").

Attention : Une abscisse curviligne peut être donnée en degrés ou en radians. En toute logique lorsqu'on écrit cos u, on doit donc préciser si u est une mesure en degrés ou en radians. Toutefois on convient que, lorsqu'aucune indication n'est donnée, la mesure est faite en radians.

• Quelques propriétés remarquables :

1) Quel que soit x : $-1 \leq \cos x \leq 1$.

2) Quel que soit x : $\cos(x+2\pi) = \cos x$ (ici x et $x+2\pi$ sont des mesures en radians).

3) Quel que soit x : $\cos(-x) = \cos x$ (autrement dit la fonction cosinus est paire).

4)

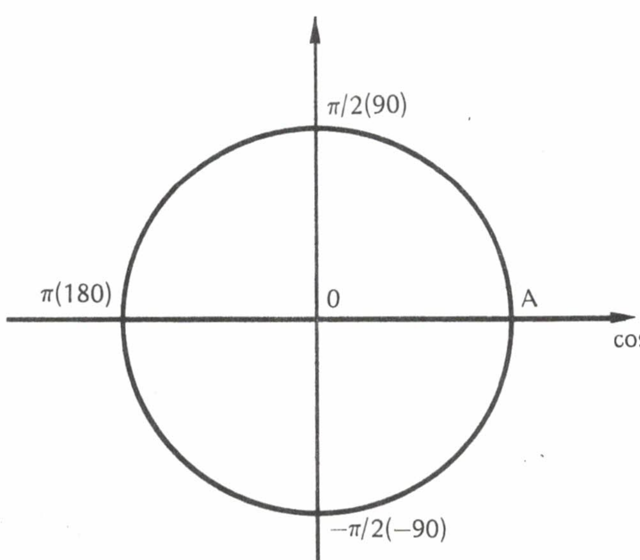
• en degrés

$\cos 0° = 1$

$\cos 180° = \cos(-180°) = -1$

$\cos 90° = \cos(-90°) = 0$

$\cos 270° = \cos(-270°) = 0$



• en radians

$\cos 0 = \cos 2\pi = 1$

$\cos \pi = \cos(-\pi) = -1$

$\cos \frac{\pi}{2} = \cos(-\pi/2) = 0$

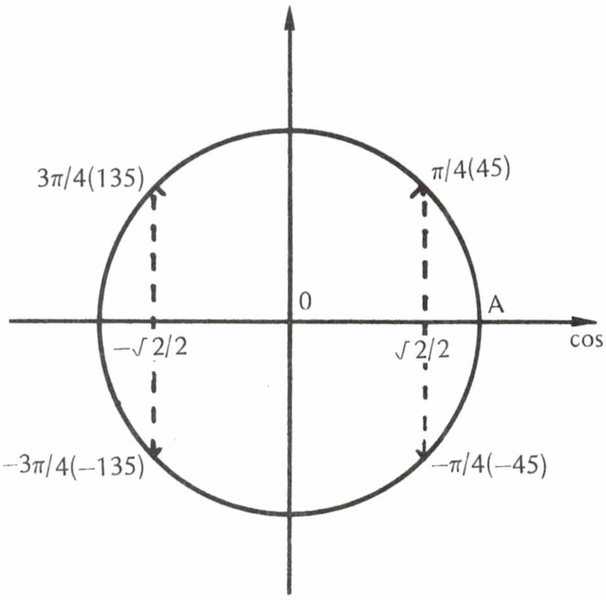
C

5)

• en degrés

$\cos 45^{\circ} = \cos(-45^{\circ}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 135^{\circ} = \cos(-135^{\circ}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



• en radians

$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sim 0{,}707$

$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6)

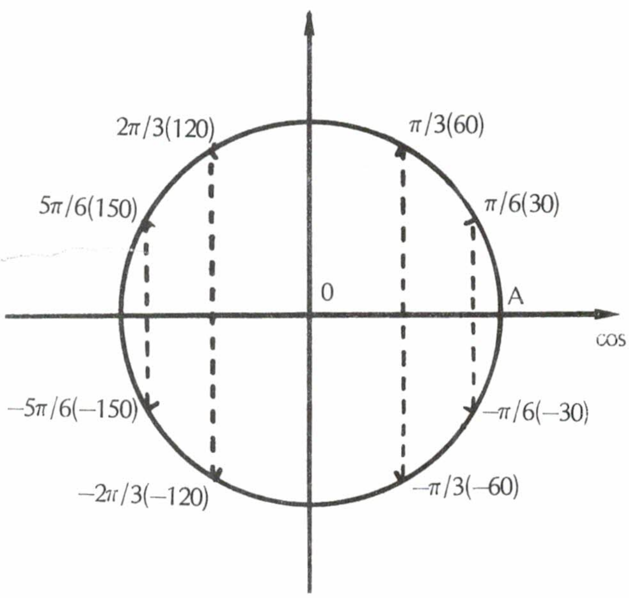
• en degrés

$\cos 30^{\circ} = \cos(-30^{\circ}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^{\circ} = \cos(-60^{\circ}) = \frac{1}{2}$

$\cos 120^{\circ} = \cos(-120^{\circ}) = -\frac{1}{2}$

$\cos 150^{\circ} = \cos(-150^{\circ}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



• en radians

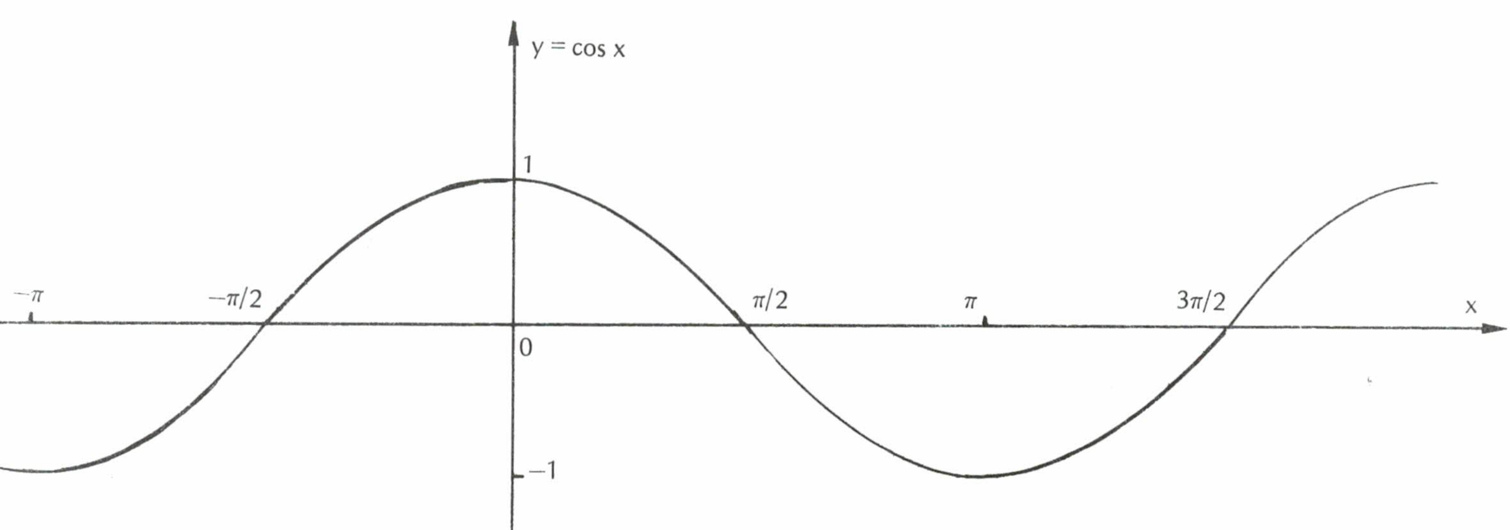
$\cos \frac{\pi}{6} = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sim 0{,}866$

$\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

$\cos \frac{5\pi}{6} = \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

7) Le graphique de la fonction cosinus :



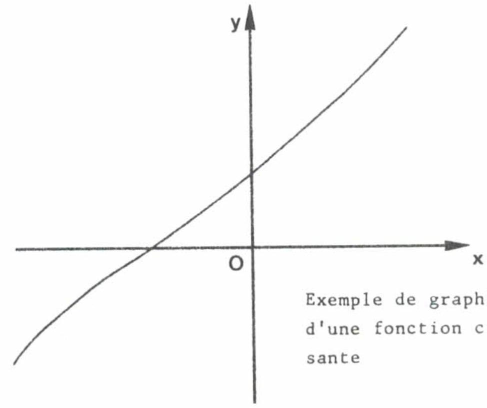
Voir aussi : Cercle trigonométrique - Trigonométrie.

C

CROISSANT

Une fonction numérique f est dite **croissante** si "plus t est grand, plus f(t) est grand". Autrement dit : lorsque t augmente, f(t) augmente.

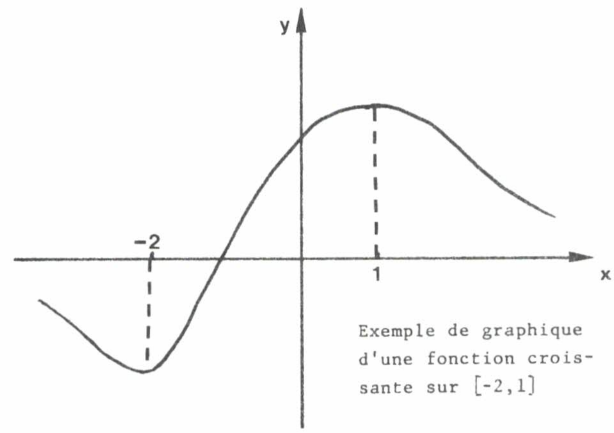
Par exemple $f : x \longrightarrow x^3$, est croissante.



Exemple de graphique d'une fonction croissante

Plus précisément une fonction numérique f est dite **croissante sur un intervalle I**, si chaque fois que x et y sont dans I, $x \leq y$ implique $f(x) \leq f(y)$.

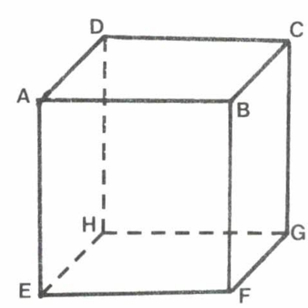
Par exemple $f : x \longrightarrow x^2$ est croissante sur $I = [0,\infty[$.



Exemple de graphique d'une fonction croissante sur [-2,1]

CUBE

Ses faces sont des carrés. Ses arêtes sont parallèles 4 à 4. Ses faces sont parallèles 2 à 2. Si les arêtes sont de longueur a, les diagonales (AG par exemple) sont de longueur $a\sqrt{3}$.

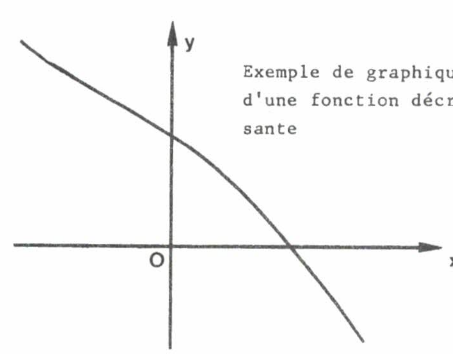


D

DECROISSANT

Une fonction numérique f est dite **décroissante** si "plus t est grand, plus f(t) est petit". Autrement dit : lorsque t augmente, f(t) diminue.

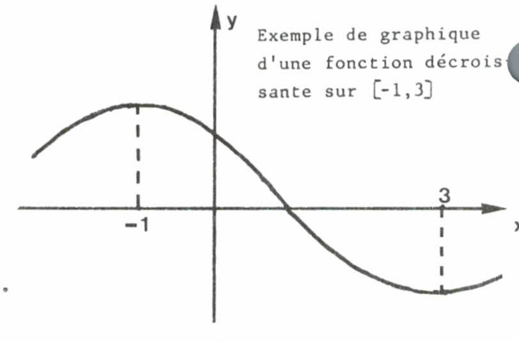
Par exemple $f : x \longrightarrow -x$ est décroissante.



Exemple de graphique d'une fonction décroissante

D

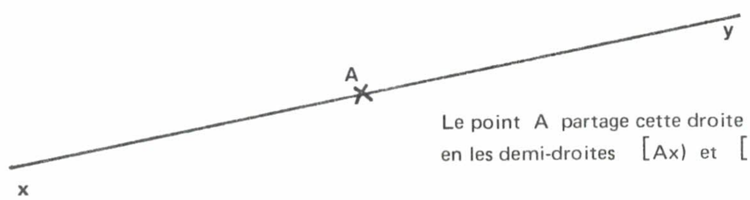
Plus précisément, une fonction numérique f est **décroissante sur un intervalle I** si, chaque fois que x et y sont dans I, $x \leq y$ implique $f(x) \geq f(y)$.
Par exemple $x \longrightarrow x^2$ est décroissante sur $]-\infty,0]$.



Exemple de graphique d'une fonction décroissante sur [-1,3]

DEMI-DROITE

Un point A situé sur la droite D, partage D en deux demi-droites.



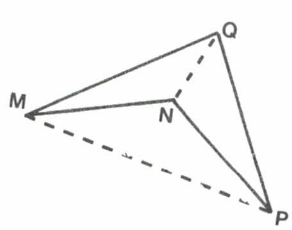
Le point A partage cette droite en les demi-droites [Ax) et [Ay)

DEMI-PLAN

Une droite du plan P partage P en deux **demi-plans**.

- Equation d'un demi-plan : Si dans un repère du plan la droite D a pour équation $ux + vy + w = 0$, alors l'un des demi-plans définis par D est l'ensemble des points (x,y) tels que $ux + vy + w \geqslant 0$; l'autre est l'ensemble des points (x,y) tels que $ux + vy + w \leqslant 0$.

DIAGONALE



Dans le quadrilatère MNPQ, les segments MN, NP, PQ et QM sont les côtés, tandis que les **diagonales** sont MP et NQ.

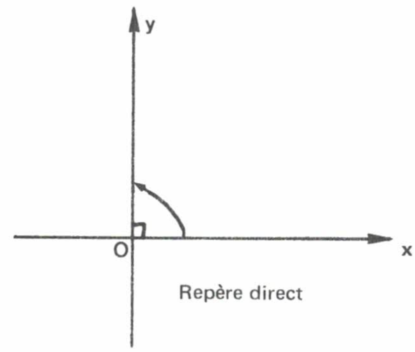
DIAMETRE

Un **diamètre** d'un cercle est une corde qui passe par le centre. Deux points **diamétralement opposés** sont deux points qui sont les extrémités d'un diamètre.

DIRECT

Tourner (sur un cercle ou autour d'un point) dans le **sens direct**, c'est tourner dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre.

Un repère orthonormé (Ox,Oy) est dit **direct** si, pour amener Ox sur Oy on tourne de 1/4 de tour dans le sens direct.



Repère direct

DIRECTEUR (Vecteur ou Coefficient)

- Vecteur directeur, voir Equation de Droite.
- Coefficient directeur, voir Coefficient.

DIRECTION

Deux droites qui ont même **direction** sont deux droites parallèles. On parle aussi improprement de "demi-droites ayant même direction" pour exprimer qu'elles sont portées par des droites parallèles et qu'elles ont même sens.

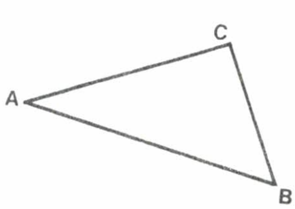
DISQUE

C'est l'intérieur d'un cercle. Le disque de centre O et de rayon R est ainsi l'ensemble des points dont la distance à O est inférieure à R . L'aire d'un disque de rayon R est donnée par la formule $A = \pi R^2$.

DISTANCE

- Distance de deux points : La **distance de A à B** est la longueur du segment AB. On la note AB.

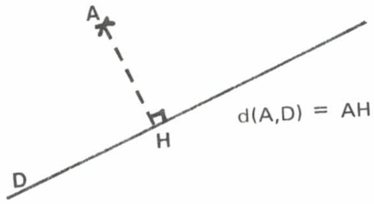
Lorsque, dans un repère orthonormé, les points A et B ont pour coordonnées (x,y) et (x',y'), alors : $AB = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$.



Pour trois points quelconques A, B et C, on a $AB + BC \geq AC$; et il y a égalité si et seulement si le point C est sur le segment AB.

D

• <u>Distance d'un point à une droite</u> : Si H est le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur la droite D, la longueur AH est appelée la **distance de A à D.**



En repère orthonormé, la distance de A(a,b) à la droite D d'équation $ux + vy + w = 0$, est donnée par la formule :

$$d(A,D) = \frac{|ua + vb + w|}{\sqrt{u^2+v^2}}.$$

DROITE

Voir : Equation de Droite

DOMAINE DE DEFINITION (ou ensemble de définition)

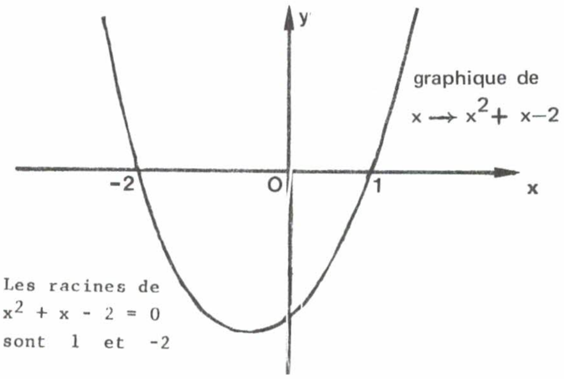
Déterminer le domaine de définition d'une fonction f c'est déterminer les valeurs de x pour lesquelles f(x) existe ; en général f est donnée par une formule et il s'agit alors de déterminer les valeurs de x pour lesquelles on peut "calculer cette formule".

E

ECHELLE

Reproduire un dessin à l'échelle x, c'est le reproduire en multipliant toutes les longueurs par x ; si $x > 1$ on obtient un agrandissement ; si $x < 1$ on obtient une réduction. Dans tous les cas les angles (de secteurs) sont conservés. Une homothétie de rapport r transforme toute figure en une reproduction à l'échelle $|r|$.

EQUATION



Les racines de
$x^2 + x - 2 = 0$
sont 1 et -2

Résoudre l'équation $f(x) = 0$ c'est trouver tous les x tels que $f(x) = 0$. Il arrive qu'il n'y en ait pas ; par exemple pour $x^2 + 1 = 0$. Il arrive qu'il y en ait un seul ; par exemple pour $3x - 1 = 0$. Il arrive qu'il y en ait plusieurs ; par exemple pour $x^2 + x -2 = 0$ (figure ci-contre).

E

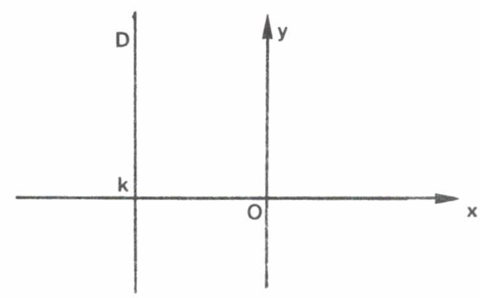
EQUATION DE DROITE

Dans un plan muni d'un repère (Ox,Oy) les points M(x,y) qui vérifient la relation "$px + qy + r = 0$" (p et q non tous deux nuls) sont les points d'une droite D. La relation "$px + qy + r = 0$" est appelée une **équation de D dans le repère (Ox,Oy).**

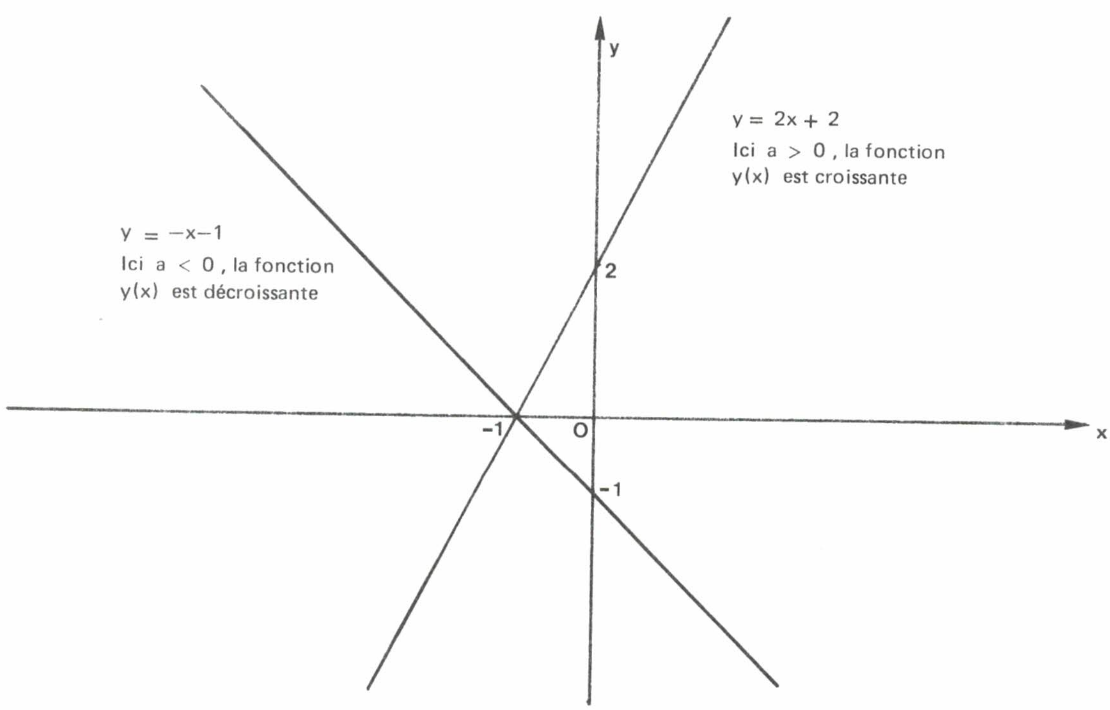
► Nota : Dans un repère donné, une droite a une infinité d'équations ; si $2x + 3y + 4 = 0$ est une équation de D, $5\times 2x + 5\times 3y + 5\times 4 = 0$ en est une autre, $\frac{1}{3}\times 2x + \frac{1}{3}\times 3y + \frac{1}{3}\times 4 = 0$ en est une troisième,...

Equation réduite :

► Si D est parallèle à Oy, elle a une équation qui s'écrit $x = k$; et réciproquement toute équation de la forme $x = k$ représente une droite parallèle à Oy.



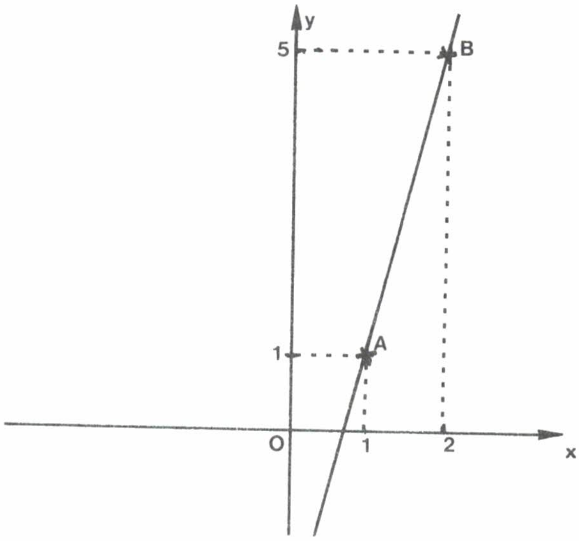
► Si D n'est pas parallèle à Oy, elle a une équation de la forme $y = ax + b$. On l'appelle l'**équation réduite** de D. Le coefficient a s'appelle le coefficient directeur de la droite D.



E

Recherche des équations d'une droite D Lorsqu'on connaît les coordonnées de deux points A et B de D.

• Recherche de l'équation réduite :



Supposons A(1;1) et B(3;5).

La droite AB n'est pas parallèle à Oy, puisque A et B n'ont pas même abscisse. Le coefficient directeur est :

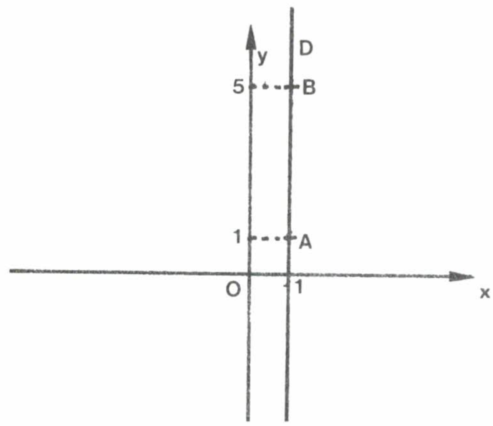
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-1}{3-1} = 2.$$

Il reste à déterminer b tel que la droite $y = 2x + b$, passe par A ; c'est-à-dire que $1 = 2 \times 1 + b$; donc $b = -1$.

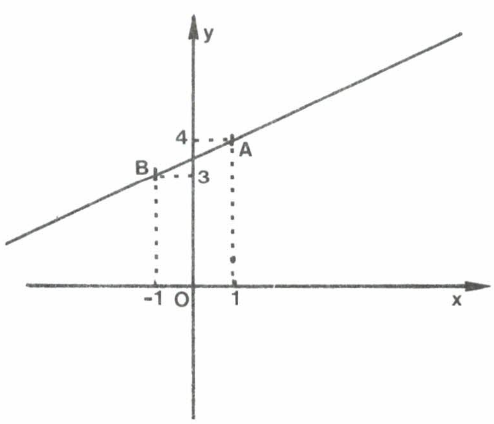
L'équation cherchée est :

$$y = 2x - 1$$

Un cas particulier : Supposons que l'on ait A(1;1) et B(1;5). Puisque A et B ont même abscisse, la droite AB est parallèle à Oy. Son équation réduite est $x = 1$.



• Méthode d'identification :



Supposons A(1;4) et B(-1;3). Si la droite d'équation $ux + vy + w = 0$ passe par A, c'est que :

$$u \times 1 + v \times 4 + w = 0.$$

Si elle passe par B, c'est que :

$$u \times (-1) + v \times 3 + w = 0.$$

Donc les coefficients u, v et w sont solution du système d'équations :

$$\begin{cases} u + 4v + w = 0 \\ -u + 3v + w = 0 \end{cases}$$

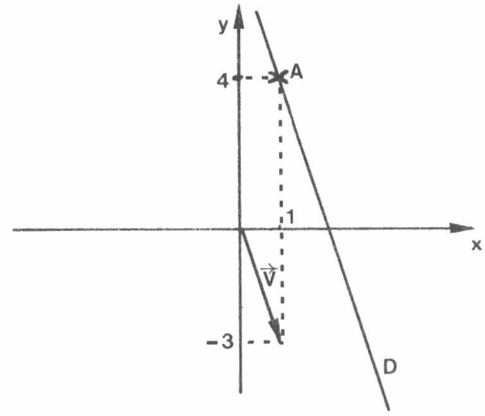
On résout ce système - il a une infinité de solutions, ce qui est normal puisque D a une infinité d'équations - et on garde une solution non nulle ; par exemple $u = 1$, $v = -2$ et $w = 7$.

Recherche des équations d'une droite D lorsqu'on connaît un point A de D et un vecteur directeur $\vec{V}$.

Supposons $A(1;4)$ et $\vec{V}(1;-3)$. Le point $M(x;y)$ est sur D si et seulement si le vecteur $\vec{AM}(x-1;y-4)$ est colinéaire à $\vec{V}$; c'est-à-dire si :

x-1	y-4
1	-3

est un tableau de proportionnalité. Ce qui s'écrit : $-3\times(x-1) = 1\times(y-4)$; d'où l'équation $y + 3x - 7 = 0$.



Recherche des équations d'une droite D lorsqu'on connaît les coordonnées d'un point A de D, et l'équation d'une droite D_1 parallèle à D.

Supposons $A(3;1)$ et $D_1(2x-y+3 = 0)$. Les droites parallèles à D_1 ont des équations de la forme $2x - y + h = 0$. Il suffit de choisir h pour que $2\ 3 - 1 + h = 0$. On obtient $h = -5$; c'est-à-dire $D(2x-y-5 = 0)$.

Recherche des équations d'une droite D lorsqu'on connaît les coordonnées d'un point A de D et un vecteur $\vec{U}$ perpendiculaire à D.

Supposons $A(1;2)$ et $\vec{U}(3;2)$. Le point $M(x;y)$ est sur D si et seulement si le produit scalaire de U et du vecteur $AM(x-1;y-2)$ est nul. Soit $3\times(x-1) + 2\times(y-2) = 0$. Après réduction on obtient : $3x+2y-7 = 0$.

EQUIDISTANT

La phrase "M est **équidistant** de A et B" signifie que les distances AM et BM sont égales.

EQUILATERAL

Voir : Triangle.

EQUIPOLLENT

Voir : Vecteur.

E

EXTREMUM

Les **extrema** d'une fonction sont ses maxima et ses minima.

F

FONCTION

Une quantité y est fonction d'une quantité x si la connaissance de x permet de déterminer y. Par exemple la masse d'un morceau de fer est fonction de son volume : si on connaît le volume on peut déterminer la masse. La durée du jour est fonction de la date : si on connaît la date, on peut déterminer la durée du jour. La plupart des fonctions que l'on rencontre en mathématiques sont données par des formules. Pour des exemples, voir : Fonction affine - Fonction homographique - Polynôme.

FONCTION AFFINE

On appelle **fonction affine** toute fonction de la forme $x \longrightarrow ax + b$. Le graphique d'une fonction affine est une droite. Voir : Equation de Droite (Equation réduite).

FONCTION HOMOGRAPHIQUE

On appelle **fonction homographique** toute fonction de la forme $x \longrightarrow \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(c \neq 0)$. La représentation graphique d'une fonction homographique est appelée une hyperbole. Voir Représentation graphique.

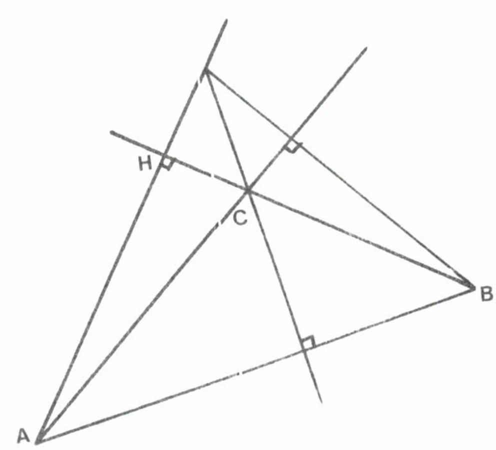
H

HAUTEUR

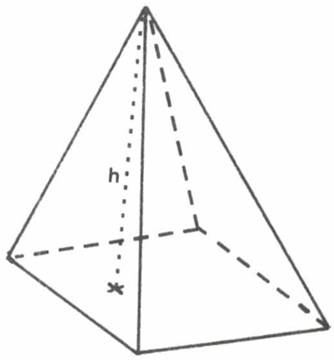
- Hauteur d'un triangle :

Dans le triangle ABC la **hauteur issue du sommet A** est la droite qui passe par A et qui est perpendiculaire au côté opposé BC. Le triangle a trois hauteurs ; elles ont un point commun appelé l'**orthocentre** du triangle.

L'aire du triangle est donnée par la formule $A = \frac{1}{2}$ BC×AH ; la longueur AH est aussi appelée la hauteur.



- Hauteur d'une pyramide (ou d'un cône) :

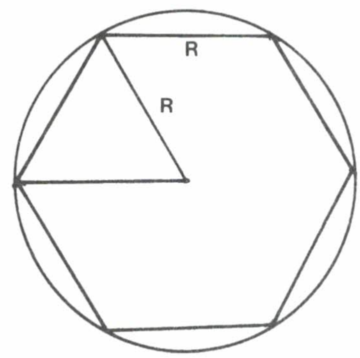


C'est la distance h du sommet à la base. Si cette base a une aire égale à A, le volume de la pyramide est $V = \frac{1}{3}hA$.

HEXAGONE

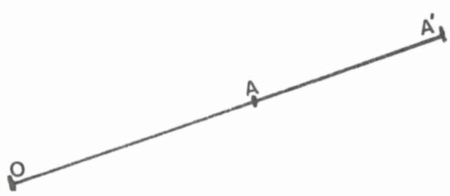
C'est un polygone à six côtés.

L'hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon R, a ses six côtés de longueur R.



HOMOTHETIE

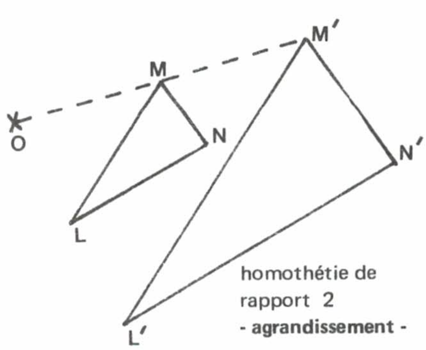
L'**homothétie** de centre O et de rapport k ($k \neq 0$) est une transformation géométrique.



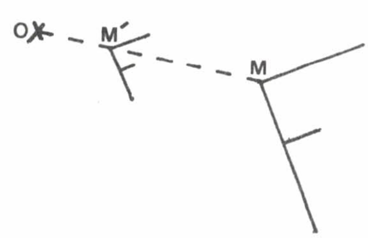
L'image de O est O lui même.
L'image d'un point A différent de O, est le point A' défini par :

- O, A et A' sont alignés.
- $OA' = |k|\ OA$
- Si $k > 0$: A et A' sont du même côté de O. Si $k < 0$: A et A' sont de part et d'autre de O.

On remarquera que l'on peut résumer cette définition en disant que A' est le point tel que $\overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA}$.



homothétie de rapport 2
- agrandissement -



homothétie de rapport 1/3
- réduction -

Remarque : L'homothétie de centre O et de rapport -1, s'appelle aussi la symétrie centrale de centre O.

H

• <u>Propriétés de l'homothétie</u> :

1) Elle transforme une droite qui passe par O en elle - même. Elle transforme une droite D qui ne passe pas par O en une droite D' strictement parallèle à D. Elle transforme un segment en un segment.

2) Elle multiplie les distances par $|k|$ (i.e. : $A'B' = |k|AB$). Elle transforme un cercle en un cercle.

3) Quels que soient A et B, leurs transformés A' et B' sont tels que $\overrightarrow{A'B'} = k\,\overrightarrow{AB}$.

HORIZONTAL

Une droite de l'espace est dite **horizontale** si elle est perpendiculaire aux droites verticales. Un plan de l'espace est dit **horizontal** s'il est perpendiculaire aux droites verticales. Toute droite située dans un plan horizontal est elle-même horizontale.

HYPERBOLE

C'est le graphique d'une fonction homographique. Voir : Représentation graphique.

HYPOTENUSE

Dans un triangle MNP rectangle en M (i.e. : dont l'angle en M est droit) le côté NP (opposé à l'angle droit) est appelé l'**hypoténuse**.

I

IDENTITE REMARQUABLE

Les trois plus usuelles sont :

$$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$$
$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$$

Mais on utilise aussi :

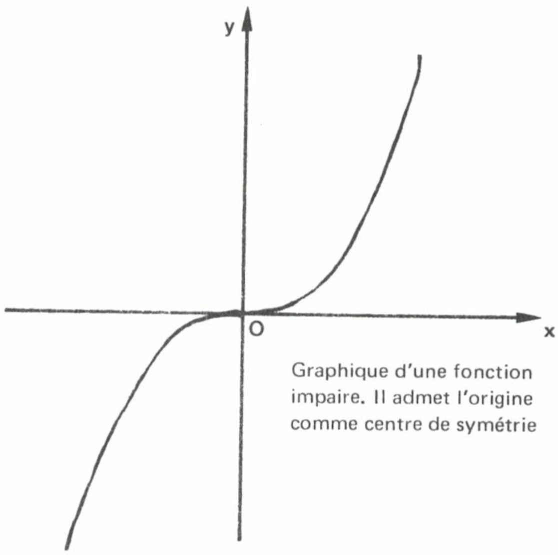
$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2+AB+B^2)$$
$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2-AB+B^2)$$
$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A+B)^3$$
$$A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A-B)^3$$
$$A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2BC + 2CA = (A+B+C)^2$$

IMAGE

Lorsque f est une fonction ou une transformation géométrique, si $f(x) = y$, on dit que y est l'**image de x par f.**

IMPAIR

Un nombre entier est dit **impair** s'il n'est pas divisible par 2.



Graphique d'une fonction impaire. Il admet l'origine comme centre de symétrie

Une fonction est dite **impaire** si, quel que soit x : $f(-x) = -f(x)$.

- Exemples : $f(x) = x^3 + x$ est une fonction impaire car, quel que soit x :

$$-(x^3+x) = (-x)^3 + (-x)$$

La fonction sinus est impaire car, quel que soit x : $\sin(-x) = -\sin x$.

La fonction $f(x) = x^2 + x$ n'est pas impaire car on peut trouver un x tel que $-(x^2+x) \neq (-x)^2 + (-x)$, par exemple : $-(3^2+3) \neq ((-3)^2+(-3))$.

INCERTITUDE

Lorsque, cherchant à déterminer un nombre a, on n'a su en calculer (ou à en mesurer) qu'une **valeur approchée** a', pour être précis on doit donner une majoration de l'erreur que l'on fait en remplaçant a par a'. Cette majoration est appelée l'**incertitude.**

Par exemple : On n'écrira pas "1,31 est une valeur approchée de a", mais :

$$|a - 1,31| \leq 0,015$$

ou encore (ce qui est équivalent) :

$$1,31 - 0,015 \leq a \leq 1,31 + 0,015.$$

Ceci se lit : "1,31 est une valeur approchée de a, l'incertitude est 0,015".

On notera que l'incertitude est souvent beaucoup plus grande que la distance $|a - a'|$; calculer l'incertitude, ce n'est pas rechercher une estimation de l'erreur que l'on a faite, c'est la majorer. Mais bien sûr plus l'incertitude que l'on a calculée est petite, plus on est content !

I

<u>Calculs d'incertitudes</u> : Si $a'-h \leq a \leq a'+h$ et $b'-k \leq b \leq b'+k$, alors :

◆ <u>Somme</u> : $(a'+b') - (h+k) \leq a+b \leq (a'+b') + (h+k)$.
L'incertitude sur la somme est la somme des incertitudes.

◆ <u>Différence</u> : $(a'-b') - (h+k) \leq a-b \leq (a'-b') + (h+k)$.
L'incertitude sur la différence est la somme des incertitudes.

◆ <u>Produit</u> : Si $a'-h$ et $b'-k$ sont positifs :

$$a'b' - (a'h+b'k-hk) \leq ab \leq a'b' + (a'k+b'h+hk)$$

L'incertitude sur le produit est donc $a'k+b'h+hk$; ce n'est pas le produit des incertitudes. En général hk est très petit devant $a'k$ et $b'h$; on se permet (bien que ce soit incorrect) de dire que l'incertitude sur le produit est $a'h+b'k$.

• <u>Exemple</u> : Si $2,3-0,01 \leq a \leq 2,3+0,01$ et $3,1-0,02 \leq b \leq 3,1+0,02$ alors : la valeur $3,1 \times 2,3 = 7,13$; l'incertitude est :

$$2,3 \times 0,02 + 3,1 \times 0,01 = 0,077$$

On a négligé le terme hk qui vaut $0,02 \times 0,01 = 0,0002$.

◆ <u>Inverse</u> : Si $a'-h$ est positif , on prend $\frac{1}{a'}$ comme valeur approchée de $\frac{1}{a}$. L'incertitude (vraie) est $\frac{h}{a'(a'-h)}$; en général on se permet d'écrire que l'incertitude est $\frac{h}{a'^2}$.

• <u>Exemple</u> : Si $2,7-0,001 \leq a \leq 2,7+0,001$ alors : la valeur approchée de $\frac{1}{a}$ est $\frac{1}{2,7} = 0,37037037\ldots$ L'incertitude est $(\frac{h}{a'^2} =) \frac{0,001}{(2,7)^2} = 0,00137\underline{174}\ldots$
Alors que $\frac{h}{a'(a'-h)} = 0,00137\underline{123}\ldots$

I

<u>Incertitudes relatives</u> : Très souvent, au lieu de donner h, on donne h/a, que l'on appelle l'**incertitude relative.** Plus exactement on donne h en pourcentage de a.

- <u>Exemple</u> : Si $|a - 1{,}5| \leq 0{,}03$, on dit que "a vaut 1,5 à 2% près" (parce que 0,03 = 2% de 1,5).

INEGALITES (Principales règles du calcul des)

- <u>Sommes et différences</u> :

Si $x \leq y$, quel que soit t, on a $x + t \leq y + t$ et aussi $x - t \leq y - t$.

Il en résulte que :

- l'inégalité $x + t \leq y$ équivaut à $x \leq y - t$
- l'inégalité $x - t \leq y$ équivaut à $x \leq y + t$

- <u>Produits et quotients</u> :

Si $x \leq y$, et si $t > 0$, on a $tx \leq ty$.

Par contre si $x \leq y$ et $t < 0$, on a $tx \geq ty$.

Il en résulte que :

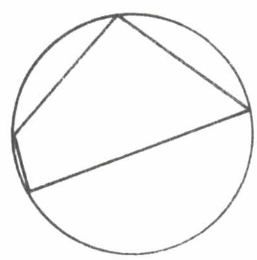
L'inégalité $tx \leqslant ty$ $(t \neq 0)$ est équivalent à :

$x \leqslant y$ si $t > 0$

$x \geqslant y$ si $t < 0$

INSCRIT

Un **polygone inscrit dans un cercle** C, est un polygone dont tous les sommets sont sur C.



Un **cercle inscrit dans un polygone** P, est un cercle qui est tangent à tous les côtés de P. Voir : Bissectrices (d'un triangle).

INTERVALLE

L'**intervalle ouvert**]a,b[est formé de tous les nombres x tels que $a < x < b$. Pour avoir l'**intervalle fermé** [a,b] (on dit aussi le segment [a,b]) on lui rajoute a et b.

L'intervalle ouvert $]a,+\infty[$ est formé de tous les nombres x tels que $a < x$. Pour avoir $[a,+\infty[$ on lui rajoute a.

L'intervalle ouvert $]-\infty,a[$ est formé de tous les nombres x tels que $x < a$. Pour avoir $]-\infty,a]$ on lui rajoute a.

I

INVARIANT

Lorsque f est une transformation géométrique, un point M tel que $f(M) = M$, est dit **invariant par f.**

INVERSE

L'**inverse du nombre** x (non nul) est $\frac{1}{x}$.

L'**inverse de la bijection** $f : A \longrightarrow B$ est la bijection $f^{-1} : B \longrightarrow A$ telle que :

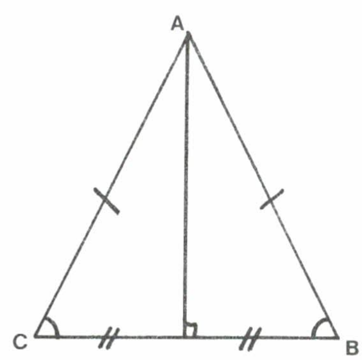
- quel que soit y de B : $f(f^{-1}(y)) = y$
- et quel que soit x de A : $f^{1}(f(x)) = x$.

La bijection f^{-1} s'appelle aussi la bijection réciproque de f .

INVOLUTIF

Une transformation géométrique f est dite **involutive** si $N = f(M)$ équivaut à $M = f(N)$. Autrement dit si N est l'image de M, alors M est l'image de N. Ceci revient à dire que f est bijective et qu'elle est égale à son inverse. Les symétries sont involutives.

ISOCELE



Un triangle ABC est dit **isocèle en A** s'il a un axe de symétrie qui passe par A.

Pour que ABC soit isocèle en A, il faut et il suffit que AB = AC.

Pour que ABC soit isocèle en A, il faut et il suffit que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ soient égaux.

Si ABC est isocèle en A, la hauteur issue de A, la médiane issue de A, la bissectrice du secteur $\widehat{BAC}$ et la médiatrice du segment BC coïncident.

ISOMETRIE

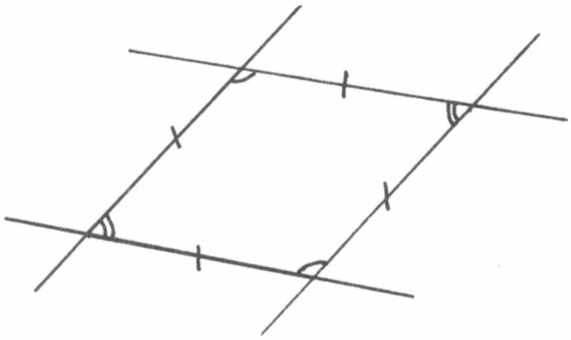
Une transformation géométrique est appelée une **isométrie** si elle conserve les distances ; c'est-à-dire si, quels que soient A et B, leurs transformés A' et B' sont tels que A'B' = AB.

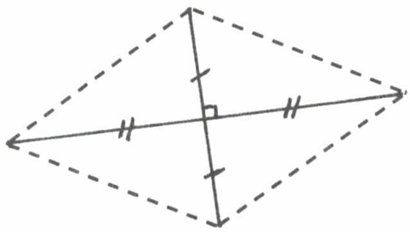
Les symétries axiales sont des isométries. Les symétries centrales sont des isométries. Les translations sont des isométries. Les rotations sont des isométries.

L

LOSANGE

● Propriétés du losange :





► Les quatre côtés ont la même longueur.

► Les côtés opposés sont parallèles.

► Les diagonales sont perpendiculaires.

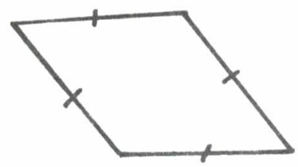
► Les diagonales ont même milieu ; donc un losange est un parallélogramme.

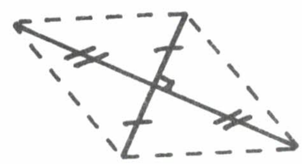
► Les diagonales sont des axes de symétrie.

● Comment savoir si un quadrilatère est un losange ?

Un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur est un losange. En particulier un carré est un losange.

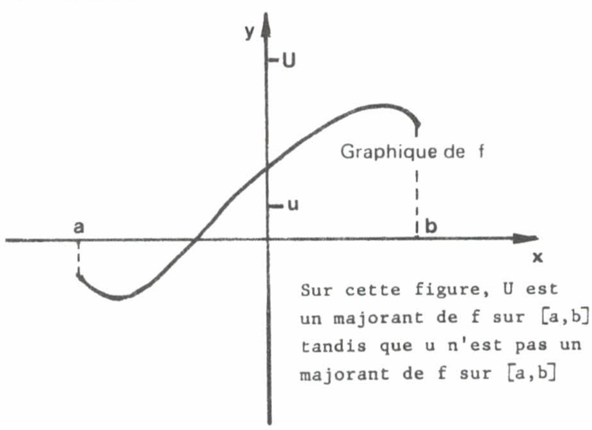
Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et ont même milieu est un losange.





M

MAJORANT



Sur cette figure, U est un majorant de f sur [a,b] tandis que u n'est pas un majorant de f sur [a,b]

Un nombre U est un **majorant de la fonction f sur l'intervalle I,** si U ≥ f(x) quel que soit x dans I.

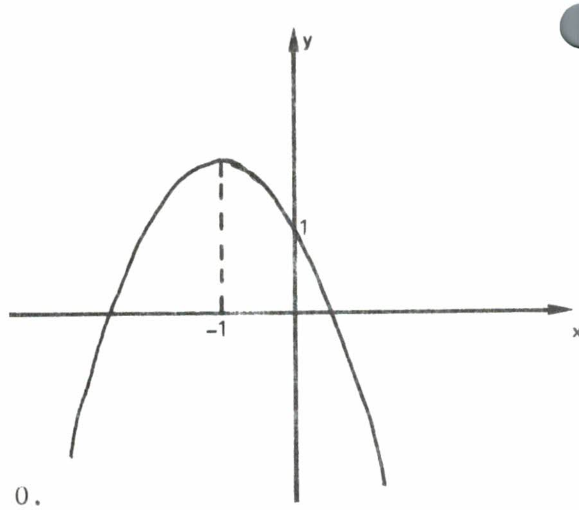
On notera que si V > U, alors V est aussi un majorant de f sur I. S'il existe un majorant, il en existe donc une infinité.

• Vocabulaire : Une fonction f est dite **majorée sur I,** si elle possède un majorant sur I. **Majorer une fonction f sur I,** c'est en trouver un majorant.

M

MAXIMUM

Une fonction f **a son maximum en x_0** si $f(x_0)$ est la plus grande des valeurs de f ; c'est-à-dire si, quel que soit x, $f(x_0) \geq f(x)$.

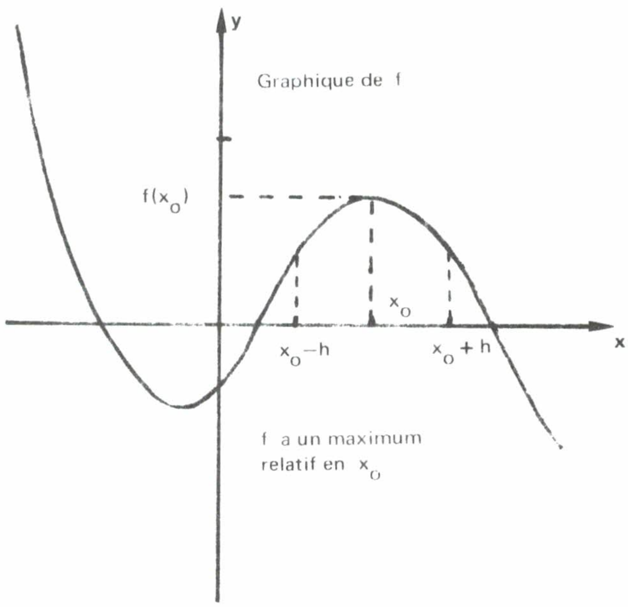


- Exemple : La fonction :

$$f : x \longrightarrow 1 - 2x - x^2$$

a son maximum en -1, car $f(-1) \geq f(x)$ quel que soit x. En effet :

$$f(-1) - f(x) = 2 - (1 - 2x - x^2) = (x+1)^2 \geq 0.$$

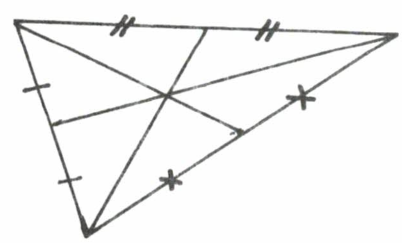


Une fonction f **a un maximum relatif en x_0**, s'il existe un intervalle $I = [x_0-h, x_0+h]$ tel que $f(x_0)$ soit la plus grande valeur prise par f sur l'intervalle I ; autrement dit si, quel que soit x dans I, $f(x_0) \geq f(x)$.

Nota : Si f est croissante sur $[x_0-h, x_0]$ et décroissante sur $[x_0, x_0+h]$, alors f a un maximum relatif en x_0 .

MEDIANE

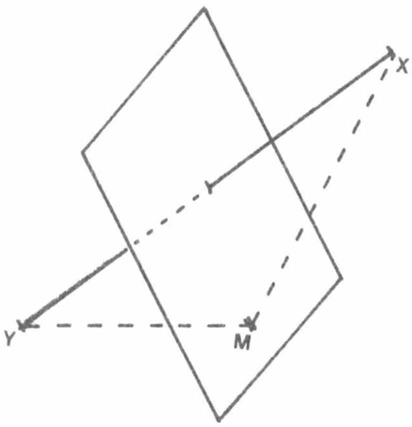
Dans un triangle ABC, la **médiane issue de A** est la droite qui passe par A et par le milieu du côté opposé.



Les trois médianes d'un triangle ont un point commun appelé centre de gravité du triangle. Voir : Centre de gravité.

M

MEDIATEUR (Plan)

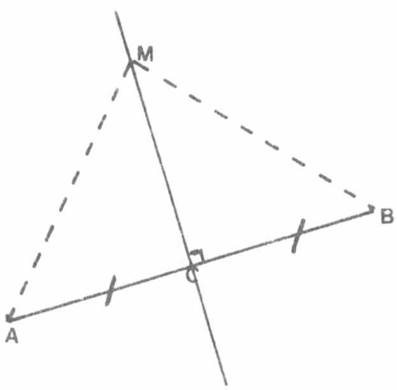


Dans l'espace, le **plan médiateur du segment** XY est le plan qui passe par le milieu de [XY], et est perpendiculaire à (XY).

Tout point du plan médiateur de [XY] est équidistant de X et de Y.

Tout point équidistant de X et de Y, est dans le plan médiateur de [XY].

MEDIATRICE



La **médiatrice du segment** XY est la droite qui :

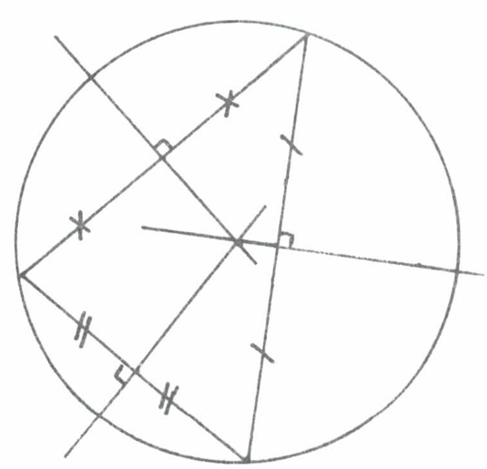
- ► est perpendiculaire à (XY).
- ► passe par le milieu de [XY].

Tous les points de la médiatrice de [XY] sont équidistants de X et de Y.

Tous les points équidistants de X et de Y sont sur la médiatrice de [XY].

- Médiatrices d'un triangle :

Les médiatrices des 3 côtés d'un triangle sont concourantes. Leur point commun est le centre du cercle circonscrit au triangle, c'est-à-dire du seul cercle qui passe par les trois sommets.



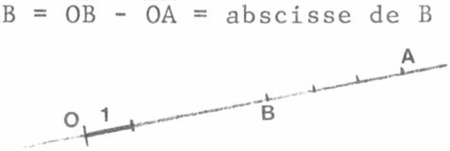
MESURE ALGEBRIQUE

Le nombre $\overline{AB}$ n'a de sens que si la droite AB a été orientée (et si, bien sûr, on a choisi une unité). Si de plus on a choisi une origine O, on a :

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = \text{abscisse de B} - \text{abscisse de A}.$$

$\overline{AB} = -3$

$\overline{BA} = 3$



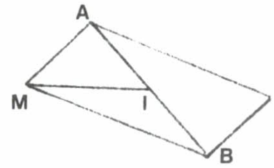
M

MILIEU

Calcul des coordonnées du milieu d'un segment : Si les coordonnées de A sont (x,y) et si celles de B sont (x',y'), alors les coordonnées du milieu I de AB sont $\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$.

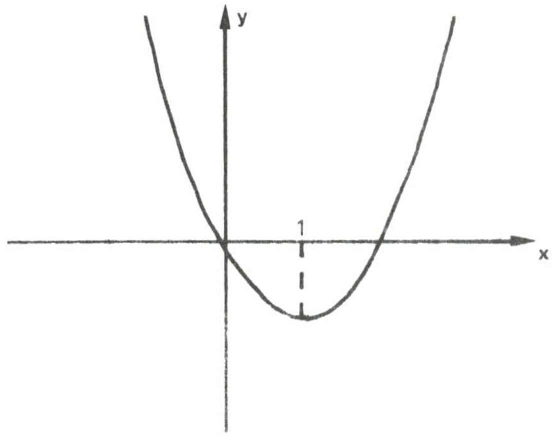
En termes de vecteurs, I est le milieu de AB se traduit par : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ ou encore par $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.

De plus pour tout point M du plan on a $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$



MINIMUM

Une fonction f **a son minimum en x_0** si $f(x_0)$ est la plus petite des valeurs de f ; c'est-à-dire si, quel que soit x, $f(x_0) \leq f(x)$.

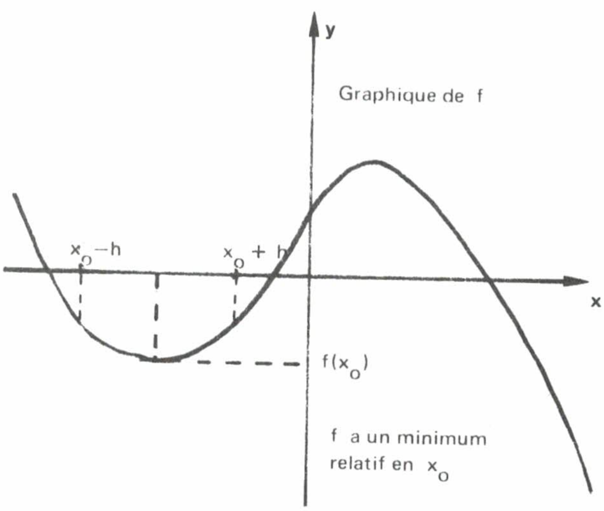


• Exemple : La fonction :

$f : x \longmapsto x^2 - 2x$

a son minimum en 1, car $f(1) \leq f(x)$ quel que soit x. En effet :

$f(x) - f(1) = (x^2 - 2x) - 1 = (x-1)^2 \geq 0.$

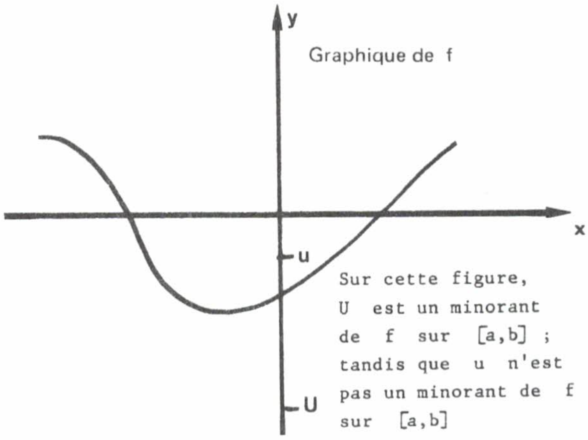


Une fonction f **a un minimum relatif en x_0** s'il existe un intervalle $I = [x_0-h, x_0+h]$ tel que $f(x_0)$ soit la plus petite valeur prise par f sur l'intervalle I ; autrement dit si, quel que soit x dans I, $f(x_0) \leq f(x)$.

Nota : Si f est décroissante sur $[x_0-h, x_0]$ et croissante sur $[x_0, x_0+h]$, alors f a un minimum relatif en x_0 .

M

MINORANT



Sur cette figure, U est un minorant de f sur [a,b] ; tandis que u n'est pas un minorant de f sur [a,b]

Un nombre U est un **minorant de la fonction f sur l'intervalle I**, si $U \leq f(x)$ quel que soit x dans I.

On notera que si $V < U$, alors V est aussi un minorant de f sur I. S'il existe un minorant, il en existe donc un infinité.

► Vocabulaire : Une fonction est dite **minorée sur I** si elle possède un minorant sur I. **Minorer** une fonction sur I, c'est en trouver un minorant.

N

NORMAL

A peu près synonyme de perpendiculaire et de orthogonal.

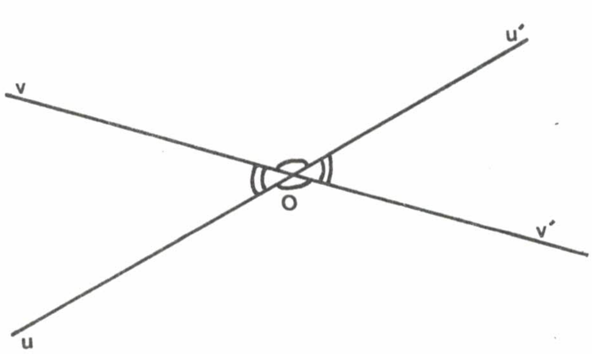
NORME

La **norme** d'un vecteur $\vec{AB}$ est sa longueur AB. La norme du vecteur $\vec{V}$ est souvent notée $\|\vec{V}\|$. Un vecteur est dit **normé** s'il est de longueur 1 .

O

OPPOSE

Dans un triangle MNP, le côté NP est **opposé** au sommet M. Dans un quadrilatère MNPQ, les côtés MN et PQ sont opposés.



Sur cette figure les secteurs $\widehat{uOv'}$ et $\widehat{u'Ov}$ sont **opposés par le sommet.** Les angles $\widehat{uOv'}$ et $\widehat{u'Ov}$ sont égaux, car ils sont opposés par le sommet.

O

ORTHOCENTRE

Voir : Hauteurs d'un triangle.

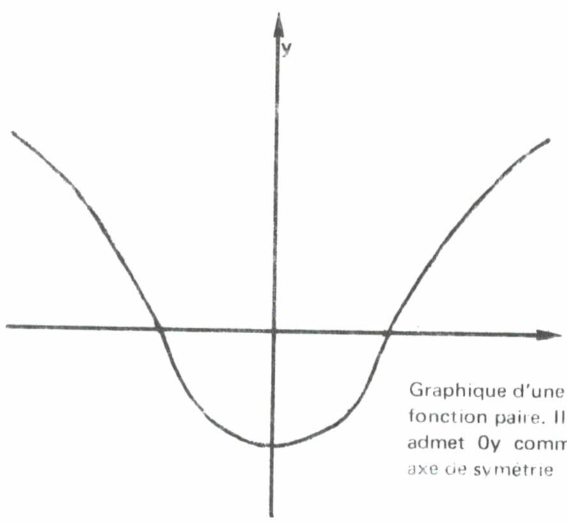
ORTHOGONAL

Synonyme de perpendiculaire.

P

PAIR

Un nombre entier **pair**, est un nombre entier divisible par 2.



Graphique d'une fonction paire. Il admet Oy comme axe de symétrie

Une fonction est dite **paire** si, quel que soit x : $f(x) = f(-x)$.

- <u>Exemples</u> : $f(x) = x^2 + 1$ est une fonction paire, car, quel que soit x :

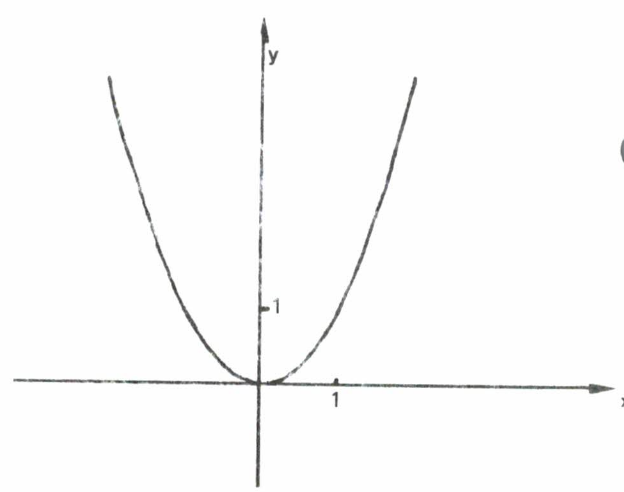
$$x^2 + 1 = (-x)^2 + 1 .$$

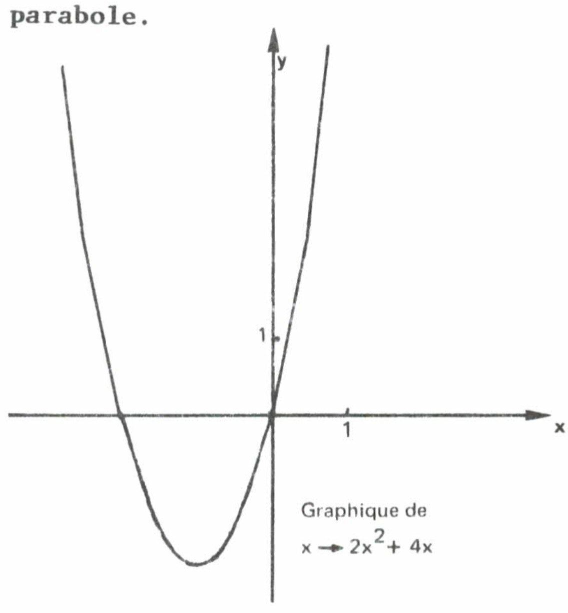
La fonction cosinus est paire, car, quel que soit x : $\cos x = \cos(-x)$.

La fonction $f(x) = x^3 + 1$ n'est pas paire car on peut trouver une valeur de x telle que $x^3 + 1 \neq (-x)^3 + 1$; par exemple on a $5^3 + 1 \neq (-5)^3 + 1$.

PARABOLE

La courbe représentative de la fonction $x \longrightarrow x^2$, a l'allure ci-contre. On l'appelle une **parabole.**





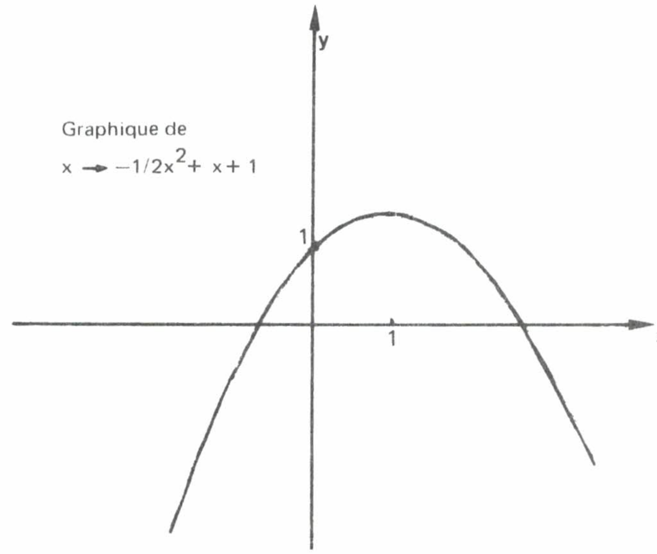
Graphique de $x \longrightarrow 2x^2 + 4x$

Chaque fois que l'on représente graphiquement une fonction du type : $x \longrightarrow ax^2 + bx + c$ (où $a > 0$), on obtient une parabole.

Si on représente graphiquement la fonction :

$x \longrightarrow ax^2 + bx + c$ (où $a < 0$)

on obtient une courbe du type ci-contre ; c'est encore une parabole.



PARALLELE

Successivement :

- Parallélisme en géométrie plane.
- Parallélisme des droites dans l'espace.
- Parallélisme des plans dans l'espace.
- Parallélisme de droites et de plans.

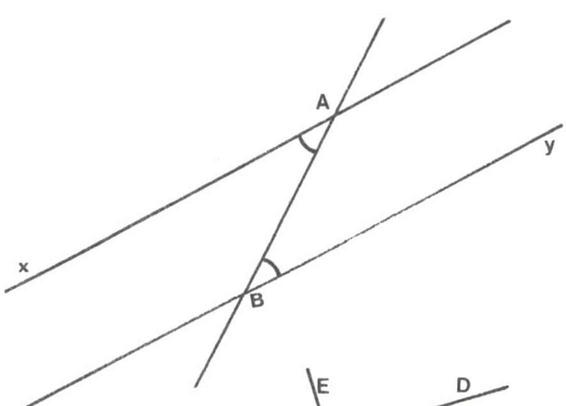
PARALLELISME EN GEOMETRIE PLANE

En géométrie plane deux droites qui n'ont pas de point commun, sont dites **parallèles**. On considère généralement aussi que toute droite est parallèle à elle-même.

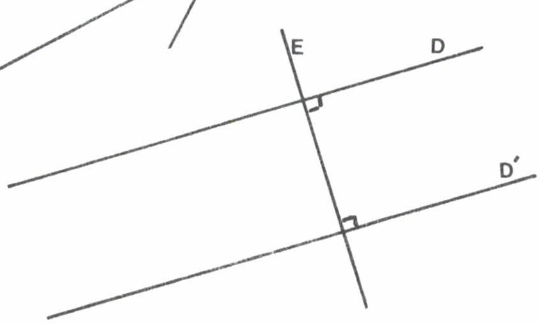
- On retiendra :

Par un point non situé sur D, passe une parallèle à D et une seule.

Si D est parallèle à D' et à D", alors D' et D" sont parallèles (entre elles) ; mais il est possible que D et D' soient une seule et même droite qui a reçu deux noms différents.



Si (Ax) et (By) sont parallèles, alors $\widehat{xAB} = \widehat{yBA}$. Réciproquement si $\widehat{xAB} = \widehat{yBA}$, et si Ax et By sont de part et d'autre de la droite AB , alors (xA) et (yB) sont parallèles.



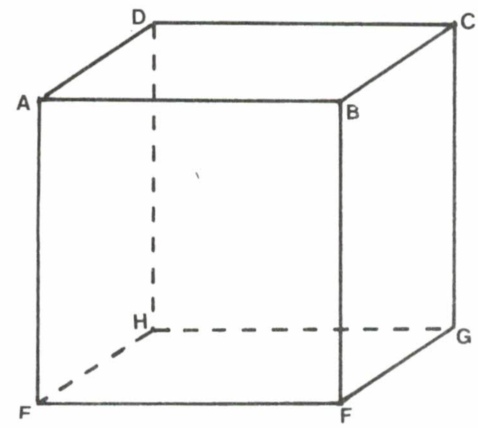
Si D et D' sont parallèles, et si E et D sont perpendiculaires, alors E et D' sont perpendiculaires. Réciproquement si D et D' sont perpendiculaires à E, alors elles sont parallèles entre elles.

P

PARALLELISME DES DROITES DANS L'ESPACE

Deux droites D et D' de l'espace qui sont coplanaires (c'est-à-dire contenues dans un même plan), et qui n'ont pas de point commun, sont dites **parallèles**. Comme dans le plan, on considère que D est parallèle à elle-même.

On notera que deux droites D et D' qui n'ont pas de point commun, peuvent ne pas être parallèles. Par exemple, sur le cube dessiné ci-contre, les droites (DH) et (FG). Par contre (AB) et (DC) sont parallèles ; ainsi que (AB) et (HG).



● <u>On retiendra</u> :

➤ Comme dans le plan, par un point non situé sur D, passe une parallèle à D et une seule.

➤ Comme dans le plan, deux droites D' et D'' parallèles à une même troisième, sont parallèles entre elles ; mais il est possible que D' et D'' soient une seule et même droite qui a reçu deux noms différents.

PARALLELISME DES PLANS DANS L'ESPACE

Deux plans qui n'ont pas de point commun, sont dits **parallèles**. On convient de considérer qu'un plan est parallèle à lui-même.

<u>On retiendra</u> :

➤ Par un point non situé dans le plan P, passe un plan parallèle à P, et un seul.

➤ Deux plans P et P' parallèles à un même troisième, sont parallèles entre eux ; mais il est possible que P et P' soient un seul et même plan qui a reçu deux noms différents.

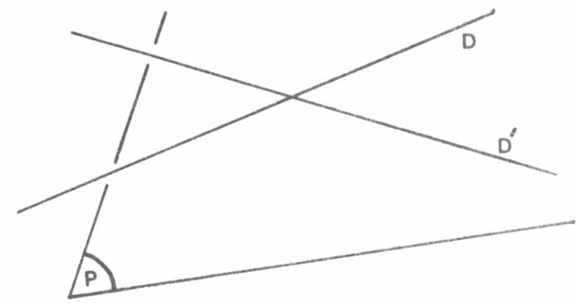
P

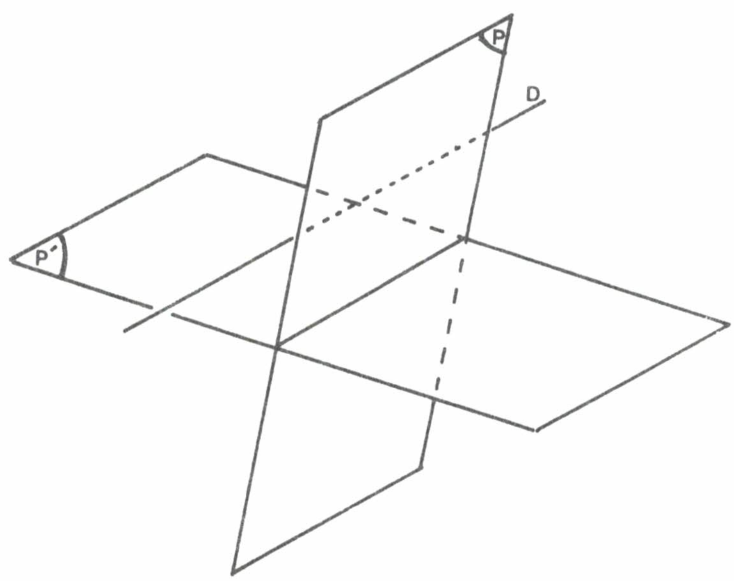
PARALLELISME DE DROITES ET DE PLANS

Lorsqu'une droite D et un P n'ont pas de point commun, on dit que D est **parallèle** à P (ou encore que P est parallèle à D, ou encore que D et P sont parallèles).

- On retiendra :

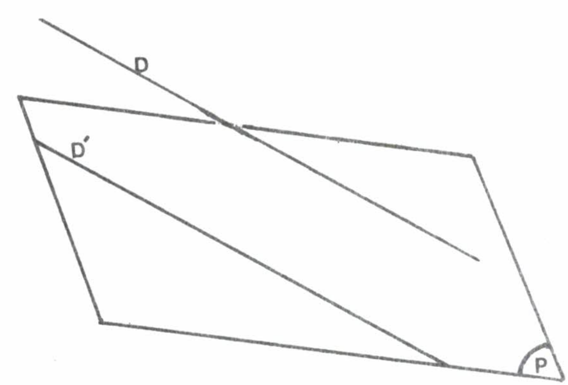
Deux droites D et D' peuvent être parallèles au plan P , et ne pas être parallèles entre elles.





Deux plans P et P' peuvent être parallèles à une droite D, et ne pas être parallèles entre eux.

Une droite qui est parallèle à une droite du plan P, est, soit située dans P, soit parallèle à P.

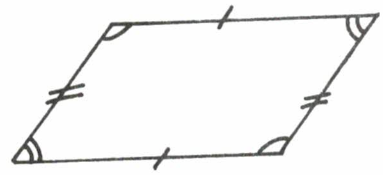


PARALLELEPIPEDE

C'est l'ancien nom du pavé.

PARALLELOGRAMME

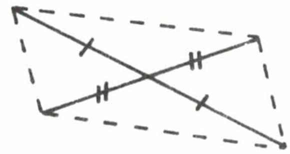
● Propriétés du parallélogramme :



► Les côtés opposés ont même longueur.

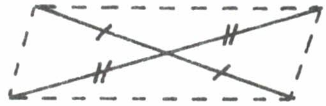
► Les côtés opposés sont parallèles.

► Les diagonales ont même milieu.

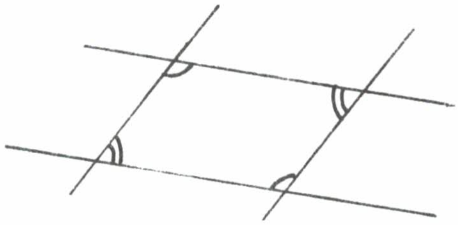


► Les losanges, les carrés, les rectangles sont des parallélogrammes.

● Comment savoir si un quadrilatère est un parallélogramme ?



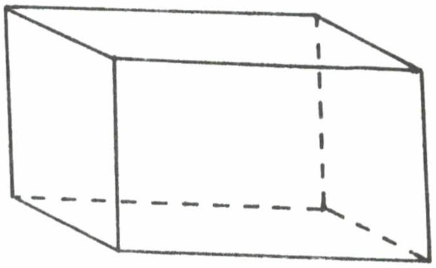
► Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu, est un parallélogramme.



► Un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles, est un parallélogramme.

► Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont même longueur, est un parallélogramme.

PAVE



C'est un solide qui a 6 faces deux à deux parallèles, et 12 arêtes quatre à quatre parallèles.

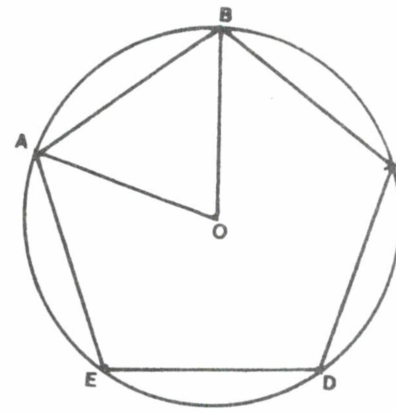
Si toutes les faces sont des rectangles, on dit que c'est un **pavé droit**. Le cube est un pavé droit.

PENTAGONE

Un polygone à cinq côtés est appelé un **pentagone**.

Un **pentagone régulier** a ses cinq côtés de la même longueur. Les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ et $\widehat{EOA}$ mesurent 72° . On a aussi :

$AB = 2OA \sin 36°$.



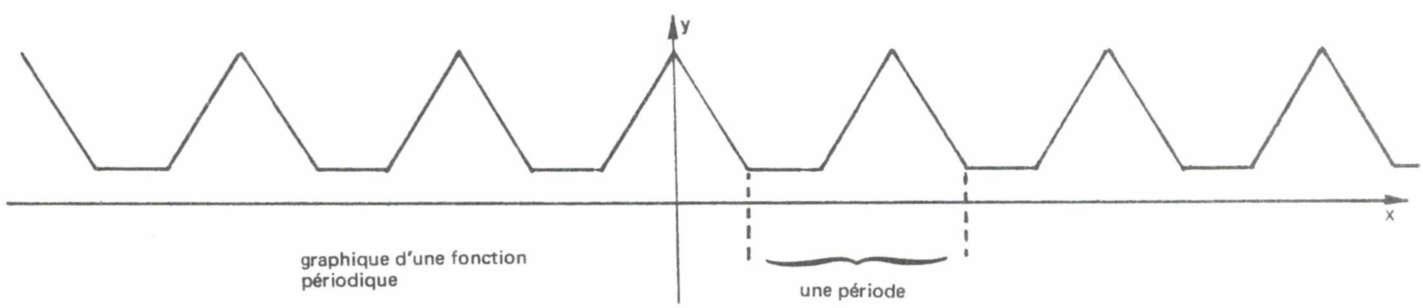
PENTE

Lorsqu'on travaille en repère orthonormé, le coefficient directeur d'une droite D est aussi appelé la **pente de D.**

PERIODIQUE

Une fonction est dite **périodique de période a** si, quel que soit x : $f(x+a) = f(x)$ (Donc, quel que soit l'entier n : $f(x+na) = f(x)$) .

Exemple : Les fonctions sin et cos sont périodiques de période 2π .



PERPENDICULAIRE

Successivement :

- Droites perpendiculaires dans le plan.
- Droites perpendiculaires dans l'espace.
- Plans perpendiculaires.
- Droites et plans perpendiculaires.

DROITES PERPENDICULAIRES DANS LE PLAN

Deux droites **perpendiculaires** sont deux droites qui se coupent en formant quatre angles droits.

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, les droites définies par les équations :

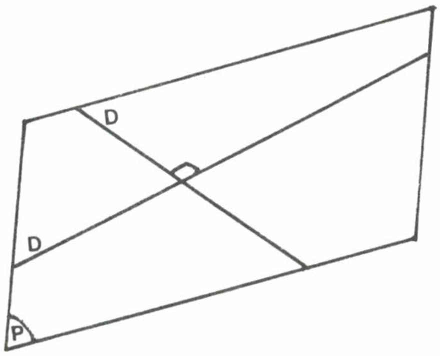
- $ux + vy = w$ et $u'x + v'y = w'$ sont perpendiculaires si et seulement si $uu' + vv' = 0$.
- $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ sont perpendiculaires si et seulement si $mm' = -1$ (autrement dit le produit de leurs pentes est égal à -1).

Deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{W}$ (non nuls) sont perpendiculaires (on dit plutôt **orthogonaux**) si et seulement si le produit scalaire $\vec{V}.\vec{W}$ est nul.

En particulier le vecteur nul $\vec{0}$ est orthogonal à tout vecteur.

P

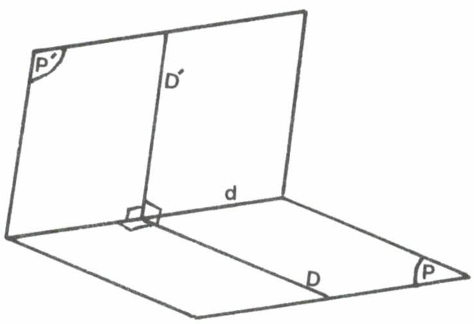
DROITES PERPENDICULAIRES DANS L'ESPACE



Soit deux droites de l'espace qui ont un point commun dans un plan P ; si de plus elles forment en ce point quatre angles droits, on dit qu'elles sont **perpendiculaires.** Deux droites D et D' non sécantes qui sont respectivement parallèles à deux droites perpendiculaires D_1 et D'_1, sont dites **orthogonales** ; on dit aussi que leurs directions sont orthogonales ; mais on dit aussi, par abus de langage, qu'elles sont perpendiculaires.

Une droite horizontale et une droite verticale sont perpendiculaires.

PLANS PERPENDICULAIRES

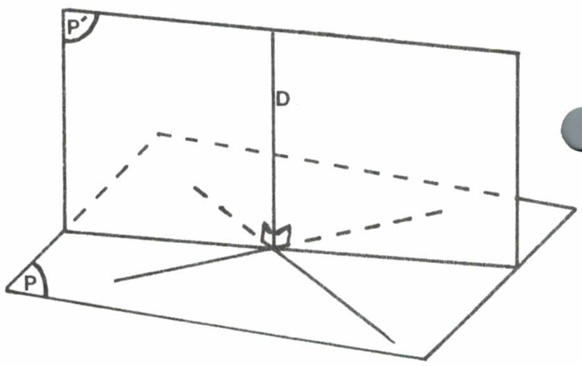


Soit deux plans P et P' ayant pour intersection une droite d ; soit D une droite de P perpendiculaire à d, et D' une droite de P' perpendiculaire à d ; si D et D' sont perpendiculaires, on dit que les plans P et P' sont perpendiculaires.

Un plan horizontal et un plan vertical sont perpendiculaires.

Si un plan P' contient une droite perpendiculaire au plan P, alors P' et P sont perpendiculaires.

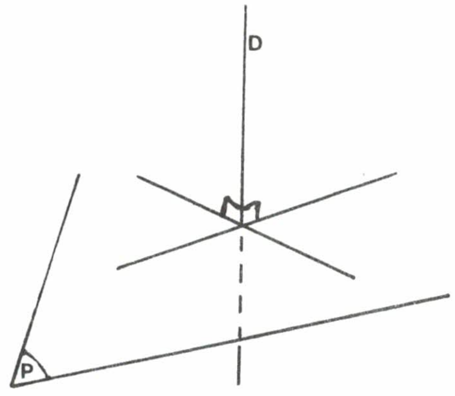
Réciproquement, si P et P' sont perpendiculaires, toute droite de P' qui est perpendiculaire à l'intersection de P et P', est elle-même perpendiculaire à P.



DROITES ET PLANS PERPENDICULAIRES

Dans l'espace, une droite D et un plan P sont dits **perpendiculaires,** si toute droite de P est perpendiculaire ou orthogonale à D.

Si D est orthogonale à deux droites non parallèles du plan P, elle est perpendiculaire à P.



Une droite verticale et un plan horizontal sont perpendiculaires.

POLAIRE

(voir coordonnées)

POLYGONE

C'est une ligne fermée qui est constituée de segments mis bout à bout.

- S'il a trois côtés c'est un triangle.
- S'il a quatre côtés c'est un quadrilatère.
- S'il a cinq côtés c'est un pentagone.
- S'il a six côtés c'est un hexagone.
- S'il a huit côtés c'est un octogone.
- S'il a dix côtés c'est un décagone.

POLYNOME

On dit aussi **fonction polynôme.**

La fonction $x \longrightarrow 3x + 1$ est un polynôme de degré 1 (on dit aussi que c'est une fonction affine).

La fonction $x \longrightarrow x^2 - 2x + 1$ est un polynôme de degré 2.

La fonction $x \longrightarrow 5x^3 + 3x^2 - 1$ est un polynôme de degré 3.

POURCENTAGE

Calculer n% de x c'est multiplier x par $\frac{n}{100}$.

- Exemple : 7% de $x = \frac{7x}{100}$.

Donc pour augmenter x de n%, on le multiplie par $1 + \frac{n}{100}$; tandis que pour diminuer x de n%, on le multiplie par $1 - \frac{n}{100}$.

- Exemple : Une marchandise coûtait 167F, elle coûte maintenant 181F. Quelle est l'augmentation en pourcentage ? On résout l'équation :

$$181 = 161\ (1 + \frac{n}{100})\ .$$

P

PRODUIT SCALAIRE

Le **produit scalaire** de deux vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ est un nombre (on dit aussi un scalaire). Il est noté $\vec{U}.\vec{V}$.

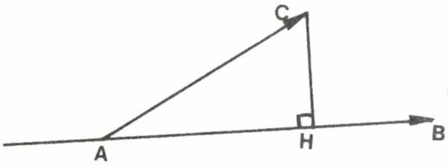
- Propriétés :

1_a : $\vec{V}.\vec{U} = \vec{U}.\vec{V}$

1_b : $(\vec{V}+\vec{V}').\vec{U} = \vec{V}.\vec{U} + \vec{V}'.\vec{U}$

et aussi : $\vec{V}.(\vec{U}+\vec{U}') = \vec{V}.\vec{U} + \vec{V}.\vec{U}'$

1_c : $(a\vec{U}).\vec{V} = \vec{U}.(a\vec{V}) = a(\vec{U}.\vec{V})$



2_a : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overline{AH}.\overline{AB}$

$= ||\overrightarrow{AB}||\,||\overrightarrow{AC}||\ \cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

$= AB\times AC\ \cos(\widehat{BAC})$

2_b : $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = ||\overrightarrow{AB}||^2 = \overline{AB}^2 = (d(A,B))^2$

2_c : Si $\vec{V}$ et $\vec{W}$ sont orthogonaux (c'est-à-dire perpendiculaires), alors $\vec{V}.\vec{W} = 0$.

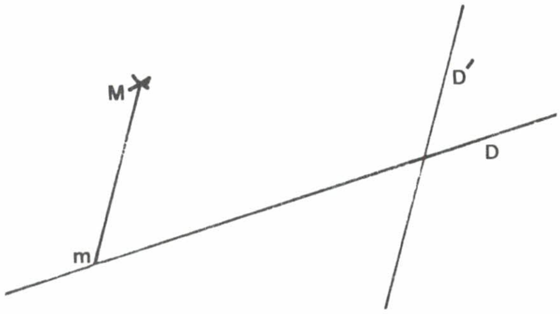
2_d : Réciproquement si $\vec{V}.\vec{W} = 0$ c'est que, ou bien l'un des deux vecteurs est nul, ou bien ils sont perpendiculaires.

3 : Si deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{W}$ ont pour coordonnées (x,y) et (x',y') dans un repère orthonormé, leur produit scalaire est :

$$\vec{V}.\vec{W} = xx' + yy' .$$

En particulier : $\vec{V}^2 = x^2 + y^2$ $(= ||\vec{V}||^2)$.

PROJECTION



La **projection du plan sur la droite D parallèlement à la droite D'** est l'application du plan sur la droite D qui au point M associe le point m, intersection de D et de la doite D'_M qui est parallèle à D' et passe par M.

PROPORTIONNALITE

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si lorsqu'on double, triple, quadruple,... l'une, l'autre est également doublée, triplée, quadruplée,...

► Exemple : Le volume et la masse d'un morceau de fer sont deux grandeurs proportionnelles.

Lorsque deux grandeurs X et Y sont proportionnelles, il existe un **coefficient de proportionnalité** ; c'est-à-dire un nombre **p** tel que, dans tous les cas, la mesure de Y soit égale à **p** fois la mesure de X.

► Exemple : Dans un morceau de fer la masse m (mesurée en kg) est égale à 7,8v (où v est le volume mesuré en dm^3).

- Suites proportionnelles : Deux suites de nombres :

a	b	c	d	e	f	...
a'	b'	c'	d'	e'	f'	...

sont dites proportionnelles s'il existe un nombre p (appelé **coefficient de proportionnalité**) tel que a' = ap, b' = bp, c' = cp ...

Pour vérifier que ces deux suites sont proportionnelles, on peut aussi vérifier que ba' = ab' , que cb' = bc', que dc' = cd' ...

PUISSANCE

L'écriture x^n se lit "x puissance n". Le nombre n s'appelle l'**exposant**. Si n = 2, on dit aussi "x au carré" ; si n = 3, on dit aussi "x au cube".

Si $n > 0$ elle désigne le produit de n facteurs tous égaux à x. Ainsi $7^4 = 7\times 7\times 7\times 7$.

Par convention (si $x \neq 0$) $x^0 = 1$.

Par convention si $n < 0$, $x^n = \frac{1}{x^{|n|}}$. Exemple : $x^{-1} = \frac{1}{x}$, $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$,...
Mais ceci n'a de sens que si x est non nul.

- Formules : Avec ces conventions, on a (si $a \neq 0$) :

► $a^n\, a^p = a^{n+p}$ (quels que soient n et p)

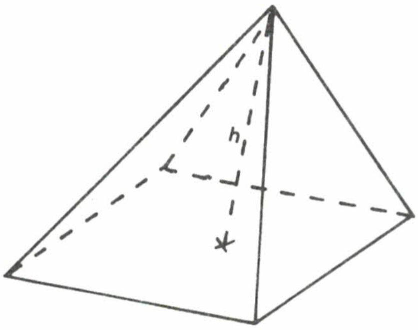
► $(a^n)^p = a^{np}$ (quels que soient n et p)

► $a^n/a^p = a^{n-p}$ (quels que soient n et p)

► $a^n\, b^n = (ab)^n$ (quels que soient a et b non nuls)

P

PYRAMIDE

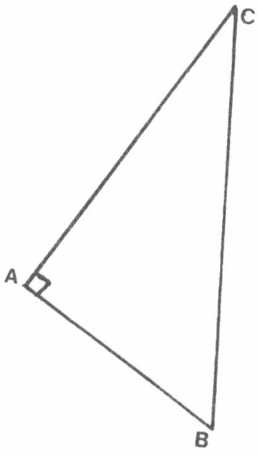


Etant donné un polygone D d'un plan P, et un point S (situé hors de P), la **pyramide de sommet S et de base D** est le domaine de l'espace formé par la réunion des segments Sd, où d est un point de D.

Le volume de la pyramide est donné par la formule $V = \frac{Sh}{3}$, où S est l'aire de la base, et h la hauteur (c'est-à-dire la distance du sommet au plan de la base).

PYTHAGORE (Mathématicien grec (-585;-500))

Il a démontré une propriété remarquable des triangles :



- Si l'angle $\widehat{BAC}$ est droit, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
- Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors l'angle $\widehat{BAC}$ est droit.

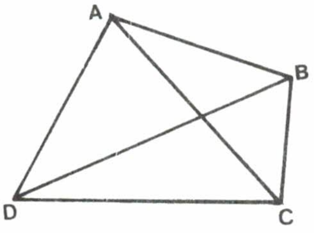
• Une conséquence : Si deux points A et B sont donnés par leurs coordonnées (x,y) et (x',y') dans un repère orthonormé, leur distance se calcule par la formule :

$$AB = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}.$$

Q

QUADRILATERE

C'est un polygone à quatre côtés ; il a aussi quatre sommets et deux diagonales. Lorsque l'on parle du quadrilatère (ABCD) les côtés sont AB, BC, CD et DA ; les diagonales sont AC et BD.



R

RACINE (carrée ou cubique)

La **racine carrée** d'un nombre <u>positif</u> a est le seul nombre <u>positif</u> dont le carré est a. On le note $\sqrt{a}$.

La **racine cubique** d'un nombre a est le seul nombre dont le cube est a. On le note $\sqrt[3]{a}$.

● <u>Règles de calcul</u> : Si a et b sont positifs on a :

$$\sqrt{a}\ \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

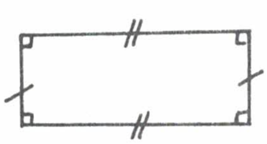
$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n$$

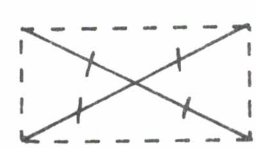
Attention : $\sqrt{a}$ est aussi noté $a^{1/2}$; et $\sqrt[3]{a}$ est noté $a^{1/3}$.

RECTANGLE

● <u>Propriétés du rectangle</u> :

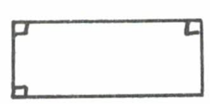


- Les côtés opposés ont même longueur.
- Les côtés opposés sont parallèles.
- Les 4 angles sont droits.
- Les diagonales ont même milieu (leur point commun est appelé le centre du rectangle).

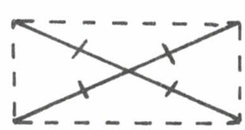


- Les diagonales ont même longueur.
- Un rectangle est un parallélogramme ; un carré est un rectangle.

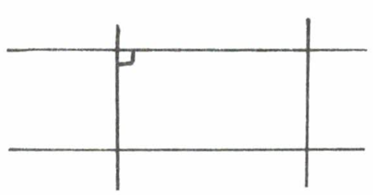
● <u>Comment savoir si un quadrilatère est un rectangle ?</u>



➤ Tout quadrilatère qui a trois angles droits, est un rectangle.



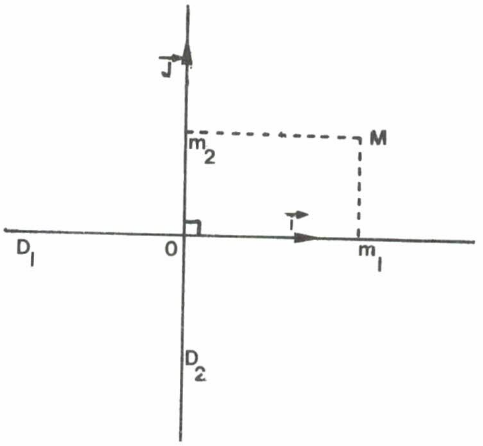
➤ Tout quadrilatère dont les diagonales ont même longueur et se coupent en leur milieu, est un rectangle.



➤ Tout parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

R

REPERE (dans le plan)



Un **repère orthogonal** du plan est formé :

➤ 1) De deux droites perpendiculaires D_1 et D_2 (on notera O leur point d'intersection : c'est l'origine du repère)

➤ 2) Du choix d'un sens positif sur D_1 et sur D_2.

➤ 3) Du choix d'un unité de longueur sur chacun des deux axes D_1 et D_2.

Si on a choisi la même unité sur les deux axes, le repère est dit **orthonormé**.

Lorsqu'un repère est donné dans le plan, chaque point M du plan est repéré par deux nombres x (appelé l'**abscisse** de M) et y (appelé l'**ordonnée** de M). Les deux nombres x et y sont les **coordonnées** de M.

• Remarque : Se donner sur D_1 un sens et une unité de longueur, revient à se donner un vecteur $\vec{i}$ non nul et parallèle à D_1. De même la donnée d'un sens et d'une unité sur D_2, correspond à la donnée d'un vecteur $\vec{j}$ non nul et parallèle à D_2. Très souvent on définit le repère (Ox,Oy) par O et les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$. On parle alors du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Si le repère est orthonormé les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont orthogonaux et de norme 1.

REPERE (DIRECT)

Voir : Direct.

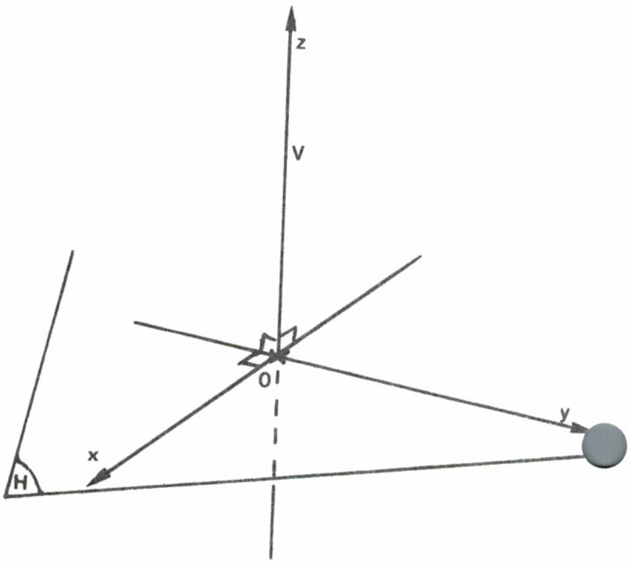
REPERE (dans l'espace)

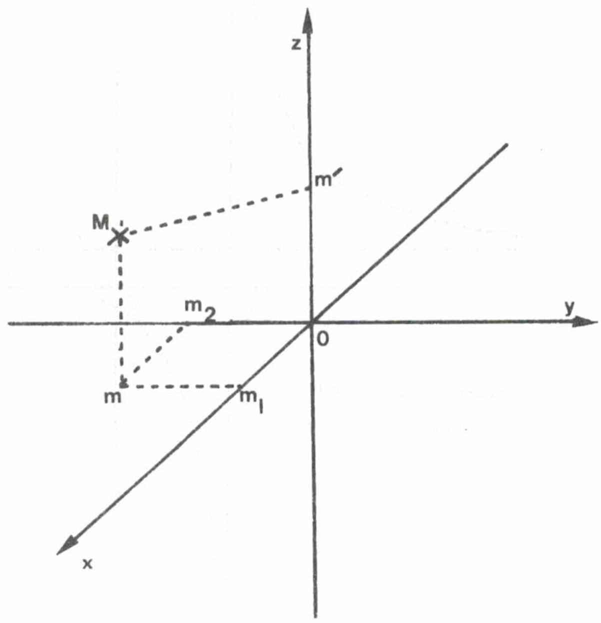
Pour construire un **repère orthonormé de l'espace**, on peut :

Choisir un plan horizontal H, et une droite verticale V , qui se coupent en un point O.

Choisir dans H un repère orthonormé (Ox,Oy) (centré au point d'intersection O de H et V).

Choisir un sens sur V (en général du bas vers le haut), et prendre pour unité de longueur celle qui a déja servi dans H.





Un point M de l'espace est alors caractérisé par :

► D'une part les coordonnées (x,y) de sa projection m sur H (i.e : de l'intersection m de H et de la verticale passant par M.

► D'autre part la coordonnée z sur V de l'intersection m' de V et du plan horizontal passant par M.

- Vocabulaire : x est l'**abscisse** de M, y est son **ordonnée** et z est sa **cote.**

REPRESENTATION GRAPHIQUE (d'une fonction)

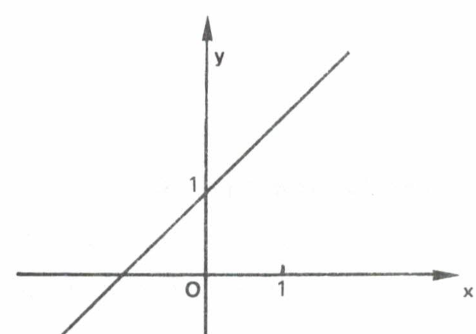
Donnons-nous un repère orthogonal (Ox,Oy) du plan. La **représentation graphique** (on dit aussi **courbe représentative**) de la fonction numérique f dans ce repère, est l'ensemble des points (x,y) tels que y = f(x).

- Exemples :

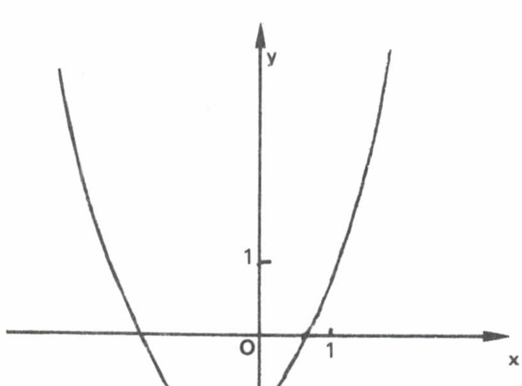
La représentation graphique d'une fonction affine, c'est-à-dire d'une fonction du type :

$x \longrightarrow ax + b$

est une droite.



Représentation graphique de $x \longrightarrow x + 1$



Représentation graphique de $x \longrightarrow x^2 + x - 1$

La représentation graphique d'un polynôme de degré 2 , c'est-à-dire d'une fonction du type :

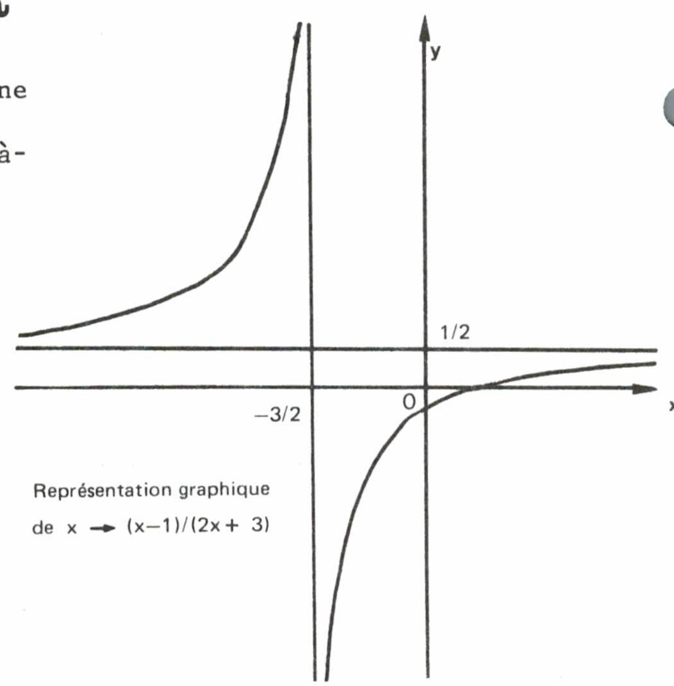
$x \longrightarrow ax^2 + bx + c$

est une parabole (Voir : Parabole).

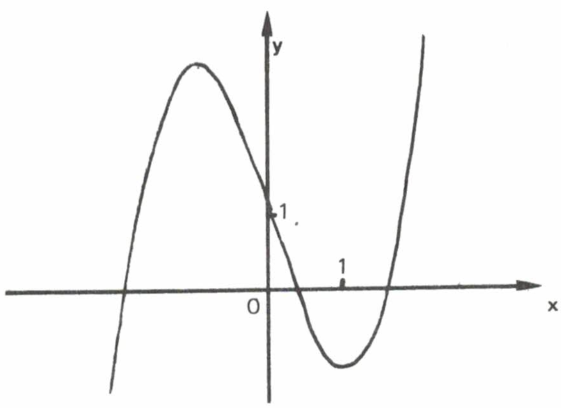
La représentation graphique d'une fonction homographique, c'est-à-dire d'une fonction du type :

$$x \longrightarrow \frac{ax + b}{cx + d}$$

(où $c \neq 0$), est une hyperbole.



Représentation graphique de $x \rightarrow (x-1)/(2x+3)$



Représentation graphique de la fonction :

$$x \longrightarrow x^3 - 3x + 1.$$

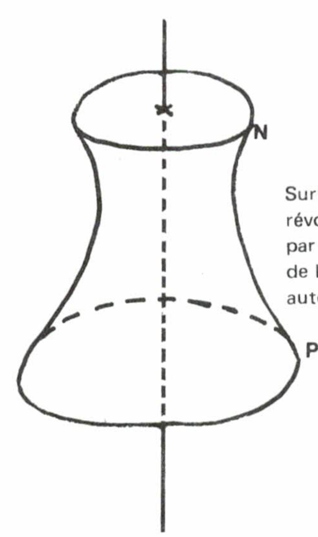
RETROGRADE

Voir : Direct

REVOLUTION (axe de)

Une figure de l'espace admet une droite D comme **axe de révolution** si elle est obtenue en faisant tourner une figure plane autour de D.

- Exemples : Une sphère admet une infinité d'axes de révolution : les droites passant par son centre. Un cône à base circulaire dont le sommet S se projette orthogonalement au centre du cercle de base C, est une **figure de révolution** autour de la droite D passant par S et le centre de C.

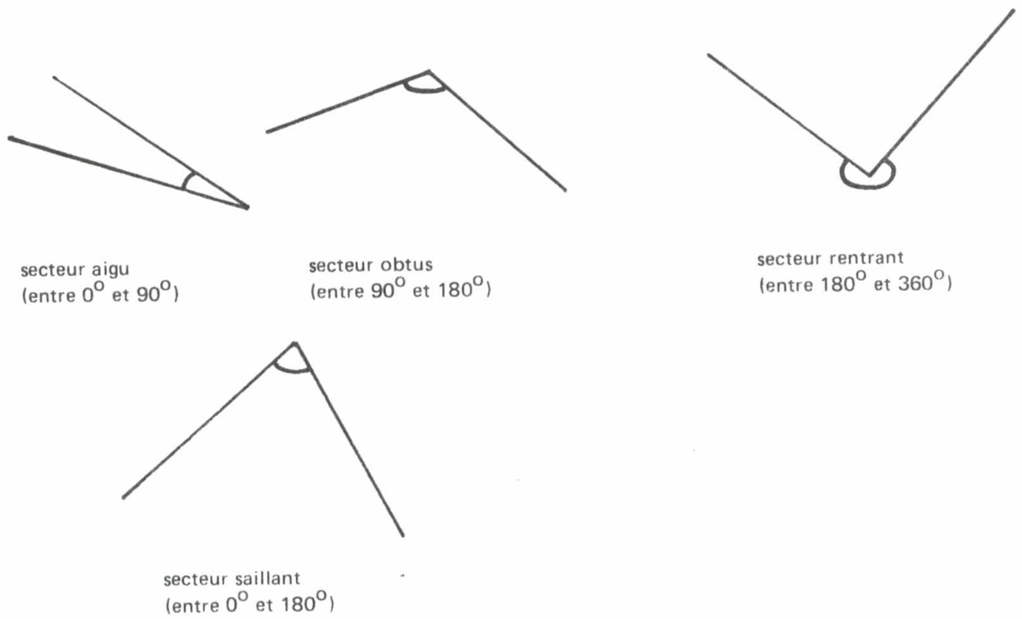


Surface de révolution par rotation de la courbe NP autour de D

S

SECTEUR

Un **secteur angulaire** est une portion de plan limitée par deux demi-droites de même origine :



SEGMENT

Le **segment AB** (noté aussi, en abrégé : [AB]) est la partie de la droite AB qui se trouve entre A et B ; A et B font partie du segment AB. Deux nombres a et b (b>a) étant donnés, l'intervalle fermé [a,b] est aussi appelé le **segment** [a,b] .

SENS DIRECT

Voir : Direct.

SENS DE VARIATION

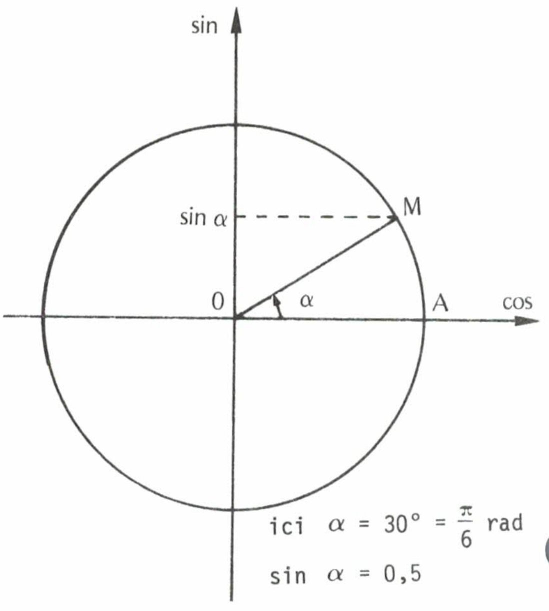
Donner le **sens de variation** d'une fonction sur un intervalle, c'est dire si elle est croissante ou décroissante sur cet intervalle.

S

SINUS

Le nombre sin x (lire "sinus de x" ou "sinus x") est l'ordonnée du point du cercle trigonométrique dont l'abscisse curviligne est x.

Attention : Une abscisse curviligne peut être donnée en degrés ou en radians. En toute logique, lorsqu'on écrit sin x , il faut préciser si x est une mesure en degrés ou en radians. Toutefois on convient que, lorsqu'aucune indication n'est donnée, la mesure est faite en radians.



ici $\alpha = 30° = \frac{\pi}{6}$ rad

sin $\alpha = 0{,}5$

- Quelques propriétés remarquables

1) Quel que soit x : $-1 \leq \sin x \leq 1$.

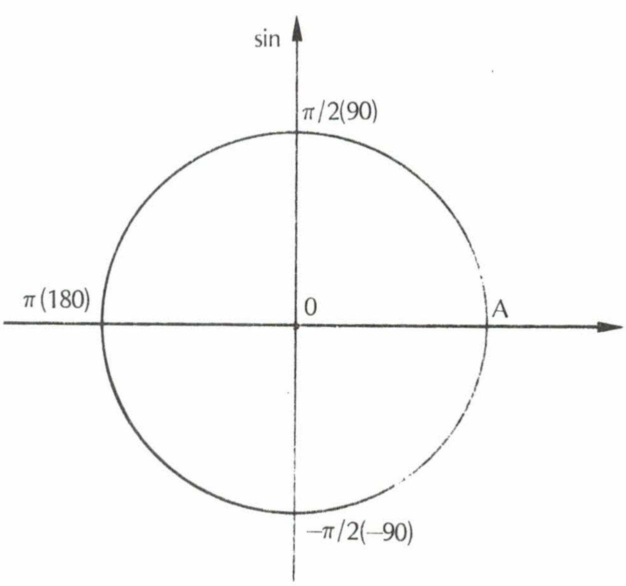
2) Quel que soit x : $\sin(x+2\pi) = \sin x$ (ici x et $x+2\pi$ sont des mesures en radians).

3) Quel que soit x : $\sin(-x) = -\sin x$ (autrement dit la fonction sinus est impaire).

4)

- en degrés

$\sin 0º = \sin 360º = 0$
$\sin 180º = \sin(-180º) = 0$
$\sin 90º = 1$
$\sin(-90º) = -1$



- en radians

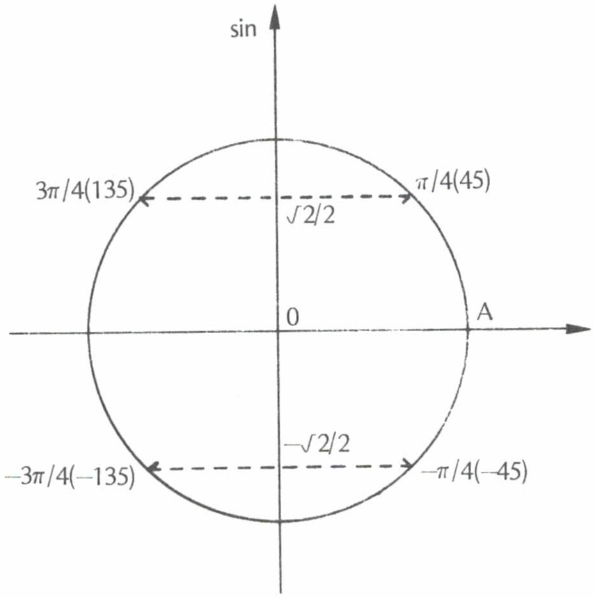
$\sin 0 = \sin 2\pi = 0$
$\sin \pi = \sin(-\pi) = 0$
$\sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 1$
$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{3\pi}{2} = -1$

5)

• en degrés

$\sin 45^{\circ} = \sin 135^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(-45^{\circ}) = \sin(-135^{\circ}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



• en radians

$\sin \frac{\pi}{4} = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6)

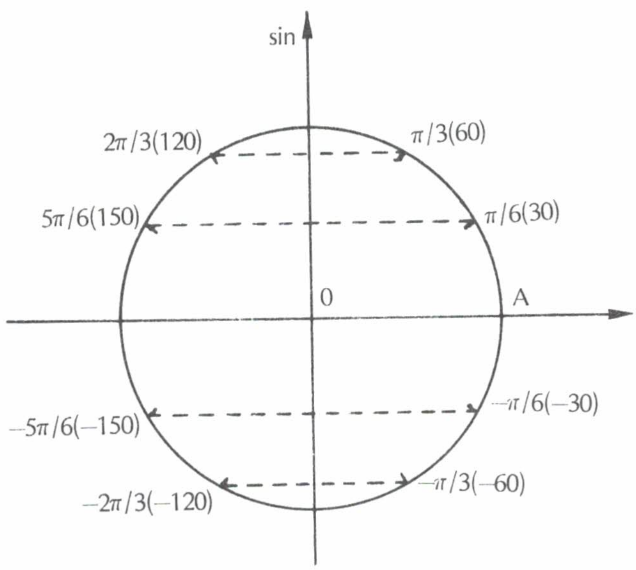
• en degrés

$\sin 30^{\circ} = \sin 150^{\circ} = \frac{1}{2}$

$\sin 60^{\circ} = \sin 120^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin(-30^{\circ}) = \sin(-150^{\circ}) = -\frac{1}{2}$

$\sin(-60^{\circ}) = \sin(-120^{\circ}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



• en radians

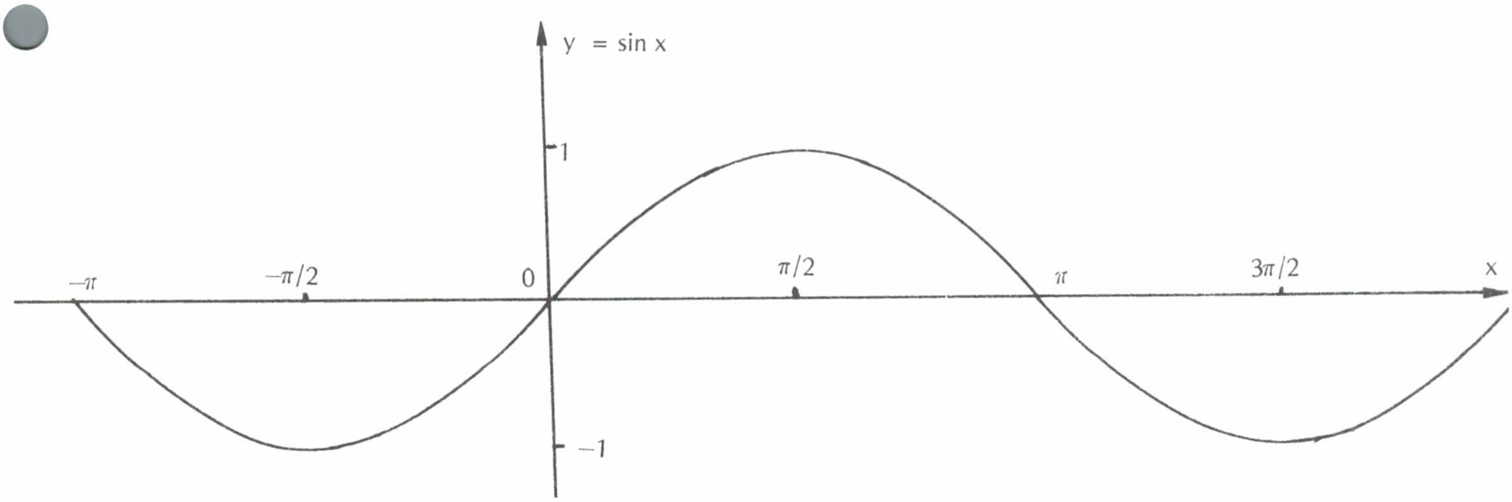
$\sin \frac{\pi}{6} = \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

$\sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

7) Le graphique de la fonction sinus :



Voir aussi : Cercle trigonométrique - Trigonométrie.

SUPPLEMENTAIRE

Deux angles de secteurs sont dits **supplémentaires** si leur somme est un angle plat ; autrement dit si la somme de leurs mesures en degrés est 180 (ou si la somme de leurs mesures en radians est π).

SYMETRIE

Successivement :

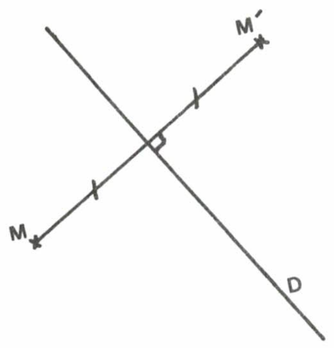
- Symétrie axiale.
- Symétrie centrale.

Voir aussi Axe de symétrie.

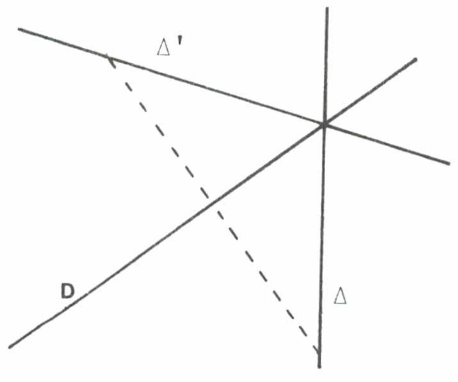
SYMETRIE AXIALE

La **symétrie par rapport à la droite D** (aussi appelée **symétrie axiale** par rapport à D ou **symétrie orthogonale** par rapport à D) est une transformation géométrique plane, autrement dit une application du plan sur lui-même.

Le symétrique M' de M par rapport à D est sur la perpendiculaire à D qui passe par M, les distances de M et de M' à D sont égales ; si M n'est pas sur D, les points M et M' sont de part et d'autre de D.

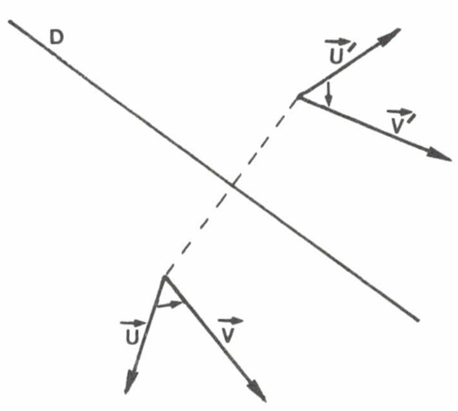


- Propriétés de la symétrie par rapport à D :



Une droite est transformée en une droite. Un segment est transformé en un segment.

Un secteur est transformé en un secteur de même angle. En particulier deux droites perpendiculaires sont transformées en deux droites perpendiculaires. On notera toutefois que si l'angle des vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{W}$ est α , alors l'angle de leurs symétriques $\vec{V}'$ et $\vec{W}'$ est $-\alpha$.



Deux droites parallèles sont transformées en deux droites parallèles.

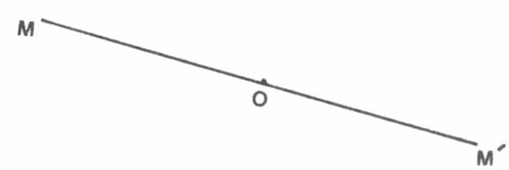
Elle conserve les distances ; c'est-à-dire que la distance entre A et B est égale à la distance entre leurs transformés A' et B'.

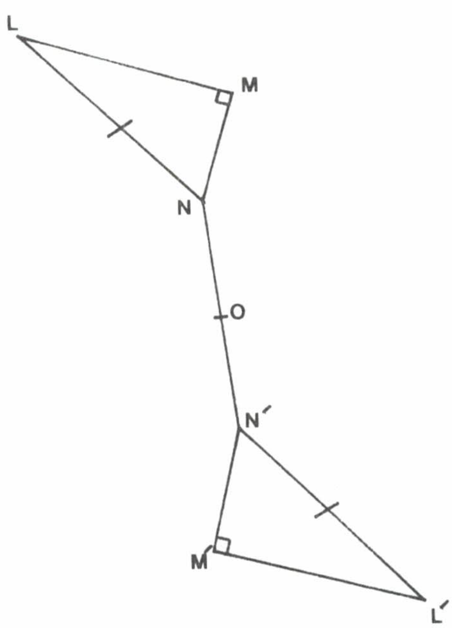
Si M' est le symétrique de M, alors M est le symétrique de M'. On dit qu'elle est involutive.

SYMETRIE CENTRALE

La **symétrie par rapport au point O** (encore appelée **symétrie centrale** de centre O) est une transformation géométrique, c'est-à-dire une application du plan sur lui même.

Le symétrique de M par rapport à O, est le point M' tel que O soit le milieu du segment MM'.





Une droite D est transformée en une droite D' parallèle à D, ou en D elle-même. Donc la symétrie centrale de centre O, conserve les angles. En particulier elle transforme des droites perpendiculaires en des droites perpendiculaires.

Elle conserve les distances ; C'est-à-dire que la distance de A à B est égale à la distance de leurs transformés A' et B'.

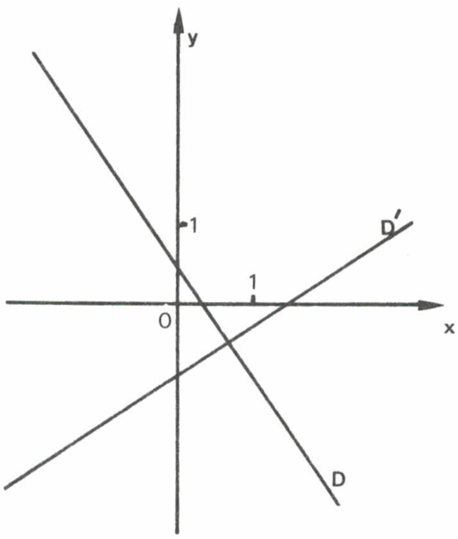
Si A' et B' sont les transformés de A et B : $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{AB}$. La symétrie par rapport à O est donc aussi l'homothétie de centre O et de rapport -1.

SYSTEME D'EQUATIONS

Chercher les couples de nombres (x,y) tels que $3x + 2y = 1$ et $2x - 3y = 3$ c'est résoudre le **système d'équations** :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

Attention : Une solution de ce système est un couple (x,y) ; c'est-à-dire deux nombres.



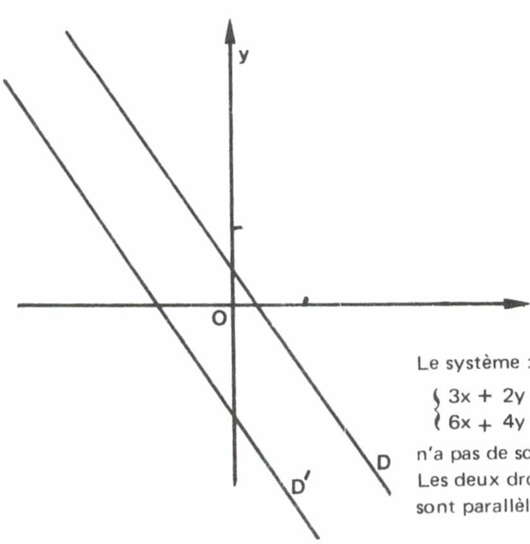
Notons que, si l'on s'est donné un repère du plan, chacune des deux équations représente une droite ; les solutions du système sont alors les coordonnées des points d'intersection de ces deux droites.

Pour résoudre ce système on s'efforce de déduire de ces deux équations, une formule où l'une des inconnues (x ou y) a disparu. Par exemple en multipliant la première par 2 et la seconde par -3, et en les ajoutant, on obtient :

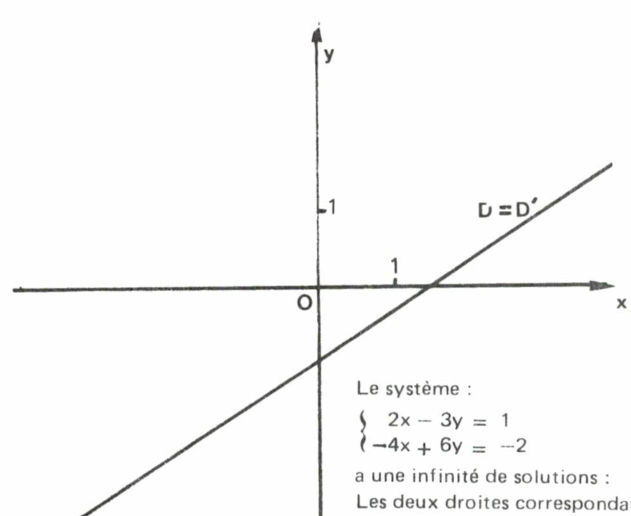
$$\begin{array}{r} 6x + 4y = 2 \\ -6x + 9y = -9 \\ \hline 13y = -7 \end{array}$$

ce qui nous donne $y = -7/13$; et en reportant ce résultat dans l'une des équations initiales, on obtient $x = 9/13$.

Le système que nous venons d'étudier a une solution unique (c'est-à-dire qu'il existe une seule valeur du couple (x,y) vérifiant le système) ; il n'en est pas toujours ainsi, comme en témoignent les systèmes illustés par les deux figures ci-dessous :



Le système :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = -6 \end{cases}$$
n'a pas de solution :
Les deux droites correspondantes sont parallèles



Le système :
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = -2 \end{cases}$$
a une infinité de solutions :
Les deux droites correspondantes sont confondues

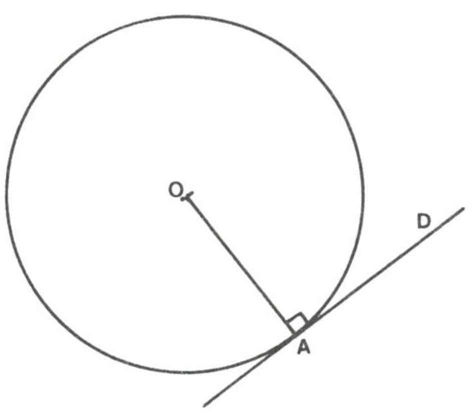
S

Un système d'équations peut avoir plus de deux inconnues et/ou plus de deux équations. Par exemple :

$$\begin{cases} 2x - 4y + z = 1 \\ 3x + y - 2z = 4 \\ x - 4y + 6z = 0 \\ 6x - y + 5z = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - 2y + z - t = 3 \\ x + 5y - 3z = 5 \\ 7x - 2y + z + t = 4 \end{cases}$$

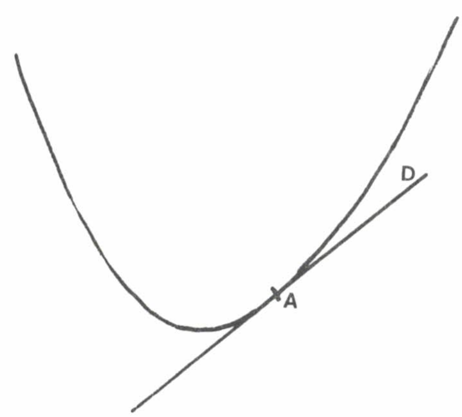
T

TANGENTE (à une courbe)

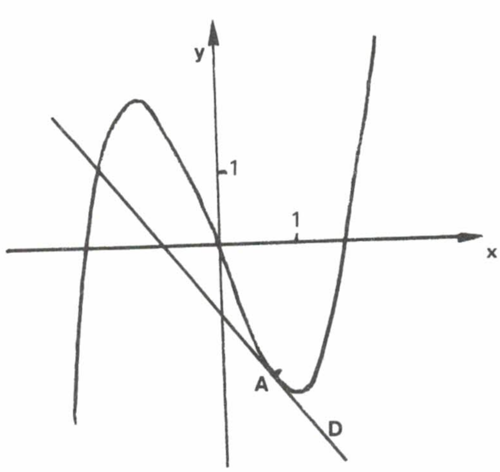


Lorsqu'une droite D et un cercle C ont un seul point commun A, on dit que D est **tangente** à C au point A. On dit aussi que D et C sont tangents en A. Le point commun A s'appelle le **point de contact**.

La droite D est alors perpendiculaire au rayon OA.



Il n'y a pas que le cercle qui a des tangentes. Ainsi la parabole a une tangente en chacun de ses points.



Certaines des tangentes à la courbe d'équation $y = x^3 - 3x$ rencontrent cette courbe en deux points.

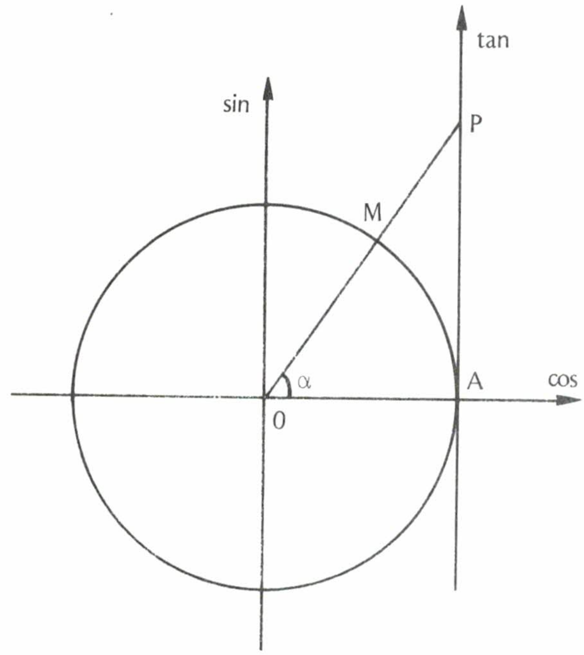
TANGENTE (Fonction)

La fonction **tangente** est définie par $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ (donc tan x n'existe que si cos x est non nul ; c'est-à-dire si $x \neq \frac{\pi}{2}$ $(2k\pi)$ et $x \neq \frac{-\pi}{2}$ $(2k\pi)$ si l'on mesure en radians ; et si $x \neq 90°$ $(k \times 360°)$ et $x \neq 90°$ $(k \times 360°)$ si l'on mesure en degrés).

• Remarques :

Tout le monde écrit tg x au lieu de tan x, sauf, depuis quelques années, les auteurs de manuels du secondaire.

Si M est le point d'abscisse curviligne x du cercle trigonométrique, le point P intersection de la droite OM et de la tangente au cercle au point origine A, a pour ordonnée tan x.



• Quelques propriétés remarquables :

1) Quel que soit x on a tan (-x) = -tan x (la fonction tangente est impaire).

2) Quel que soit x on a $\tan(x+\pi) = \tan x$.

3)

• en degrés

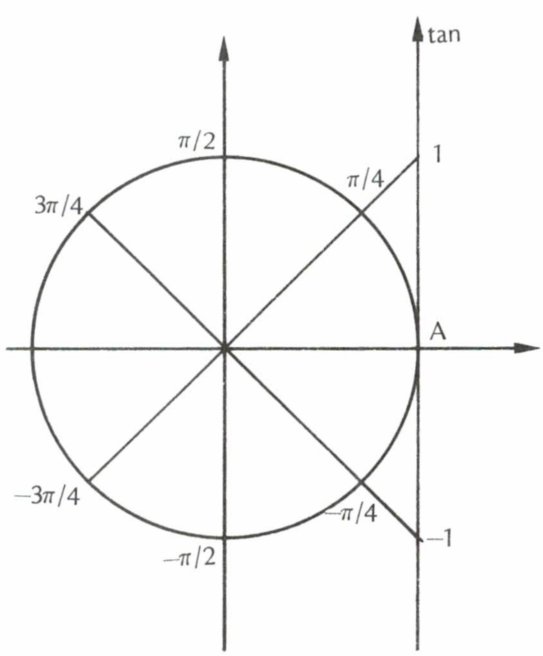
$\tan 0° = \tan 180° = 0$

$\tan 90°$ et $\tan(-90°)$

n'existent pas

$\tan 45° = \tan(-135°) = 1$

$\tan(-45°) = \tan 135° = -1$



• en radians

$\tan 0 = \tan \pi = 0$

$\tan \frac{\pi}{2}$ et $\tan\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

n'existent pas

$\tan \frac{\pi}{4} = \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 1$

$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{3\pi}{4} = -1$

4)

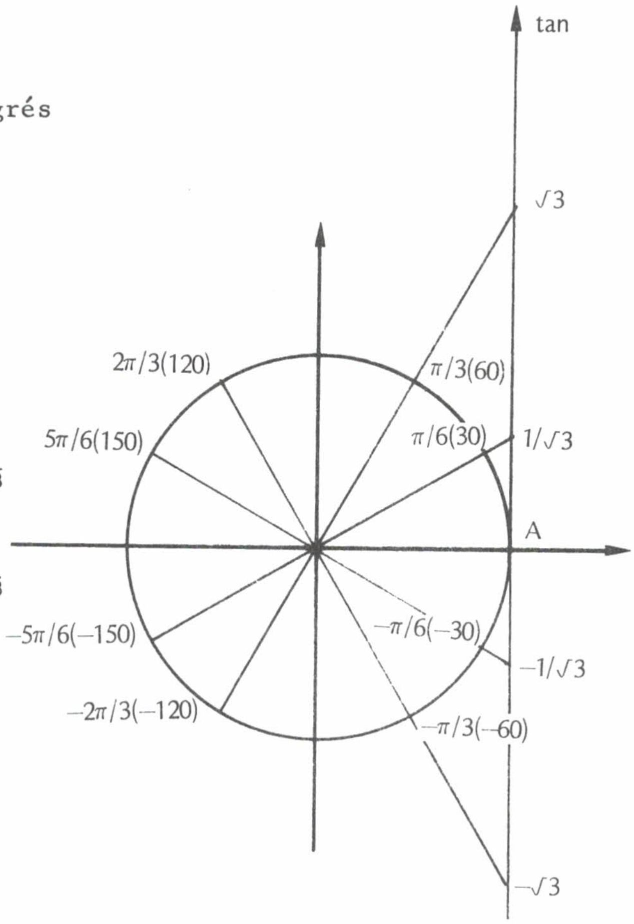
• en degrés

$\tan 30^{\circ} = \tan(-150^{\circ}) = 1/\sqrt{3}$

$\tan 60^{\circ} = \tan(-120^{\circ}) = \sqrt{3}$

$\tan(-60^{\circ}) = \tan 120^{\circ} = -\sqrt{3}$

$\tan(-30^{\circ}) = \tan 150^{\circ} = -1/\sqrt{3}$



• en radians

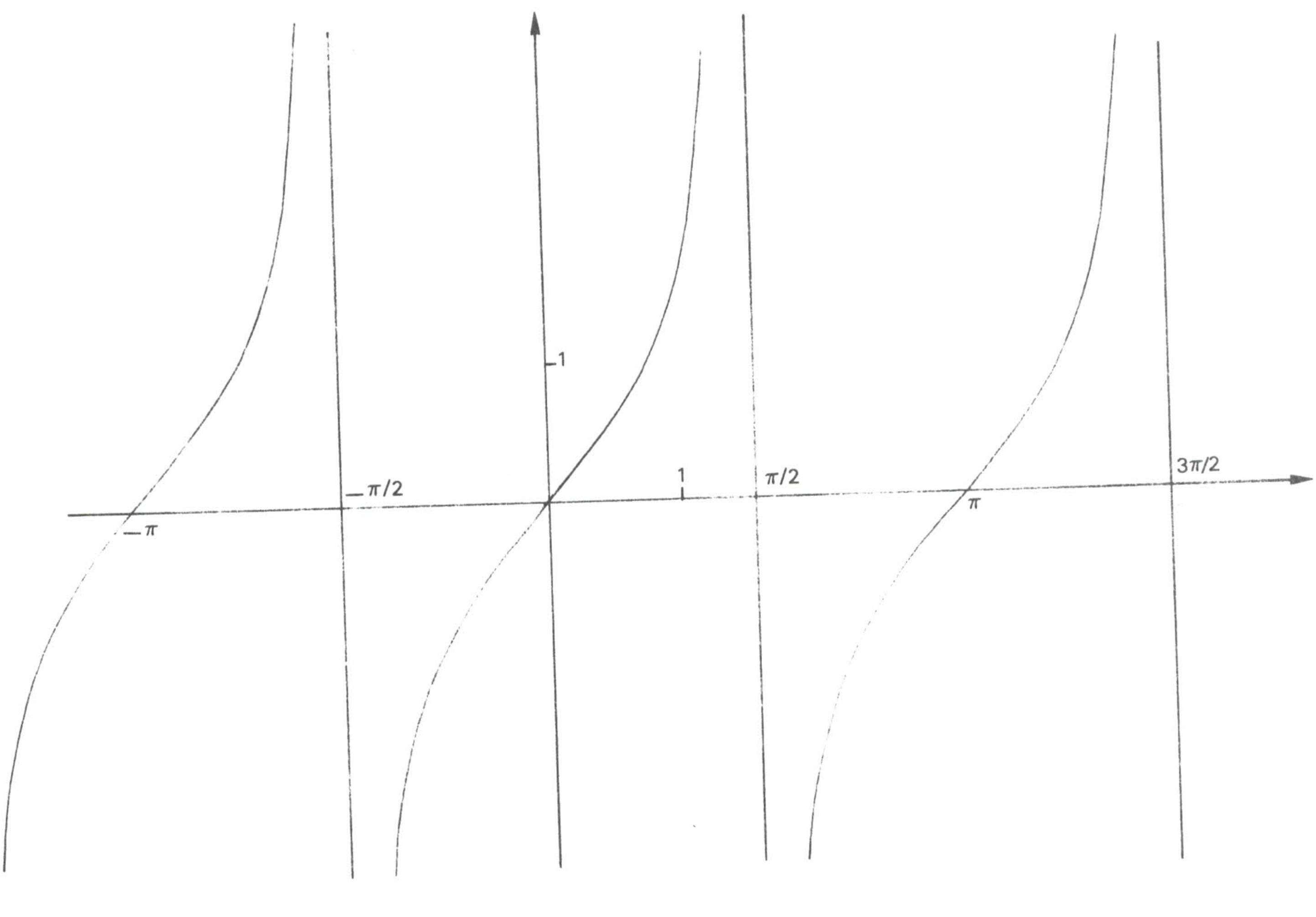
$\tan \frac{\pi}{6} = \tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 1/\sqrt{3} \sim 0,58$

$\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \sim 1,73$

$\tan \frac{2\pi}{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

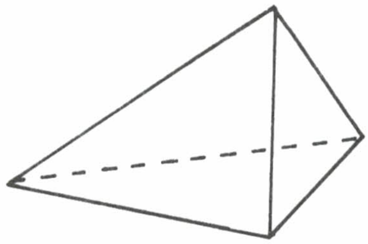
$\tan \frac{5\pi}{6} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -1/\sqrt{3}$

5) Graphique de la fonction tangente :



T

TETRAEDRE



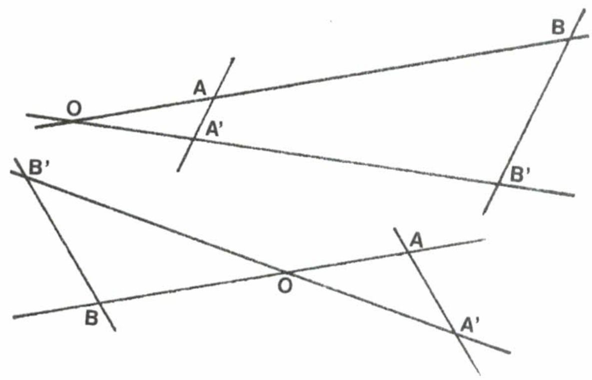
Un **tétraèdre** a quatre sommets, quatre faces et six arêtes. Dans un tétraèdre régulier les six arêtes ont la même longueur, et les quatre faces sont des triangles équilatéraux.

THALES (Thalès de Milet : mathématicien grec (– 639, – 548))

Il est connu pour avoir découvert des propriétés remarquables des droites parallèles, que l'on peut résumer dans les énoncés suivants.

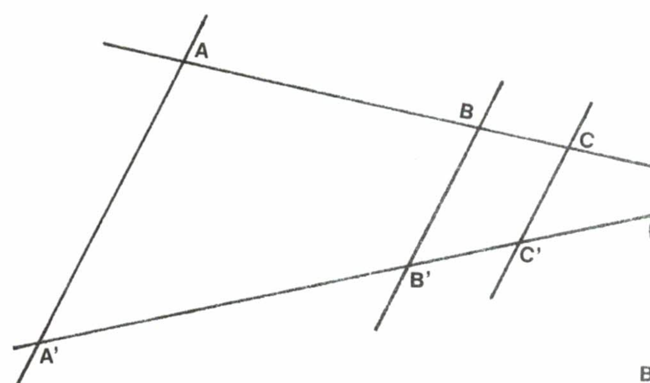
<u>Première forme du théorème de Thalès</u>

- ► Si O , A et B sont alignés,
- ► si O , B et B' sont alignés,
- ► et si les droites AA' et BB' sont parallèles,
- ► alors $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$



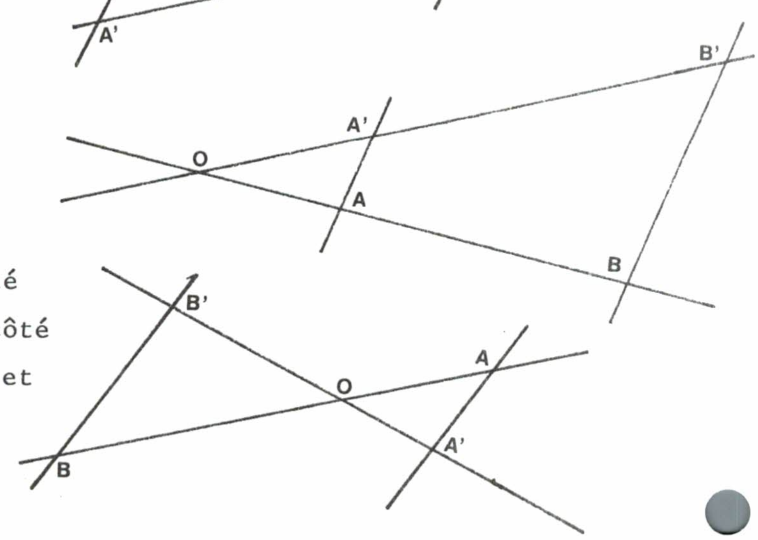
<u>Seconde forme du Théorème de Thalès</u>

- ► Si A , B , C sont alignés,
- ► si A' , B' , C' sont alignés,
- ► et si les droites AA' , BB' , et CC' sont parallèles,
- ► alors $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$

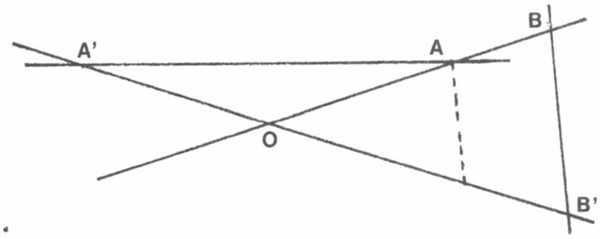


<u>Réciproque du théorème de Thalès</u>

- ► Si O , A , B sont alignés,
- ► si O , A' , B' sont alignés,
- ► si A et B sont du même côté de O , et A' , B' du même côté de O (ou si O est entre A et B , et entre A' et B')
- ► et si $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'}$
- ► alors les droites AA' et BB' sont parallèles.



On notera le rôle de la troisième hypothèse : si O était entre A' et B' et si A et B étaient du même côté de O, la conclusion serait clairement fausse.



Les deux dernières hypothèses peuvent être résumées en une seule ; grâce aux mesures algébriques, il suffit d'écrire : $\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OB'}}$

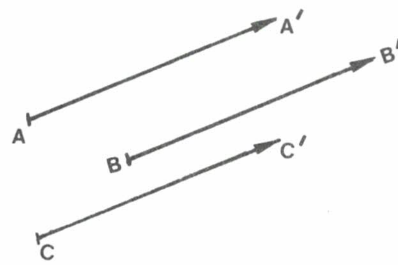
TRANSFORMATION GEOMETRIQUE

Une **transformation géométrique** (plane) est une application du plan dans lui-même. Voir Symétrie - Homothétie - Translation.

TRANSLATION

La **translation de vecteur** $\vec{V}$ est une transformation géométrique. Au point M elle associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{V}$.

On la note souvent $t_{\vec{V}}$.



- Propriétés de la translation de vecteur $\vec{V}$:

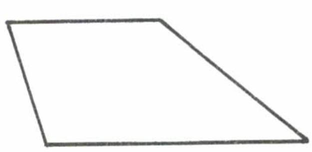
► Elle conserve les vecteurs ; c'est-à-dire que, si A' et B' sont les transformés de A et B, on a : $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$.

► Elle conserve les distances (i.e : A'B' = AB).

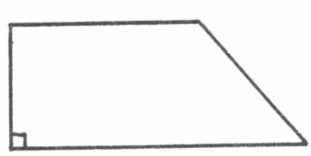
► Elle transforme une droite D en une droite parallèle à D.

TRAPEZE

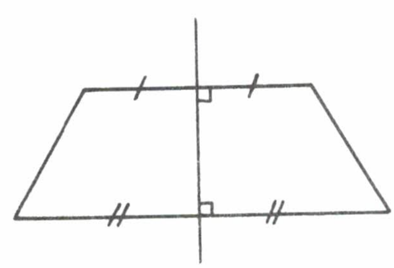
C'est un quadrilatère dont deux côtés sont parallèles.



trapèze



trapèze rectangle
(il a un angle droit)

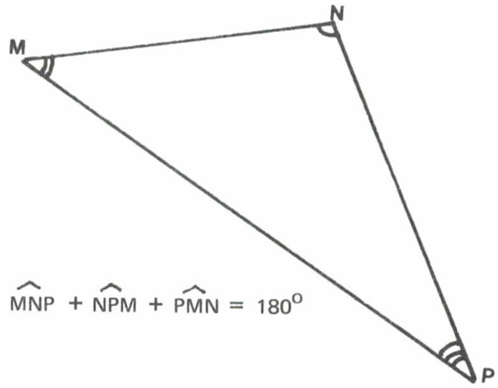


trapèze isocèle
(il a un axe de symétrie)

T

TRIANGLE

● Quelques propriétés des triangles quelconques :



► 1) La somme des angles est un angle plat (la somme de leurs mesures en degrés est 180°).

► 2) Hauteurs et orthocentre . Voir Hauteurs.

► 3) Médianes et centre de gravité Voir : Médiane ou Barycentre.

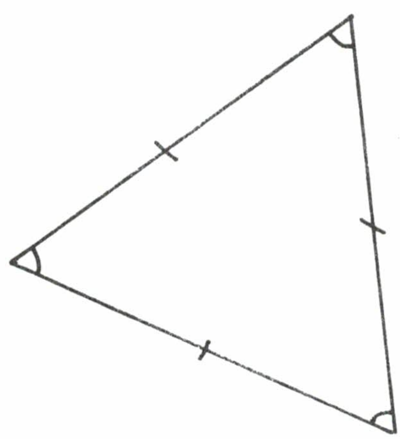
► 4) Médiatrices et cercle circonscrit. Voir : Médiatrice.

► 5) Bissectrices et cercle inscrit. Voir : Bissectrice.

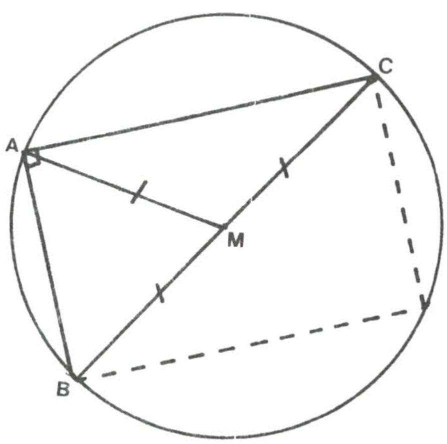
► 6) Aire du triangle. Voir : Aire.

● Les triangles particuliers :

◆ 1) Triangle isocèle : voir Isocèle.



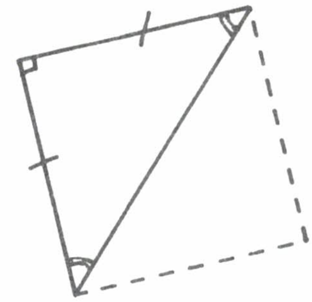
◆ 2) Triangle équilatéral : c'est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur. Ses trois angles sont égaux à 60°. Si son côté est a, sa hauteur est $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.



◆ 3) Triangle rectangle : c'est la "moitié" d'un rectangle. Le côté opposé à l'angle droit est appelé l'hypoténuse. Un triangle ABC est rectangle en A (i.e : l'angle en A est droit) si et seulement si la médiane AM (M est le milieu du segment BC) a pour longueur la moitié de BC. Donc le segment BC est un diamètre du cercle circonscrit.

Un triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (Voir : Pythagore).

4) Triangle rectangle isocèle : C'est un triangle rectangle dans lequel les côtés de l'angle droit ont la même longueur. Les angles (autres que l'angle droit) sont de 45°. Si les côtés de l'angle droit sont de longueur a , l'hypoténuse est de longueur $a\sqrt{2}$.



c'est la moitié d'un carré

TRIGONOMETRIE

C'est l'étude des fonctions sinus, cosinus et tangente.

● Quelques formules :

► 1) Quel que soit x :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \text{et} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\cos(x+2\pi) = \cos x \quad \text{et} \quad \sin(x+2\pi) = \sin x \quad \text{(en radians)}$$

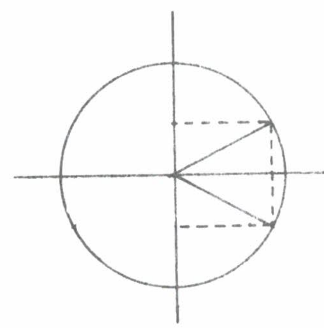
$$\tan(x+\pi) = \tan x \quad \text{(en radians)}$$

► 2) Quel que soit x :

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

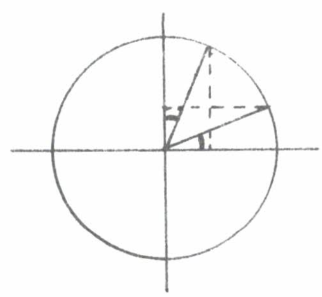


► 3) Quel que soit x :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x} \quad \left(x \neq k\frac{\pi}{2}\right)$$

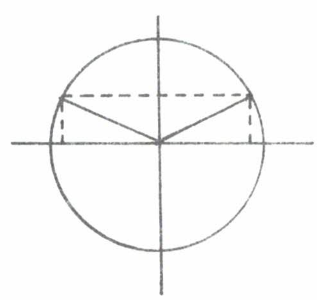


► 4) Quel que soit x :

$$\cos(\pi-x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi-x) = \sin x$$

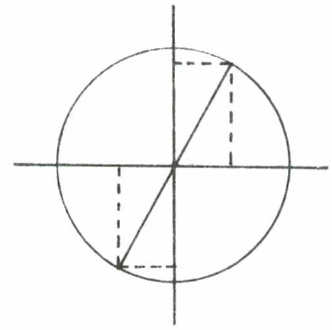
$$\tan(\pi-x) = -\tan x \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2}\,(k\pi)\right)$$



T

➤ 5) Quel que soit x :

$$\sin(\pi+x) = -\sin x$$
$$\cos(\pi+x) = -\cos x$$
$$\tan(\pi+x) = \tan x \ (x \neq \frac{\pi}{2}\ (k\pi))$$



➤ 6) Quel que soit x :

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \ (x \neq \frac{\pi}{2}\ (k\pi))$$
$$1 + \text{cotan}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \ (x \neq k\pi)$$

TRIGONOMETRIQUE (Cercle)

Voir : Cercle

V

VALEUR ABSOLUE

Considérons un axe Ox et deux points A et B d'abscisses a et b ; alors $|b-a|$ est la distance de A à B (ou plus exactement sa mesure avec l'unité choisie sur Ox). C'est pourquoi $|b-a|$ s'appelle aussi la "distance entre les nombres a et b".

• Exemple : $|(-3) - (-4)|$ = distance de -3 à -4 = 1 , vaut 1 .
Et aussi : $|+4| = |4 - 0|$ = distance de 4 à 0 = 4, vaut 4 .

➤ Une formule à retenir : L'inégalité $|a-a_0| \leq u$ équivaut à la double inégalité $a_0 - u \leq a \leq a_0 + u$. Autrement dit a_0 est une approximation de a avec une incertitude égale à u. Voir : Incertitude.

VALEUR APPROCHEE

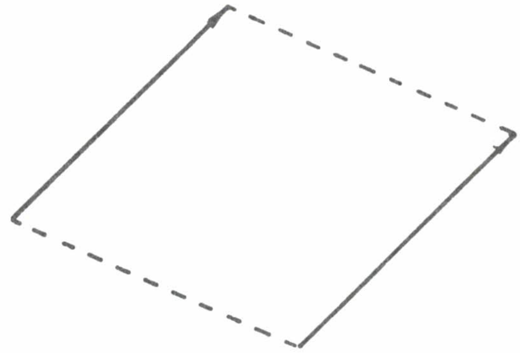
Voir : Approximation.

V

VECTEUR

Deux **flèches** (on dit aussi des **bipoints**) définissent le même vecteur si elles ont (à la fois) :

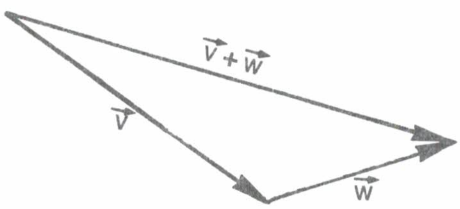
- **même direction**
- **même sens**
- **même longueur**



Pour exprimer que deux flèches définissent le même vecteur, on dit aussi qu'elles sont **équipollentes**.

Si les points A, B, C et D ne sont pas alignés, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme. Si les points A, B, C, D sont alignés, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à $\overline{AB} = \overline{CD}$.

- Somme de deux vecteurs : Pour dessiner la somme de $\vec{V}$ et $\vec{W}$, on dessine $\vec{V}$ et $\vec{W}$ l'un au bout de l'autre.



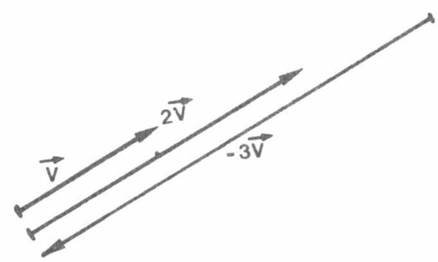
On notera que :

$$\vec{V} + \vec{W} = \vec{W} + \vec{V}$$
$$\vec{U} + (\vec{V} + \vec{W}) = (\vec{U} + \vec{V}) + \vec{W}$$

- Produit d'un vecteur par un scalaire :

Si $\vec{V} = \vec{0}$, quel que soit le nombre a, on a aussi $a\vec{V} = \vec{0}$. Si $a = 0$, quel que soit $\vec{V}$, le vecteur $a\vec{V}$ est nul. Si $a \neq 0$ et $\vec{V} \neq 0$, le vecteur $a\vec{V}$:

- a même direction que $\vec{V}$
- a même sens que $\vec{V}$ si $a > 0$
- a le sens opposé si $a < 0$
- la longueur de $a\vec{V}$ est $|a|$ fois la longueur de $\vec{V}$.



- Quelques formules :

$$a(\vec{V} + \vec{W}) = a\vec{V} + a\vec{W}$$
$$(a + b)\vec{V} = a\vec{V} + b\vec{V}$$
$$ab\vec{V} = a(b\vec{V})$$

VERTICAL

On parle de **droites verticales**. Les droites verticales sont perpendiculaires à tous les plans horizontaux.

On parle de **plans verticaux**. Tout plan qui contient une droite verticale est lui-même vertical.

AVERTISSEMENT

Ce fascicule est un répertoire à l'usage des élèves de seconde, et aussi de ceux qui entrent en première S . Il contient l'essentiel des connaissances que l'élève de seconde doit acquérir. **Mais il contient bien d'autres choses** (par exemple des rappels sur les mathématiques du collège, mais aussi beaucoup de formules trigonométriques,...) qui ne seront apprises que plus tard. C'est donc un outil de travail, et en aucun cas une liste de ce qu'il faut savoir. Toute étude systématique - et en particulier toute tentative d'apprentissage par cœur - d'un tel document serait absurde.