

IREM de LORRAINE

BAC PRO
maths financières

Jean ENEL

François LEIRITZ

Cher lecteur,

Ce deuxième module, "Mathématiques Financières", fait suite à un module "Statistique Bac Pro" paru précédemment.

Il a été conçu dans le même esprit quant à la présentation et au contenu.

Nous avons encore voulu favoriser l'aspect graphique. Le schéma, l'image, rapidement photographiés, sont souvent plus clairs qu'un simple texte.

Un grand nombre d'exercices fait appel à des notions de mathématiques générales, équations, inéquations, fonctions..., afin que les élèves se persuadent que les "mathématiques générales" sont souvent des outils permettant la résolution de problèmes concrets. Les statistiques sont présentes partout dans ce deuxième module : l'interdépendance des trois modules doit être ainsi mise en évidence.

Nous avons choisi de faire figurer dans ce module quelques applications classiques et des exercices qui le sont moins, en nous efforçant d'éviter les situations trop artificielles (mais ce n'est pas toujours facile...).

Chacun des chapitres comporte :

- un résumé du cours, les formules, les méthodes, un exemple.
- un ensemble d'exercices et de problèmes d'application directe ou demandant davantage de réflexion ou (et) faisant appel aux outils de mathématiques générales.
- un thème de travail approfondi comportant de multiples données (souvent sous forme de statistiques, de graphiques), destiné à favoriser l'analyse et la méthode.

Nous espérons ce fascicule utile à vous et à vos élèves, et attendons vos critiques, remarques, suggestions.

Les Auteurs

A paraître : Module "Mathématiques Générales en Bac Professionnel" .

PROBLEME TYPE

Dans un immeuble comportant 3 appartements, les propriétaires doivent se répartir les charges communes de l'année qui se montent à 33 660 F. Trois modes de calculs sont envisagés:

- proportionnellement à la surface de chaque appartement.
- proportionnellement à la surface et au nombre de fenêtres des appartements.
- proportionnellement à la surface et inversement proportionnellement aux fenêtres ouvrant au sud.

Appartements	A	B	C
Fenêtres	2	5	4
Fenêtres au sud	1	3	2
Surface en m ²	40	100	80

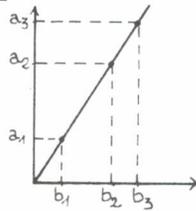
GRANDEUR "A" PROPORTIONNELLE

A UNE GRANDEUR "B" :

1^{ère} grandeur: a_1, a_2, a_3, \dots
 2^{ème} grandeur: b_1, b_2, b_3, \dots

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = K$$

K est le coefficient de proportionnalité.



GRANDEUR "A" PROPORTIONNELLE A DEUX

GRANDEURS "B" ET "C" :

3^{ème} grandeur: c_1, c_2, c_3, \dots

$$\frac{a_1}{b_1 \times c_1} = \frac{a_2}{b_2 \times c_2} = \frac{a_3}{b_3 \times c_3} = \dots = K'$$

GRANDEUR "A" INVERSEMENT PRO-

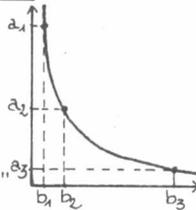
PORTIONNELLE A UNE GRANDEUR "B" :

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = K''$$

$$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{b_2} = \frac{1}{b_3} = \dots = K''$$

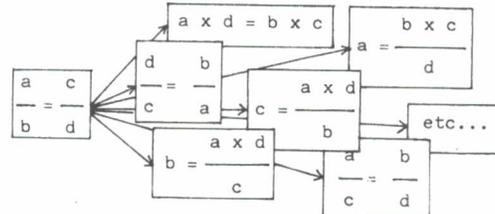
ou

$$a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = a_3 \times b_3 = \dots = K'''$$



PROPRIETES:

Les extrêmes et les moyens



Combinaisons linéaires

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{\alpha a_1 + \beta a_2 + \gamma a_3}{\alpha b_1 + \beta b_2 + \gamma b_3}$$

Simplification des suites proportionnelles

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} \rightarrow \frac{a_1}{\frac{b_1}{d}} = \frac{a_2}{\frac{b_2}{d}} = \frac{a_3}{\frac{b_3}{d}}$$

Nous appellerons a, b, c les parts correspondant à chaque propriétaire.

1^{er} cas: Les trois parts sont proportionnelles à la surface des appartements.

$$\frac{a}{40} = \frac{b}{100} = \frac{c}{80} = \frac{33660}{40+100+80} = 153$$

$$a = 40 \times 153 = 6120 \text{ F}$$

$$b = 100 \times 153 = 15300 \text{ F}$$

$$c = 80 \times 153 = 12240 \text{ F}$$

2^{ème} cas: les parts sont proportionnelles à la surface et au nombre de fenêtres.

$$\frac{a}{40 \times 2} = \frac{b}{100 \times 5} = \frac{c}{80 \times 4} = \frac{33660}{900} = 37,4$$

$$a = 80 \times 37,4 = 2992 \text{ F}$$

$$b = 500 \times 37,4 = 18700 \text{ F}$$

$$c = 320 \times 37,4 = 11968 \text{ F}$$

3^{ème} cas: les parts sont proportionnelles à la surface et inversement proportionnelles au nb de fenêtres ouvrant au sud.

$$\frac{a}{40 \times \frac{1}{1}} = \frac{b}{100 \times \frac{1}{3}} = \frac{c}{80 \times \frac{1}{2}} = \frac{33660}{\frac{680}{6}}$$

ou

$$\frac{a}{240} = \frac{b}{200} = \frac{c}{240} = \frac{33660}{680} = 49,5$$

$$a = 240 \times 49,5 = 11880 \text{ F}$$

$$b = 200 \times 49,5 = 9900 \text{ F}$$

$$c = 240 \times 49,5 = 11880 \text{ F}$$

On simplifie la suite par $\frac{1}{6}$
 On aurait également pu simplifier par 40
 $\frac{a}{6} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} = \frac{33660}{17}$

QUESTION CLASSIQUE

Le testament de l'Amiral De Labordage stipule que sa colossale fortune (27,1 MF) devra être répartie entre ses trois enfants encore en vie proportionnellement à leur âge, proportionnellement à la composition de leur famille (père, mère et enfants) et inversement proportionnellement à leur fortune personnelle.

Gonzague De Labordage, 40 ans, est Fondé de Pouvoir à la Banque Des Canaries. Il est marié et a engendré 5 garçons et 2 filles. Sa fortune est évaluée par le notaire à 6 millions de francs.

Joséphine Forban, née De Labordage, a 32 ans. Elle est veuve avec deux enfants. Son mari lui a laissé un patrimoine immobilier et mobilier estimé à 2,5 millions de francs.

Arnauld De Labordage, Capitaine de Vaisseaux, ne s'est jamais marié. Il n'a pas d'enfants et possède une fortune en pièces d'or et lingots d'un montant de 3 millions de francs.

A la sortie de l'étude du notaire, Joséphine est furieuse. Elle reçoit 5,4 MF de moins que Gonzague.

Mais au fait, quel est l'âge du Capitaine ?

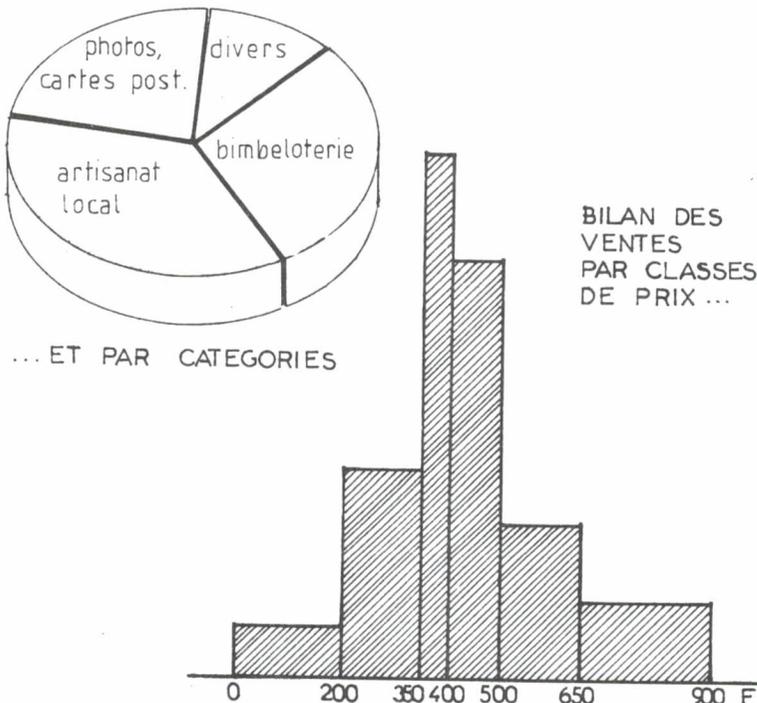
INTERESSANT INTERESSEMENT !

Un patron de PME pratique l'intéressement de ses trois salariés au résultat de l'entreprise en leur accordant une prime de fin d'année proportionnelle aux bénéfices réalisés dans l'année (5 % du résultat net).

Cette prime est partagée proportionnellement à l'ancienneté des trois employés: Gaston a participé au lancement de l'entreprise début 1979, Robert est arrivé en janvier 1983 et André un an plus tard.

Fin 1989, André a reçu une prime de fin d'année supérieure de 500 F à celle qu'il avait reçu fin 1987. Le résultat net de l'entreprise ayant augmenté de 20 % entre ces deux dates, calculer ce résultat net pour l'année 1989.

SOUVENIRS



Les graphiques ci-contre représentent d'une part, la répartition des ventes selon le prix des articles et d'autre part selon le type d'articles vendus par la gérante d'une boutique de cadeaux et souvenirs le mois dernier.

Celle-ci assure avoir vendu, dans le mois, 105 articles d'un prix supérieur à 650 F de plus que d'articles d'un prix inférieur à 200 F.

1°- Combien a-t-elle vendu d'articles et quel a été son chiffre d'affaire le mois dernier ?
2°- Le premier graphique montre qu'elle a vendu deux fois plus d'articles d'artisanat que d'articles photo, posters, cartes postales, ... que la bimbeloterie représente les deux tiers des ventes d'artisanat et les articles divers la moitié des ventes de bimbeloterie.

a/ Etablir la proportion entre ces catégories et en déduire le nombre d'articles de chaque type vendu.

VROOM

Un automobiliste effectue un trajet qui peut se décomposer en trois parties de longueur égale: $\frac{1}{3}$ de routes de montagne où sa vitesse moyenne est de 50 Km/h, $\frac{1}{3}$ de routes de plaine où sa vitesse moyenne est de 90 Km/h et $\frac{1}{3}$ d'autoroutes avec une vitesse moyenne de 120 Km/h.

Il met exactement 7 h 06 mn pour effectuer tout ce trajet. Calculer la longueur de celui-ci ainsi que le temps passé sur chacun des trois tronçons.

TVA EN EUROPE

En novembre 1989, la TVA sur les voitures de tourisme est en France de 25 %.

- Quel pourcentage du prix TTC représente cette TVA ?
- Exprimer ce pourcentage sous forme d'une fraction.
- Calculer, à l'aide d'une proportion, le montant de la TVA et le prix hors taxe d'une voiture vendue 95 000 F TTC.

En Allemagne, le taux de TVA est de 14 %; il est de 36 % en Grèce. Calculer rapidement en utilisant une proportion, le prix hors taxe en Allemagne et en Grèce d'une voiture vendue 95 000 F TTC en France.

JOYEUX NOEL !

A l'occasion de Noël, un chef d'entreprise distribue une prime de 14 000 F entre ses trois employés proportionnellement à leur nombre d'enfants: 2, 1, 4. Quelle somme recevra chaque employé ?

L'année suivante, le même chef d'entreprise décide de partager la prime en raison inverse du nombre de jours d'absence des employés: 5, 10, 12 jours. La prime étant de 16 100F, quelles sont les parts ?

Cette même année, il décide d'accorder également une prime de vacances qu'il partagera proportionnellement au nombre d'enfants et ^{aux absences} aux absences. Quelles sont les trois parts ?

VOYAGE DANS LES ILES

La Communauté Economique Européenne (CEE) décide l'octroi d'une somme d'argent libellée en écus à trois îles de la Méditerranée: la Corse, la Sardaigne et la Sicile, destinée à accélérer leur développement.

La somme débloquée doit être, selon les uns, partagée proportionnellement aux nombres d'habitants, ou, selon les autres, proportionnellement à la superficie de chaque île.

Le président de l'Assemblée Corse constate, après calculs, que si le partage est fait proportionnellement aux nombres d'habitants, la Corse recevra 895 314 francs de moins que si le partage est fait proportionnellement aux superficies.

Quel est, en écus, le montant de la manne à partager ? Quelle part recevrait chaque île dans l'un et l'autre cas ?

(utiliser la monnaie du pays)

Corse: 8700 Km² et 280 000 h Sardaigne: 24 000 Km² et 1 600 000 h Sicile: 25 700 Km² et 4 900 000 h

L'écu européen vaut 7 francs français.

La lire italienne vaut 0,00464 francs français.

LES HEURES SUPPLEMENTAIRES

Trois personnes, Mr Colbert, Mme Monnet et Mr Marius travaillent dans le même service d'une administration. Mr Marius ayant pris un congé d'une semaine, le chef de service demande aux deux autres employés d'effectuer les 39 heures de service de Mr Marius en heures supplémentaires, en échange de quoi ils se partageront une prime proportionnelle au nombre d'heures effectuées en plus.

Mr Colbert, qui veut offrir un bijou à son épouse, compte obtenir une prime de 1 500 F. Pour cela, il a calculé que le double des heures supplémentaires qu'il effectuera sera égal au triple de celles de Mme Monnet plus 3 heures.

Calculer le nombre d'heures supplémentaires effectuées par les deux employés, la part de prime reçue par Mme Monnet et le montant total de cette prime.

Une coopérative de vente par correspondance décide de répartir une partie des bénéfices de 1989 entre ses employés et ses sociétaires. Les activités de la coopérative sont réparties entre trois départements: Textile - Mobilier - Loisirs. Les résultats de ces trois départements sont donnés par:

Textile: un diagramme en Z qui donne le montant des bénéfices réalisés chaque mois, le montant des bénéfices cumulés et les totaux mobiles des 12 mois (on les calcule en ajoutant au bénéfice du mois les bénéfices des 11 mois précédents).

Mobilier: un tableau donnant les bénéfices mensuels et bénéfices mensuels cumulés pour l'année 1989 ainsi que les bénéfices mensuels de l'année 1988.

Loisirs: un graphique en bandes représentant les bénéfices mensuels de 1989 (en noir) et de 1988 (hachuré).

La coopérative a décidé de redistribuer 50 % du bénéfice total de 1989. Les employés se partageront 30 % de cette somme et les sociétaires 70 %.

1°- Le directeur vous demande de répartir entre les trois départements la somme qui revient aux employés en étudiant les trois modes de partage suivants: -

- Partage proportionnel au bénéfice de chaque département de décembre 1989.
- Partage proportionnel au bénéfice cumulé de 1989 de chaque département.
- Partage proportionnel au total mobile en juillet 1989 de chaque département.

2°- Vous devez calculer la part de 4 sociétaires : Mme Dubois, Mme Dupont, Mr Duchemin et Mr Durand si le partage est fait proportionnellement au montant des achats de chaque sociétaire en 1989. Calculer le montant total des achats effectués après de la coopérative en 1989.

3°- En cette fin d'année 1989, viennent d'avoir lieu les élections des représentants du personnel.

Vous devez calculer le nombre de représentants qu'aura chaque syndicat, sachant que la répartition est faite proportionnellement aux nombres de voix (les nombres de sièges sont arrondis au nombre entier inférieur, les sièges restants sont attribués dans l'ordre des plus forts restes).

ELECTION DES DELEGUES DU PERSONNEL

Inscrits: 1 224 Votants: 1 048 Suffrages exprimés: 1 024

Ont obtenu:

CGT 185 voix
CFDT 286 voix
CFTC 112 voix
FO 293 voix
CGC 148 voix

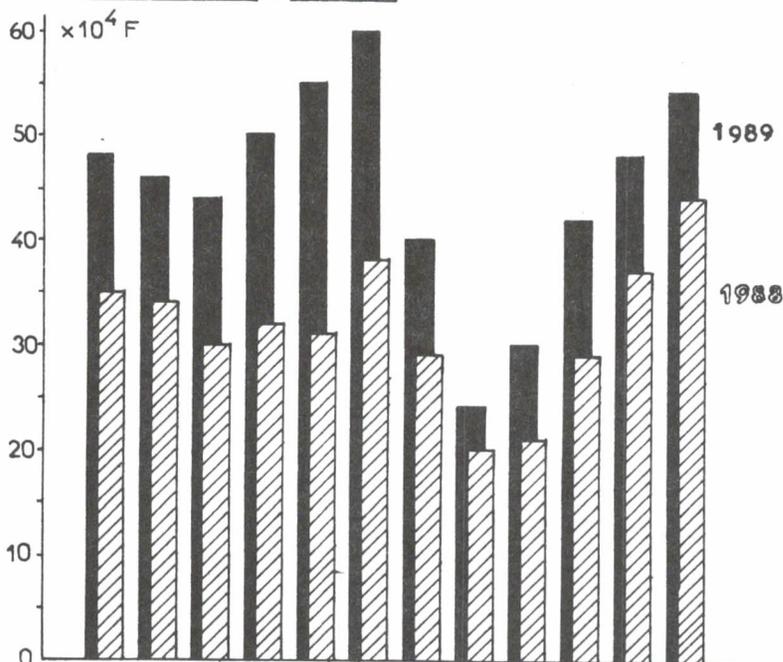
Nombre de sièges à
à pourvoir : 32

DEPARTEMENT MOBILIER (Bénéfices)

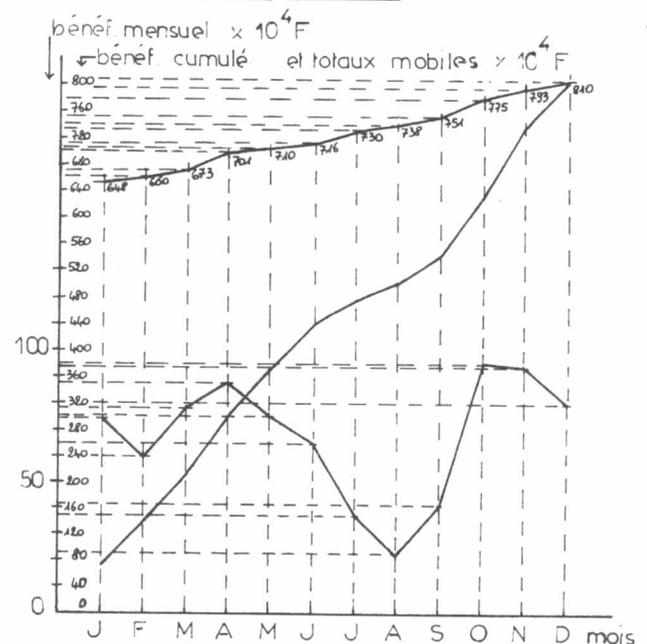
	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Ventes mensuelles 1989	38	32	42	50	48	39	20	6	32	48	52	39
Ventes cumulées 1989	38	70	112	162	210	249	269	275	307	355	407	446
Ventes mensuelles 1988	28	24	30	34	39	27	15	5	22	29	36	27

x 10⁴ F

DEPARTEMENT LOISIRS (Bénéfices)



DEPARTEMENT TEXTILE (Bénéfices)



MONTANT DES ACHATS DES 4 SOCIETAIRES

	Mme DUBOIS	Mme DUPONT	Mr DUCHEMIN	Mr DURAND
Montant des achats en 1989 (F)	26 500	32 000	3 400	8 400

Nombre de sociétaires au 1 / 01 / 1989 : 524 232.

Madame DUBOIS a calculé qu'elle allait toucher 1 626,28 F de plus que Monsieur DURAND.

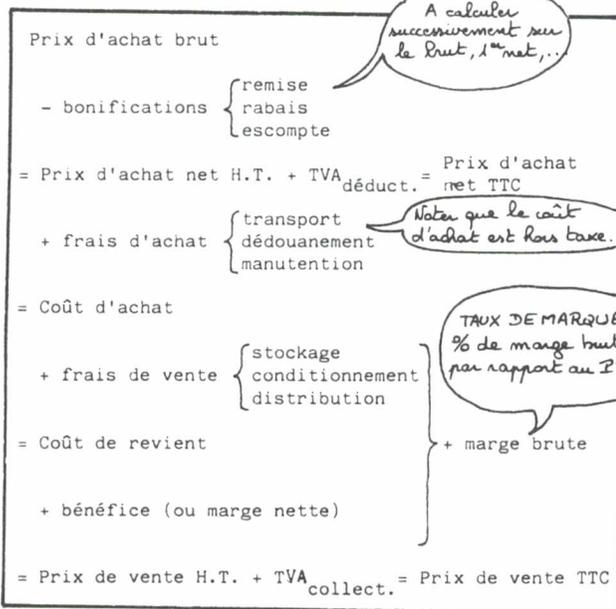
PROBLEME TYPE

Un commerçant achète un lot d'articles à un grossiste pour un montant brut de 12 000 francs. Le grossiste lui accorde un rabais de 12 % et un escompte de règlement de 5,5 %.

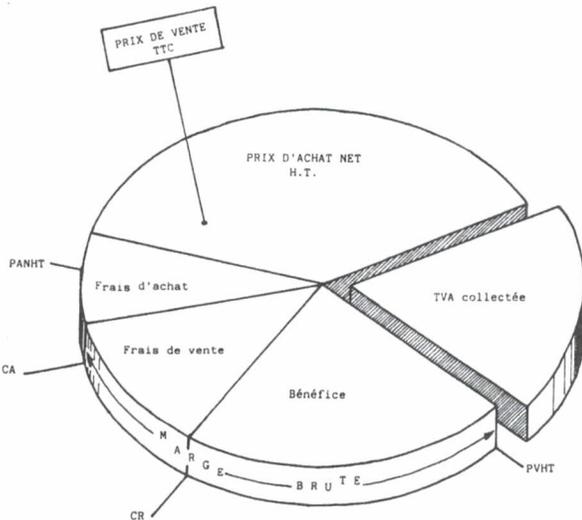
Le commerçant détermine le prix de vente TTC de ce lot en tenant compte de frais d'achat de 15 % du prix d'achat, de frais de vente de 20 % du coût de revient et d'un taux de marque de 45 %. La TVA sur ces articles est au taux de 18,6 %.

Attention: calcul indirect!

Calculer les différents prix et coûts correspondant à ces données. Quel sera le bénéfice du commerçant et quelle TVA devra-t-il verser à l'Etat sur la vente de ce lot?



TVA collectée - TVA déductible = TVA versée



Les tableaux de proportionnalité	La méthode "algébrique"	Les coefficients multiplicateurs
----------------------------------	-------------------------	----------------------------------

Calcul du 1^{er} net puis du prix d'achat net hors taxe:

PAB	Rab.	1 ^{er} net
12000	12	88

$$1^{er} \text{ net} = \frac{12000 \times 88}{100} = 10560 \text{ F}$$

$$1^{er} \text{ net} = 0,88 \times 12000 = 10560 \text{ F}$$

1 ^{er} net	Esc.	PANHT
10560	5,5	94,5

$$\text{PANHT} = \frac{10560 \times 94,5}{100} = 9979,20 \text{ F}$$

$$\text{PANHT} = 0,945 \times 10560 = 9979,20 \text{ F}$$

Calcul de la TVA déductible et du prix d'achat net TTC:

PANHT	TVA	PANTTC
9979,20	18,6	118,6

$$\text{TVA}_d = \frac{9979,20 \times 18,6}{100} = 1856,13 \text{ F}$$

$$\text{TVA}_d = 0,186 \times 9979,20 = 1856,13 \text{ F}$$

$$\text{PANTTC} = \frac{9979,20 \times 118,6}{100} = 11835,33 \text{ F}$$

$$\text{PANTTC} = 1,186 \times 9979,20 = 11835,33 \text{ F}$$

Calcul du coût d'achat:

PANHT	f _a	CA
9979,20	15	115

$$\text{CA} = \frac{9979,20 \times 115}{100} = 11476,08 \text{ F}$$

$$\text{CA} = 1,15 \times 9979,20 = 11476,08 \text{ F}$$

Calcul du coût de revient:

CA	f _v	CR
11476,08	20	100

$$\text{CR} = \frac{11476,08 \times 100}{80} = 14345,10 \text{ F}$$

Soit x le coût de revient:

$$x = 11476,08 + \frac{20x}{100}$$

$$x - \frac{20x}{100} = 11476,08$$

$$0,8x = 11476,08$$

$$x = 14345,10 \text{ F}$$

Calcul du prix de vente hors taxe et du bénéfice.

CA	marge	PVHT
11476,08	45	100

$$\text{PVHT} = \frac{11476,08 \times 100}{55} = 20865,60 \text{ F}$$

Soit x le PVHT:

$$x = 11476,08 + \frac{45x}{100}$$

$$x - \frac{45x}{100} = 11476,08$$

$$0,55x = 11476,08$$

$$x = 20865,60 \text{ F}$$

$$\text{Bénéf} = 20865,60 - 14345,10 = 6520,50 \text{ F}$$

Calcul du prix de vente TTC et de la TVA collectée:

PVHT	TVA	PVTTTC
20865,60	18,6	118,6

$$\text{TVA}_c = \frac{20865,60 \times 18,6}{100} = 3881,00 \text{ F}$$

$$x = 20865,60 \text{ F}$$

$$\text{PVTTTC} = \frac{20865,60 \times 118,6}{100} = 24746,60 \text{ F}$$

$$\text{TVA}_c = 0,186 \times 20865,60 = 3881,00 \text{ F}$$

$$\text{PVTTTC} = 1,186 \times 20865,60 = 24746,60 \text{ F}$$

Calcul de la TVA à verser à l'état:

$$\text{TVA versée} = 3881,00 - 1856,13 \text{ F} = 2024,87 \text{ F}$$

Quelques problèmes classiques

UN COMMERÇANT ...

Un commerçant achète à un grossiste un produit pour un montant net hors taxe de 3610 francs.

1°-Celui-ci lui ayant accordé un rabais de 20% et un escompte de règlement de 5%, retrouver le prix d'achat brut du produit.

2°-Le commerçant détermine le prix de vente du produit en tenant compte de frais d'achat de 15% du prix d'achat, de frais de vente de 20% du coût de revient et d'un taux de marque de 30%. Calculer le bénéfice réalisé.

3°-Pour la vente de ce produit, le commerçant doit verser à l'état 348,10 francs au titre de la TVA. Quel est le taux de TVA utilisé (il s'agit d'un taux fictif) ?

4°-Le mois suivant, le grossiste majore le prix d'achat brut du produit de 8%. Quel sera, dans les mêmes conditions, le nouveau prix de vente TTC du produit chez le commerçant ?

UNE FACTURE A COMPLETER

Compléter la facture suivante. Les calculs se feront au centime près.

N°	Désignation	TVA	Quantité	Prix unitaire	% de remise	Prix unitaire net H.T.	Montant total net H.T.
1	_____	A	-----	-----	4%	45,02	225,10
2	_____	C	-----	12,00	-----	10,80	-----
3	_____	B	10	-----	3%	-----	-----
4	_____	B	-----	79,20	3%	-----	614,56
5	_____	A	-----	8,70	-----	6,53	-----
TVA (A) à 7 %		TVA (B) à 18,6 %		TVA (C) à%		Montant total H.T. 1554,14	
Base	Montant	Base	Montant	Base	Montant	Total TVA -----	
-----	-----	-----	124,85	-----	142,13	NET A PAYER 1847,56	

DES FACTEURS MULTIPLICATEURS

Déterminer le coefficient multiplicateur qu'un commerçant doit appliquer au prix d'achat brut d'un article qu'il achète pour obtenir directement la TVA à verser au fisc sur la vente de ce même article en tenant compte des conditions de vente suivantes: deux réductions successives de 10 % et 5 %, frais d'achat 12 % du prix d'achat net, taux de marque 40 % et taux de TVA 33 1/3 %.

Quelle TVA devra-t-il verser au fisc sur une vente réalisée dans ces conditions de 7840 francs TTC ?

UN AUTRE COMMERÇANT...

Un commerçant achète un lot de 25 articles aux conditions suivantes: Prix unitaire brut: 520,00 francs

Remise sur tranche d'achat de 0 à 5000 francs: 2 % de 5000 à 10000 francs: 5 % supérieure à 10000 francs: 10 %

1°-Compte tenu d'un taux de TVA de 8 %, calculer le prix d'achat net TTC du lot.

2°-Quel est le pourcentage de remise totale ainsi consenti par le fournisseur ?

3°-Le commerçant calcule le prix de vente d'un article en intégrant des frais de transport: 520 km au tarif forfaitaire de 2 francs par kilomètre, des frais d'achat divers évalués à 3 % du prix d'achat, des frais de conditionnement de 4,50 francs par article et des frais de distribution de 12 % du coût de revient. Sachant que le prix de vente TTC d'un article est, dans ces conditions, de 1042,90 francs, calculer le bénéfice escompté par le commerçant sur la vente du lot.

4°-Quel est le taux de marque appliqué par le commerçant ?

5°-Le mois suivant, le commerçant achète un nouveau lot de 30 articles aux mêmes conditions. Quel sera dans ce cas le prix de vente TTC d'un article ?

Equations et fonctions P.

ERREUR DE CALCUL

Un employé doit calculer le prix de vente hors taxe d'un produit dont le coût d'achat est 2850 francs en appliquant un certain taux de marque. Il se trompe et calcule le taux de marque sur le coût d'achat (et non sur le prix de vente hors taxe). La perte due à cette erreur s'élève à 237,50 francs. Quel était le taux de marque à appliquer ?

SEUIL DE RENTABILITE

Un commerçant envisage d'acheter un lot d'articles à 125 francs l'unité. Il compte vendre l'article 157,50 francs hors taxe compte tenu de frais d'achat de 10 % du coût d'achat, de frais de stockage de 1000 francs et de divers frais de vente de 2 % du coût d'achat.

- 1°-Exprimer la **marge nette** du commerçant en fonction du nombre d'articles vendus dans ces conditions.
- 2°-Représenter graphiquement les variations de ce bénéfice pour un nombre d'articles vendus compris entre 0 et 100.
- 3°-Déterminer graphiquement puis calculer le seuil de rentabilité de cette vente.

QUE DE TAUX !

Un détaillant accorde sur un produit coûtant brut 150 francs une remise et un escompte de règlement. Le prix net est alors de 136,77 francs. Sachant que le taux de remise est le double du taux d'escompte, trouver ces deux taux.

POURCENTAGES PAR TRANCHES

Un artisan passe une commande aux conditions suivantes:

jusqu'à 1000 francs: 2,5 % de remise	de 2000 à 5000 francs: 10 % de remise
de 1000 à 2000 francs: 5 % de remise	plus de 5000 francs: 20 % de remise.

- 1°-La commande s'élève à 4500 francs brut. Calculer le montant de la remise accordée à l'artisan.
- 2°-Calculer le prix brut correspondant à une remise totale de 74,45 francs.
- 3°-Représenter sur un graphique les variations de la remise en fonction du montant brut de la commande. (On supposera ce montant compris entre 0 et 6000 francs)

CALCULS DANS LA MARGE

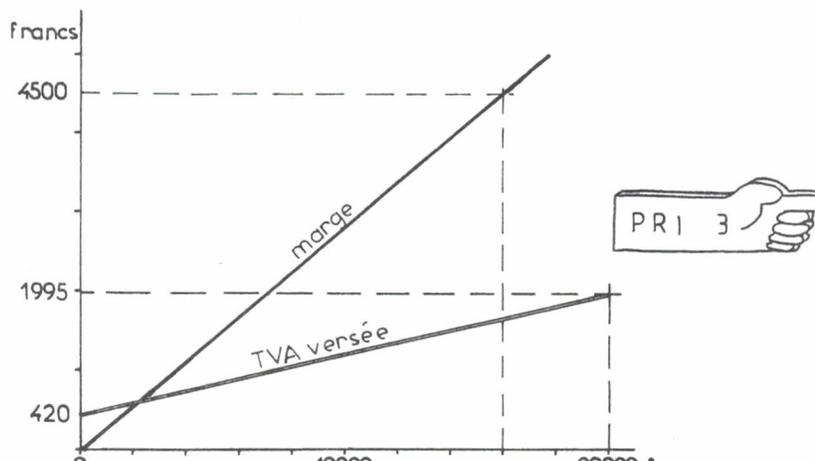
Un commerçant applique, sur le coût d'achat d'un type de produits, un certain coefficient multiplicateur C pour obtenir le prix de vente TTC du produit.

A la suite d'une décision administrative, la marge brute autorisée sur ce type de produits est limitée à 40 % du coût d'achat. Le coefficient multiplicateur C subit de ce fait une chute de 37 %.

Quel était le taux de marque appliqué par le commerçant (TVA 18,6 %) ?

HARD !

Le graphique ci-contre représente les variations de la marge brute et de la TVA à verser au fisc en fonction du chiffre d'affaire du commerçant (PVTTC). En supposant qu'il ne vend qu'un type d'article, c'est à dire taux de TVA unique, qu'il applique un taux de marque constant et que les frais d'achat sont fixes, calculer le taux de marque, le montant des frais fixes et le taux de TVA.



Un commerçant, dont on suppose qu'il ne vend qu'un type de produit, doit renouveler son stock d'articles que l'on appellera "A" pour le prochain mois.

I. R H E M S
34, rue de L'Oraine
15004 ST REMY

TOUT ARTICLE ET PRODUIT DERIVE.
Le meilleur article au meilleur prix.

St Remy le 9 janvier

Monsieur

Suite à votre lettre du 7 courant, nous vous proposons les conditions suivantes:

- articles "A" (1^{er} choix): 160 F l'unité hors taxe, remise de 5 % pour une commande inférieure à 100 pièces et de 20 % dans le cas contraire.
- articles "A" (2^{ème} choix): 145 F l'unité hors taxe, rebais forfaitaire de 15 % couvrant des éventuelles malfaçons.

Le paiement est à 20 jours, la TVA est au taux de 18,6 % et le transport est à votre charge.

Dans l'attente de votre commande, nous vous adressons nos respectueuses salutations.

E.....+

LES CONDITIONS DE L'ACHAT :

Le fac-similé ci-contre présente l'offre de prix proposé par son fournisseur habituel. Seuls, les articles de 1^{er} choix intéressent le commerçant.

Celui ci évalue les frais d'achat de son stock mensuel de la façon suivante:

Amortissement de l'achat du véhicule, entretien, carburant, divers frais..... 5200 F par mois.

Emballage et arrimage des articles, manutention 8 % du prix d'achat net hors taxe total.

LES CONDITIONS DE LA VENTE :

Les frais de vente sont calculés de la façon suivante:

Frais de fonctionnement: location du magasin, salaire et cotisations sociales 14500 F mensuels.

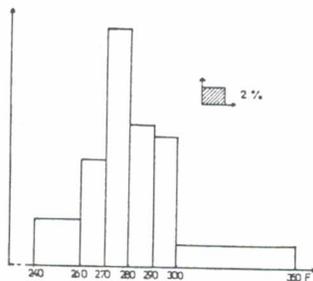
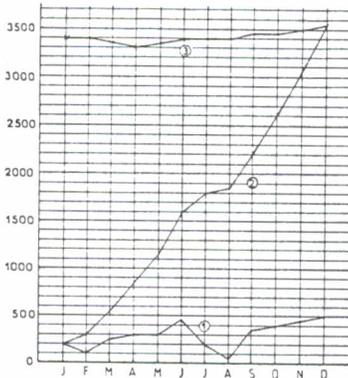
Frais proportionnels: conditionnement des articles à la vente, stockage en magasin 5 % du coût d'achat total.

Frais de publicité dans le journal local: 5600 F par mois.

Le graphique en Z ci-contre représente les ventes du commerçant pour l'année précédente (1) ainsi que les ventes cumulées sur l'année (2) et les totaux mobiles (3).

L'histogramme représente la fréquence des prix relevés dans la région pour les articles de type "A" de 1^{er} choix (prix TTC).

On supposera, dans le problème qui suit, que le commerçant pratique un prix de vente TTC unitaire correspondant au mode de cette série.



1°- En se basant sur le montant des ventes de Février des deux années précédentes, calculer le résultat net dégagé par la vente des articles (on suppose qu'il vend tous les articles qu'il a acheté).

2°- En se basant sur les ventes d'octobre, quel serait, dans les mêmes conditions, le résultat net ?

3°- Représenter graphiquement les variations du résultat net R en fonction du nombre d'articles vendus x.

(x variant de 0 à 500)

Méthodes au choix: - Exprimer le résultat R en fonction de x. Etudier et représenter graphiquement la fonction obtenue.

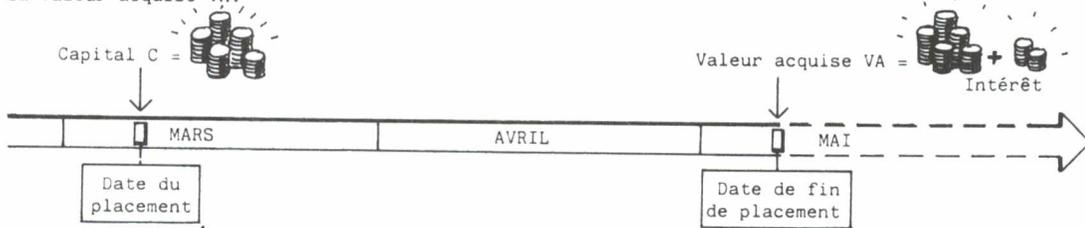
- Tracer la courbe point par point en utilisant une calculatrice programmable ou un ordinateur (en basic ou avec Multiplan).

4°- Quel est, graphiquement, le seuil de rentabilité de ce commerce ?



INTERETS SIMPLES

Un capital C est placé (ou prêté) à un taux annuel de t % pendant une durée de n jours, m mois ou a années. L'intérêt I est calculé proportionnellement au capital, au taux et à la durée. Il s'ajoute au capital pour former la valeur acquise VA.

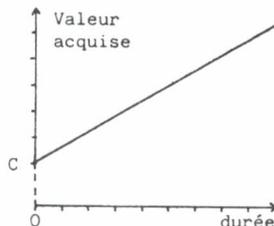
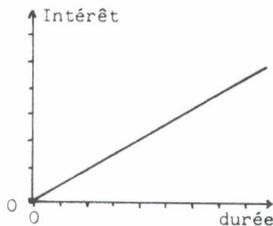


Formules utilisées:

$$L'intérêt : I = \begin{cases} \frac{C t n}{36000} \\ \frac{C t m}{1200} \\ \frac{C t a}{100} \end{cases}$$

$$La\ valeur\ acquise : VA = C + I = \begin{cases} C + \frac{C t n}{36000} \\ C + \frac{C t m}{1200} \\ C + \frac{C t a}{100} \end{cases}$$

Représentations graphiques en fonction de la durée du placement:



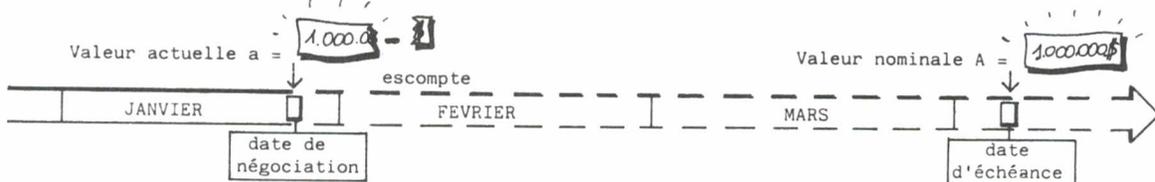
Le taux moyen de placement:

Soit plusieurs capitaux C_1, C_2, C_3, \dots placés à des taux différents t_1, t_2, t_3, \dots pendant des durées n_1, n_2, n_3, \dots . Le taux unique auquel il faudrait placer ces capitaux pour obtenir le même intérêt total s'appelle taux moyen de placement:

$$T = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i}$$

ESCOMPTE ET EQUIVALENCE

Un effet de commerce de valeur nominale A est escompté n jours, m mois ou a années avant son échéance. La banque retient un escompte E proportionnel au nominal, au taux d'escompte t et à la durée. La somme restante est appelée valeur actuelle de l'effet a.



Formules utilisées:

$$L'escompte : E = \begin{cases} \frac{A t n}{36000} \\ \frac{A t m}{1200} \\ \frac{A t a}{100} \end{cases}$$

$$La\ valeur\ actuelle : a = A - E = \begin{cases} A - \frac{A t n}{36000} \\ A - \frac{A t m}{1200} \\ A - \frac{A t a}{100} \end{cases}$$

Les éléments de l'agio:

$$Escompte = \frac{A t n}{36000}$$

$$Commission\ d'endos = \frac{A t' n}{36000}$$

Commissions fixes = constante

TVA sur les commissions fixes

$$Agio = Escompte + endos + com. fixes + TVA$$

Equivalence des effets:

Deux effets (ou groupes d'effets) sont équivalents à une certaine date si, à cette date, ils ont la même valeur actuelle.

effets A équivalents effets B

$$\sum a_i = \sum b_i$$

$$A_1 \frac{t_1 n_1}{36000} + A_2 \frac{t_2 n_2}{36000} + \dots = B_1 \frac{t_1 n_1}{36000} + B_2 \frac{t_2 n_2}{36000} + \dots$$

Echéance moyenne:

Soit plusieurs effets A_1, A_2, A_3, \dots . L'échéance moyenne de ces effets correspond à l'échéance d'un effet unique de nominal $A_1 + A_2 + A_3$ équivalent à ce groupe:

$$N = \frac{\sum A_i n_i}{\sum A_i}$$

Elle est indépendante du taux d'escompte et de la date de l'équivalence.

COMPLÉTER LE TABLEAU

C	I	t ann.	durée	VA
1 200 F		6	56 jours	
	250 F	8	24 mois	
4 400 F		5,5	jours	4 800 F
	360 F		2 ans	4 110 F
		4,5	120 jours	3 045 F

LA CAISSE D'ÉPARGNE

Le 1^{er} janvier, M. Jean Tasse ouvre un compte dans une caisse d'épargne. En étudiant les mouvements de son compte, calculer la somme dont il disposera le 31 décembre de la même année.

1^{er} janvier: versement 1 000 F

25 janvier: versement 500 F

10 février: versement 650 F

29 avril: versement 2 500 F

17 mai: retrait 1 200 F

1^{er} juin: versement 2 400 F

5 juillet: retrait 25500 F

18 octobre: versement 1 500 F

20 décembre: retrait 1 800 F

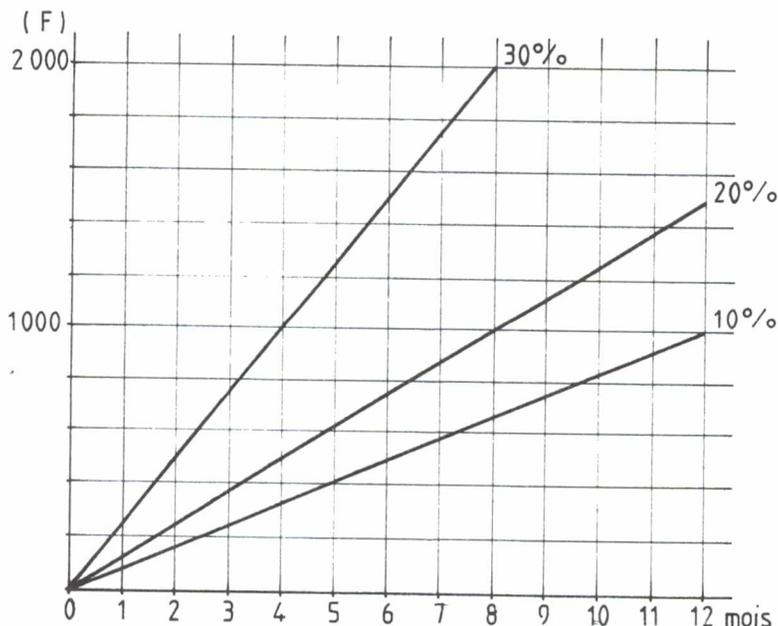
Taux de 4,5 % l'an (intérêts simples: on ne capitalise les intérêts qu'à la fin)

LES VOITURES NEUVES

Afin de financer l'achat d'une automobile qui vaudra environ 80 000 F dans 4 ans, M. Dupont décide de placer 63 500 F à 6,5 % l'an. Au bout de 4 ans, il est en possession de 80 010 F.

Combien devra placer M. Dupont dans les mêmes conditions pour financer une voiture qui vaudra 95 000 F dans 4 ans ? (déterminer une méthode indépendante des formules d'intérêts)

ABAQUE D'INTERETS



Le graphique ci-contre représente les variations des intérêts pour des taux de placement de 10 %, 20 % et 30 %.

1° Sur quel capital sont calculés ces intérêts ?

2° Tracer les droites correspondant à des taux de 5 %, 15 % et 25 %.

3° Utiliser cette abaque pour répondre aux questions suivantes:

- Quel est l'intérêt produit par un capital de 10000F placé à 15 % pendant 8 mois ?
- A quel taux obtient-on 1500F d'intérêts en 9 mois avec un capital de 10000F ?
- En combien de temps obtient-on 250F d'intérêts à 5 % avec un capital de 20 000F ?
- Quel capital permet d'obtenir 3750F d'intérêts en 6 mois à 25 % ?

Problèmes (Intérêts simples)

LE BAS DE LAINE

Afin de se constituer un pécule, deux personnes décident, à partir du 1^{er} janvier de mettre 1 000 F de côté chaque premier du mois. La première personne place cet argent dans son armoire sous une pile de draps. La seconde place chaque versement à sa banque au taux de 7,5 % l'an.

L'inflation au cours de l'année étant de 3,6 %, calculer la différence entre les deux sommes possédées au 31 décembre :

- sans tenir compte de l'inflation.
- en tenant compte de l'inflation.

LES MENTEURS

Trois personnes qui travaillent dans la même entreprise, se partagent une partie des bénéfices de l'année, soit 42 000 F, proportionnellement à leur ancienneté dans la maison, respectivement 15, 14 et 13 ans.

La première prête la somme obtenue pendant 2 ans à un membre de sa famille sans intérêts.

La deuxième trouve, pour sa part, un placement à 9 % sur deux ans.

La troisième place la somme qui lui revient un an à 6,5 % puis placera la valeur acquise ainsi obtenue à 8,5 % pendant une autre année.

La première personne dit: " j'aurai plus d'argent que vous dans deux ans."

La deuxième dit: " Non! c'est moi qui aurai la plus forte somme."

Et la troisième: " Je n'aurai pas la plus grosse somme mais je n'aurai pas non plus la plus petite."

En représentant graphiquement les valeurs acquises par les trois compères, indiquer qui a menti et qui a dit vrai.

L'HERITIER

M. GOUPIL vient d'hériter. Prévoyant, il décide de placer 50 000 F à la Banque E.Routh. Au bout de deux ans, il apprend qu'il peut trouver un taux plus avantageux à la Banque A.Bonnot. Il y place donc la valeur acquise par son placement précédent à un taux supérieur de 3 points à celui de la Banque E.Routh.

Au bout d'un an de ce placement il a récupéré un intérêt de 5040 F. Calculer les taux pratiqués par les deux banques.

LE CONSEILLER FINANCIER

Vous travaillez dans une banque qui s'occupe notamment de trouver des placements avantageux pour les capitaux de ses clients. Le directeur du service vous demande de placer 60 000 F pour le compte de M.P.KS00 de Londres.

Vous avez trouvé les placements suivants:

- 25 000 F à 6 % pendant 250 jours
- 15 000 F à 7,5 % pendant 9 mois
- 20 000 F à 8,5 % pendant 1 an

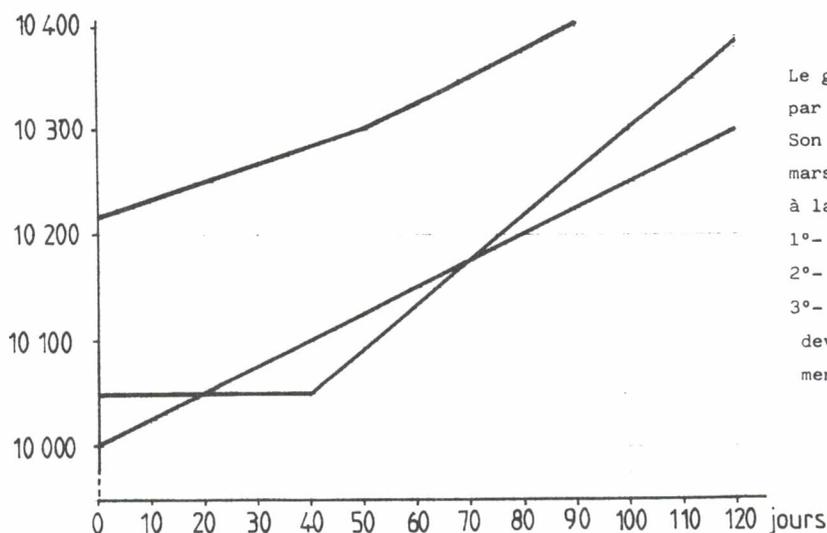
L'une de vos collègues qui travaille sur le même dossier, propose les placements suivants:

- 15 000 F à 7 % pendant 9 mois
- 27 000 F à 6,5 % pendant 200 jours
- 13 000 F à 7,5 % pendant 18 mois
- 5 000 F à 9,1 % pendant 180 jours

M P.KS00 décide de suivre vos propositions.

A-t-il raison ? (Calculer le taux moyen des deux séries de placement)

GRAPHIQUE



Le graphique ci-contre représente les placements effectués par un épargnant dans plusieurs banques. Son premier placement (A) de 10 000 F a été effectué le 15 mars de cette année. Son second placement (B) s'est effectué à la même date et le troisième (C) 40 jours plus tard.

- 1°- Quels sont les taux des placements (A) et (C)?
- 2°- Expliquer les variations du placement (B).
- 3°- A quelle date la valeur acquise par le placement (C) deviendra-t-elle supérieure à celle des deux autres placements?

EQUA 1 Une personne effectue le 11 juin de cette année deux placements, l'un de 1800 F à 6 % et l'autre de 3200 F. A l'issue de ces deux placements, la valeur acquise totale s'élève à 5148,50 F. Le taux moyen étant de 7,92 %, calculer :

- a- la date de la fin des placements.
- b- le taux annuel du 2^{ème} placement.

EQUA 2 Un capital de 9000 F est placé à 8 %. Au bout d'un certain temps, on retire le capital et les intérêts pour replacer le tout à 10 %. On obtient ainsi une valeur acquise de 9828 F. Les deux placements successifs ayant eu la même durée, calculer cette durée.

FONC 1 Une personne dispose d'une somme de 20 000 F qu'elle doit placer en deux parties: une partie à 12 % et une autre à 8 %.

- 1°- Représenter graphiquement les variations des intérêts annuels produits par ces deux placements en fonction du montant x du premier capital.
- 2°- En déduire le montant des deux capitaux placés pour que les intérêts produits soient égaux.

FONC 2 Un capital de 9500 F est placé à 12 %. Quatre mois plus tard, un second capital de 12 000 F est placé à 15 %.

- 1°- Exprimer les intérêts I_1 et I_2 produits par ces deux capitaux en fonction de la durée x du premier placement.
- 2°- Représenter graphiquement les deux fonctions obtenues pour une durée maximum de 2 ans.
- 3°- Au bout de combien de temps les intérêts I_1 et I_2 seront-ils égaux?

EQUA 3 Trois capitaux dont la somme s'élève à 37 000 F sont placés, le premier à 9 % pendant 6 mois, le deuxième à 12 % pendant 8 mois et le troisième à 8 % pendant 10 mois. La valeur acquise totale par ces trois capitaux s'élève alors à 39 320 F. Sachant que le premier placement a rapporté 140 F de moins que le second, calculer le montant des trois capitaux.

FONC 3

- 1°- Un capital de 15 000 F est placé à 8,5 % pendant un an. Calculer sa valeur acquise.
- 2°- Le 1^{er} janvier de l'année suivante, les intérêts produits l'année précédente sont capitalisés (c'est à dire ajoutés au capital pour produire des intérêts). Quelle sera la valeur acquise par ce nouveau capital à la fin de l'année?
- 3°- De nouveau, le 1^{er} janvier de l'année suivante, les intérêts sont capitalisés. Quelle sera la valeur acquise en fin d'année?
- 4°- Vérifier ces résultats en appliquant la formule:

VA = valeur acquise par le capital C au bout de n années

C = capital initial

t = taux d'intérêt

n = nombre d'années de placement

$$VA = C \left(1 + \frac{t}{100} \right)^n$$

5°- Compléter le tableau suivant:

Années	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur acqu.										

6°- Représenter graphiquement les variations de cette valeur acquise en fonction du nombre d'années de placement.

7°- Tracer sur le même graphique les variations de la valeur acquise dans le cas où les intérêts ne seraient pas capitalisés.

EQUA 4 Un épargnant place 6 000 F à un certain taux. Ce placement lui rapporte 180 F d'intérêts. Il replace alors le tout pendant 30 jours de plus à un taux supérieur de 1 point. L'intérêt obtenu est alors de 257,50 F. Calculer les taux et les durées des deux placements.

Problèmes (escompte et équiv.)

LEGUMES

Le 1^{er} avril, M.Primeur livre pour 40 000 F de légumes au magasin Megamarché. Celui-ci signe une traite de 40 000 F payable dans 30 jours. Le 5 avril, M.Primeur négocie l'effet auprès de sa banque qui applique un taux d'escompte de 12,5 %. Quelle somme est versée à M.Primeur?

A LA MODE

Le 2 mars, l'usine TEXTILOR d'Epinal livre un lot de vêtements au magasin Supermode de Nancy. Celui-ci signe une traite de 64 000 F payable le 30 avril. Le 10 mars, le magasin Supermode demande un report de l'échéance au 30 mai pour faire face à des difficultés de trésorerie. TEXTILOR accepte.

- a/ Quelle doit être la nouvelle valeur nominale de la traite?
- b/ Afin de régler une facture de matières premières, TEXTILOR négocie auprès de sa banque la traite de Supermode le 15 mars.
Conditions de la banque: taux d'escompte 14 % Taux d'endos 0,60 % Commission de manipulation 30 F H.T.(TVA 18,6 %)
Quelle somme est encaissée par TEXTILOR ?
- c/ Calculer le taux réel de l'escompte pratiqué par la banque.

JOYEUX ANNIVERSAIRE

A l'occasion de son "anniversaire", un grand magasin propose à ses clients les conditions suivantes pour tout achat supérieur à 5 000 F.

- 1^{er} mode de paiement: au comptant avec remise de 5 %
- 2^{ème} mode de paiement: en trois fois sans frais (3 versements égaux dans 1 mois, 2 mois et 3 mois).
- 3^{ème} mode de paiement: 20 % au comptant et 12 traites mensuelles égales.

Pour un achat de 6 300 F et pour un taux d'escompte de 12 %:

- a/ Calculer la valeur nominale des 12 traites. (équivalentes au montant brut de la facture)
- b/ Quel est, pour le client, le mode de paiement le plus avantageux?

DIFFICULTES DE TRESORERIE (et de calcul!)

Afin de faire face à des difficultés momentanées de trésorerie, l'entreprise Solor obtient de sa banque une avance de 120 000 F remboursable par mensualités de 10 000 F, la première échéant un mois après le prêt. Le taux est de 14,4 %.

- a/ Calculer le nombre de mensualités. (on rappelle: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(1+n)n}{2}$)
- b/ Arrondir la solution trouvée au nombre entier inférieur puis calculer le montant du dernier remboursement pour qu'il y ait effectivement équivalence avec le montant du prêt.

HISTOIRE DE TAUX

M.Senzun, client de la Banque A.Bonneau doit rembourser 10 traites mensuelles de 1 500 F chacune, la première échéant le 1^{er} mars. Le 1^{er} février, il se rend à sa banque afin de savoir s'il lui est possible de remplacer les 10 traites par un versement unique de 15 000 F et à quelle date le versement devra avoir lieu pour qu'il y ait équivalence.

La banque lui annonce que cela est possible et calcule la date à laquelle il devra verser 15 000 F (taux pratiqué: 12 %).

M.Senzun demande à réfléchir.

Le 1^{er} mars, il retourne à sa banque et demande le remplacement des 10 traites par un versement unique de 15 000 F. Le taux est maintenant de 15 % suite à un relèvement du taux de base de la Banque de France.

M.Senzun a-t-il fait une mauvaise affaire en réfléchissant pendant un mois ?

L'industriel, le banquier et le marchand

Le 1^{er} mars, un industriel, M.Walroy, accepte une traite de 50 000 F échéant le 30 juin de l'hypermarché AROC pour une livraison d'un lot d'articles. Il désire escompter l'effet de commerce et étudie les conditions offertes par trois banques (voir document annexe).

1°- M.Walroy calcule le taux effectif pratiqué par chaque banque en fonction du nombre de jours restant à courir.

Calculer les 3 taux effectifs T_1, T_2, T_3 en fonction du nombre de jours n .

Représenter graphiquement les trois fonctions obtenues ($0 \leq n \leq 360$ jours)

En déduire la banque que doit choisir M.Walroy.

Retrouver le résultat algébriquement.

Quelle somme reçoit finalement M.Walroy ?

2°- M.Walroy veut placer la somme qu'il a obtenue et décide d'acheter des actions auprès de la banque choisie précédemment.

Il acquiert donc 25 actions Saupiquet, 8 actions Perrier et 12 Total CFP.

Combien M.Walroy a-t-il gagné ou perdu le 30 mai ?

a/ par rapport aux 50 000 F initiaux.

b/ par rapport à la valeur nette escomptée.

Les frais de courtage s'appliquent lors de l'achat ou de la vente des actions. (Ne pas tenir compte des frais de garde)

Calculer le taux global du placement.

3°- Si M.Walroy avait placé la valeur nette sur un compte épargne sur livret, quelle somme posséderait-il le 30 mai ?

4°- Si M.Walroy avait attendu l'échéance de la traite de 50 000 F, quelle valeur actuelle aurait-elle ?

a/ en tenant compte du taux global obtenu par son placement.

b/ en tenant compte du taux du compte sur livret.

5°- L'hypermarché AROC a vendu le lot d'articles au bout d'une semaine et a placé la somme récupérée à 9,25 % jusqu'à

l'échéance de la traite (30 mai). Sachant que le magasin pratique un taux de marque de 30 % et que ses frais sont estimés à 14,5 % du prix d'achat, calculer:

le bénéfice réalisé grâce à la vente.

le bénéfice réalisé grâce au placement

le bénéfice total.

6°- Quelle est la moralité de l'histoire ?

SERVICES	CREDIT EUROPEEN	BANQUE LORRAINE	CREDIT POPULAIRE
REMUNERATION DES DEPOTS			
Compte épargne sur livret	4,5 %	4,5 % nets d'impôts	4,50 %
Compte épargne logement	2,75 % nets d'impôts	2,75 % nets d'impôts	3,25 % nets d'impôts
Bons d'épargne (taux actuariel brut)	8,25 % sur 5 ans	8,50 % sur 4 ans	7,75 % sur 5 ans
CREDITS			
Découvert occasionnel	17,90 %	17 %	16,5 %
Prêt personnel	14 % + frais de dossiers de 120 F si < 10 000 F et 240 F si ≥ 10 000 F	14,25 % + frais de dossier 0,85 %	13,8 % + frais fixes de 120 F
ESCOMPTE EFFETS DE COM.			
Taux d'escompte	12 %	12,6 %	13,3 %
Commission d'endos	0,6 %	0,60 %	0,60 %
commissions	0,50 %	0,40 %	fixe 55 F par effet
TITRES ET BOURSE			
Droits de garde	Cotisation semestrielle 1,25 % de la valeur + 6 F par ligne	Cotisation annuelle 2,5 % de la valeur + 5 F par ligne	Cotisation annuelle 1,5 % de la valeur + 5,75 F par ligne
Frais de courtage	1,3 %	2 %	1,5 %

Bourse du 1^{er} mars

VALEURS	Cours précéd.	Premier cours	Dernier cours	% + -
Salomon	2925	2990	2930	+ 0 17
Salvepar	595			
Sarnoff	1110	1103	1111	+ 0 09
S.A.T.	1610	1584	1581	- 1 90
Sau-Chât (H)	324	315	317	- 2 16
Saupiquet (Ha)	1009			
Schneider	944	935	940	- 0 42
S.C.O.A.	52 40	45 80	43 60	+ 2 35
S.C.R.E.G.	1110	1100	1148	+ 3 42
Seb	1090	1080	1085	- 0 46
Sefmag	515	510	519	+ 0 78
Sextant A.	644	620	625	- 2 95
S.F.I.M.	1649	1670	1650	+ 0 06
S.G.E.	247	248 90	254 10	+ 2 87
Silco	839	838	836	- 0 38
Simco	610	610	610	
St. Rosegnol	1108	1150	1060	- 4 33
Silgox	905	902	910	+ 0 55
Société Génér.	532	528	532	
Sodisco	141			
Sodero (Ha)	173			
Sodesho	751	750	749	- 0 27
Sogenal (Ny)	98			
Sogepre	460	453 10	460	
Somm-Alib.	2808	2801	2810	+ 0 08
Source Perrier	1875	1892	1920	+ 2 40
Sovac	774	775	777	+ 0 39
Spa-Batignol	735	735	738	+ 0 54
Stratfor	1200	1212	1208	+ 0 50
Suez	483 80	455	454	+ 0 04
Synthelabo	440	439 50	440	
Thomson-C.S.F.	148	149 50	153	+ 3 38
Total (CFP)	577	575	577	
Truffaut (Fin.)	108 10	105 50	106 90	+ 0 75
U.F.B.-Locab.	409	406	407	- 0 49
U.F.B.-Locab.	467	468	465	- 0 43
U.I.C.	1092	1100	1091	- 0 09
U.I.F.	704	691	691	- 1 85
U.I.S.	1020	1010	1030	+ 0 98
U.C.B.	745	755	746	+ 0 41
Unibel	900	880	890	- 1 11
Valis	843	832	840	- 0 36
Vallourec	483	485	499 10	+ 3 33
Via Banque	417	421	405 10	- 2 85
Zodiac	1383	1414	1440	+ 4 12
ER-Cabon	1090	1065	1070	- 1 83
Amox Inc.	133	138 30	138 30	+ 3 98
Amer. Express	185 10	186	186	+ 0 49
Amer. Teleph.	280	255	258	- 0 77
Anglo Amer. C.	181 90	174	179	- 1 38
Amgard	589	589	588	
Banco Santander	300	300	299 90	- 0 03
BASF (Akt)	960	973	973	+ 1 35
Bayer	990	993	994	+ 0 40
Bullfinch	118	115 90	117 80	- 0 08
Chase Manh.	197	200 50	200 50	+ 1 78
Echo Bay Mines	115 50	113 20	113 20	- 1 99

Bourse du 30 mai

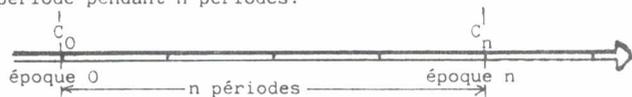
VALEURS	Cours précéd.	Premier cours	Dernier cours
Salomon	2830	2880	2795
Salvepar	586	582	582
Sarnoff	1054	1050	1069
S.A.T.	1501	1500	1486
Sau-Chât (H)	327	334	332 80
Saupiquet (Ha)	1486	1500	1500
Schneider	894	890	884
S.C.O.A.	43 30	44	43 20
S.C.R.E.G.	1101	1103	1103
Seb	1041	1050	1040
Sefmag	520	518	518
Sextant A.	580	575	576
S.F.I.M.	1439	1450	1449
S.G.E.	251	252	256
Silco	830	830	830
Simco	602	601	600
St. Rosegnol	1040	1040	1040
Silgox	921	921	921
Société Génér.	548	548	549
Sodisco	143	142	142
Sodero (Ha)	170	171	171
Sodesho	708	707	715
Sogenal (Ny)	99	100	102
Sogepre	523	523	529
Somm-Alib.	2299	2306	2345
Source Perrier	1892	1888	1886
Sovac	875	875	875
Spa-Batignol	728	721	736
Stratfor	1234	1206	1247
Suez	450	450	449 80
Synthelabo	459 80	467 20	460
Thomson-C.S.F.	137 50	139	143
Total (CFP)	584	582	587
Truffaut (Fin.)	103	104 90	104 70
U.F.B.-Locab.	410 50	415	410
U.F.B.-Locab.	415	438	440
U.I.C.	1110	1123	1106
U.I.F.	690	675	675
U.I.S.	997	997	997
U.C.B.	728	728	728 10
Unibel	910	905	910
Valis	716	716	712
Vallourec	425	420	423
Via Banque	382	380	380
Zodiac	1396	1400	1400
ER-Cabon	1206	1201	1200
Amox Inc.	132 80	138	138 10
Amer. Express	186 20	172 10	172 10
Amer. Teleph.	221 50	225 60	226 50
Anglo Amer. C.	253	243	250
Amgard	716	708	708
Banco Santander	284	284	284
BASF (Akt)	1056	1056	1056
Bayer	1088	1088	1088
Bullfinch	118 50	118 50	118 50
Chase Manh.	172	171	171
Echo Bay Mines	118	111	111

Il y a "Intérêts composés" lorsque, à la fin de chaque période de placement (quinzaine, mois, année, ...), l'intérêt de la période est incorporé au capital pour le calcul de l'intérêt de la période suivante.

VALEUR D'UN CAPITAL

CAPITALISATION

On place un capital C_0 à intérêts composés de $T\%$ la période pendant n périodes:

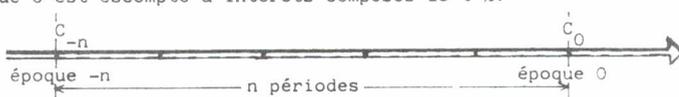


On appelle C_n la valeur acquise par le capital C_0 à la fin de la n ème période de placement:

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$$

ACTUALISATION

Un effet de commerce de valeur nominale C_0 à échéance à l'époque 0 est escompté à intérêts composés de $t\%$:



Soit C_{-n} la valeur actuelle de l'effet, n périodes avant son échéance:

$$C_{-n} = C_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^{-n}$$

GENERALISATION

Soit un capital de valeur C_0 à l'époque 0 (début du placement ou échéance de l'effet). Sa valeur à l'époque n est donnée par la formule:

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \text{ avec } n \in \mathbb{Z} \text{ et } i = \frac{t}{100}$$

Si n est positif, il y a capitalisation et si n est négatif, il y a actualisation.

TAUX EQUIVALENTS

Soit i le taux pour une période de $1/k$ ième d'année ($k=12$ pour un taux mensuel, $k=4$ pour un taux trimestriel, ...).

On calcule le taux équivalent i' pour une période de $1/k'$ ième d'année grâce à la formule:

$$i' = (1 + i)^{k/k'} - 1$$

EQUIVALENCE DES CAPITAUX A INTERETS COMPOSES

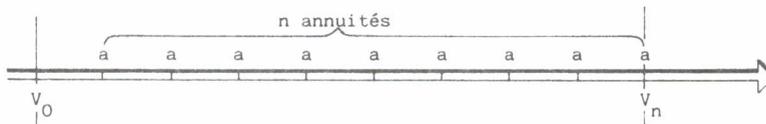
Deux capitaux C_0 et C'_0 sont équivalents s'ils ont la même valeur (acquise ou actuelle).

$$C_0 (1 + i)^n = C'_0 (1 + i)^{n'}$$

L'équivalence est indépendante de la date. Si deux capitaux sont équivalents à une certaine époque, ils seront équivalents à n'importe quelle époque.

LES ANNUITES

On appelle annuité (a) toute somme payable à intervalles de temps réguliers (versement pour une assurance vie, remboursement d'emprunts, ...).



ACTUALISATION DE n ANNUITES

La valeur actuelle V_0 de n annuités, une période avant le versement de la première annuité, est donnée par la formule suivante:

$$V_0 = a \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

CAPITALISATION DE n ANNUITES

La valeur acquise V_n par n annuités au moment du versement de la dernière annuité est donnée par la formule:

$$V_n = a \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

EMPRUNT INDIVIS

Le capital est emprunté à un seul prêteur. Les remboursements sont constants. Le capital emprunté est égal à la valeur actuelle V_0 des n annuités de remboursement.

Capital emprunté: $V_0 = a \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$

Montant des remboursements: $a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

TABLEAU D'AMORTISSEMENT DE L'EMPRUNT INDIVIS

Période	Capital au début de période	Intérêt sur la période	Amortissement	Annuité
1	$C_1 = V_0$	$I_1 = C_1 i$	$A_1 = a - I_1$	a
2	$C_2 = C_1 - A_1$	$I_2 = C_2 i$	$A_2 = a - I_2$	a
3	$C_3 = C_2 - A_2$
...
n	$C_n = C_{n-1} - A_{n-1}$...	$A_n = C_n$	a

La dernière annuité peut être ajustée à: $C_n + I_n$

n	t ₀ /%	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5
1	1.020000	1.025000	1.030000	1.035000	1.040000	1.045000	1.050000	1.055000	1.060000	1.065000	1.070000	1.075000	1.080000	1.085000	1.090000	1.095000	1.100000
2	1.040466	1.046220	1.052000	1.057800	1.063600	1.069400	1.075200	1.081000	1.086800	1.092600	1.098400	1.104200	1.110000	1.115800	1.121600	1.127400	1.133200
3	1.061210	1.067890	1.074600	1.081300	1.088000	1.094700	1.101400	1.108100	1.114800	1.121500	1.128200	1.134900	1.141600	1.148300	1.155000	1.161700	1.168400
4	1.082470	1.109410	1.136350	1.163290	1.190230	1.217170	1.244110	1.271050	1.297990	1.324930	1.351870	1.378810	1.405750	1.432690	1.459630	1.486570	1.513510
5	1.104080	1.131410	1.158740	1.186070	1.213400	1.240730	1.268060	1.295390	1.322720	1.350050	1.377380	1.404710	1.432040	1.459370	1.486700	1.514030	1.541360
6	1.126160	1.153490	1.180820	1.208150	1.235480	1.262810	1.290140	1.317470	1.344800	1.372130	1.399460	1.426790	1.454120	1.481450	1.508780	1.536110	1.563440
7	1.148690	1.176020	1.203350	1.230680	1.258010	1.285340	1.312670	1.340000	1.367330	1.394660	1.421990	1.449320	1.476650	1.503980	1.531310	1.558640	1.585970
8	1.171660	1.208860	1.246060	1.283260	1.320460	1.357660	1.394860	1.432060	1.469260	1.506460	1.543660	1.580860	1.618060	1.655260	1.692460	1.729660	1.766860
9	1.195000	1.240860	1.286720	1.332580	1.378440	1.424300	1.470160	1.516020	1.561880	1.607740	1.653600	1.699460	1.745320	1.791180	1.837040	1.882900	1.928760
10	1.219000	1.280860	1.342720	1.404580	1.466440	1.528300	1.590160	1.652020	1.713880	1.775740	1.837600	1.899460	1.961320	2.023180	2.085040	2.146900	2.208760
11	1.243380	1.312080	1.380780	1.449480	1.518180	1.586880	1.655580	1.724280	1.792980	1.861680	1.930380	2.000080	2.068780	2.137480	2.206180	2.274880	2.343580
12	1.268240	1.344890	1.421540	1.498190	1.574840	1.651490	1.728140	1.804790	1.881440	1.958090	2.034740	2.111390	2.188040	2.264690	2.341340	2.417990	2.494640
13	1.293610	1.378510	1.463410	1.548310	1.633210	1.718110	1.803010	1.887910	1.972810	2.057710	2.142610	2.227510	2.312410	2.397310	2.482210	2.567110	2.652010
14	1.319480	1.412970	1.506460	1.599950	1.693440	1.786930	1.880420	1.973910	2.067400	2.160890	2.254380	2.347870	2.441360	2.534850	2.628340	2.721830	2.815320
15	1.345870	1.448290	1.550710	1.653130	1.755550	1.857970	1.960390	2.062810	2.165230	2.267650	2.370070	2.472490	2.574910	2.677330	2.779750	2.882170	2.984590
16	1.372790	1.484500	1.596210	1.707920	1.819630	1.931340	2.043050	2.154760	2.266470	2.378180	2.489890	2.601600	2.713310	2.825020	2.936730	3.048440	3.160150
17	1.400240	1.521610	1.642980	1.764350	1.885720	2.007090	2.128460	2.249830	2.371200	2.492570	2.613940	2.735310	2.856680	2.978050	3.099420	3.220790	3.342160
18	1.428250	1.559550	1.702430	1.857900	2.013370	2.168840	2.324310	2.479780	2.635250	2.790720	2.946190	3.101660	3.257130	3.412600	3.568070	3.723540	3.879010
19	1.456810	1.598640	1.753500	1.922500	2.092500	2.262500	2.432500	2.602500	2.772500	2.942500	3.112500	3.282500	3.452500	3.622500	3.792500	3.962500	4.132500
20	1.485950	1.638610	1.806110	1.989790	2.173470	2.357150	2.540830	2.724510	2.908190	3.091870	3.275550	3.459230	3.642910	3.826590	4.010270	4.193950	4.377630
21	1.515670	1.678570	1.856270	2.039950	2.223630	2.407310	2.590990	2.774670	2.958350	3.142030	3.325710	3.509390	3.693070	3.876750	4.060430	4.244110	4.427790
22	1.545980	1.721560	1.916100	2.115100	2.314100	2.513100	2.712100	2.911100	3.110100	3.309100	3.508100	3.707100	3.906100	4.105100	4.304100	4.503100	4.702100
23	1.576690	1.764600	1.963600	2.206110	2.448620	2.691130	2.933640	3.176150	3.418660	3.661170	3.903680	4.146190	4.388700	4.631210	4.873720	5.116230	5.358740
24	1.608440	1.808720	2.032790	2.283330	2.533870	2.784410	3.034950	3.285490	3.536030	3.786570	4.037110	4.287650	4.538190	4.788730	5.039270	5.289810	5.540350
25	1.640610	1.853930	2.093780	2.363240	2.632700	2.902160	3.171620	3.441080	3.710540	3.980000	4.249460	4.518920	4.788380	5.057840	5.327300	5.596760	5.866220
26	1.673320	1.900280	2.156590	2.445960	2.745330	3.044700	3.344070	3.643440	3.942810	4.242180	4.541550	4.840920	5.140290	5.439660	5.739030	6.038400	6.337770
27	1.706890	1.947790	2.221290	2.531560	2.851830	3.172100	3.492370	3.812640	4.132910	4.453180	4.773450	5.093720	5.413990	5.734260	6.054530	6.374800	6.695070
28	1.741030	1.996480	2.287920	2.620170	2.960440	3.300710	3.640980	3.981250	4.321520	4.661790	5.002060	5.342330	5.682600	6.022870	6.363140	6.703410	7.043680
29	1.775850	2.046400	2.386560	2.711870	3.052140	3.392410	3.732680	4.072950	4.413220	4.753490	5.093760	5.434030	5.774300	6.114570	6.454840	6.795110	7.135380

Valeurs de $(1+i)^n$ pour $i = \frac{t}{100}$ ($2 \leq t \leq 17,5$ et $1 \leq n \leq 29$)

n	t ₀ /%	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5
1	1.100000	1.105000	1.110000	1.115000	1.120000	1.125000	1.130000	1.135000	1.140000	1.145000	1.150000	1.155000	1.160000	1.165000	1.170000	1.175000	1.180000
2	1.210000	1.22103	1.23210	1.24323	1.25440	1.26563	1.27690	1.28823	1.29960	1.31102	1.32250	1.33402	1.34560	1.35723	1.36890	1.38060	1.39233
3	1.331000	1.34923	1.36763	1.38620	1.40493	1.42383	1.44288	1.46207	1.48139	1.50084	1.52042	1.54013	1.56000	1.58000	1.60013	1.62040	1.64080
4	1.46410	1.49090	1.51807	1.54561	1.57352	1.60181	1.63047	1.65952	1.68896	1.71879	1.74901	1.77962	1.81064	1.84206	1.87389	1.90612	1.93885
5	1.61051	1.64745	1.68506	1.72335	1.76234	1.80203	1.84243	1.88356	1.92541	1.96808	2.01156	2.05584	2.10093	2.14683	2.19354	2.24106	2.28939
6	1.77156	1.82043	1.87042	1.92154	1.97382	2.02729	2.08207	2.13816	2.19457	2.25230	2.31135	2.37172	2.43341	2.49642	2.56075	2.62640	2.69337
7	1.94872	2.01157	2.07616	2.14252	2.21068	2.28070	2.35260	2.42639	2.50207	2.57964	2.65910	2.74045	2.82370	2.90885	2.99590	3.08485	3.17570
8	2.14359	2.22279	2.30504	2.38991	2.47596	2.56363	2.65304	2.74420	2.83711	2.93178	3.02821	3.12640	3.22645	3.32836	3.43211	3.53770	3.64505
9	2.35795	2.45618	2.55804	2.66395	2.77308	2.88554	3.00044	3.11778	3.23757	3.35981	3.48450	3.61164	3.74123	3.87336	4.00803	4.14524	4.28500
10	2.59374	2.71408	2.83942	2.96995	3.10564	3.24653	3.39273	3.54434	3.70146	3.86410	4.03234	4.20627	4.38590	4.57123	4.76236	4.95929	5.16202
11	2.85312	2.99906	3.15176	3.31149	3.47854	3.65324	3.83585	4.02675	4.22622	4.43466	4.65239	4.87979	5.11636	5.36250	5.61864	5.88508	6.16202
12	3.13843	3.31396	3.49845	3.69231	3.89597	4.10990	4.33452	4.56936	4.81479	5.07126	5.33925	5.61917	5.91147	6.21650	6.53524	6.86807	7.21540
13	3.45227	3.66193	3.88328	4.11693	4.36397	4.62364	4.89608	5.18179	5.48036	5.79230	6.11813	6.45785	6.81187	7.18060	7.56453	7.96416	8.37999
14	3.79750	4.04643	4.31045	4.59038	4.88710	5.20159	5.53474	5.88765	6.26133	6.65697	7.07571	7.51878	7.98750	8.48327	8.99744	9.53140	10.08543
15	4.17725	4.47430	4.78460	5.11827	5.47585	5.85617	6.25984	6.68728	7.13992	7.61724	8.12083	8.65187	9.21100	9.79080	10.39080	11.01260	11.65660
16	4.59447	4.94079	5.31090	5.70687	6.13038	6.58327	7.06731	7.58462	8.13644	8.72426	9.33950	9.98372	10.65840	11.36400	12.10100	12.87000	13.67260
17	5.05927	5.45957	5.89510	6.36316	6.86662	7.40612	7.98242	8.59685	9.25070	9.94540	10.68240	11.46320	12.28840	13.15960	14.07760	15.03300	16.02740
18	5.57992	6.03283	6.52356	7.04993	7.61693	8.22856	8.88800	9.58850	10.33240	11.12120	11.95640	12.84040	13.77560	14.76340	15.80640	16.90620	18.06440
19	6.11591	6.66628	7.26336	7.91084	8.61274	9.37394	10.19740	11.08700	12.04560	13.07660	14.18360	15.36960	16.63720	17.98920	19.42840	20.95760	22.57960
20	6.72750	7.36674	8.06232	8.82054	9.64627	10.54310	11.52310	12.58860	13.74340	14.99040	16.33240	17.77240	19.31320	20.95840	22.71240	24.57840	26.55840
21	7.40025	8.13969	8.94918	9.83496	10.80380	11.86330	13.02100	14.28610	15.66750	17.16810	18.79240	20.54300	22.42240	24.43400	26.58000	28.86400	31.28800
22	8.14027	8.99436	9.93359	10.96600	12.09230	13.31450	14.63660	16.06260	17.60640	19.27180	21.06300	22.98300	25.03800	27.23200	29.56800	32.04800	34.67600
23	8.95430	9.93877	11.02630	12.22710	13.55230	15.01600	16.62260	18.37800	20.28820	22.35600	24						

Exercices : capitalisation et actualisation

TABLEAUX

Compléter les tableaux suivants (résultats au centime le plus proche):

Capital placé	Taux d'intérêt	durée	Valeur acquise
12 000	8,5 % l'an	10 ans	2 ...
...	4 % mensuel	2 ans	23 069,74
540 000	12 % l'an	...	951 664,50
45 000	...	7 ans	90 520,82

Valeur nominale	Taux d'escompte	Echéance	Valeur actuelle
.....	9,5 % l'an	2 ans	7 923,10
15 000	8 % l'an	3 ans ½	...
10 000	2 % mensuel	...	8 534,90
150 000	...	62 mois	81 621,25

QUEL INTERET ?

Un épargnant effectue un placement à long terme. La cinquième année, il perçoit un intérêt de 26 447,91 F. La sixième année, il perçoit 28 563,74 F d'intérêts. A la fin du placement, il a ainsi acquis un intérêt total de 889 612,60 F.

Quel était le capital placé initialement ? A quel taux annuel a été placé ce capital et pendant combien de temps ?

TAUX EQUIVALENTS

Un capital est placé à intérêts composés de 6 % annuel pendant 5 ans ½. L'intérêt est capitalisé tous les 15 jours. Quel est le montant du capital placé si les intérêts produits par ce placement s'élèvent à 4 171 F ?

ABC

Trois investisseurs A, B et C ont placé des capitaux égaux pendant une durée de 2 ans aux taux respectifs de 6 % annuel, 3 % semestriel et 1,5 mensuel.

1°- Au bout des deux ans, les intérêts produits par les placements de A et de B présentent une différence de 85,90 F.

Calculer le montant des capitaux.

2°- A quel taux annuel C devrait-il placer son capital à intérêts simples pour obtenir en deux ans les mêmes intérêts que précédemment ?

3°- A quel taux semestriel B devrait-il placer son capital pour que les intérêts produits au bout de deux ans soient égaux aux intérêts de C ?

DETTE ET VERSEMENTS

Une personne débitrice de 50 000 F au 30 juin 1992 demande à rembourser sa dette en deux versements, l'un fin 1990 et l'autre fin 1994. Le premier versement s'élevant à 30 000 F et le taux d'escompte en vigueur étant 12 % annuel. Calculer le montant du second versement.

REMBOURSEZ !

Un grossiste en légumes doit faire face à une échéance de 100 000 F dans 3 ans.

1°- On lui propose de régler cette dette par anticipation dans 1 an ½. Il payerait dans ce cas 87 272,28 F. Quel est le taux d'intérêt pratiqué par la banque ?

2° Il a également la possibilité de rembourser en trois versement identiques fin 1^{ère} année, fin 2^{ème} année et fin 3^{ème} année. Quel serait le montant de chaque versement pour un taux de 10 % annuel ?

SECOND DEGRE

Un commerçant remet à sa banque deux effets, l'un de 2200 F à échéance dans 6 mois et l'autre de 3000 à échéance dans 1 an. La banque lui verse 4319 F. Quel est le taux mensuel d'escompte ?

TROIS DETTES

Une personne doit régler trois dettes: 5 000 F dans un an et demi, 12 000 F dans quatre ans et 8 000 F dans 6 ans. Le taux d'escompte est 4 % l'an.

1°- Cette personne peut-elle se libérer en un seul versement de 20 000 ? de 25 000 F ?

Si oui, à quelle époque aurait lieu le versement.

2°- Si elle se libérait au moyen de deux versements, le premier étant le double du second et les échéances respectives dans 3 ans et 5 ans, quelles sommes débourserait-elle ?

OUBLI

Un débiteur doit 15 000 F début mars et 17 500 F début août. Distrayant, il laisse passer la première échéance. Lorsqu'il s'en rend compte, il demande à rembourser ses deux dettes en une seule fois. Il paye alors 32 096 F.

A quel début de mois la personne effectue-t-elle ce paiement (intérêts contractuels de 2 % mensuel) ?

BAC PRO BUREAUTIQUE "B" session 1988

Monsieur Boissier désire investir prochainement :

- dans des travaux de construction pour lesquels il lui faudrait emprunter le 01/07/1988 1 000 000 F remboursables en trois ans et 6 mois à dater du 01/07/1991.

- dans du matériel de garage, pour lequel il lui faudrait emprunter le 01/07/1988 120 000 F remboursables entre le 01/01/89 et le 01/07/91.

Après une communication téléphonique avec le banquier, diverses propositions ont été transmises à monsieur Boissier pour ces deux financements.

Vous devez :

a/ Compléter les tableaux préparés par M.Boissier afin de comparer les différentes solutions de financement proposées par la banque. Vous présenterez donc :

- pour les travaux de construction, le tableau des remboursements.
- pour l'acquisition du matériel, les résultats de l'actualisation des remboursements à la date du 01/07/1988.

b/ Indiquer, pour l'acquisition du matériel de garage, le meilleur des trois modes de remboursement.

(A cet effet, comparer les totaux des tableaux en annexe 1 et 2)

ANNEXE 1

Entretien téléphonique du 30/05/1988 (Propositions du banquier)

Financement des travaux de construction 3 possibilités

1° Un prêt avec remboursements à semestrialités constantes. Le montant de l'échéance est donné par la relation :

$$E = C \frac{t(1+t)^n}{(1+t)^n - 1}$$

E désigne le montant de l'échéance
t désigne le taux par période
n désigne le nombre d'échéances
C désigne le montant du prêt

Le taux par période est égal à 0,05 (5 %); il y a 7 remboursements.

2° Un prêt avec remboursements à semestrialités progressives. Chaque montant d'échéance est calculé à partir de l'échéance précédente par une augmentation de 2,5 %. Le premier remboursement est de 16 050,00 F le 01/01/1989.

3° Un prêt remboursable en 3 fois aux échéances suivantes: le 01/01/1989, le 01/01/1990 et le 01/01/1992. Les trois versements sont respectivement égaux à 30 %, 45 % et 55 % du montant du prêt.

Financement du matériel de garage :

Trois types de remboursement possibles.

Tableau des sommes à rembourser dans les trois cas :

Date	Epoque	Remboursements constants	Remboursements progressifs	Remboursements en 3 échéances
1/1/89	1	23 642,10	22 054,33	26 000,00
1/7/89	2	23 642,10	22 605,68	—
1/1/90	3	23 642,10	23 170,83	54 000,00
1/7/90	4	23 642,10	23 750,10	—
1/1/91	5	23 642,10	24 343,85	—
1/7/91	6	23 642,10	24 952,45	62 400,00
TOTAUX		141 852,60	140 877,24	142 400,00

ANNEXE 2

Tableau pour le financement des travaux de construction

DATE	EPOQUE	REMBOURSEMENTS CONSTANTS	REMBOURSEMENTS PROGRESSIFS	REMBOURSEMENTS EN 3 ECHEANCES
1/1/89	1			
1/7/89	2			
1/1/90	3			
1/7/90	4			
1/1/91	5			
1/7/91	6			
1/1/92	7			

(Réponses données à un centime près par défaut)

Tableau pour le financement du matériel de garage.

Actualiser au 1/07/1988 à un taux de 5 % par période.

DATE	EPOQUE	REMBOURSEMENTS CONSTANTS	REMBOURSEMENTS PROGRESSIFS	REMBOURSEMENTS EN 3 ECHEANCES
1/1/89	1			
1/7/89	2			
1/1/90	3			
1/7/90	4			
1/1/91	5			
1/7/91	6			
TOTAUX				

RECHERCHE DES FORMULES DE V_0 et de V_n (approche des annuités)

Un débiteur rembourse sa dette en n versements mensuels égaux de a francs. On appelle i le taux d'escompte mensuel pour un franc.

1°- Faire un schéma chronologique.

2°- Montrer que, au moment du dernier versement, la valeur acquise C_n de chacun des n versements correspond à un terme d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme, la raison et le nombre de termes en fonction de n, i et a.

3°- Sachant que la somme des n+1 premiers termes d'une suite géométrique est $\sum_{k=0}^n u_k = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$, calculer la valeur acquise totale V_n de ces n versements en fonction de n, i et a.

4°- Application numérique: le débiteur verse 12000 F chaque mois pendant 6 mois. Quelle est la valeur acquise totale de ces versements au moment du dernier versement. Le taux mensuel est 0,8 %.

5°- Déterminer la valeur actuelle V_0 , un mois avant le premier versement, de la valeur acquise totale V_n (calculée dans la question 3) en fonction de n, i et a.

6°- Application numérique: calculer le montant de la dette du débiteur sachant qu'elle correspond à la valeur actuelle des six mensualités de 12000 F.

y^x ou x^y puissance $x^{\text{ième}}$ d'un nombre

Exemple: $3^5 \dots \rightarrow$ $\boxed{3} \boxed{y^x} \boxed{5} \boxed{=} \dots \rightarrow 243$

Compléter le tableau suivant:

a	b	n	m	a^n	b^{-n}	a^{n+m}	$(a+b)^n$	$b^{n/m}$
1,5	2	3	4					
1 500	-300	5	3					
7	9	1/3	0,5					
20	10	-1	10					

$\sqrt[x]{y}$ ou $\text{INV } y^x$ ou $\text{INV } x^y$ ou $\sqrt[y]{x}$ racine $x^{\text{ième}}$ d'un nombre Exemple: $\sqrt[3]{7} \dots \rightarrow$ $\boxed{7} \boxed{\sqrt[x]{y}} \boxed{3} \boxed{=} \dots \rightarrow 1,912$

Résoudre les équations suivantes:

$$a^3 = 1,735 \quad x^{-2} = 0,575 \quad (1+i)^{-7} = 1,0078574 \quad x^{2/3} = 0,0053785 \quad u^{-4/7} - 1 = 0,07$$

\ln ou $\ln x$ logarithme népérien

Exemple: $\ln 3 \dots \rightarrow$ $\boxed{3} \boxed{\ln} \dots \rightarrow 1,098612$

Soit:

$$w = \ln \frac{a}{b} \quad x = \frac{\ln(a+b)}{\ln c} \quad y = \frac{\ln a/b}{\ln(a+b)} \quad z = \frac{\ln(1-a/b)}{\ln(1+c)}$$

Calculer w, x, y et z pour a = 5, b = 7,3 et c = 15.

STO ou $\text{CM } M^+$ ou $x \rightarrow M$ mise d'un nombre en mémoire Exemple: mise de 7 en mémoire $\dots \rightarrow$ $\boxed{7} \boxed{\text{STO}}$

RCL ou RM rappel d'un nombre mis précédemment en mémoire Exemple: rappel de 7 $\dots \rightarrow$ $\boxed{\text{RCL}} \dots \rightarrow 7$

Effectuer les calculs suivants:

$$C_1 = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad C_2 = a \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad C_3 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad C_3 = a \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

1°- pour a = 12 000 et i = 0,00278037

2°- pour a = - 500 et i = 0,12034231

Calculer n = $\frac{\ln(1 - ai'/b)}{\ln(1+i')}$ avec $i' = (1+i)^{n/n'}$ pour a = 200 000, b = 15 000, i = 0,12, n = 1 et n' = 6.

RECHERCHE DE TAUX

En vous fabriquant une table financière donnant les valeurs de $\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ pour les valeurs de n et de i adéquates à l'aide d'un tableur (MULTIPLAN), d'une calculette programmable ou d'un petit utilitaire écrit en BASIC, résoudre les problèmes suivants:

I/ Un prêt de 400 000 F est remboursé par mensualités de 4 235 F sur 20 ans. Quel est le taux de ce crédit ?

II/ L'achat à crédit d'une machine coûte à l'entreprise le triple du prix comptant de l'outil. Quel est le taux annuel du crédit ?

III/ Un retraité a amassé une somme de 1 610 460 F en mettant de côté 500 francs par mois depuis 40 ans. Quel a été le taux moyen de son placement ?

IV/ Un entrepreneur emprunte à sa banque 500 000 F remboursables en fin d'année pendant 12 ans. Le taux du prêt, variable (dépendant du TBB de la Banque de France), est à cette époque de 12 % l'an. Au bout de 6 années de versements, le taux du prêt baisse, ce qui lui fait économiser 380,50 F sur chacune des 6 annuités lui restant à payer. De combien de points le taux du prêt a-t-il baissé ?

UN JEUNE COUPLE

Un jeune couple, désirant acheter une automobile, "met de côté" une somme de 1000 F chaque mois sur un compte au taux de 0,6 % mensuel.

- 1°- De quelle somme disposera le couple au bout de trois ans d'épargne ?
- 2°- Quelle somme minimum devrait-il placer sur le compte pour acheter "cash" dans 2 ans une automobile dont le prix sera d'environ 40000 F ?

L'HERITAGE

A la suite d'un héritage, un jeune garçon de 7 ans reçoit chaque semestre, en juin et en décembre, les dividendes d'un portefeuille immobilier. Il ne peut utiliser cet argent avant sa majorité. Il est donc placé sur un compte rémunéré à 6,25 % l'an.

- 1°- De quelle somme disposera cette personne l'année de ses 18 ans (en décembre) si les revenus immobiliers qu'il reçoit chaque semestre s'élèvent à 15000 F ?
- 2°- A cause d'une mauvaise gestion, les revenus immobiliers du jeune homme, prévus par le testament, disparaissent. Nous sommes en janvier de l'année de ses 15 ans. Quelle somme touchera-t-il à 18 ans ?
- 3°- A quel taux annuel pourrait-il placer l'argent dont il dispose à 15 ans pour ne rien perdre par rapport aux dispositions du testament ?

LE RELEVÉ DE COMPTE

Un salarié, Monsieur DUPUIS, verse chaque mois la même somme sur un compte rémunéré. Sa banque lui envoie régulièrement un relevé de compte dont voici un fac-similé:

RELEVÉ DU COMPTE : 220535 64				CAISSE : 22 05400	
DATE	CODE	OPERATION	DEBIT	CREDIT	VALEUR
31 . 12	056	SOLDE CREDITEUR AU 01/12/89 VIR PERMANENT SOLDE CREDITEUR AU 01/01/90		169 076,74 2 500,00 171 959,41	01.01.90
CAPITALISATION MENSUELLE DES INTERETS TAUX DE REMUNERATION : ***.*** %					
CMA			05600-220535	0/405-31.12	777
32 RUE CUVIER 57000 NANTZ CEDEX 56.35.54.87 R.I.B.: 33877 05400 000220535 56			MR DUPUIS JEAN	93 RUE DU PUIS	75007 PUY-EN-LORRAINE 32

- 1°- Déterminer le taux de rémunération annuel de ce compte.
- 2°- A quelle date monsieur DUPUIS a-t-il effectué son premier versement ?

PREMIER CREDIT

Un commerçant règle des fournitures en 16 versements mensuels de 15000 F. Le contrat prévoit un taux d'intérêt de 6 % annuel et 1^{er} versement dans un mois.

- Quel était le montant de la facture du fournisseur ?
- Quel aurait été le montant de 4 remboursements trimestriels ?
- Un autre grossiste lui proposait des fournitures identiques au même prix mais au taux de 3 %. Combien de mensualités de 15000 F économiserait-il en choisissant ce grossiste ? Calculer, dans ce cas, le montant exact de la dernière mensualité.

AU TABLEAU !

Annuités	Taux i annuel	Taux i' équivalent par période	Nombre d'annuités	Période	Valeur actuelle 1 mois avant le 1er versement	Valeur acquise au moment du dernier versement
1 200	0,085		20	ans		
	0,12		240	mois	350 000	
500		0,0241138		trimestres	10 095	
	0,09	0,007 207	36			500 000
	0,07		6	semestres	13 347	16 351
10 000	0,05		8	2 ans ½		
500			10	ans	2 509	

Les sommes sont arrondies au franc le plus proche.

CHERE MAISON

Une personne achète une maison à crédit. En additionnant les mensualités à payer, elle s'aperçoit que sa maison lui reviendra au double de son prix d'achat. Le TEG du crédit étant 8,25 %, déterminer, en années, la durée du crédit.

HARD !!!

Un industriel achète une machine-outil dont le prix d'achat est 1 500 000 F à l'aide d'un prêt de sa banque sur 5 ans. Celle-ci lui accorde un taux de 11,5 % annuel et les remboursements sont trimestriels (à termes échus). Le temps passe. Le taux brut bancaire étant orienté à la baisse, l'industriel renégocie son prêt et obtient un taux de 9,5 %. Il économise ainsi 1930 F sur chaque trimestrialité restant à payer. Combien de ces trimestrialités lui restait-il à payer au moment de la renégociation ?

TABLEAU D'AMORTISSEMENT

Une entreprise contracte un emprunt de 140 000 F remboursable en 5 annuités constantes. Le taux d'escompte étant de 6 % l'an, construire le tableau d'amortissement de cet emprunt selon le modèle suivant :

Années	Capital restant du début d'année	Intérêts à payer pour l'année	Amortissements	Annuités

Toutes les sommes seront présentées au franc le plus proche.

M.DUPONT

Il y a 4 ans, monsieur Dupont a dû emprunter 120 000 F sur 10 ans pour réparer la toiture de sa maison. Il s'était adressé à deux banques des environs.

1° La banque "A" lui avait proposé un taux de 12,5 %. Quel aurait été dans ce cas le montant de ses remboursements mensuels ?

2° Il a choisi la banque "B", plus avantageuse, dont voici un extrait du tableau d'amortissement :

	Capital	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	120 000,00
2	119 444,91	560,15

a/ Retrouver le taux i mensuel (détailler les calculs).

b/ En déduire le TEG annuel.

c/ Compléter le tableau d'amortissement pour les 6 premiers mois (si la question a/ n'a pas été trouvée, tabler sur un taux annuel de 11,5 %).

3° Hier, monsieur Dupont est retourné à sa banque pour renégocier les conditions de son emprunt. Le banquier lui propose un taux de 9 %. Quel sera le montant des 72 mensualités lui restant à payer ? Quelle somme aura-t-il ainsi économisée en renégociant son prêt ?

SUITE ET AMORTISSEMENT

Date échéance	Capital en début de période	Décomposition de l'échéance		Terme de remboursement (hors cotis. ass. vie)
		Capital	Intérêts	
05 04 1992	17 810,00	1 017,30	211,49	1 228,79
05 07 1992	16 792,70	1 029,38	199,41	1 228,79
05 10 1992	15 763,32	1 041,60	187,19	1 228,79
05 01 1993	14 721,72	1 053,97	174,82	1 228,79
05 04 1993	13 667,75	1 066,49	162,30	1 228,79
05 07 1993	12 601,26	1 079,15	149,64	1 228,79
05 10 1993	11 522,11	1 091,96	136,83	1 228,79
05 01 1994	10 430,15	1 104,93	123,86	1 228,79
05 04 1994	9 325,22	1 118,05	110,74	1 228,79
05 07 1994	8 207,17	1 131,33	97,46	1 228,79
05 10 1994	7 075,84	1 144,76	84,03	1 228,79
05 01 1995	5 931,08	1 158,36	70,43	1 228,79
05 04 1995	4 772,72	1 172,11	56,68	1 228,79
05 07 1995	3 600,61	1 186,03	42,76	1 228,79
05 10 1995	2 414,56	1 200,12	28,67	1 228,79
05 01 1996	1 214,46	1 214,46	14,33	1 228,79

- 1°- Quel est le taux par période i de ce crédit ?
- 2°- Quel est le taux annuel correspondant ?
- 3°- Quel est le montant de l'emprunt ?
- 4°- Calculer le coût total du crédit.
- 5°- Quelles sont, parmi les 4 suites de nombres (colonnes 2,3,4,5), les suites géométriques ? Exprimer dans ce cas la raison q de la suite en fonction de i .

CLASSIQUE

En 1991, l'amortissement d'un emprunt contracté par une entreprise quelques années plus tôt était de 160 118 F. En 1993, l'amortissement pour l'année a été de 200 852 F. L'année suivante la part d'intérêt dans l'échéance s'est élevée à un montant de 129 015 F.

1°- Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt pour les années 1992 et suivantes.

2°- Le capital emprunté était de 2 000 000 F. En quelle année ce prêt avait-il été contracté ?

Un jeune couple envisage la possibilité d'acquérir (ou de faire construire) une maison individuelle. Tous deux travaillent et leur salaire mensuel net est de 18 000 F au 1^{er} janvier 1990. Les deux salaires sont domiciliés à la "BANQUE DU CREDIT DE L'EST".

1°- Début 1985, en janvier, ils ouvrent un compte sur Livret Epargne-Logement sur lequel ils versent chaque mois 1 000 F (au 20 du mois). A partir de 1988, ils versent 1500 F chaque mois.

TRAVAIL A EFFECTUER:

Après avoir pris connaissance des conditions du placement sur Livret (document en annexe),
calculer la somme dont ils disposent au 1^{er} janvier 1990.

2°- En mars 1990, ils trouvent enfin la maison de leur rêve: une vieille demeure de caractère au centre d'un village pittoresque de la région. En tenant compte du prix demandé par le notaire pour cette maison, du montant des travaux à effectuer d'urgence et de la somme qu'ils ont patiemment économisée, ils calculent qu'ils doivent emprunter une somme de 300 000 F. Ils ne désirent pas rembourser plus d'un quart de leur revenu net par mois. Le compte sur Livret leur donne droit à un prêt de la "BANQUE DU CREDIT DE L'EST" à un taux particulièrement avantageux. Le montant du capital pouvant être emprunté est malheureusement limité (voir simulation en annexe). La banque leur propose un prêt complémentaire au taux effectif global de 14,621 % l'an.

TRAVAIL A EFFECTUER:

Calculer le taux annuel du crédit sur Livret Epargne.
En supposant que le couple choisisse ce plan de financement, quelle serait la durée minimum du prêt et à combien s'élèverait la mensualité (prêt principal et complémentaire) ?

3°- Notre couple se renseigne auprès d'une banque spécialisée dans le crédit à la construction (et rénovation): le "CREDIT FONCIER LORRAIN". Cette banque ne prêtant qu'en première hypothèque, le couple doit emprunter la totalité de la somme (300 000 F) à cet organisme. Les remboursements sont trimestriels et constants.

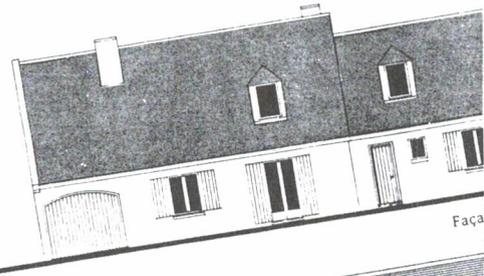
TRAVAIL A EFFECTUER:

En fonction du tableau d'amortissement fourni en annexe, déterminer le taux d'intérêt annuel et la durée du prêt.
Déterminer la dernière ligne du tableau d'amortissement.
Calculer le coût total du crédit.

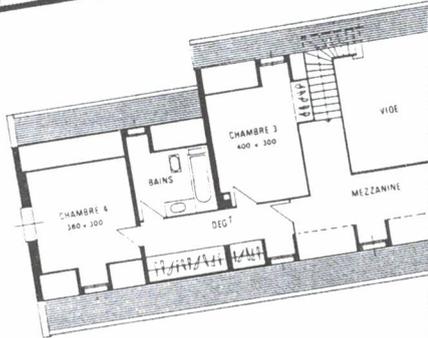
4°- Fin juillet 1996, le couple fait un petit héritage qui lui permet d'envisager le remboursement anticipé de son emprunt au "CREDIT FONCIER LORRAIN". Le contrat de prêt prévoit, en cas de remboursement anticipé, une indemnité de 2 % du montant du capital restant du.

TRAVAIL A EFFECTUER:

Le remboursement s'effectuant le 1^{er} août 1996, calculer la somme à verser par le couple au "CREDIT FONCIER LORRAIN" pour se libérer entièrement de son prêt (on ne tient pas compte des frais de levée d'hypothèque).



Façade



BANQUE DU CREDIT DE L'EST

S.A. au capital de 60.000.000 F - Régie par les articles 732 à 800 de la loi sur les Sociétés Commerciales.
Siège social: 82, rue de Houët - B.P. 1950-57007 NANTZ Cedex 7
RCS Nantz C 500 454 395 - CCP Strashouse 514-32 P

CONDITIONS PARTICULIERES DES COMPTES SUR LIVRET EPARGNE

Taux de rémunération: 4,5 % l'an.

Les valeurs sont appliquées par quinzaine:

- Les crédits portent intérêt à compté du 1^{er} jour (à 0 heure) de la quinzaine suivant le dépôt.
- Les retraits sont passés au débit avec valeur au 1^{er} jour (0 heure) de la quinzaine en cours.

Au 31 décembre de chaque année, les intérêts acquis s'ajoutent au capital et deviennent eux-mêmes productifs d'intérêts.

Plafond du Livret au 1^{er} janvier 1985: 75 000 F.

Les dispositions du présent Règlement d'Epargne sont susceptibles d'être modifiées en fonction de l'évolution de la réglementation fixée par les pouvoirs publics.



CREDIT FONCIER LORRAIN

Délégation régionale Lorraine
Rue de la Ruine - B.P. 1204
54099 NANTZ Cedex 000

ECHEANCIER POUR UN CAPITAL DE 10.000,00 F EMPRUNTES

Année	Echéance	Capital	Intérêts	Amortissements	Charges
1	1	10000,000000	298,835719	96,092033	394,927753
	2	9903,907967	295,964146	98,963606	394,927753
	3	9804,944359	293,006760	101,920993	394,927753
	4	9703,023366	289,960996	104,966756	394,927753
2	5	9598,056610	286,824215	108,103538	394,927753
	6	9489,953072	283,593695	111,334057	394,927753
	7	9378,619014	280,266636	114,661117	394,927753
	8	9263,957888	277,000000	118,000000	394,927753



○	P.T.O.N.K.	EPARGNE LOGEMENT ! PHASE EPARGNE	02/03/90 15:24:13	○			
○	AGL054	RESULTAT DE LA SIMULATION	Q/TRAM	○			
○	22345 05600 000 33098 53	M ME DUPOND EMILE	LIV. XXXX % OUV	○			
○	MONTANT DE L'EPARGNE ... :	78025,60 F.	TAUX DE RENDEMENT MOYEN.: XXXX %	○			
○	- SOIT EN CAPITAL :	70500,00 F.	PART PRIME INCLUSE ... : 0,00 F.	○			
○	- SOIT EN INTERETS :	7525,60 F.	DROIT AU PRET : 0,00 F.	○			
○	** POSSIBILITES DE PRET **				○		
○	DUREE	CAPITAL	MENS.	* DUREE	CAPITAL	MENS.	○
○	2	355460,00	15522,99	* 9	78750,00	889,98	○
○	3	238980,00	7114,24	* 10	70630,00	733,67	○
○	4	179620,00	4100,04	* 11	63980,00	616,98	○
○	5	143570,00	2679,81	* 12	58380,00	526,89	○
○	6	119350,00	1897,28	* 13	53690,00	456,54	○
○	7	101990,00	1420,02	* 14	49630,00	399,98	○
○	8	88970,00	1107,40	* 15	46130,00	354,06	○

Pré-requis: Savoir résoudre graphiquement un système d'inéquations à plusieurs variables.

Savoir étudier une fonction (extremum).

Savoir calculer la dérivée d'une fonction.

L'OPTIMISATION EST LA RECHERCHE DU MAXIMUM OU DU MINIMUM D'UNE FONCTION COMMERCIALE, AFIN D'OBTENIR UN PROFIT MAXIMUM.

Problème à une variable

Notation	Définition	Formule
Q	Quantité produite (ou à produire).	
P	Prix de vente unitaire.	
R	Recette totale ou Revenu.	$R = P \cdot Q$
\bar{R}	Recette moyenne.	$\bar{R} = \frac{R}{Q} = \frac{P \cdot Q}{Q} = P$
R'	Recette marginale: supplément de recette procuré par la vente d'une unité supplémentaire.	$R' = R(Q+1) - R(Q)$ ou dérivée de R(Q) si Q est grand.
C	Coût total (coût de revient).	
\bar{C}	Coût moyen.	$\bar{C} = \frac{C}{Q}$
C'	Coût marginal: supplément à dépenser pour produire une unité supplémentaire.	$C' = C(Q+1) - C(Q)$ ou dérivée de C(Q) si Q est grand.
B	Profit ou résultat (perte ou bénéfice) Le résultat est maximum quand la dérivée B' est nulle. Cela se produit quand le prix de vente unitaire est égal au coût marginal.	$B = R - C = P \cdot Q - C$ $B' = P - C'$ $B' = 0 \Rightarrow P = C'$

Problème à plusieurs variables

Il s'agit de calculer la production qui rendra le profit maximum en tenant compte des contraintes imposées par la fabrication. Ces contraintes se traduisent mathématiquement par des équations et des inéquations qui conduisent à un système. Plusieurs méthodes permettent de résoudre un tel système; nous nous limiterons à la méthode graphique utilisable pour les systèmes à 2 variables.

Résolution d'un problème.

Enoncé: Le lycée Jean Monnet veut équiper une salle informatique avec des ordinateurs type PC et des machines à traitement de texte. Les contraintes sont les suivantes:

- 32 élèves doivent pouvoir travailler simultanément.
- Chaque élève doit travailler 8 heures par jour sur une machine.
- Chaque élève doit passer au moins 4 heures par jour sur un ordinateur et au moins deux heures par jours sur une machine à traitement de texte.
- La salle ne permet pas l'installation de plus de 40 appareils

Calculer le nombre d'ordinateurs et de machines à traitement de texte afin que la dépense soit la plus petite possible. Prix d'un ordinateur: 12 000 F, prix d'une machine à traitement de texte: 15 000 F.

Solution: Appelons x le nombre d'ordinateurs et y celui des machines à traitement de texte.

Contraintes: $x + y \geq 32$ (32 élèves, donc au moins 32 appareils)
 $x + y \leq 40$ (dimension de la salle)

Chaque élève doit travailler au moins 4 heures sur ordinateur $32 \times 4 = 128$

Chaque ordinateur fonctionne 8 heures par jour donc $8x \geq 128$

De même pour le traitement de texte: $8y \geq 64$ ($32 \times 2 = 64$ h)

Le système à résoudre est donc le suivant:

$$\begin{cases} x + y \geq 32 \\ x + y \leq 40 \\ 8x \geq 128 \\ 8y \geq 64 \end{cases}$$

ou en simplifiant:

$$\begin{cases} x + y \geq 32 \\ x + y \leq 40 \\ x \geq 16 \\ y \geq 8 \end{cases}$$



Traçons les droites $D_1: x + y = 32$

$D_2: x + y = 40$

$D_3: x = 16$

$D_4: y = 8$

Les contraintes imposent au point solution de se trouver dans ou sur le quadrilatère ABCD.

La dépense est $D = 12000x + 15000y$.

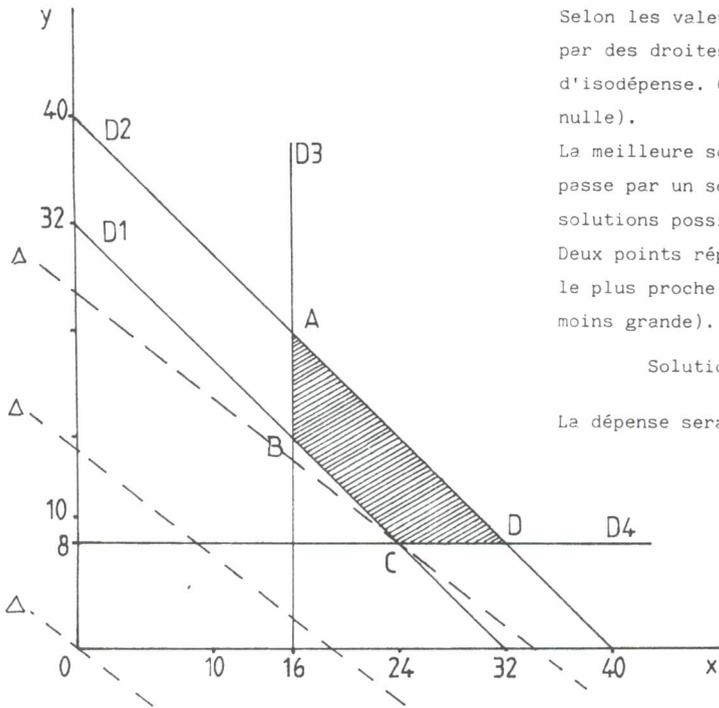
Selon les valeurs de D , cette équation est représentée sur le graphique par des droites parallèles Δ de pente $-\frac{12000}{15000}$ soit $-\frac{4}{5}$ appelées droites d'isodépense. Celle qui passe par 0 a comme équation $y = -\frac{4}{5}x$ (dépense nulle).

La meilleure solution est toujours obtenue quand la droite d'isodépense passe par un sommet du polygone sans autre point dans le domaine des solutions possibles.

Deux points répondent ici à ces conditions: A et C. Le point C étant le plus proche de l'origine, C est donc la meilleure solution (dépense moins grande).

$$\text{Solution c: } \begin{cases} x = 24 \\ y = 8 \end{cases}$$

La dépense sera $24 \times 12000 + 8 \times 15000 = 408000$ F.



LE JOURNAL

Un groupe d'élèves du Lycée Jean Monnet de Dombasle veut faire paraître un journal bimensuel et le vendre aux 400 élèves de l'établissement. Pour déterminer le prix de vente, ils disposent des éléments suivants:

Charges fixes pour chaque numéro: 500 F.

Charges variables (papier + impression): 1 F par numéro.

Ils estiment que le nombre d'acheteurs x sera fonction du prix de vente P selon la formule $x = 400 - 50P$.

Dans quelle fourchette devra se situer le prix de vente afin que les dépenses soient amorties?

Pour quel prix de vente les dépenses seront-elles amorties et le nombre d'acheteurs maximum? Calculer le nombre d'acheteurs. Calculer le prix de vente du numéro pour que le bénéfice soit maximum. Combien y aura-t-il alors d'acheteurs?

DU BON CAFE

Une entreprise d'appareils électroménagers veut commercialiser des cafetières électriques. Le coût de production C dépend de la quantité fabriquée selon la fonction:

$$C(Q) = 0,004Q^2 + 50Q + 10000$$

Le prix de vente est fixé à 540 F.

Calculer la recette totale (on supposera que toute la production est vendue).

Exprimer le bénéfice en fonction de Q .

Pour quelle quantité le bénéfice sera-t-il maximum? Calculer ce bénéfice.

Calculer le coût marginal $C'(Q)$ et le coût moyen \bar{C} pour la quantité qui maximalise le bénéfice.

UNE ENTREPRISE

Une entreprise fabrique un produit dont le coût de production dépend de la quantité produite Q selon la fonction:

$$C(Q) = 0,08Q + 10Q + 1200$$

Le prix de vente du produit varie avec la quantité produite:

$$P(Q) = 200 - 0,05Q$$

Calculer la recette totale correspondant à une quantité fabriquée et vendue Q .

Calculer le bénéfice $B(Q)$.

Pour quelle quantité le coût de production sera-t-il amorti?

Déterminer la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximum.

LES FENETRES

La menuiserie LENE fabrique deux sortes de fenêtres F1 et F2. Elle a besoin de deux machines. Les conditions de fabrication sont les suivantes:

Prix du m³ de bois : 250 F (approvisionnement illimité).

	F1	F2	Capacité mensuelle
Machine 1:	1 heure	2 heures	1200 heures à 120 F.
Machine 2:	3 heures	5,5 heures	3600 heures à 80 F.
P.V.unitaire:	1200 F	1500 F	

Calculer la quantité de fenêtres à fabriquer mensuellement pour optimiser le résultat:

- si toute la production est commercialisée.

- si le marché ne peut absorber au maximum que les quantités suivantes: 250 unités pour F1 et 500 pour F2.

Calculer le profit maximum dans les deux cas.

PNEU MATHS HIC

L'hypermarché ORAC veut commercialiser sous sa marque deux sortes de pneus A et B. Il s'adresse pour cela à l'entreprise DEGOME qui dispose de 14 ouvriers répartis en 10 OP1 et 4 OP2. Chaque ouvrier travaille 39 heures par semaine.

Pour fabriquer le pneu A, l'entreprise DEGOME calcule qu'il faut 3 heures d'OP1 et 1,5 heures d'OP2 ainsi que 6 Kg de matière première.

Pour fabriquer le pneu B, il faut 2,2 heures d'OP1, 0,8 heures d'OP2 et 7,5 Kg de matière première.

La livraison a lieu une fois par semaine et n'est rentable qu'à partir de 130 pneus. L'entreprise peut disposer de 900 kilogrammes de matière première par semaine. De plus, l'hypermarché ORAC exige chaque semaine au moins 70 pneus A et 50 pneus B.

Ecrire les différentes contraintes sous forme d'inéquations.

Calculer le nombre de pneus de chaque catégorie à fabriquer pour que le chiffre d'affaire soit le plus grand possible.

Le pneu A est vendu 400 F, le pneu B: 300 F. Quel est le chiffre d'affaire?

Afin d'alimenter la caisse de son foyer éducatif, le lycée Jean Monnet a décidé de faire fabriquer et de vendre des stylos à son nom. Les élèves de baccalauréat ont représenté graphiquement les éléments concernant cette opération afin d'optimiser le bénéfice.

Le graphique - 1 - représente la fonction coût de production C en fonction de la quantité Q vendue ainsi que la recette totale de la vente R .

Le graphique - 2 - représente le coût de production moyen, le coût marginal et la recette moyenne.

Travail à faire

1°/ Hachurer de deux façons différentes les zones bénéficiaires et déficitaires des deux graphiques.

2°/ Dédurre des graphiques:

- Le prix de vente d'un stylo.
- le seuil de rentabilité de cette opération.
- la quantité à ne pas dépasser.
- le coût moyen minimum et la quantité de stylos correspondante.
- le bénéfice maximum (optimum économique).
- la quantité à vendre pour atteindre cet optimum.
- le résultat si la quantité est $Q = 30$ stylos.

