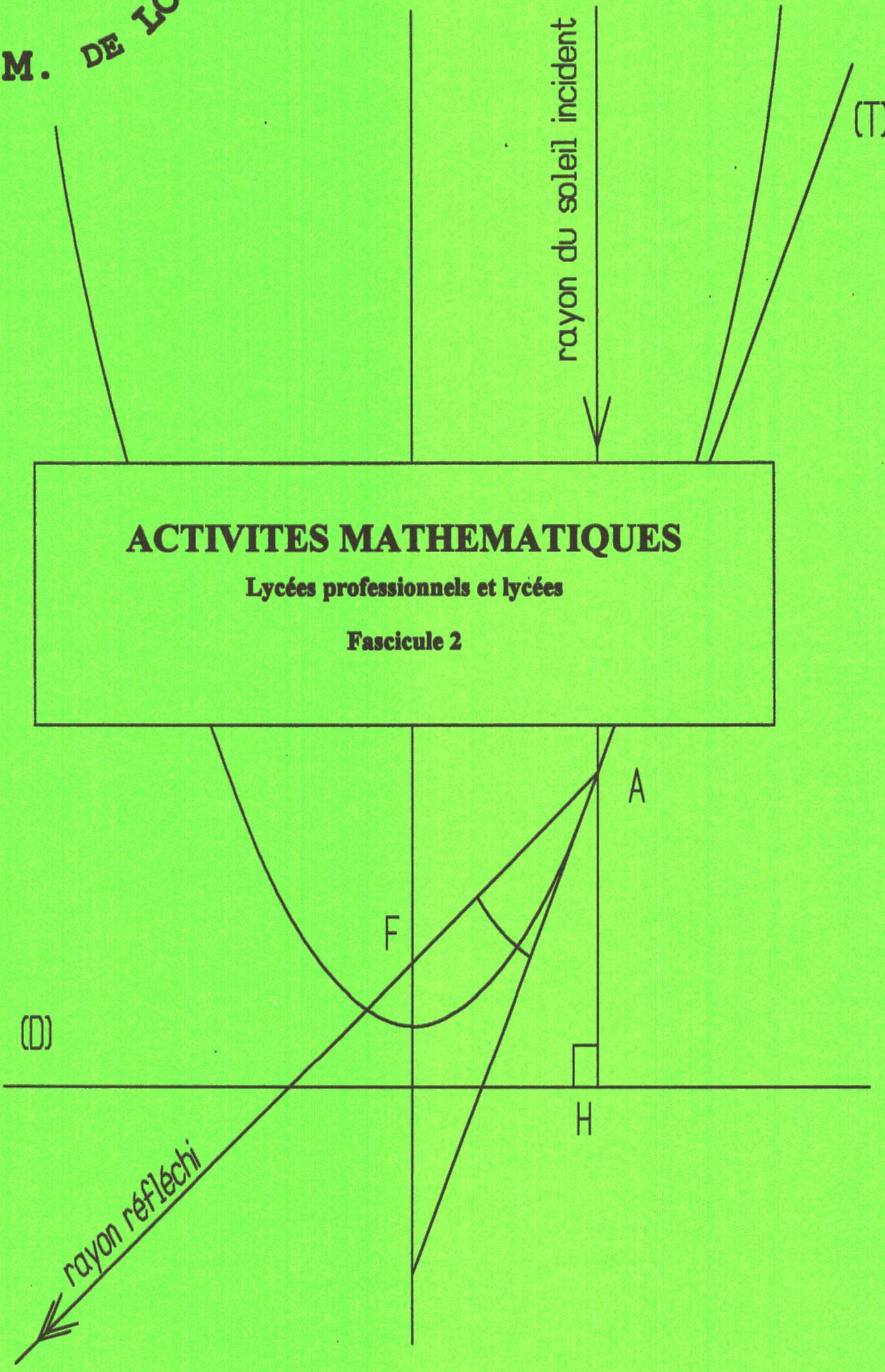
Université HENRI POINCARÉ
NANCY 1

I.R.E.M. DE LORRAINE

ACTIVITES MATHEMATIQUES

Lycées professionnels et lycées

Fascicule 2



© Edité et imprimé par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques - (Université de NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 1996
n° de la publication : 2-85406-152-7
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Michel BONN

L'étude de situations complexes, sous forme d'activités en classe alimente le travail de recherche des élèves. De plus, elle leur permet de mobiliser et d'affermir leurs connaissances dans des secteurs variés.

Dans ce fascicule, nous avons donc rassemblé des fiches d'activités qui peuvent être réalisées individuellement ou en groupes, en travaux dirigés ou en modules.
Nous espérons grâce à ces travaux, conduire les élèves
- à **consolider** et **approfondir** leurs acquis
- à **découvrir** des notions nouvelles
- à **décloisonner** leurs connaissances.

Toutes ces fiches ont été utilisées en lycée et lycée professionnel, en particulier dans les classes de seconde, première et baccalauréat professionnels, seconde de lycée dans le cadre des modules.

Chaque activité est accompagnée d'une fiche de commentaires qui précise les objectifs, les pré-requis, les classes concernées et un déroulement possible de la séquence.

Odile BACKSCHEIDER
Marie-José BALIVIERA
Geneviève BOUVART
Jacqueline CLAUDON
Christine MANCIAUX

Activités mathématiques en lycée professionnel
* fascicule 2 *

1 Sommaire

2 Liste des thèmes abordés

3 Cinq façons de se ruiner

5 Se rencontreront-ils un jour ?

7 Figures emboîtées

10 Spirale

12 Vitesse moyenne

15 Triangles et fonctions

18 Paraboles

22 Hyperboles

25 Constructions point par point

28 Une chèvre gourmande

30 Analyse d'une figure

33 La voûte maçonnée

35 Des alvéoles

38 Volumes

Titre des fiches \ Thèmes abordés	calcul numérique	proportionnalité	calcul de distances, aires, volumes	construction et lecture graphique	analyse de figures	construction géométrique	conjecture	mathématisation d'une situation
Cinq façons de se ruiner	X	X						
Se rencontreront-ils un jour ?							X	X
Figures emboîtées	X		X		X			
Spirale	X		X		X	X		
Vitesse moyenne	X			X			X	X
Triangles et fonctions	X		X	X	X			X
Paraboles	X			X		X		
Hyperboles	X			X		X		
Constructions point par point					X	X	X	
Une chèvre gourmande	X		X			X		X
Analyse d'une figure	X	X	X		X	X		
La voûte maçonnée	X				X	X		
Des alvéoles			X		X			
Volumes	X		X		X	X		

CINQ FAÇONS DE SE RUINER

Objectifs :

* Découvrir des suites.
* Comparer des variations de suites.

Classes :

Première professionnelle, Baccalauréat professionnel, Premières L, ES, STT...

Prérequis :

Calculs de pourcentages et d'intérêts.

Commentaires :

L'idée principale est d'introduire la notion de suite sans utiliser la notation indiciaire. L'élève peut répondre au problème en réitérant la même procédure de calcul car il n'est pas nécessaire d'établir une formule pour résoudre l'exercice. Parmi les exemples proposés, figurent une suite arithmétique et une suite géométrique que le professeur pourra exploiter pour établir une synthèse. C'est aussi une occasion de travailler les pourcentages et les intérêts simples ou composés. La présentation de la fiche impose à l'élève une lecture complète avant de commencer les calculs, ce qui représente un objectif non négligeable.

CINQ FAÇONS DE SE RUINER

J'ai gagné deux millions de francs au tirage spécial du premier janvier 1994.
Comment gérer au mieux ce pactole ?
La première année, je dépense la moitié de mon capital. Ensuite :

Première idée :

Je place mon argent dans un bas de laine et chaque année, à partir du premier janvier 1995, je retire 100 000F.

Deuxième idée :

Je place mon argent dans un bas de laine et chaque année, à partir du premier janvier 1995, je retire 20% de ce qui reste.

Troisième idée :

Je place mon argent au taux annuel de 8% et chaque année, à partir du premier janvier 1995, je retire 20% de ce qui reste.

Quatrième idée :

Je place mon gain au taux annuel de 5% et à partir de l'année 1995, je retire 20% de ce qui reste au premier janvier.

Cinquième idée :

Je place mon gain au taux annuel de 8% et à partir de l'année 1995, je retire 200 000F chaque premier janvier.

PROBLEME :

Dans chacun des cas précédents :
Combien d'argent me restera-t-il au bout de cinq ans ?
A partir de quelle année aurai-je moins de 60 000F ?
Quand n'aurai-je plus d'argent ?
Représente graphiquement le capital en fonction du nombre d'années écoulées.

SE RENCONTRERONT-ILS UN JOUR ?

Objectifs :

* Approcher la notion de limite.
* Mathématiser une situation.

Prérequis :

Aucun.

Classes :

Toutes.

Commentaires :

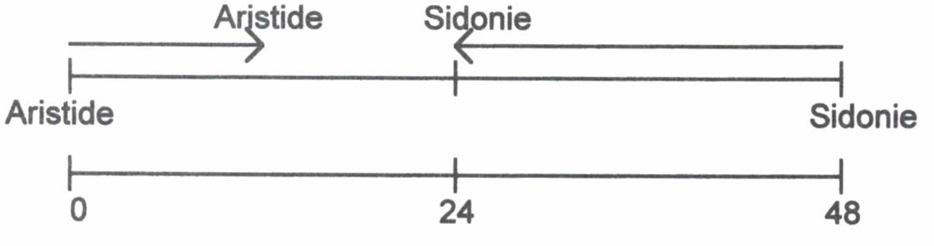
Le problème est ouvert, l'énoncé est volontairement bref.
Dans un premier temps, les élèves doivent analyser l'énoncé. Un schéma en facilite la compréhension.
Cette recherche individuelle dure environ dix minutes.
La question finale « Où se rencontreront-ils ? » ouvre le débat qui amène l'idée intuitive de limite.

SE RENCONTRERONT-ILS UN JOUR?

Aristide et Sidonie habitent à 48 km l'un de l'autre.
Ils souhaitent se rencontrer mais sont très réservés.

Premiers rapprochements des amoureux.

Sidonie, la plus hardie fait les premiers pas : elle parcourt la moitié du chemin qui les sépare.
Aristide, timide, avance alors de la moitié du chemin restant.



Les étapes suivantes.

De nouveau, Sidonie parcourt la moitié du chemin qui les sépare et Aristide la moitié du chemin restant.

De nouveau...

De nouveau...

De nouveau...

A chaque étape, quelle est la distance parcourue par chacun des amoureux ?
Où se rencontreront-ils ?

FIGURES EMBOITEES

Objectifs :

* Découvrir des suites géométriques et exprimer un terme de rang n en fonction de n.
* Utiliser des indices.
* Travailler l'aire et le périmètre des figures usuelles.

Prérequis :

* Aires des figures planes usuelles.
* Théorème de Pythagore.
* Trigonométrie dans le triangle rectangle (uniquement pour le IV).

Classes :

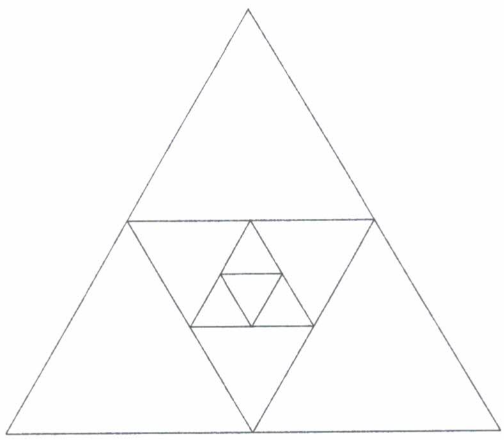
Premières professionnelle, technique, L, ES et Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

A l'aide de constructions répétitives de figures, l'élève calcule les premiers termes d'une suite géométrique. Il est ainsi conduit à chaque étape à réaliser les mêmes procédures de construction et les mêmes procédures de calcul pour prendre conscience du principe d'itération et, en particulier, découvrir le coefficient multiplicateur. Peut-être ressentira-t-il alors le besoin de formaliser le problème ? Tel est le but à atteindre.
Le support graphique permet à l'élève de contrôler ses résultats et de le rendre actif quel que soit son niveau.
Seuls les calculs des côtés de l'octogone nécessitent l'usage de la trigonométrie.

LES FIGURES EMBOITEES

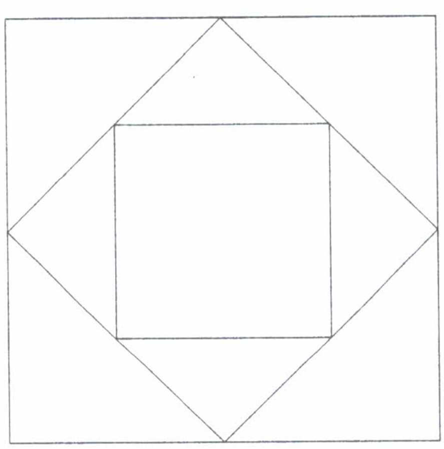
I. Les triangles



Construis un triangle équilatéral T_1 de côté $c_1 = 8$ cm.
Construis un nouveau triangle équilatéral T_2 en joignant les milieux des côtés de T_1.
Construis un nouveau triangle équilatéral T_3 en joignant les milieux des côtés de T_2 et ainsi de suite.
Calcule les aires des triangles T_1 ,T_2 ,T_3 ,T_4.
Par quel nombre dois-tu multiplier l'aire d'un triangle pour obtenir l'aire du triangle suivant ?

Quelle est l'aire du triangle T_{10} ?
Quelle est l'aire du triangle T_{100} ?... T_n ?
Calcule la longueur c_2 du côté du triangle T_2.
Calcule la longueur c_3 du côté du triangle T_3.
Calcule de même c_4, c_{10}, c_{100}...c_n.

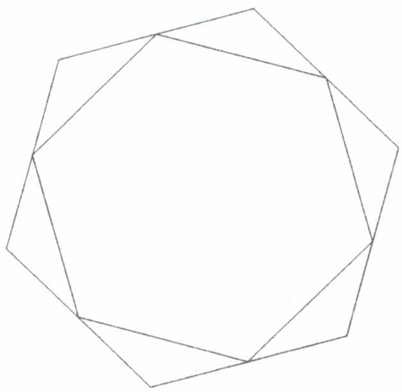
II. Les carrés



Construis un carré K_1 de côté $c_1 = 8$ cm.
Construis un nouveau carré K_2 en joignant les milieux des côtés de K_1.
Construis un nouveau carré K_3 en joignant les milieux des côtés de K_2 et ainsi de suite.
Calcule les aires des carrés K_1 ,K_2 ,K_3 ,K_4.
Par quel nombre dois-tu multiplier l'aire d'un carré pour obtenir l'aire du carré suivant ?

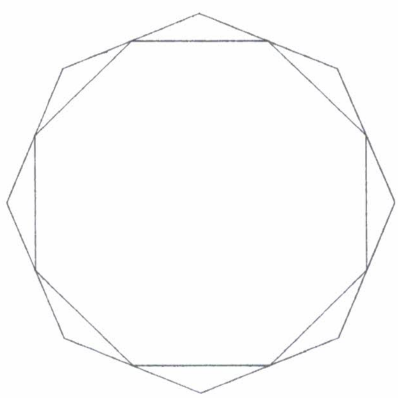
Quelle est l'aire du carré K_{10} ?
Quelle est l'aire du carré K_{100} ?... K_n ?
Calcule la longueur c_2 du côté du triangle K_2.
Calcule la longueur c_3 du côté du triangle K_3.
Calcule de même c_4, c_{10}, c_{100}, ...c_n.

III. Les hexagones



Construis un hexagone régulier H_1 de côté 5 cm.
Construis un nouvel hexagone H_2 en joignant les milieux des côtés de H_1 et ainsi de suite.
Compare les aires et les longueurs des côtés des hexagones ainsi obtenus.

IV. Les octogones



Construis un octogone régulier O_1 de côté 5 cm.
Construis un nouvel octogone O_2 en joignant les milieux des côtés de O_1 et ainsi de suite.
Compare les aires et les longueurs des côtés des octogones ainsi obtenus.

SPIRALE

Objectifs :

* Découvrir des suites arithmétiques et exprimer le terme de rang n en fonction de n.
* Réaliser des constructions géométriques.
* Travailler avec l'aire du disque.
* Analyser une figure.

Prérequis :

Aire du disque.

Classes :

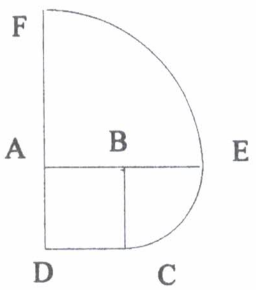
Premières professionnelle, technique, Première L, ES et Baccalauréat professionnel.

Commentaires:

Voici une approche des suites arithmétiques sans utiliser la notation indiciaire. Cette fiche peut donc être utilisée comme introduction de la notion de suite, le numéro de l'étape correspondant à l'idée de rang.
Les expressions du rayon et de l'aire à la nième étape en fonction du rang n ne présentent pas de grandes difficultés.
L'aspect esthétique de la construction géométrique motive les élèves. De plus, ils sont intrigués et souhaitent obtenir une figure plus complète.

SPIRALE

I.

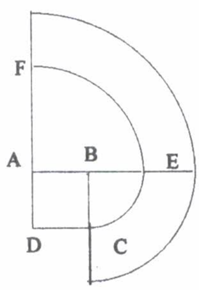


J'ai tracé un carré ABCD de 5 mm de côté puis le quart de cercle (CE) de centre B et de rayon 5 mm et enfin le quart de cercle (EF) de centre A et de rayon 10 mm.
Reproduis cette figure au centre de ta feuille et continue la construction.
Trace le quart de cercle (FG) de centre D et de rayon 15 mm, etc.., en tournant toujours dans le même sens. Les centres des quarts de cercle sont successivement B, A, D, C, B, A, D...

II. Calcule les rayons successifs des quarts de cercle.

N° de l'étape	1	2	3	4	5	...	10	...	n
Rayon en mm	5	10	15						

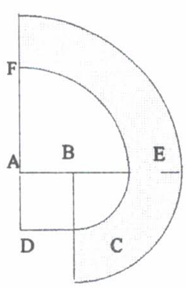
III.



Sur la même figure, recommence de la même façon que précédemment en partant du centre B avec un rayon égal à 10 mm.

IV. Calcule les aires successives des quarts de couronne ainsi construits.

N°de l'étape	1	2	3	4	5	...	10	...	n
Aire en mm^2	$\frac{75\pi}{4}$								



Quelle est l'aire de la spirale à la seizième étape ?

VITESSE MOYENNE

Objectifs :

* Construire une courbe point par point.
* Lire et exploiter un graphique.
* Découvrir une courbe autre qu'une droite ou une parabole.
* Rencontrer une fonction admettant une limite finie en l'infini.
* Pratiquer le calcul numérique utilisant des fractions, des conversions heures-minutes-secondes.

Classes :

Seconde et Première professionnelles, Baccalauréat professionnel et Seconde, Première.

Prérequis :

* Savoir représenter graphiquement les données d'un tableau.
* Connaître la formule liant vitesse, distance et temps.

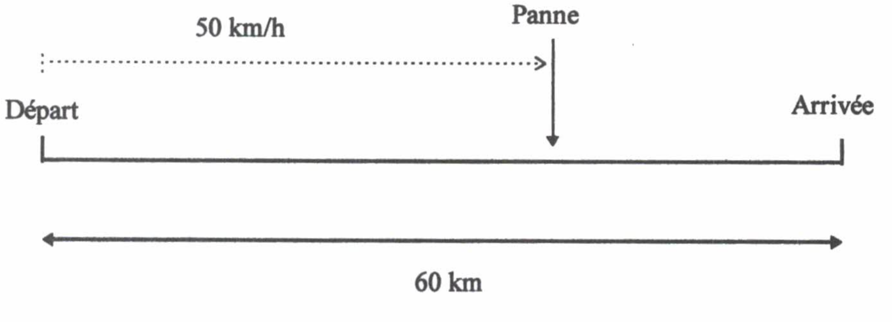
Commentaires :

A partir d'une situation concrète, l'élève dresse un tableau de valeurs puis en déduit le tracé d'une branche d'hyperbole. Les recherches graphiques d'images et d'antécédents de la question 3 sont ensuite validées par des calculs. La quatrième question est une approche intuitive de la notion de limite.
Contrairement aux idées reçues, la vitesse moyenne n'est pas égale à la moyenne des vitesses. Dans cette activité, nous utilisons implicitement la moyenne harmonique et non la moyenne arithmétique.
Certains élèves rencontrent des difficultés dans l'élaboration du tableau de valeurs de la question 1 et dans la représentation graphique de la deuxième question car une vitesse est exprimée en fonction d'une autre. L'intervention de l'enseignant sera peut être opportune à ce moment-là. Par contre, certains élèves peuvent ressentir le besoin de formaliser le problème dès la question 1

$$\left(f(v) = \frac{60}{1+\dfrac{10}{v}} \right).$$

VITESSE MOYENNE

Je décide de parcourir une distance de 60 km.
Je commence mon trajet à une vitesse de 50 km/h.
Au bout d'une heure, ma mobylette tombe en panne.
Cet incident me contraint à changer de mode de transport.



"Rien ne sert de courir, il faut partir à point."

I.

Quelle sera ma vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet si:

- je termine le chemin à pied à une vitesse de 5 km/h ?
- je termine le chemin en courant à une vitesse de 10 km/h ?
- je termine le chemin à une vitesse de 15 km/ h ? 30 km/h ? 50 km/h ? 70 km/h ? 90 km/h ? 110 km/h ? 140 km/h ? 150 km/h ?

Présente tes résultats dans un tableau.

II.

Représente graphiquement la vitesse moyenne en fonction de la vitesse du second mode de transport.

En abscisse : 1cm représente une vitesse du second mode de transport de 10 km/h.

En ordonnée : 1cm représente une vitesse moyenne de 5 km/h.

III.

Par une lecture graphique, détermine la vitesse du second moyen de transport pour que ma vitesse moyenne soit de 48 km/h.

Retrouve la valeur exacte de ce résultat par le calcul.

Même question pour une vitesse moyenne de 53 km/h, puis de 120 km/h.

IV.

Quelle est la vitesse moyenne maximale ?

"Le temps perdu ne se rattrape jamais..."

TRIANGLES ET FONCTION

Objectifs:

* Traduire une situation géométrique en une situation fonctionnelle.
* Etudier une fonction inverse.

Prérequis :

* Théorème de Pythagore.
* Trigonométrie dans le triangle rectangle.
* Calcul de $(a+b)^2$.

Classes :

Seconde, Première professionnelle.

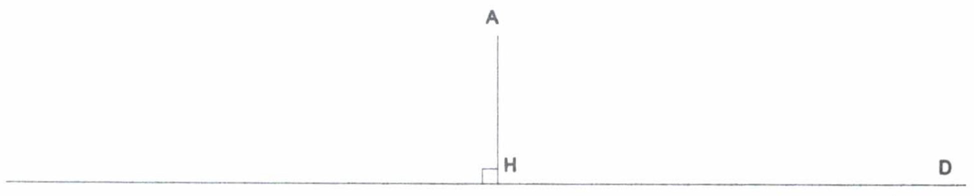
Commentaires :

L'élève analyse une figure qu'il a réalisée, et, par deux méthodes différentes, il établit la relation fonctionnelle $y = \frac{9}{x}$.

A l'aide d'un tableau de valeurs, il construit la courbe représentative de la fonction. Il lit quelques images et antécédents pour constater une symétrie de la courbe. (Certains pourront observer cette propriété de symétrie dans la relation fonctionnelle $xy = 9$).

A la question VII une approche intuitive des limites de la fonction en $+\infty$ et en 0 est proposée ; le support de la figure permet de visualiser la situation.

TRIANGLES ET FONCTION



On a construit ci-dessus une droite D. H est un point de D.
La droite (AH) est perpendiculaire à D et AH = 3 cm.

I.

Place un point M_1 sur D tel que $HM_1 = 6$ cm.
Construis le point B_1 de la droite D tel que le triangle B_1M_1A soit rectangle en A.
Ecris sur la figure les égalités d'angles.
Deux méthodes te sont proposées pour calculer B_1H :

1) Relations trigonométriques :
Utilise des relations trigonométriques dans les triangles AHB_1 et AHM_1 pour calculer B_1H.

2) Théorème de Pythagore :
Utilise le théorème de Pythagore dans les triangles AB_1M_1, AB_1H et AHM_1 pour calculer B_1H.

As-tu trouvé la même mesure de B_1H par les deux méthodes ? Si oui, tu peux continuer le travail, si non , recherche ton erreur !

II.

Place un point M_2 sur D tel que $HM_2 = 4$ cm.
Construis le point B_2 de la droite D tel que le triangle B_2M_2A soit rectangle en A.
Calcule B_2H par la méthode de ton choix.

III.

Place un point M sur D. On pose HM = x.
Construis le point B de la droite D tel que le triangle BMA soit rectangle en A.
Calcule BH en fonction de x.

IV.

Complète le tableau suivant :

HM	x	1/3	1/2	2/3	1	2	3	4	5	6	9	12	15	18
BH														

V.

Dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'unité 1 cm, trace la courbe représentative de la fonction qui à x fait correspondre $\frac{9}{x}$.

VI.

Utilise cette représentation graphique pour déterminer HM quand BH = 4,5 cm et pour déterminer BH quand HM = 4,5 cm.
Construis les deux triangles correspondants de deux couleurs différentes sur la même figure.
Quelle propriété de symétrie observes-tu ?

VII.

Que devient B quand M se rapproche de H ?
Que devient f(x) quand x se rapproche de 0 ?
Que devient B quand M s'éloigne de H ?
Que devient f(x) quand x devient de plus en plus grand ?

PARABOLES

Objectifs :

* Réaliser des constructions géométriques.
* Etablir un lien entre les résultats géométriques et analytiques.
* Découvrir la parabole sous des aspects géométriques, physiques et historiques.

Prérequis :

Distance d'un point à une droite.

Classes :

Modules de seconde, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

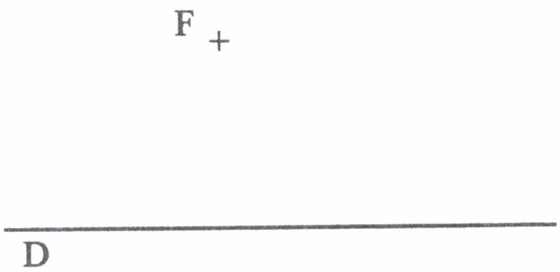
Cette fiche vient en complément de l'étude de la fonction carrée.
A partir de la définition géométrique, l'élève construit une parabole point par point, à l'aide d'un treillis. Il peut ensuite découvrir des propriétés géométriques et analytiques de la parabole.
Le paragraphe III, moins aisé, lui permet d'établir l'équation de la parabole ($y = x^2$) tracée précédemment. La parabole est abordée sous différents aspects :

- géométrique aux paragraphes I et IV
- analytique aux paragraphes II et III (on retrouve ici toutes les propriétés de la fonction carrée)
- physique au paragraphe V (ondes)
- historique enfin

Que l'élève prenne conscience que les mathématiques forment un tout !

PARABOLE

I. Ensemble des points équidistants d'un point et d'une droite.



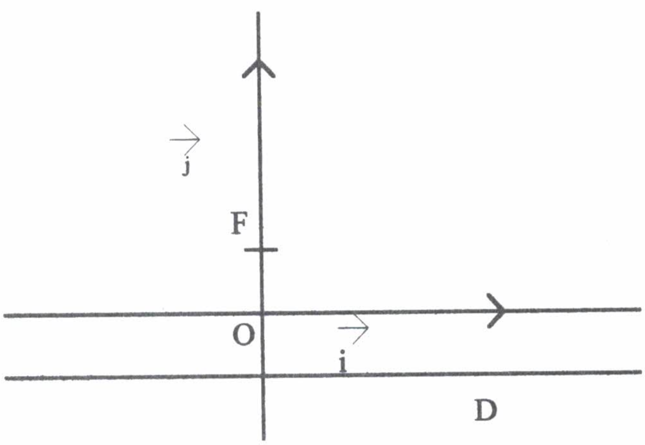
Sur la figure n°1 :
* Place un point situé à 4 cm de F et à 4 cm de D.
* Place un point situé à 2 cm de F et à 2 cm de D.
* Place un point situé à 1,5 cm de F et à1,5 cm de D.
* Place de nombreux points situés à égale distance de F et de D.
* Relie les points ainsi obtenus.

On obtient une courbe (P) appelée parabole de foyer F et de directrice D.

Définition:

L'ensemble des points situés à égale distance d'une droite et d'un point est une parabole.

II. Quelques propriétés de (P).



On choisit un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$ d'unité 4 cm tel que :
- le point F a pour coordonnées (0 ; 0,25)
- D a pour équation y = - 0,25.

1. Place le repère sur la figure n°1.
2. Quel est le point S de (P) ayant la plus petite ordonnée ?
3. Soit deux points de (P) d'abscisses opposées.
Que peut-on dire de leurs ordonnées ?
Quelle propriété de symétrie peut-on déduire pour (P) ?

III. Equation de (P).

On note M(x ; y) un point de la parabole (P).
1. Calcule MF^2 en fonction de x et y.
2. Calcule le carré de la distance de M à D.
3. En utilisant la définition de la parabole donnée au I., écris l' équation de la parabole (P).
4. En utilisant l'équation de la parabole (P), justifie les propriétés découvertes au II.2) et 3).

IV. Constructions de tangentes.

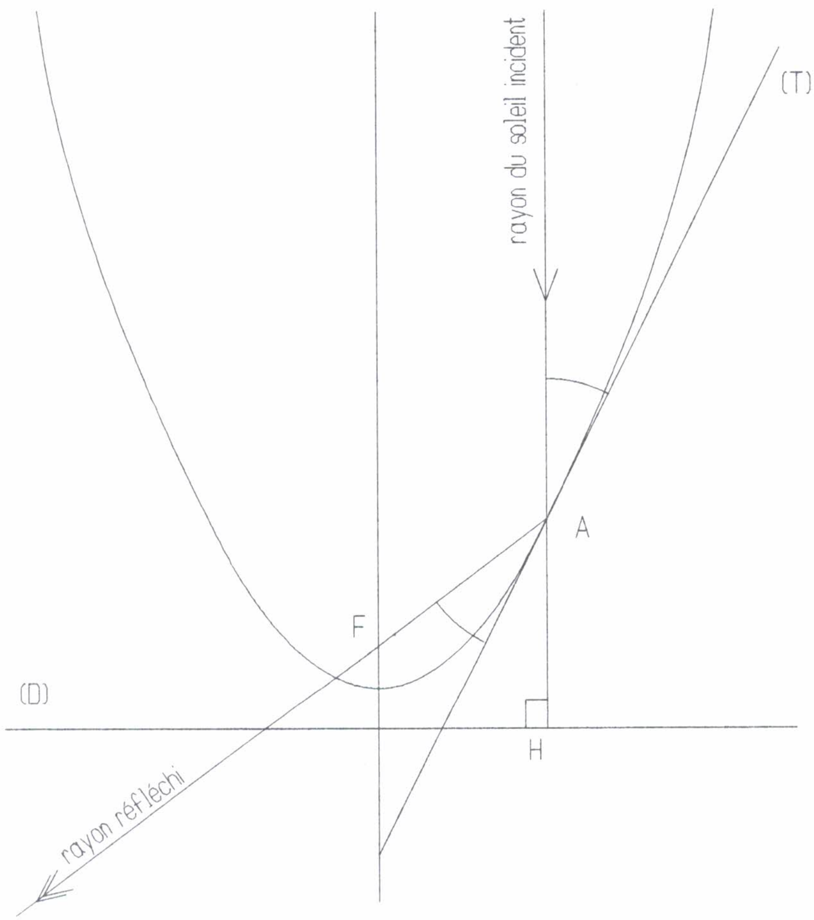
Sur une nouvelle feuille, trace une droite D et un point F situé à 2 cm de D.
Place un point H sur D et construis en rouge la médiatrice de [FH].
Recommence cette construction 15 fois en déplaçant le point H sur la droite D.

Toutes les droites construites sont les tangentes d'une parabole.

V. Rayons réfléchis.

Selon l'histoire, c'est avec des miroirs disposés en parabole qu' Archimède aurait incendié les bateaux romains du général Marcellus qui assiégeait Syracuse. En 1747, Buffon réalisa cette expérience devant le public parisien. D'un côté de la Seine, de nombreux soldats tenaient des « boucliers » qui réfléchissaient les rayons du soleil sur une cible combustible placée sur l'autre rive et qui prit feu.

Sur la figure ci-dessous, tu vois une parabole P qui représente un miroir, son foyer F, sa directrice D. Les rayons du soleil sont perpendiculaires à la droite D. Ils se réfléchissent sur la parabole P en respectant la règle de réflexion.
Construis quelques rayons incidents et les rayons réfléchis correspondants.



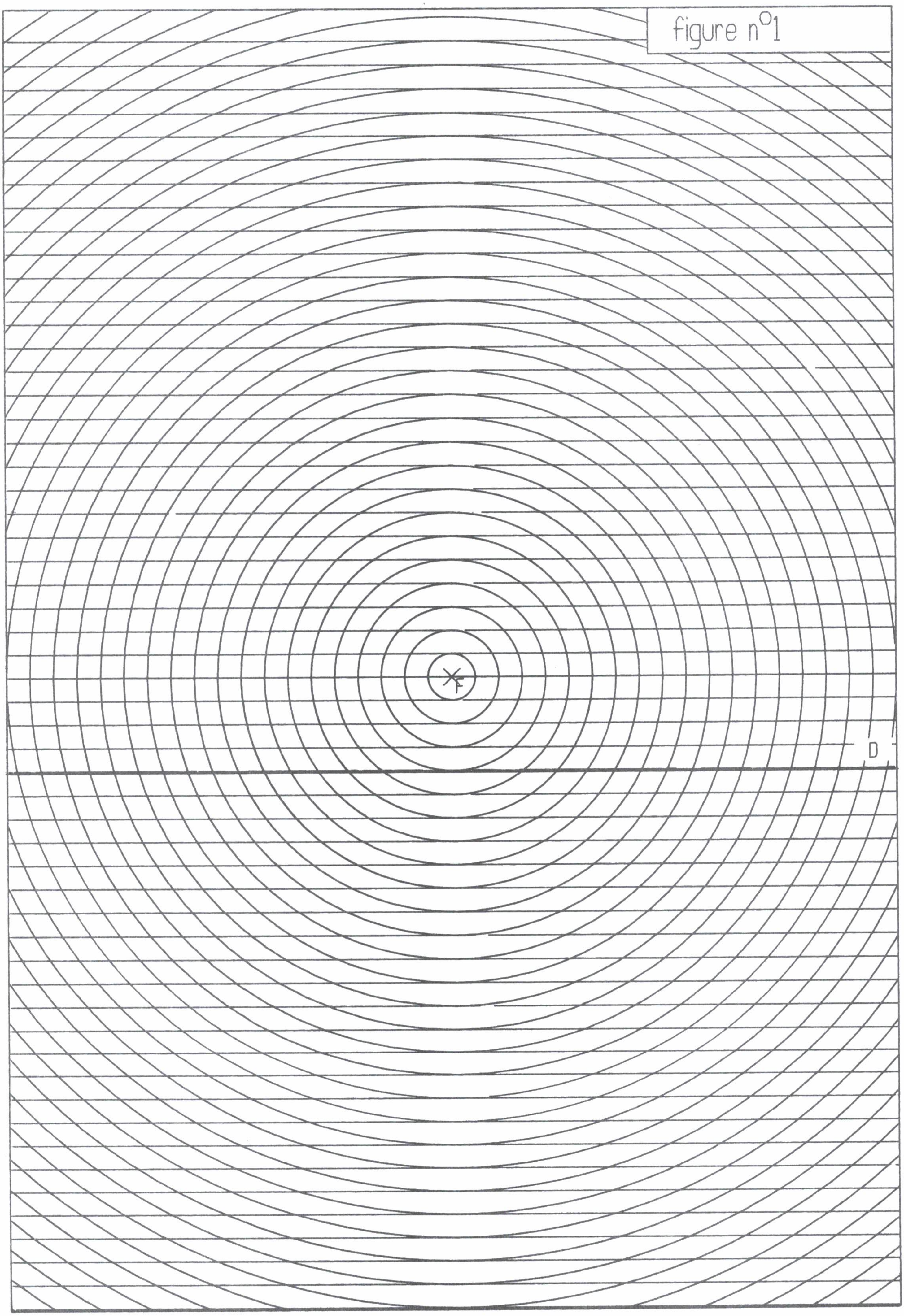


figure n°1
F
D

HYPERBOLES

Objectifs :

* Réaliser des constructions géométriques.
* Découvrir l'hyperbole.

Prérequis :

Aucun.

Classes :

Seconde, seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

A partir de la définition géométrique, l'élève construit une hyperbole point par point à l'aide d'un treillis. Cette fiche de découverte vient en complément de la fiche parabole et permet de donner un sens géométrique au mot « hyperbole ». Elle présente, par ailleurs, un caractère facile voire récréatif car elle ne mobilise pas des connaissances antérieures.
Elle a été réalisée d'après « Le trésor de Tonton Lulu » de Jacques Lubzanski.

HYPERBOLES

I Une nouvelle courbe :

1) Place, sur la figure n°1, les points M tels que MB = 7 cm et MA = 5 cm.
On a alors MB - MA = 2 cm.
Place les points M tels que MB = 5,5 cm et MA = 3,5 cm.

MA	3,5	5	...	...	...	...
MB	5,5	7				
MA-MB	2	2	2	2	2	2

Construis d'autres points M tels que MB - MA = 2 cm.
Existe -t-il un point M du segment [AB] tel que MB - MA = 2 cm ?
Relie par une courbe tous les points trouvés précédemment.

2) Refais le même travail sur la même figure en construisant
les points M tels que MA - MB = 2 cm.

Cette courbe, formée des deux "branches" s'appelle une hyperbole.
A et B en sont les foyers.

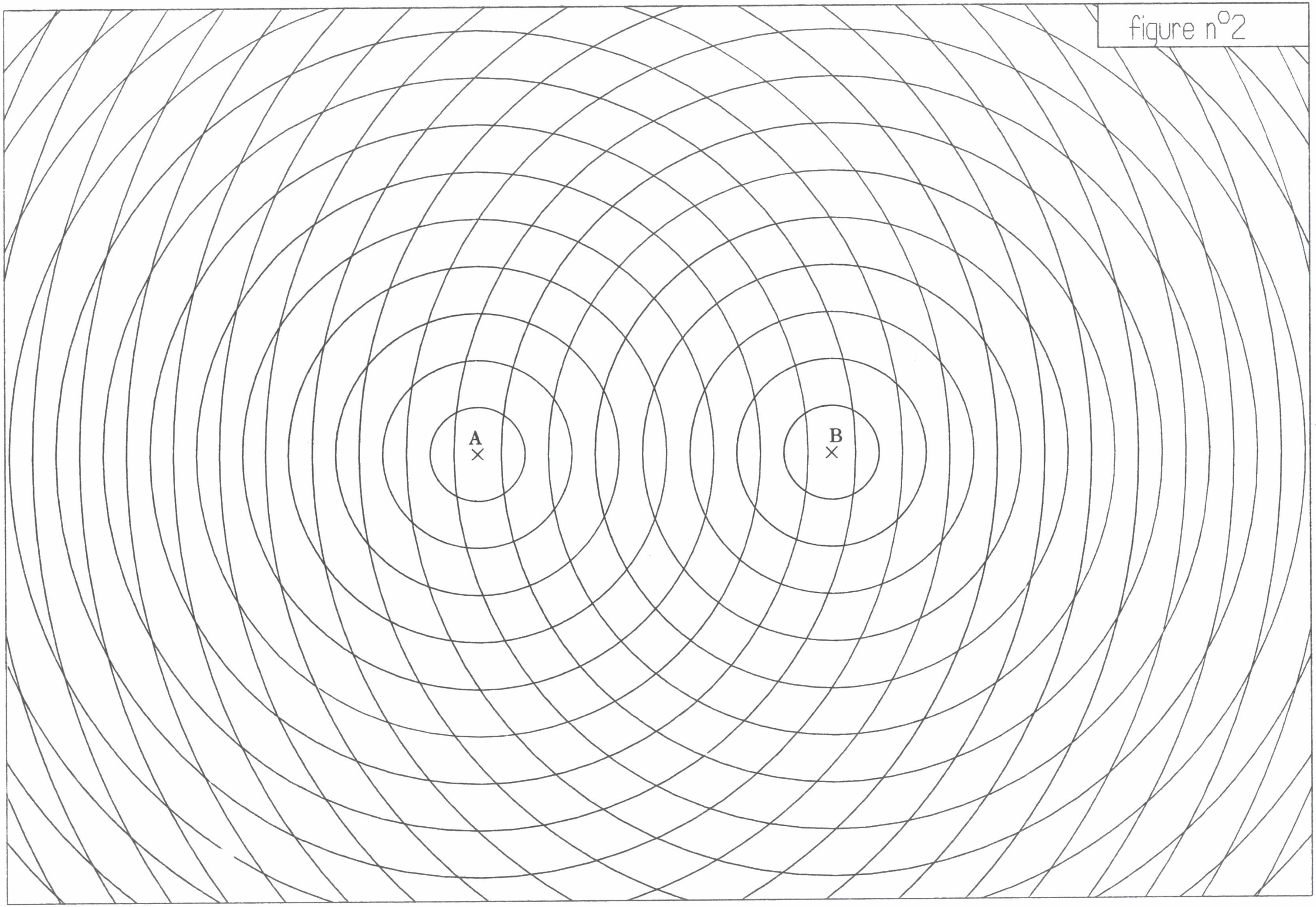
II. Les yeux de Kaâ:

1) Sur la figure n°2, place des points M dont la différence des distances à A et B vaut 2 cm.
Construis l'hyperbole correspondant à la différence de 2 cm.

2) Construis sur la même figure, les hyperboles correspondant
à une différence de 0,5 cm ; 1 cm ; ...; 5 cm.
As-tu-déjà observé ces courbes à la surface de l'eau en jetant deux cailloux ?

Figure 1 :

figure n°2



CONSTRUCTIONS POINT PAR POINT

Objectifs :

* Organiser des constructions soignées et précises.
* Construire et utiliser les différentes droites remarquables d'un triangle.
* Conjecturer.

Prérequis :

Aucun.

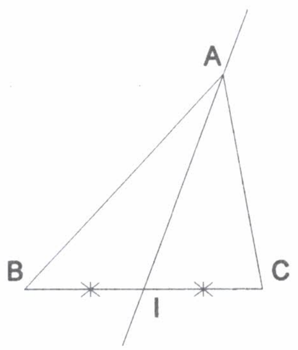
Classes :

Troisième technologique, Seconde professionnelle, Seconde et Baccalauréat professionnel.

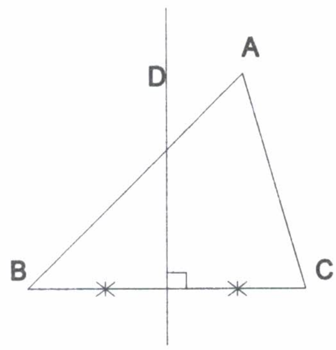
Commentaires:

Cette fiche peut être traitée à différents niveaux. Un élève de quatrième ou de troisième exécute les constructions et conjecture la nature de la courbe obtenue. L'intuition n'est pas suffisante pour trouver le résultat, l'élève sent ainsi la nécessité d'un travail minutieux.
Si l'on veut dépasser le stade de la conjecture, en classe de seconde, la dernière partie permet de confirmer ses résultats à l'aide de la géométrie analytique. Les exercices placés par ordre de difficultés croissantes peuvent être traités séparément.

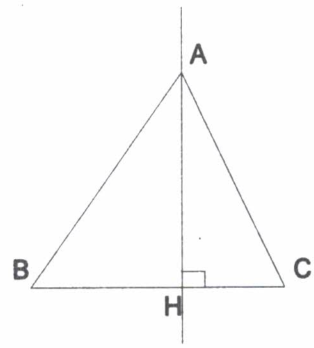
CONSTRUCTIONS POINT PAR POINT



(AI) médiane issue de A.



D médiatrice de [BC].



(AH) hauteur de ABC.

I.

Trace deux droites parallèles D et D'.
Place deux points A et B sur D tels que AB = 8 cm.
Un point M se déplace sur D'.
Pour différentes positions du point M, construis en rouge le centre de gravité de G du triangle ABM (c'est-à-dire le point d'intersection des médianes).
Où sont situés les points G ainsi obtenus ?

II.

1) Trace deux droites parallèles D et D' distantes de 4 cm..
Place deux points A et B sur D tels que AB = 8 cm.
Un point M se déplace sur D'.
Pour différentes positions du point M, construis en vert le centre O du cercle circonscrit au triangle ABM (c'est-à-dire le point d'intersection des médiatrices).
Où sont situés les points O ainsi obtenus ?
2) Recommence le même exercice en construisant les droites D et D' distantes de 2 cm.

III.

Trace deux droites parallèles D et D' distantes de 3 cm.
Place deux points A et B sur D tels que AB = 8-cm.
Un point M se déplace sur D'.
Pour différentes positions du point M, construis en bleu l'orthocentre H du triangle ABM (c'est-à-dire le point d'intersection des hauteurs).
Où sont situés les points H ainsi obtenus ?

IV. Où les calculs rejoignent les constructions.

On considère le repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) où le point A a pour coordonnées (-4 ; 0),
le point B(4 ; 0), le point C(0 ; 2).
On appelle D la droite (AB).
On appelle D' la parallèle à D passant par C.
Calcule une équation de la médiatrice de [AB].

V. Etude de quelques cas.

Soient les points $M_0(0 ; 2)$, $M_1(1 ; 2)$, $M_2(-1 ; 2)$, $M_3(2 ; 2)$,
$M_4(-2 ; 2)$, $M_5(6 ; 2)$, $M_6(-6 ; 2)$.

	[BM_0]	[BM_1]	[BM_2]	[BM_3]	[BM_4]	[BM_5]	[BM_6]
Coordonnées du milieu de [BM_i]							
Equation de la médiatrice Δ de [BM_i]							
Coordonnées du point ω, intersection de Δ et de la médiatrice de [AB]							

Place les points d'intersection ω obtenus sur la figure.
Où sont-ils situés ?
Retrouves-tu les résultats du II ?

UNE CHEVRE GOURMANDE

Objectifs :

* Etablir des équations à partir de situations géométriques.
* Calculer des aires.
* Réaliser des figures à l'échelle.

Prérequis :

* Propriétés des figures planes usuelles.

Classes :

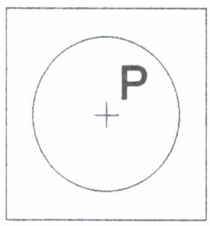
Seconde, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

A partir de figures géométriques usuelles, l'élève est amené à poser puis résoudre des équations à une inconnue. Il visualise et contrôle le résultat obtenu en réalisant une construction à l'échelle. Selon le niveau de la classe, la formule de l'aire du triangle équilatéral sera établie ou recherchée dans un formulaire.

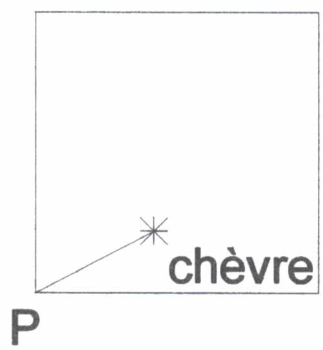
UNE CHEVRE GOURMANDE

I.



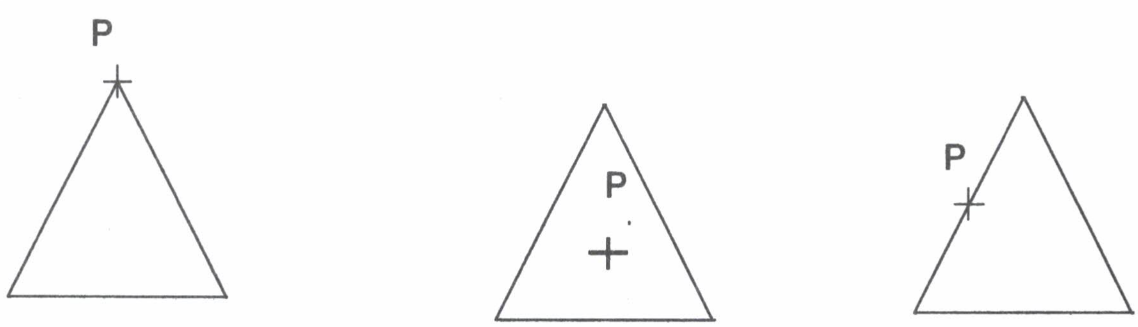
Une chèvre gourmande est attachée à l'aide d'une corde fixée en P au centre d'un pré carré de côté 15 m.
1) Quelle doit être la longueur de la corde pour que la surface broutée soit la moitié de la surface totale du pré ?
2) Réalise le dessin correspondant à l'échelle 1/200.

II.



Une chèvre gourmande est attachée à l'aide d'une corde fixée en P au sommet d'un pré carré de côté 15 m.
1) Quelle surface la chèvre peut-elle brouter si sa corde mesure 5 m ?
2) Quel pourcentage de la surface du pré la chèvre a-t-elle ainsi brouté ?
3) Quelle doit être la longueur de la corde pour que la surface broutée soit la moitié de la surface totale du pré ?
4) Réalise le dessin correspondant à l'échelle 1/200.

III.



Maintenant la chèvre gourmande broute dans un pré ayant la forme d'un triangle équilatéral de côté 15 m. La partie à brouter doit dans chaque cas être égale à la moitié de la surface du pré.
Calcule la longueur de corde nécessaire suivant les différents emplacements du piquet P :
1) P est un sommet du triangle équilatéral.
2) P est le centre du triangle équilatéral.
3) P est le milieu d'un côté du triangle équilatéral.

ANALYSE DE FIGURES

Objectifs :

* Coder des figures géométriques à partir de données.
* Calculer la longueur d'un arc de cercle.

Prérequis :

* Périmètre d'un cercle.
* Somme des angles d'un triangle.
* Définition d'une tangente à un cercle.

Classes :

Seconde, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

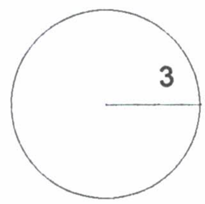
Commentaires :

Analyser une figure c'est obtenir un maximum d'informations à partir de peu de données.
Dans la première partie, l'élève retrouve la proportionnalité entre un arc de cercle et l'angle au centre associé : il peut en déduire une méthode de calcul d'un arc de cercle.
Dans la seconde partie, une situation concrète est proposée. Les figures sont plus complexes à analyser ; elles ne sont pas à l'échelle, l'élève doit donc déduire les propriétés géométriques des figures en tenant compte des données et non en mesurant sur le dessin.

ANALYSE D'UNE FIGURE

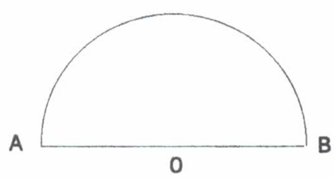
I.

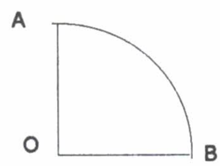
R = 3 cm . Calcule le périmètre du cercle.

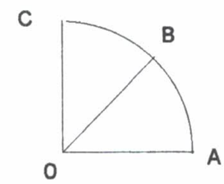


II.

Sur chacune des figures , O est le centre de l'arc de cercle AB. Marque à l'aide de petits signes les égalités de longueur et d'angles. Complète :







AB = 6 cm

OA =

OB =

$\widehat{AOB}$ =

$\overset{\frown}{AB}$ =

OA = 3 cm

OB =

$\widehat{AOB}$ =

AB =

$\overset{\frown}{AB}$ =

OA = 3 cm

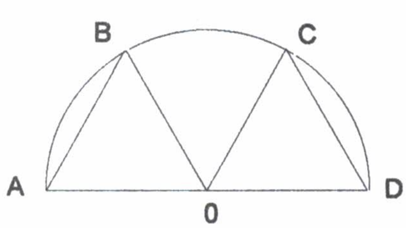
$\widehat{AOB}$ = $\widehat{BOC}$ =

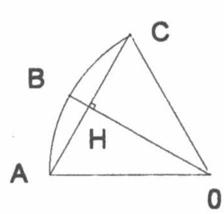
OB =

$\overset{\frown}{AB}$ =

$\widehat{OAB}$ =

$\widehat{OBA}$ =





AD = 6 cm

$\widehat{AOB}$ = $\widehat{BOC}$ = $\widehat{COD}$ =

OA =

OB =

AB =

$\overset{\frown}{AB}$ =

OA = 3 cm

OC =

AH =

AC =

$\widehat{AOC}$ = 60°

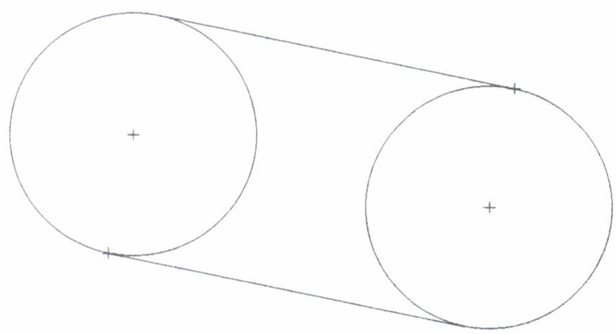
$\widehat{AOB}$ =

$\overset{\frown}{AC}$ =

$\overset{\frown}{AB}$ =

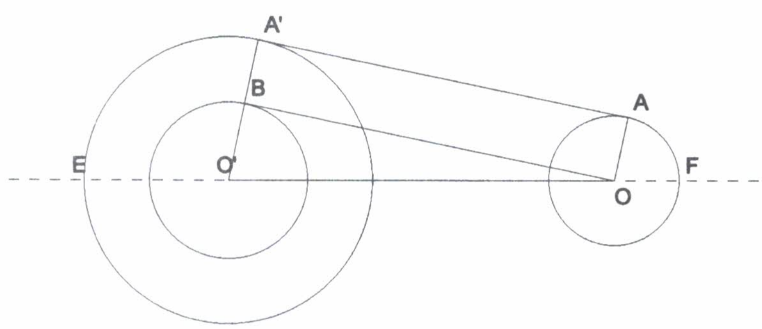
III .

1. Voici deux poulies identiques de diamètre 10 cm reliées par une courroie, leurs centres sont distants de 40 cm.
Marque à l'aide de petits signes les égalités de longueur et d'angle.
Calcule la longueur de la courroie.



2. Maintenant tu vas calculer la longueur de la courroie dans le cas où les poulies n'ont pas le même diamètre.

C est le cercle de centre O de rayon r = 1 cm.
C' est le cercle de centre O' de rayon r' = 4 cm.
OO' = 6 cm.
C'' est le cercle de centre O' de rayon R.



a) Marque toutes les égalités de longueur et d'angle.
b) Calcule R.
c) Calcule OB, puis déduis-en la longueur du segment AA'.
d) Calcule $\widehat{OO'B}$.
e) Complète la figure pour que la droite (OO') soit axe de symétrie de la figure.
f) Dessine en rouge la courroie FAA'E.....F.

LA VOUTE MAÇONNEE

Objectifs :

* Résoudre un problème concret.
* Réaliser une construction.
* Analyser une figure.
* Appliquer une formule.
* Calculer dans $\mathbb{R}$ (racines carrées).

Prérequis :

Résultats de géométrie métrique : triangles équilatéral, rectangle ; périmètre d'un cercle.

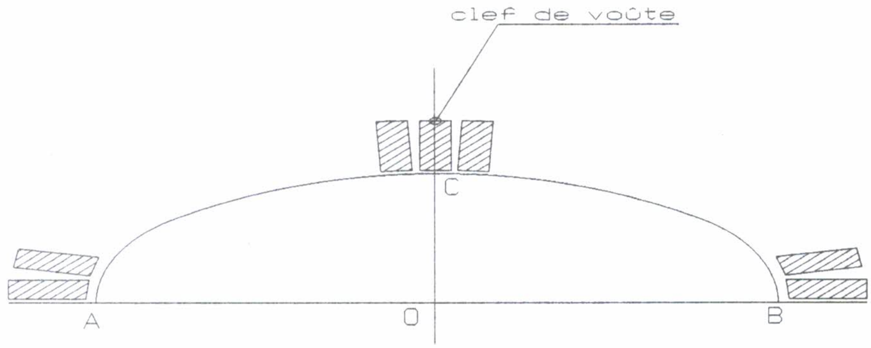
Classes :

Seconde, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

« La voûte maçonnée » est un problème de synthèse.
L'élève construit d'abord une figure élaborée (parallèles, perpendiculaires, tracés d'arcs, symétriques ...) et obtient une anse de panier à trois centres.
Il mobilise ensuite ses connaissances de géométrie plane (propriétés des triangles, longueur d'un arc de cercle) pour calculer la longueur de cette anse.
La longueur de l'anse est $\frac{\pi}{4}(15 - \sqrt{3})$ cm.
Pour effectuer ce calcul, il doit appliquer une formule comportant des radicaux. Il serait souhaitable de calculer la valeur exacte de la longueur de l'anse : cette formule permet un entraînement aux calculs avec radicaux.
A la fin du problème, le retour au concret fait appel au sens pratique de l'élève.

LA VOUTE MAÇONNEE



On veut maçonner une voûte qui a la forme d'une anse de panier.
On cherche à déterminer le nombre de briques nécessaires à cette réalisation.
La base [AB] mesure 8 m et la flèche [OC] mesure 2,5 m.

I. Construction de l'anse de panier à l'échelle 1/100:

Trace un segment [AB] de 8 cm. On appelle O le milieu de [AB].
Place le point C tel que les droites (OC) et (AB) soient perpendiculaires et que OC mesure 2,5 cm.
Construis le point D au-dessus de (AB) tel que le triangle AOD soit équilatéral, puis le point F de la demi-droite [OC) tel que OA = OF.
Trace la parallèle à (DF) passant par C. Elle coupe la droite (AD) en G.
Place le point J sur le segment [AO] tel que AG = AJ.
Trace en rouge l'arc de cercle AG de centre J.
La droite (GJ) coupe la droite (OC) en I. Trace en rouge l'arc de cercle GC de centre I.
Construis en rouge les symétriques de ces deux arcs de cercle par rapport à la droite (OC).

La courbe rouge obtenue s'appelle une anse de panier à trois centres.

II. Calcul de la longueur de l'anse :

a) Voici la formule te permettant de calculer AG : $AG = \dfrac{(1-\sqrt{3})\,OA + (1+\sqrt{3})\,OC}{2}$.

Calcule la longueur du segment [AG].

b) Quelle est la nature du triangle AGJ ? Combien mesure l'angle $\widehat{AJG}$?
Calcule alors la longueur de l'arc de cercle AG.

c) Détermine les mesures des angles du triangle OJI. Calcule OJ, puis IJ et enfin IG.
Calcule la longueur de l'arc de cercle GC.

d) Détermine, à 0,01 cm près, la longueur totale de l'anse dessinée.
Détermine, au cm près, la longueur totale de l'anse réelle.

III. Position des briques :

Une brique a une largeur de 6,5 cm.
a) Pourquoi faut-il un nombre impair de briques ?
b) En supposant que l'épaisseur du joint entre chaque brique est de 1 cm, calcule le nombre de briques nécessaires à la construction de la voûte.

DES ALVEOLES

Objectifs :

* Analyser des figures géométriques.
* Calculer des distances et des angles.
* Réinvestir les propriétés du triangle équilatéral.

Prérequis :

* Propriétés du triangle équilatéral.
* Trigonométrie dans le triangle rectangle.

Classes :

Troisième technologique, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Commentaires :

Pour étudier une figure complexe, il est utile de la décomposer en figures élémentaires : c'est la démarche qui est proposée ici.
Le triangle équilatéral est un élément de base du pavage hexagonal : l'élève calcule des longueurs de segments, des angles, des périmètres, successivement dans un triangle équilatéral, dans un hexagone puis dans des pavages hexagonaux.
La dernière figure est belle et on peut avoir envie de la compléter par une autre rangée d'hexagones. Combien en faudrait-il ?

DES ALVEOLES

Pour toutes les figures :

1) Marque les égalités de longueur et d'angle.
2) Calcule les valeurs exactes des longueurs demandées.

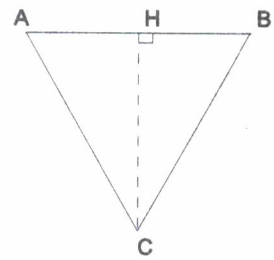
(Les dessins de cette feuille ne sont pas en grandeur réelle.)

I.

ABC est un triangle équilatéral de côté R = 1 cm.
Calcule :

CH =

$\widehat{ACH}$ =

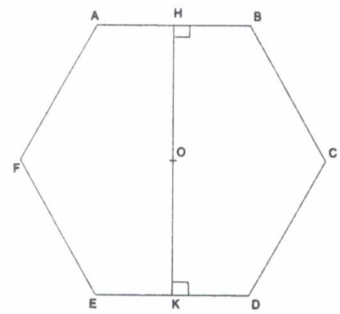


II.

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O et de côté R = 1 cm.
1) Calcule :

AH =
OA =
OH =
$\widehat{ABC}$ =
$\widehat{FDC}$ =

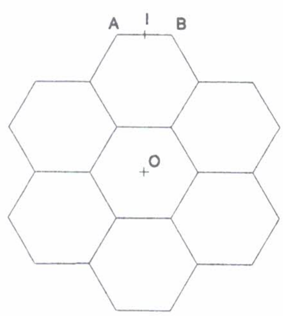
FD =
HK =
$\widehat{HOB}$ =
$\widehat{HKB}$ =
$\widehat{AKB}$ =



2) Calcule le périmètre P_h de l'hexagone.
Trace le cercle circonscrit à l'hexagone et calcule son périmètre P_c.

III.

La figure est formée de sept hexagones réguliers de côté R = 1 cm.
On appelle I le milieu de [AB] et O le centre de symétrie de la figure.
1) Calcule AI, OI et OA.
2) Calcule le périmètre P_f de la figure et le périmètre P_c du cercle de rayon OA.

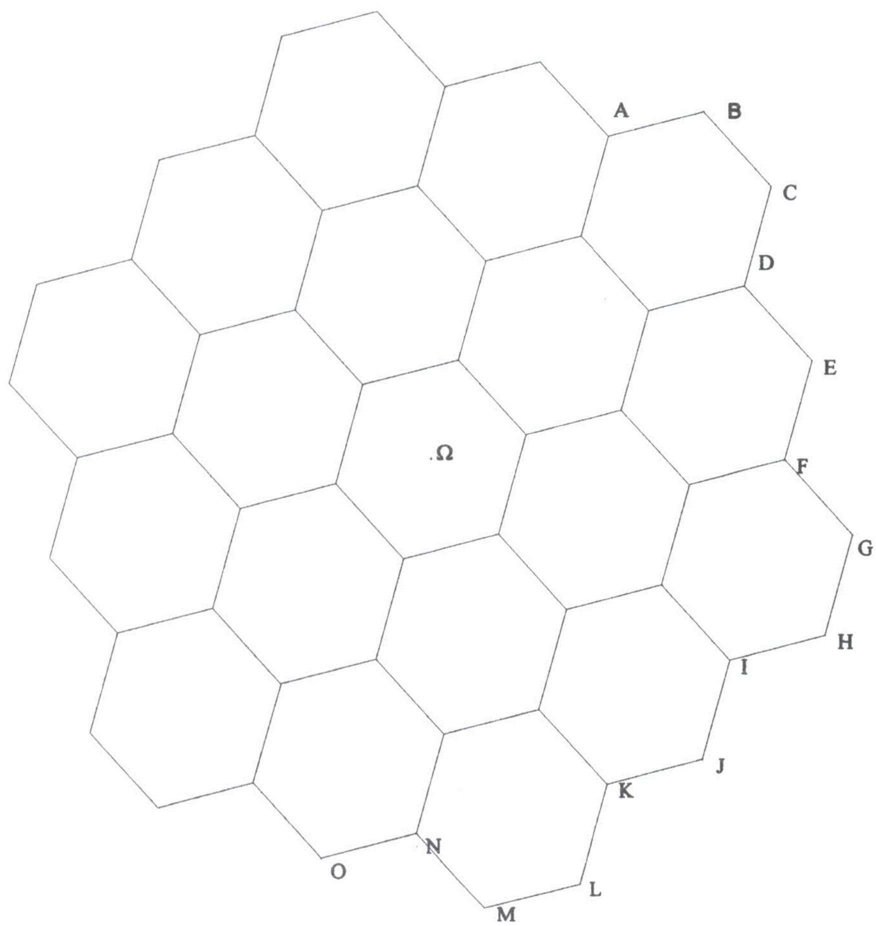


IV.

La figure est formée de 19 hexagones réguliers de côté R = 1 cm.
On appelle Z le milieu de [AD] et Ω le centre de la figure.

1) Calcule AD, ΩZ et ΩA.
Calcule le périmètre P_c du cercle de rayon ΩA.
Calcule le périmètre P_f de la figure ADFIKN... inscrite dans le cercle précédent.

2) Calcule ΩB.
Calcule le périmètre $P_{c'}$ du cercle de rayon ΩB et le périmètre $P_{f'}$ de la figure ABCDEF....



VOLUMES

Objectifs :

* Calculer des volumes.
* Construire en perspective cavalière des solides.
* Calculer avec des puissances.

Classes :

Seconde, Seconde professionnelle, Baccalauréat professionnel.

Prérequis :

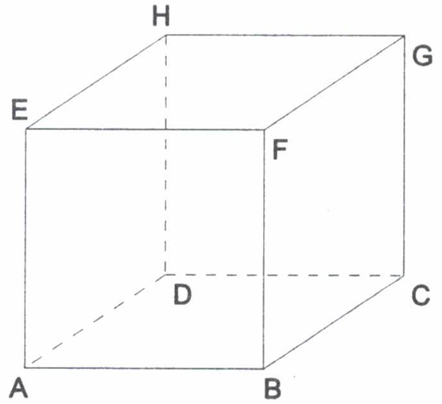
Volumes d'une pyramide et d'un cube.

Commentaires :

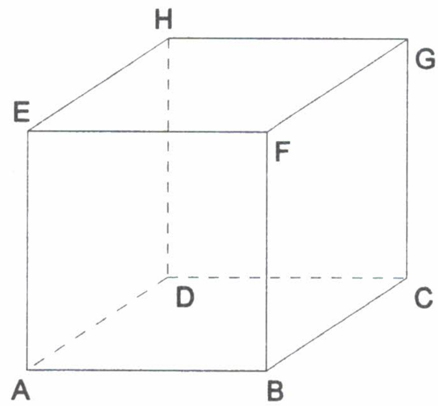
L'élève obtient par construction, à partir d'un cube six solides différents dont il doit calculer le volume. Il s'agit pour les quatre premiers, de volumes usuels. L'avant-dernier est obtenu par somme et le dernier à l'aide d'une différence de volumes usuels. Dans chaque cas, le rapport du volume du solide au volume du cube initial est égal à 1/6 (sauf le dernier). La surprise d'obtenir le même rapport 1/6 peut motiver les élèves à mener à bien le travail . Les dernières constructions permettent d'obtenir un octaèdre et un cuboctaèdre, qui seront une découverte pour certains.
En fonction du niveau de l'élève, le professeur peut remplacer la donnée de 6 cm pour l'arête du cube par a. L'objectif est alors double : réaliser des calculs de puissances et généraliser un problème en mettant en évidence que le rapport des volumes ne dépend pas de a.

VOLUMES

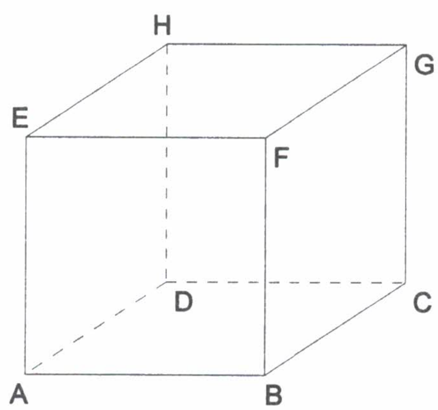
I. Soit un cube d'arête 6 cm.
Calcule son volume V en cm^3 .
Place A' sur [AE], B' sur[BF],
C' sur [CG], D' sur [DH].
tels que AA' = BB' = CC' = DD' = 1 cm.
Représente le solide (ABCDA'B'C'D').
Calcule son volume V_1 .
Calcule le rapport $\frac{V_1}{V}$.



II. On note O le centre du cube.
Représente la pyramide de sommet O et de base ABCD.
Calcule son volume V_2 .
Calcule le rapport $\frac{V_2}{V}$.



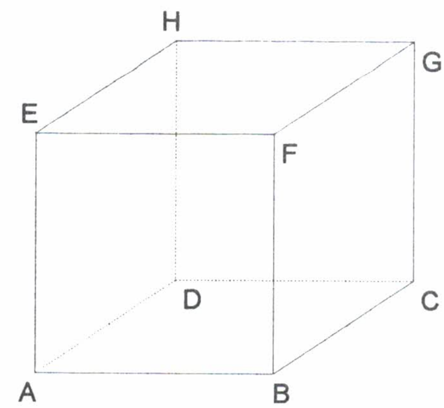
III. Soit S le centre de la face EFGH.
Soient I, J, K, L les milieux respectifs des côtés [AB] , [BC] , [CD] , [DA].
Représente la pyramide de sommet S et de base IJKL.
Calcule son volume V_3 .
Calcule le rapport $\frac{V_3}{V}$.



IV. Représente la pyramide (ABCF).

Calcule son volume V_4 .

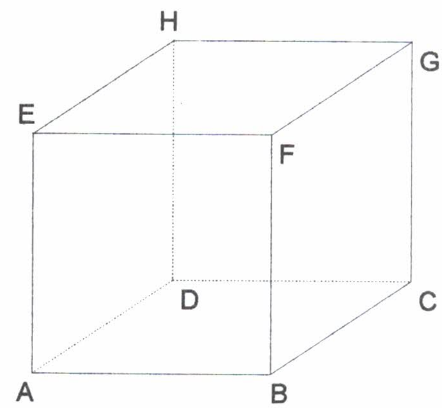
Calcule le rapport $\frac{V_4}{V}$.



V. Construis P, Q, R, S, T, U les centres des faces.
Construis l'octaèdre (PQRSTU) dont les sommets sont les centres des faces du cube.
Quel est le nombre de ses arêtes ? Quel est le nombre et quelle est la nature de ses faces ?

Calcule son volume V_5 .

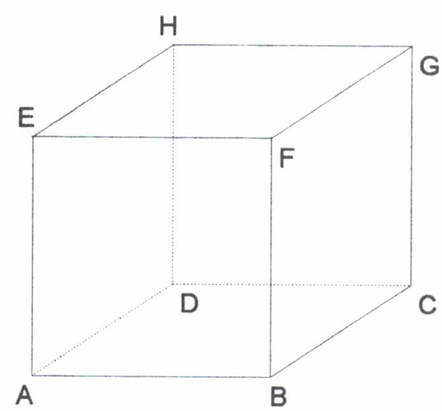
Calcule le rapport $\frac{V_5}{V}$.



VI. Construis les milieux de chaque arête.
Construis le cuboctaèdre dont les sommets sont les milieux de chaque arête.
Quel est le nombre de ses arêtes ? Quel est le nombre et quelle est la nature de ses faces ?

Calcule son volume V_6 .

Calcule le rapport $\frac{V_6}{V}$.



VII. **A toi de jouer :**

Construis un cube.

Trouve un solide dont les sommets sont sur les faces du cube et dont le volume V_7 est 8 fois plus petit que celui du cube.