géométrie assistée par ordinateur

Exemples de fiches
d'utilisation du logiciel

CALQUES GEOMETRIQUES

IREM
de
Lorraine

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université de NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 3ème trimestre 1993
n° de la publication : 2-85406-137-3
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Michel BONN

1. Préface

L'ordinateur est généralement considéré comme outil de calcul en mathématiques. Il a permis très rapidement de réaliser les algorithmes d'analyse (dichotomie, Newton, Simpson ...), puis le tracé des courbes représentatives de fonctions.

Le dessin géométrique est apparu pour la première fois avec Logo : géométrie de la tortue à l'école primaire, logiciel Euclide ...

CALQUES GEOMETRIQUES s'intègre dans une catégorie de logiciels qui facilitent la construction et la manipulation directe d'une figure de géométrie plane grâce à une interface conviviale à base notamment de menus déroulants.

Qui n'a jamais réalisé une figure de géométrie sur un tableau traditionnel sans s'apercevoir finalement que tel point se trouve en dehors de ses limites, ou que la figure constitue un cas particulier gênant ? Et que dire de la construction fastidieuse de lieux géométriques ? Qui n'a jamais souhaité extraire de cette figure complexe tel triangle rectangle qui suggère la démonstration demandée ?

L'ordinateur permet la réalisation aisée de tels souhaits grâce aux capacités de calcul et d'affichage graphique :

- constructions géométriques précises,
- modification de la figure conservant ses propriétés :
  - › changer d'échelle,
  - › déplacer les points de base,
  - › gommer des éléments de construction,
- désignation et visualisation des configurations de base à l'intérieur d'une figure complexe,
- action des transformations,
- lieux géométriques.

Nous nous sommes limités dans ce fascicule à l'utilisation en classe d'un ordinateur couplé à une tablette rétroprojetable. L'enseignant présente ainsi à l'ensemble des élèves une figure évolutive qu'il aura préalablement préparée et qu'il manipulera devant eux.

Il pourra ainsi faire :
- observer directement des invariants,
- imaginer l'effet de certaines transformations,
- conjecturer des propriétés,
- découvrir des démonstrations,
- suggérer des lieux géométriques.

Ainsi présentée la géométrie devient plus vivante et contribue à enrichir l'expérience des élèves.

2. Introduction

Ont participé à la rédaction de ce fascicule :

- P. Bernat, Lycée G. de La Tour à Nancy
- W. Breton, Lycée J. Callot à Vandœuvre
- P. Marchal, Lycée H. Loritz à Nancy
- F. Munier, Lycée G. Baumont à Saint-Dié
- C. Pravda de Starov, Lycée Mangin à Sarrebourg

membres du groupe "Pédagogie et Informatique" de l'IREM de Lorraine.

Les fiches ont été rédigées et expérimentées durant les années scolaires 91/92 et 92/93.

Ce fascicule s'adresse aux Professeurs de Mathématiques de Lycée désireux d'intégrer l'outil informatique dans le cadre de leur enseignement.

Le matériel souhaitable se compose d'un ordinateur compatible PC, d'une tablette rétroprojetable et d'un rétroprojecteur.

Le logiciel utilisé est :

CALQUES GEOMETRIQUES

diffusé par les éditions :

Topiques
24 rue du 26e B.C.P.
54700 Pont à Mousson

L'objectif de ce fascicule est de présenter quelques séquences précises d'utilisation collective de CALQUES.

Nous nous sommes rendus compte que l'utilisation d'un logiciel en classe nécessitait une préparation approfondie de la part de l'enseignant. Le résultat de cette préparation est présenté sous forme de fiches qui restituent la structure nécessaire à une telle démarche. L'aspect détaillé de ces fiches ne prétend pas être un modèle en soi et peut être repensé en fonction des habitudes de chacun.

3. Différents procédés pratiques permettant de résoudre dans CALQUES des problèmes élémentaires

3.1 Fixer une unité :

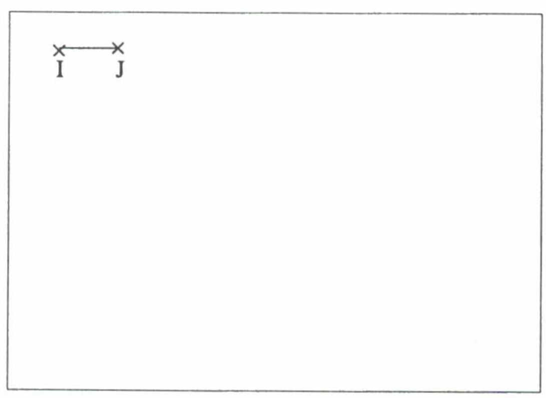
Le problème est de transposer à l'écran un énoncé du type " dessine un segment [AB] de longueur 5 cm (ou autre) ". Il apparaît vite nécessaire de représenter le centimètre de façon arbitraire par une unité éventuellement différente. Rappelons qu'une unité n'est autre que la longueur d'un segment qui sert de référence pour tous les autres segments.

Il suffira alors de "reporter" 5 fois cette unité pour construire le segment [AB] de longueur 5 (sous-entendu unités). Cette manipulation est réalisée dans le point 3.3.

Le problème de fixer une unité se borne donc à la construction d'un segment de référence. Remarquons qu'un avantage de cette méthode est de permettre de modifier à volonté l'unité en question par exemple pour ajuster la taille de la figure à celle de l'écran.

technique :

créer un point I
créer un point J
relier I et J



I et J seront des points "libres".
IJ devient l'unité.

3.2 Reporter une longueur :

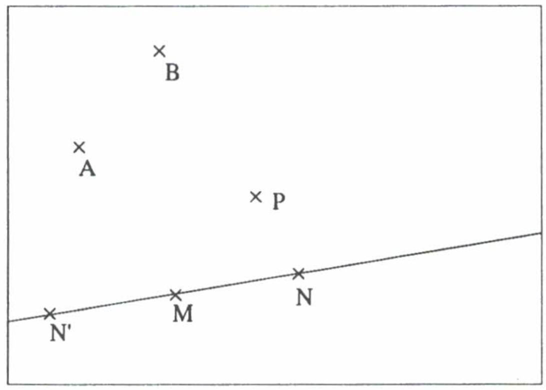
On se donne un segment [AB], une droite D et un point M sur cette droite. Le problème est de construire un segment [MN] tel que MN = AB et tel que N est sur D.

Remarque : • sur papier, il ne faut pas utiliser la règle graduée mais le compas, instrument idéal pour reporter des distances et accessoirement tracer des cercles.

• à l'écran, il s'agit de transposer la technique du compas.

technique :

translater le bipoint (A,B) en le point M (on obtient P)
créer le cercle de centre M et passant par P
réaliser l'***intersection*** de ce cercle et de D



On obtient les deux solutions N et N' du problème.

3.3 Construire un segment de longueur fixée :

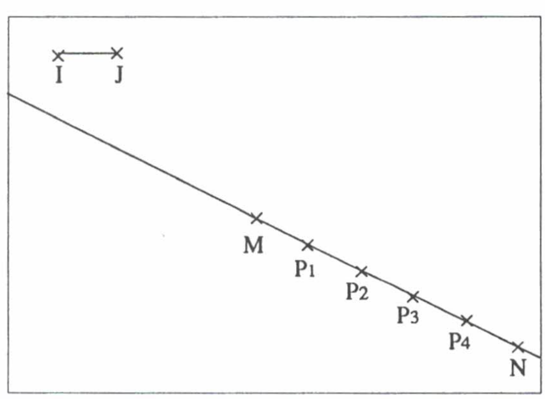
On dispose d'une unité grâce à un segment de référence (voir point 3.1).

On se donne une droite D, un point M sur cette droite et on désire construire un segment [MN] tel que par exemple MN = 5 et tel que N est sur D.

Pour les cas où les mesures ne sont pas entières (mais tout de même rationnelles), on pourra toujours se ramener au cas des mesures entières par le choix d'une unité plus appropriée. Par exemple, la donnée de 1,2 unité sera remplacée par celle de 12 unités 10 fois plus petites ...

technique :

créer un point P_1 sur D tel que $MP_1 = IJ = 1$ (voir le point 3.2 pour le détail)
translater le bipoint (M,P_1) en P_1 (on obtient P2)
répéter cette opération encore 3 fois ... (on obtient P_3, puis P_4, puis N)



3.4 Comparer des distances :

Etant donnés quatre points A, B, C, D, on veut comparer les distances AB et CD.

Le principe est de reporter les deux longueurs AB et CD sur une même droite.

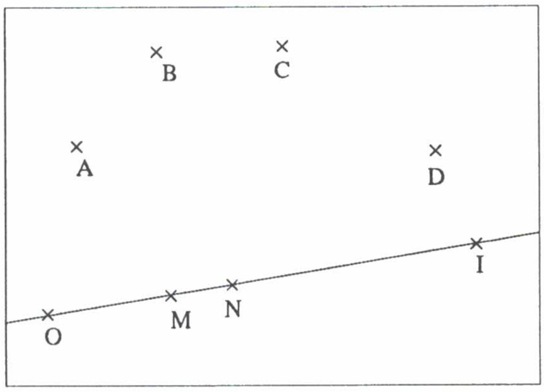
technique :

créer une droite (OI)

reporter la longueur AB sur la droite (OI) en O (voir le point 3.2 pour le détail) on obtient un point M tel que OM = AB

reporter de même la longueur CD sur (OI) en O de façon à obtenir le point N tel que ON = CD et tel que N est sur la demi-droite [OM)

observer les positions relatives des points O, M et N



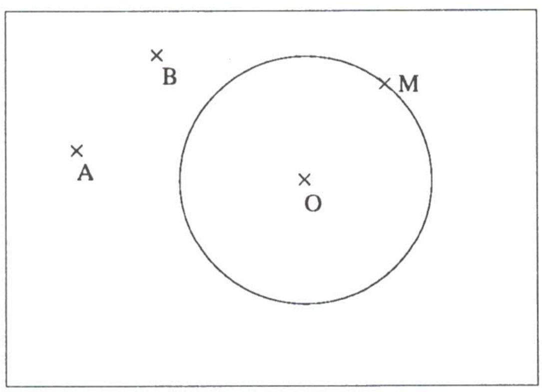
3.5 Construire un cercle de rayon donné :

On se donne un point O et un segment [AB].

On veut construire le cercle de centre O et de rayon R = AB.

technique :

translater le bipoint (A,B) en le point O (on obtient M)
créer le cercle de centre O passant par M



3.6 Choisir un type de tracé pour les traits de construction (en vue d'un futur effacement) :

Lors de la construction d'une figure, on est amené à tracer des éléments qui ne sont plus indispensables pour la visualisation finale. Il est possible de les gommer en utilisant une seule commande. Pour cela, il faut prendre la précaution de tracer les droites et segments provisoires en pointillés et les points provisoires en "croix diag".

technique :

gommer les pointillés ou les "croix diag"

3.7 S'arranger pour que des éléments de figures soient inamovibles :

Dans de nombreux problèmes de géométrie, certains éléments doivent être mobiles pour pouvoir visualiser différents cas de figure ou lors de la recherche de lieux géométriques. Par contre d'autres éléments doivent impérativement rester fixes.

technique : • droite fixe

créer successivement deux points (de préférence en "croix diag" : voir 3.6)
créer la droite passant par ces deux points
gommer les deux points (les "croix diag")

• point fixe

créer successivement deux droites fixes (de préférence en pointillés : voir 3.6)
construire leur ***intersection***
gommer les deux droites (les pointillés)

• cercle fixe

créer successivement deux points fixes
créer le cercle de centre l'un des points et passant par le second
gommer le second point (et éventuellement le premier)

On pourra construire d'autres figures fixes de façon analogue à l'aide de points fixes.

3.8 Exploiter au mieux des lieux géométriques :

L'idée est d'obtenir un certain nombre de points appartenant au lieu géométrique de manière à en conjecturer la nature. Le style de tracé de ces points pourra être * .

Dans un deuxième temps, si ce lieu semble être une droite ou un cercle, on pourra essayer de faire passer par cet ensemble de points une droite ou un cercle mobile de manière à conforter la conjecture ci-dessus. Un exemple de ce type est traité dans la fiche : "COURBES de NIVEAU".

3.9 Reporter un angle géométrique :

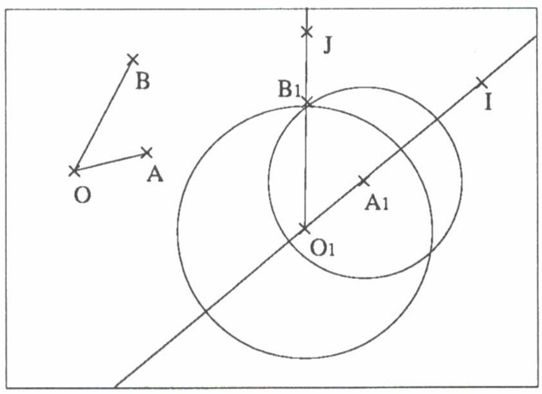
On dispose d'un angle de référence $\widehat{AOB}$ déterminé par trois points distincts A, O et B (on ne tient pas compte de son sens). On dispose aussi de deux points O_1 et I.

Le but est de construire un angle $\widehat{IO_1J}$ tel que $\widehat{IO_1J} = \widehat{AOB}$.

Le principe est de construire un triangle $O_1A_1B_1$ isométrique au triangle OAB et tel que A_1 est sur la demi-droite $[O_1I)$.

technique :

reporter la longueur OA sur la demi-droite $[O_1I)$ à partir de O_1 (voir 3.2)
on obtient le point A_1
construire le cercle de centre O_1 et de rayon OB (voir 3.5)
construire le cercle de centre A_1 et de rayon AB (voir 3.5)
construire l'***intersection*** de ces deux cercles
on choisira l'un des deux points d'intersection : c'est B_1
J est alors un point quelconque de la demi-droite $[O_1B_1)$

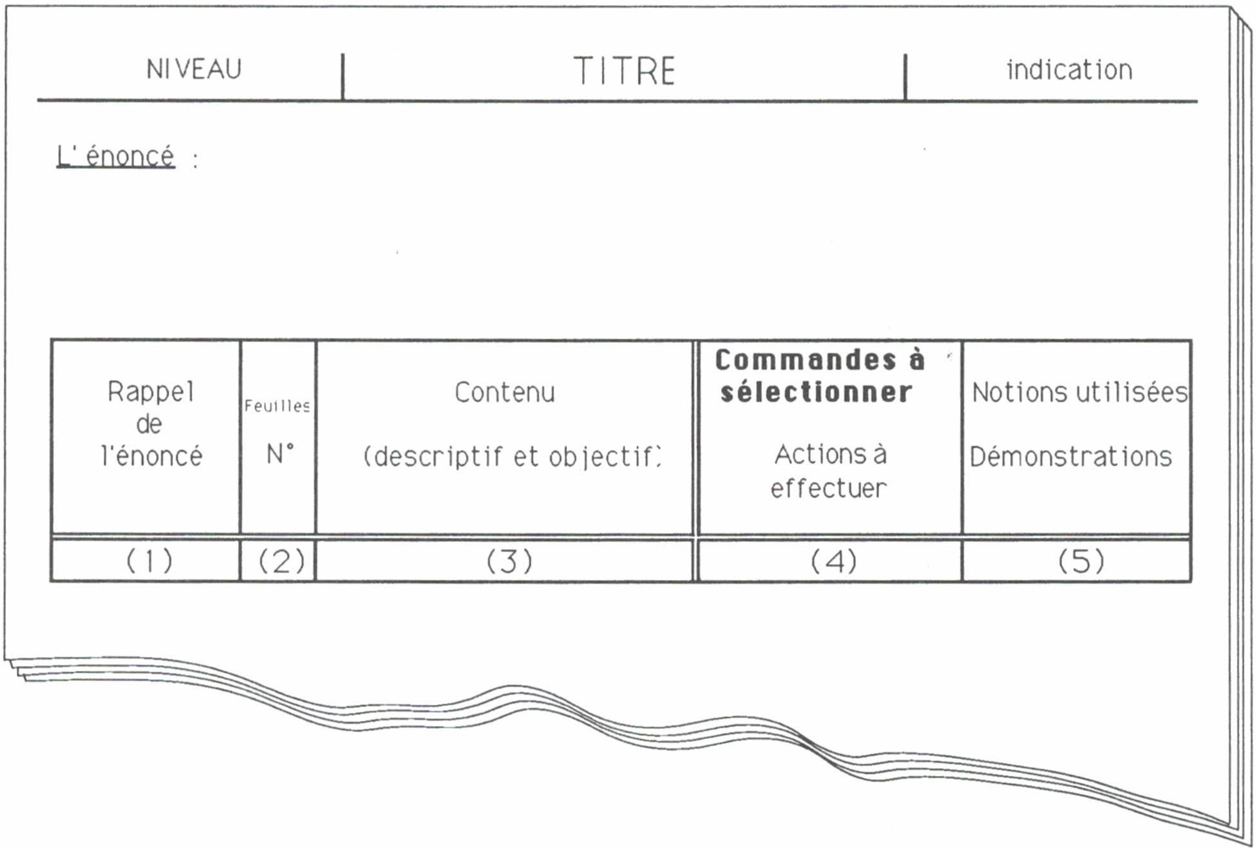


Remarque : si on déplace le point B de manière à changer l'orientation de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$, on peut constater que l'orientation de l'angle $(\overrightarrow{O_1I},\overrightarrow{O_1J})$ ne change pas. Ce procédé ne permet donc pas la conservation des angles orientés.

3.10 Reporter un angle orienté :

Nous laissons au lecteur le plaisir de rechercher une méthode permettant le report des angles orientés en utilisant la composée de deux réflexions (symétries axiales) ...

4. Descriptif détaillé et mode d'emploi des fiches



niveau classe(s) où la fiche peut être utilisée
titre notion ou chapitre illustré par la fiche
indication origine de l'exercice, type de la fiche ou moment où son emploi se situe par rapport au cours

Les **colonnes (1) à (3)** concernent le travail initial de l'enseignant, son analyse du problème et la préparation de certaines feuilles de CALQUES indispensables

colonne (1) rappel succinct de la partie de l'énoncé en cours d'étude
colonne (2) numéros des feuilles de CALQUES concernées par la question en cours (l'éventuelle feuille auxiliaire contient les éléments mobiles lors d'une transformation)
colonne (3) contenu des feuilles en cours : figure et/ou descriptif
indications éventuelles sur l'objectif à atteindre lors de l'utilisation avec les élèves

Les **colonnes (4) à (5)** décrivent plus strictement le déroulement d'une séquence en classe avec les élèves

colonne (4) libellé précis des commandes de CALQUES à utiliser pour traiter la question en cours
colonne (5) fil conducteur pour rédiger la démonstration qui reste malgré tout nécessaire après la manipulation avec CALQUES

SECONDE PREMIERE S	VECTEURS UNE PROPRIETE DE L'ORTHOCENTRE	Ex 43 p 126 BORDAS Fractale

L' énoncé :

Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle de centre O et A_1 le milieu de [BC].

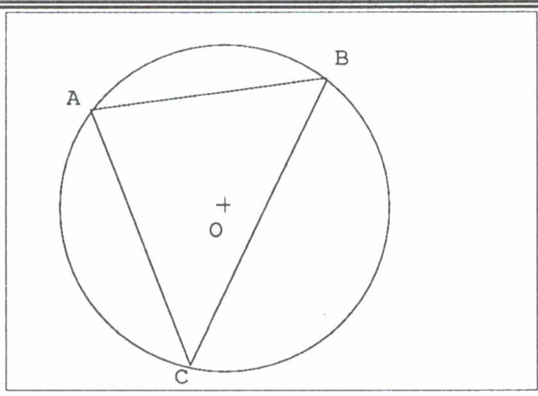
1°) Construire le point H tel que $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

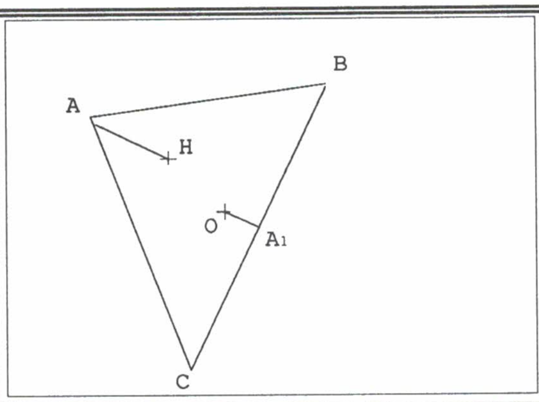
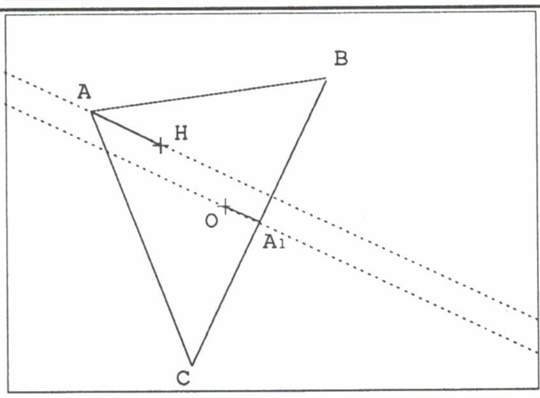
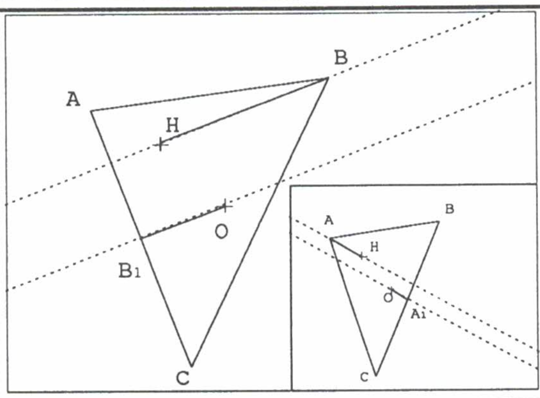
2°) Démontrer que $\overrightarrow{OA_1}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires.
En déduire que (AH) est une hauteur du triangle.

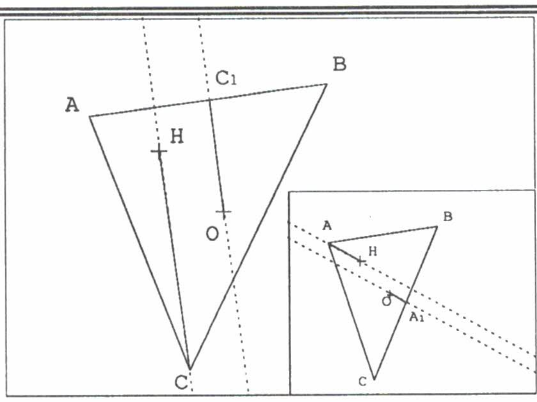
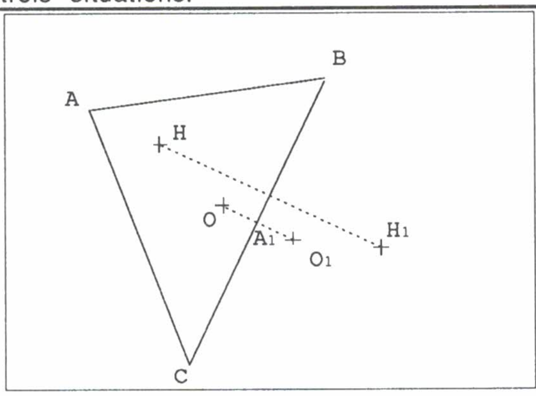
3°) Démontrer que (BH) et (CH) sont des hauteurs du triangle.
Que représente le point H pour le triangle?

4°) Soient O_1 et H_1 les images des points O et H par la symétrie d'axe (BC).

a) Comparer les distances OH_1 et O_1H.
b) Démontrer que OO_1HA est un parallélogramme.
c) Démontrer que H_1 est sur le cercle circonscrit au triangle ABC.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
figure initiale	1			
1°) Construire H tel que $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$	2	Contenu de la feuille 1 H est un point à construire	**F2** **Construire Translater un bipoint** premier point **O** deuxième point **B** en **A** ...	

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
2°) Démontrer que $\overrightarrow{OA_1}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires	3		**F3** **Modifier Déplacer un point** le point **A**	$\overrightarrow{OA_1} =$ $\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OA} =$ $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ donc $\overrightarrow{AH} = 2\,\overrightarrow{OA_1}$
En déduire que (AH) est une hauteur du triangle	4		**F4** **Construire Relier 2 points** d'abord **O** et **B** ensuite **O** et **C** **Construire une Droite** passant par **A** et **H**	OBC isocèle et A_1 milieu de [BC] donc $(OA_1) \perp (BC)$ et (AH) // (OA_1)
3°) Démontrer que (BH) est une hauteur du triangle	5		**F5** **Construire Relier 2 points** d'abord **O** et **A** ensuite **O** et **C** **Construire une Droite** passant par **B** et **H**	idem

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
Démontrer que (CH) est une hauteur du triangle	6	 Il est intéressant de garder sous les yeux la feuille 4 afin de relever l'analogie entre les trois situations.	**F6** **Construire Relier 2 points** d'abord **O** et **A** ensuite **O** et **B** **Construire une Droite** passant par **C** et **H**	idem
4°) a) Comparer les distances OH_1 et O_1H. b) Démontrer que OO_1HA est un parallélo.	7		**F7** **Construire Relier 2 points** **O** et **O1** puis **O1** et **H** puis **H** et **A** et **A** et **O**	$\overrightarrow{OO_1} =$ $2\,\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{AH}$
c) Démontrer que H_1 est sur le cercle circonscrit au triangle ABC.	8	Contenu de la feuille 7	**F8** **Construire un Cercle** de centre **O** passant par **A**	$OH_1 = O_1H = OA$

PROLONGEMENTS POSSIBLES :

On pourra déplacer les points A, B ou C.
On pourra s'intéresser aux points H_2 et H_3 symétriques du point H par rapport aux droites (AB) et (AC).

SECONDE	CONFIGURATION de THALES	exercice d'application

L' énoncé :

A, B et C sont trois points non alignés.

1°) Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.

2°) La parallèle menée par D à (AC) coupe (AB) en F et la parallèle menée par D à (AB) coupe (AC) en E.

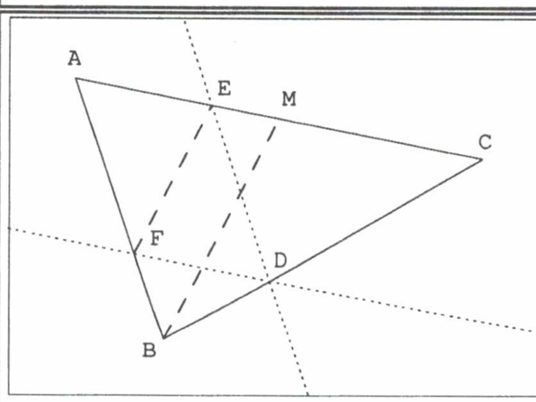
a) Donner une relation liant $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}$.

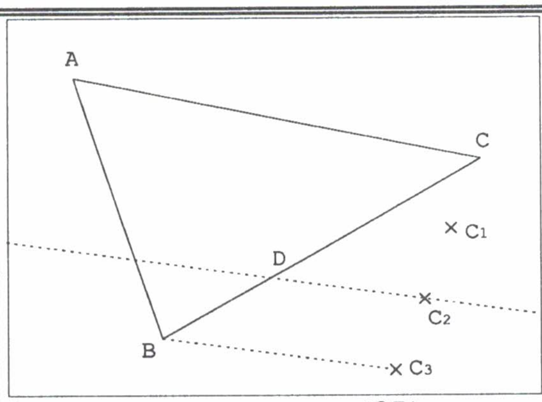
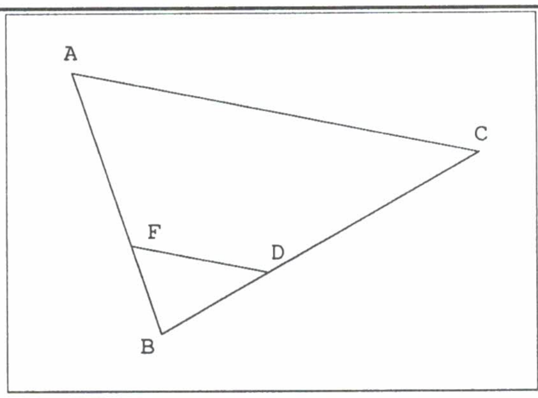
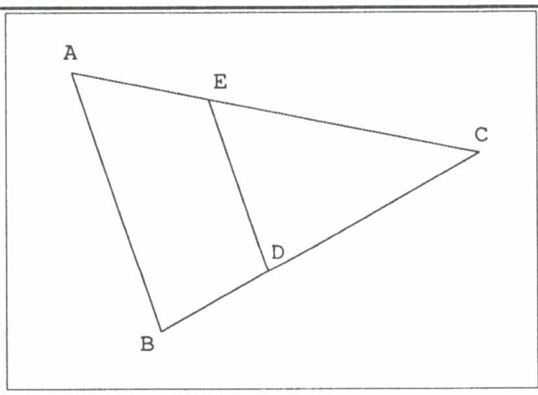
b) Donner une relation liant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$.

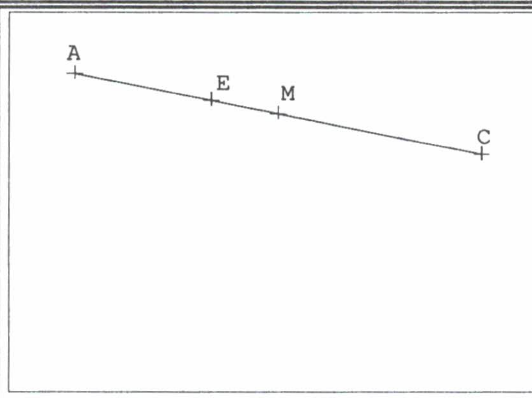
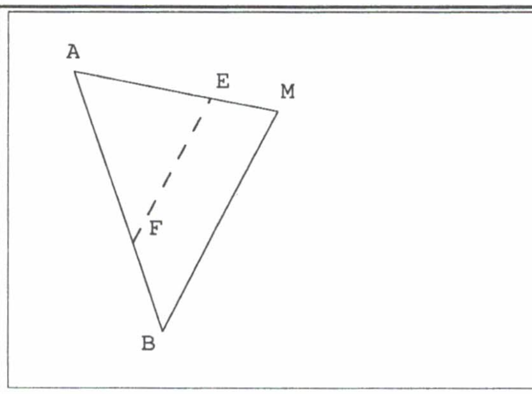
3°) Soit M le milieu de [AC] .

a) Donner une relation liant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b) En déduire que (FE) et (BM) sont parallèles.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
figure complète	1			

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
1°) Construire le point D	2	 C_1 est un point non situé sur (CB) C_2 et C_3 seront deux points construits à partir de C_1 tels que $\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{C_2C_3}$	**F2** **Construire** **Translater un bipoint** premier point **C** deuxième point **C_1** en **C_1** ... **Modifier** **Déplacer un point** le point **C_1**	Les projections conservent les rapports de longueur
2°) a) relation liant $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}$	3		**F3**	(FD) // (AC) et $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ donc $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ (Th. de Thalès)
b) relation liant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$	4		**F4**	(ED) // (AB) et $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (Th. de Thalès)

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
3°) a) relation liant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AM}$	5		**F5**	$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AC} = 2\ \overrightarrow{AM}$ donc $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$
b) déduire que (FE) et (BM) sont parallèles	6		**F6**	$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ donc $(FE) /\!/ (BM)$ (Réciproque du th. de Thalès)

<u>REMARQUE</u> : il est intéressant de garder sous les yeux la feuille 1 qui contient la figure complète.

PREMIERE S	BARYCENTRE	IMAGICIEL

Cette fiche diffère sensiblement des autres fiches présentées dans ce fascicule. Elle explique la construction d'un imagiciel qui pourra servir à illustrer un cours.

<u>But</u> :

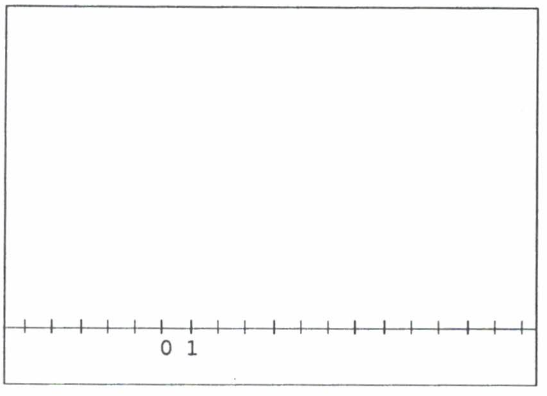
Représenter et manipuler le barycentre de deux points affectés de cœfficients variables.

Les cœfficients sont représentés par des points mobiles sur une droite graduée D.

1°) <u>Préparation de la droite graduée</u>.

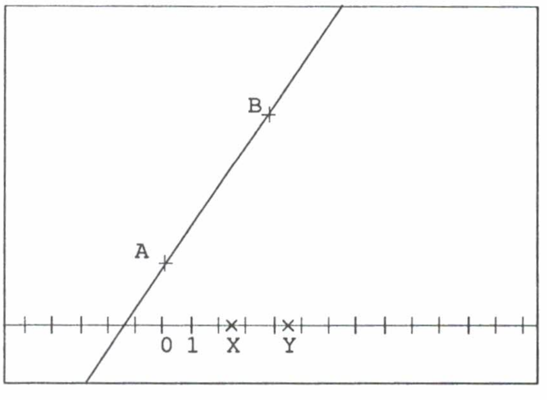
Créer une droite fixe.
Construire deux points sur cette droite nommés 0 et 1.
Translater le bipoint (0,1) en 1. On obtient un nouveau point.
Translater le bipoint (0,1) en ce point.
Répéter cette translation pour compléter la graduation du demi-axe positif.

Translater le bipoint (1,0) en 0. On obtient un nouveau point.
Translater le bipoint (1,0) en ce point.
Répéter cette translation pour compléter la graduation du demi-axe négatif.



2°) <u>Choix des points et des cœfficients</u>.

Créer deux points A et B. Construire la droite (AB).
Choisir deux points sur la droite D. On les nomme X et Y.
Ils représentent les cœfficients x et y affectés à A et B.

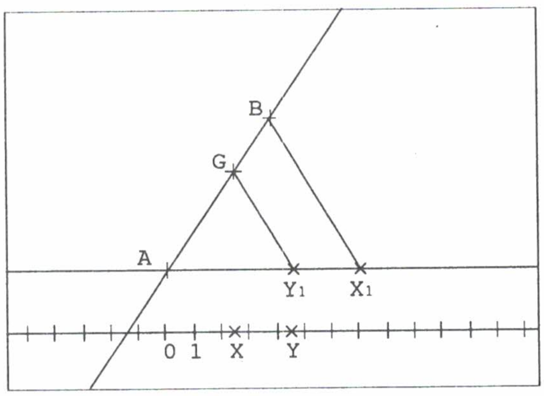


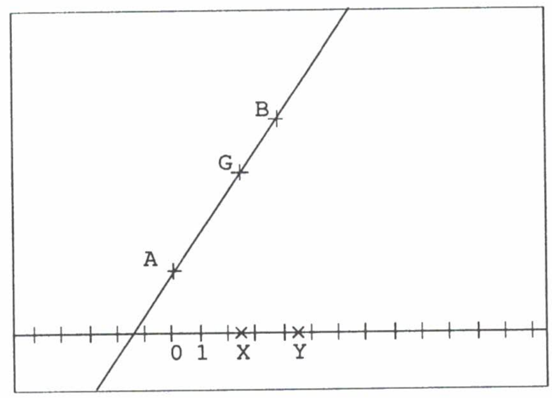
3°) Construction du barycentre G de (A,x) et (B,y).

On vérifie que (AB) n'est pas parallèle à D.

Construire la parallèle à D passant par A.
Translater le bipoint (O,Y) en A, on obtient le point Y_1.
Translater le bipoint (O,X) en Y_1, on obtient le point X_1.
Relier B et X_1.
Construire la parallèle à (BX_1) passant par Y_1.
L'intersection de la droite (AB) et de cette parallèle est le point G.

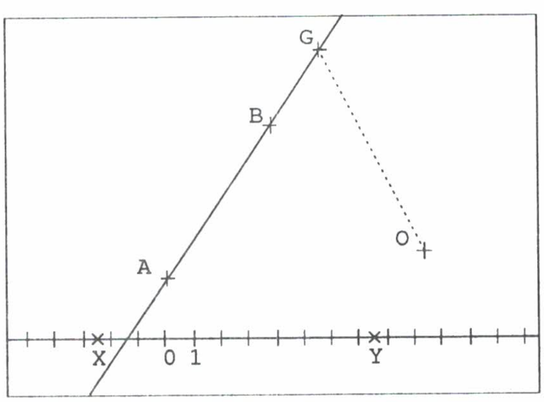
Gommer la droite (BX_1), sa parallèle, la droite (X_1Y_1) et les points X_1 et Y_1.

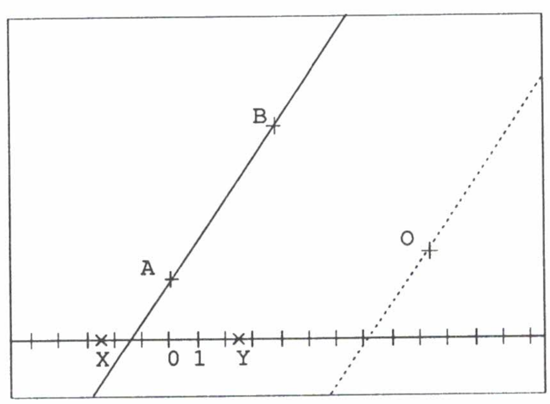




En déplaçant X et Y on peut suivre l'évolution du point G.
Pour mieux comprendre cette évolution lorsque G sort de l'écran, en particulier pour x+y proche de 0, on pourra:

Créer un point O,
Relier G et O en pointillés.





SUGGESTIONS :
- Remarquer les positions relatives de A, B et G suivant les valeurs de x et y.
- X et Y étant fixés, déplacer A ou B.
- Placer un point M sur (AB). Déterminer x et y pour que M soit le barycentre.
- Etendre cette construction au barycentre de trois points.

PREMIERE S	COURBES de NIVEAU LIEU GEOMETRIQUE	activité préparatoire

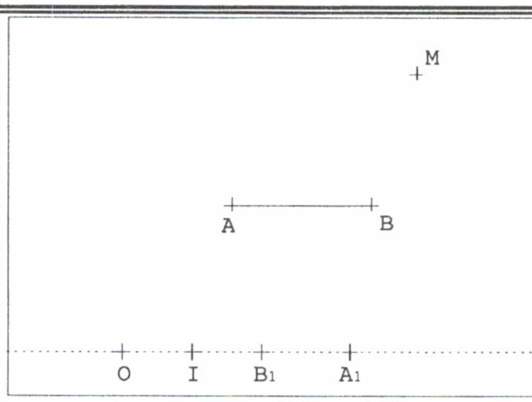
<u>L' énoncé</u> :

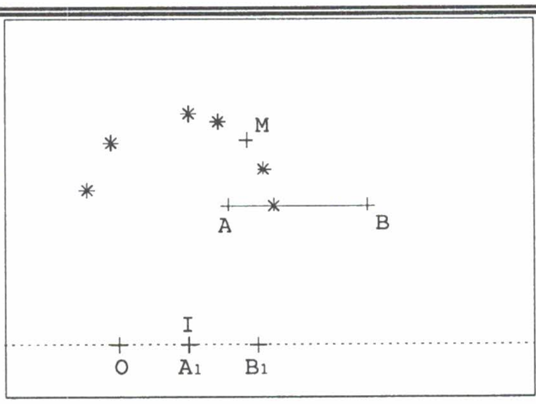
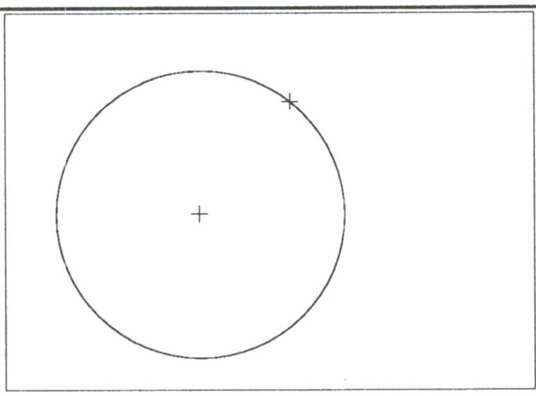
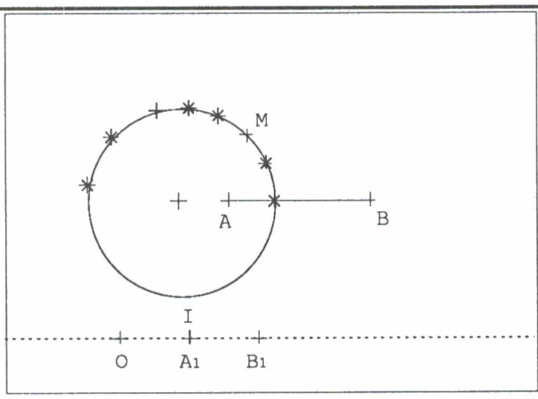
On donne deux points A et B distincts.

Quel est le lieu géométrique des points M tels que $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

<u>Préparation de la figure</u> :

Construire deux points A et B situés sur une même droite et un point M quelconque hors de cette droite. Sur une droite horizontale <u>fixe</u> (voir 3.7), placer un point O et reporter les longueurs MA et MB (voir 3.2). Effacer les traits de construction.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
figure initiale	1	 Le point A_1 est tel que OA_1 = MA et permet donc de visualiser la longueur MA. Il en est de même pour le point B_1 qui correspond à la longueur MB. Marquer le milieu I du segment $[OB_1]$ Sauvegarder le fichier.	**F1** **Modifier** **Déplacer un point** le point **M**	

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
lieu géométrique: conjecture	1		**Options Lieu Géométrique** d'un point **M** style de tracé * point à déplacer **M** Déplacer M de façon à superposer les points I et A_1. Puis valider.	Le lieu semble être un cercle.
lieu géométrique: vérification	2		**F2** **Feuilles** Copier vers une feuille **1** Toute la feuille	
	1		**F1** **Modifier Déplacer un point** Déplacer le centre du cercle puis le point de sa circonférence pour le superposer avec le lieu.	Le cercle semble centré sur (AB).

<u>PROLONGEMENTS</u> :

Déterminer les points M pour lesquels $\frac{MA}{MB} < \frac{1}{2}$ ou $\frac{MA}{MB} > \frac{1}{2}$.

Essayer d'autres rapports, dont le rapport 1 ($\frac{MA}{MB} = 1$) et reproduire les différentes courbes de niveau sur une même feuille.

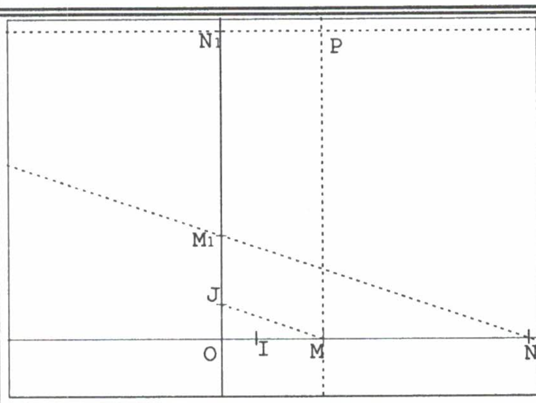
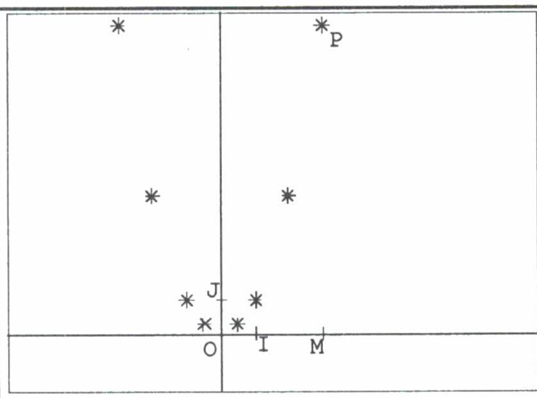
SECONDE	PARABOLE LIEU GEOMETRIQUE	exercice d'application

L' énoncé :

Le plan est rapporté à un repère (O,I,J).
Soit M un point de la droite (OI).

1°) Construire le point M_1 de la demi-droite [OJ] tel que $OM_1 = OM$.
Construire le point d'intersection N de la droite (OI) avec la parallèle à (JM) passant par M_1.
Construire le point N_1 de la demi-droite [OJ] tel que $ON_1 = ON$.
Construire enfin le point P ayant la même abscisse que M et la même ordonnée que N_1.

2°) Quel est le lieu géométrique du point P lorsqu'on déplace M sur (OI) ?
a) Faire une conjecture sur le lieu en répétant plusieurs constructions.
b) Prouver cette conjecture.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
1°) Construction	1		**F1**	
2°) Lieu du point P lorsqu'on déplace M sur (OI) a) conjecture	2		**F2** **Options Lieu Géométrique** d'un point **P** style de tracé ***** point à déplacer **M**	Le lieu semble être une parabole.
b) preuve	1		**F1**	En utilisant le théorème de Thalès, montrer que $ON = OM^2$

PREMIERE S	HOMOTHETIE et COMPOSEE QUADRILATERE COMPLET	Ex 37 p 222 TERRACHER

L' énoncé :

On considère un quadrilatère BCDE. Les droites (BC) et (DE) se coupent en A. Les droites (BE) et (CD) se coupent en F. Les segments [EC], [BD] et [AF] seront considérés comme les segments diagonaux du "quadrilatère complet" ABCDEF.

Le but du problème est de prouver que les milieux respectifs de ces trois segments diagonaux, à savoir I, J et K sont alignés. On désigne par h_1 et h_2 les homothéties de centre A telles que : $h_1(B) = C$ et $h_2(D) = E$.

1°) On appelle I_1 et J_1 les points tels que $EFCI_1$ et $BFDJ_1$ sont des parallélogrammes.

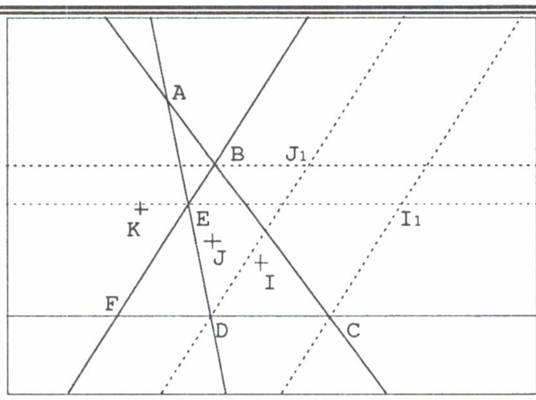
a) Faire une figure illustrant ces données.

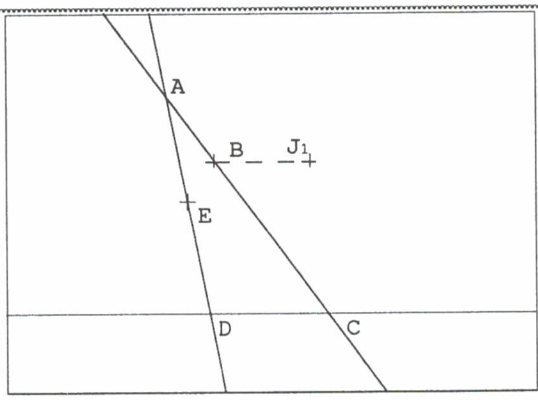
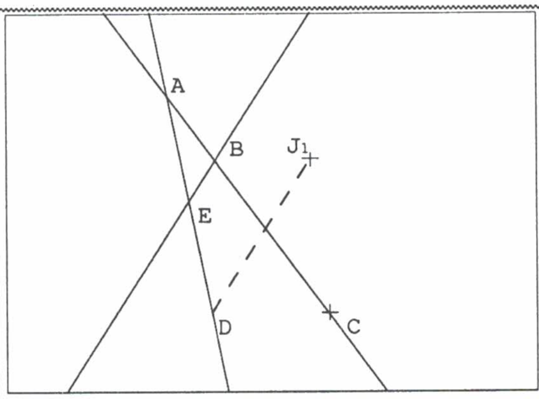
b) Quelle est l'image de (BJ_1) par $h_2 \circ h_1$?

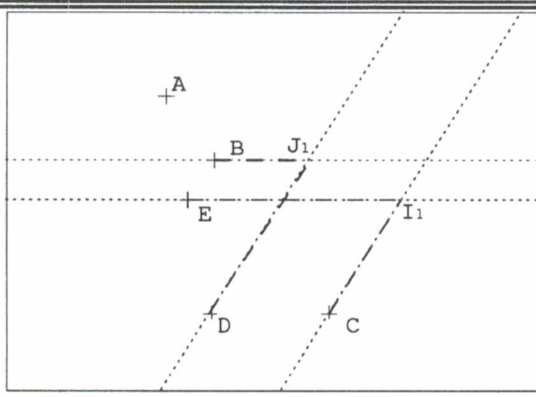
c) Quelle est l'image de (DJ_1) par $h_1 \circ h_2$?

d) Prouver que A, I_1 et J_1 sont alignés.

2°) A l'aide d'une homothétie de centre F, déduire que I, J et K sont alignés.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
1°) a) figure illustrant les données	1			

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
	auxiliaire 3	segment $[BJ_1]$ et droite (BJ_1)		
b) image de (BJ_1) par $h_2 \circ h_1$	2	 Animation de l'homothétie h_1 sur (BJ_1) puis de h_2 sur $h_1(BJ_1)$	**F2** **Transformer Homothétie** de centre **A** contenu feuille **3** **+** ou **−** pour déplacer (BJ_1) sur (CD) puis sur (EI_1) **Construire Parallèle à une droite** (BJ_1) passant par **E**	h_1 transforme (BJ_1) en (DC) h_2 transforme (DC) en (EI_1) $h_2 \circ h_1$ transforme (BJ_1) en (EI_1)
	auxiliaire 5	segment $[DJ_1]$ et droite (DJ_1)		
c) image de (DJ_1) par $h_1 \circ h_2$	4	 Animation de l'homothétie h_2 sur (DJ_1) puis de h_1 sur $h_2(DJ_1)$	**F4** **Transformer Homothétie** de centre **A** contenu feuille **5** **+** ou **−** pour déplacer (DJ_1) sur (EB) puis sur (CI_1) **Construire Parallèle à une droite** (DJ_1) passant par **C**	h_2 transforme (DJ_1) en (EB) h_1 transforme (EB) en (CI_1) $h_1 \circ h_2$ transforme (DJ_1) en (CI_1)

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
d) Prouver que A, I_1 et J_1 sont alignés	6		**F6** **Construire une Droite** passant par **A** et **I_1** et visualiser l'alignement des points A, I_1 et J_1	$h_1 \circ h_2 = h_2 \circ h_1 = h$ car même centre A h transforme (BJ_1) en (EI_1) et (DJ_1) en (CI_1) donc h transforme J_1 en I_1 et puisque h est de centre A on déduit que A, I_1 et J_1 sont alignés

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
	auxiliaire 7	droite (I_1J_1) et points A, I_1, J_1		
2°) A l'aide d'une homothétie de centre F, déduire que I, J et K sont alignés	1	Animation de l'homothétie de centre F qui transforme (I_1J_1) en (IJ)	**F1** **Transformer Homothétie** de centre **F** contenu feuille **7** **+** ou **−** pour déplacer (I_1J_1) sur (IJ) Constater par lecture que $k = 0,5$ **Construire une Droite** passant par **A** et $\mathbf{J_1}$ **Construire Parallèle à une droite** $\mathbf{(AJ_1)}$ passant par **K** pour visualiser l'alignement qui a été démontré.	Soit h' l' homothétie de centre F et de rapport $k = \frac{1}{2}$ $h'(A) = K$ car K est milieu de [FA] $h'(J_1) = J$ car J milieu de $[FJ_1]$ $h'(I_1) = I$ car I milieu de $[FI_1]$ A, I_1 et J_1 sont alignés donc I, J et K le sont !

ATTENTION :

Lors de la CREATION du fichier de cet exercice, et avant de faire sa sauvegarde sur disque ou disquette pour une utilisation ultérieure, pensez à EFFACER dans les feuilles 2, 4, 6, et 1 les droites qui y ont été CONSTRUITES.

PROLONGEMENTS POSSIBLES :

Etudes de cas particuliers comme TRAPEZE ou PARALLELOGRAMME.

SECONDE PREMIERE S	ROTATION CONSTRUCTION	exercice d'application

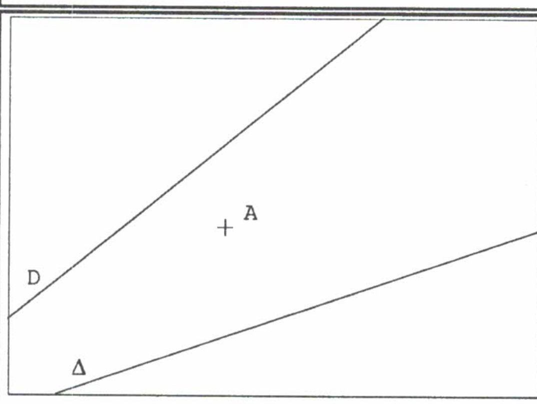
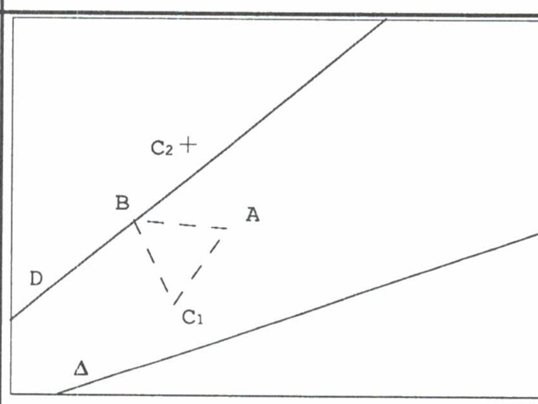
L' énoncé :

Soit deux droites D et Δ et un point A.
On veut construire un triangle équilatéral ABC tel que B et C soient sur D et Δ respectivement.

1°) Construire un triangle équilatéral ABC tel que B est sur D.

2°) Quel est le lieu géométrique du point C lorsqu'on déplace B sur D ?
a) Faire une conjecture sur le lieu en répétant plusieurs constructions.
b) Prouver cette conjecture.

3°) a) En déduire une construction d'un triangle équilatéral ABC tel que B et C soient sur D et Δ respectivement.
b) Combien y a-t-il de solutions ?

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
Soit deux droites D et Δ et un point A.	1			
1°) Construire un triangle équilatéral ABC tel que B est sur D	2	B est construit sur la droite D ABC_1 est équilatéral Un deuxième point C_2 suggère un deuxième triangle équilatéral ABC_2	**F2** **Modifier Déplacer un point** le point **B**	

<table>
<tr><th>Rappel
de
l'énoncé</th><th>Feuilles
N°</th><th>Contenu

(descriptif et objectif)</th><th>Commandes à sélectionner

Actions à effectuer</th><th>Notions utilisées

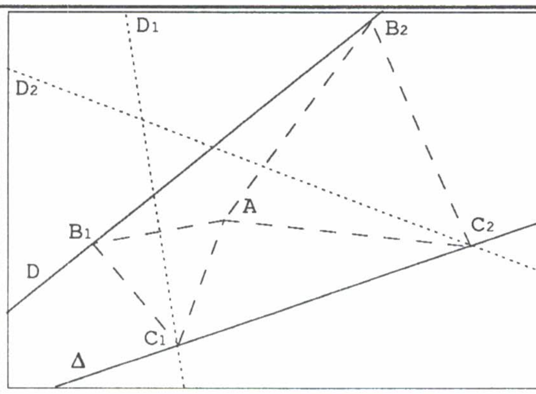
Démonstrations</th></tr>
<tr><td>2°) Lieu du point C lorsqu'on déplace B sur D
a) conjecture</td><td>3</td><td>Contenu de la feuille 2

Construction progressive du lieu de C_1, puis du lieu de C_2</td><td>F3

Options
Lieu
Géométrique
d'un point C$_1$
style de tracé *
point à déplacer B

Refaire de même pour C$_2$</td><td>Le lieu semble être formé de deux droites.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">b) preuve</td><td>auxiliaire
4</td><td>droite D</td><td rowspan="2">Transformer
Rotation
de centre A
contenu feuille 4

+ ou −
pour modifier l'angle de la rotation</td><td rowspan="2">C se déduit de B par une rotation de centre A et d'angle + 60° ou - 60°.
Le lieu de C est la réunion de deux droites qui se déduisent de D.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Animation des rotations de centre A de manière à superposer D avec le lieu de C_1 puis celui de C_2</td></tr>
</table>

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
3°) a) En déduire une construction d'un triangle équilatéral ABC	5	Contenu de la feuille 1	**F5** Réaliser effectivement la construction du transformé D_1 de D par l'une des rotations, puis le triangle ABC.	Le point C est à l'intersection de D_1 et de Δ.
b) Combien y a-t-il de solutions ?	6	 Les droites D_1 et D_2 sont les transformées de D par les rotations de centre A et d'angles + 60° et - 60°.	**F6** Compléter les constructions des triangles ABC.	Sauf cas particuliers, les deux droites D_1 et D_2 permettent la construction de deux triangles équilatéraux.

ATTENTION :

Lors de la création du fichier de cet exercice, penser à sauvegarder l'exercice AVANT DE REALISER LES CONSTRUCTIONS SUR LES FEUILLES 3 ET 5 (construction des lieux et construction du triangle).
Ces feuilles doivent contenir de simples copies respectives des feuilles 2 et 1.

PROLONGEMENTS POSSIBLES :

En déplaçant les droites D et Δ observer et analyser les cas particuliers.
Y a-t-il toujours deux solutions ?

PREMIERE S TERMINALE C	COMPOSEE de ROTATIONS LIEU GEOMETRIQUE	Ex 14 p 215 BELIN Spirale

<u>L' énoncé</u> :

Soit C un cercle de centre O. Soit A un point fixe de C. A tout point M de C distinct de A, on fait d'abord correspondre le point P de C tel que l'angle $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OP})$ ait une mesure de $+\frac{\pi}{2}$, puis à tout point M de C toujours distinct de A, on fait correspondre le point Q , image de P par la réflexion d'axe (AM).
Le but du problème est de déterminer le lieu géométrique du point Q lorsque M décrit le cercle C privé de A.

1°) Faire la figure et placer divers points M.
Faire une conjecture sur le lieu demandé.

2°) a) Prouver que le triangle APQ est isocèle.

b) Justifier que l'angle $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AM})$ a une mesure constante de $-\frac{\pi}{4}$ modulo π.

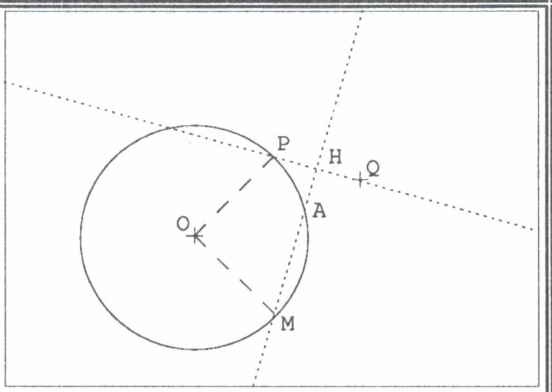
c) En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AQ})$ ainsi que la nature du triangle APQ.

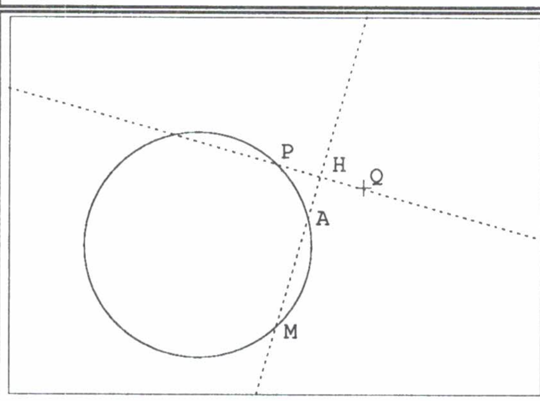
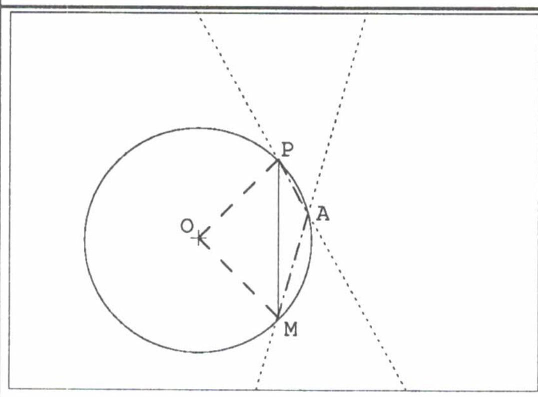
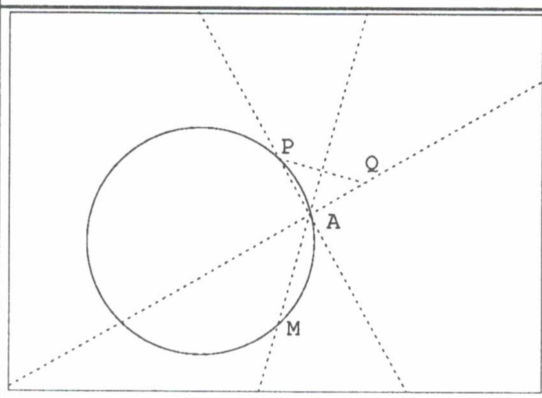
d) Reconnaître la transformation qui à P associe Q.

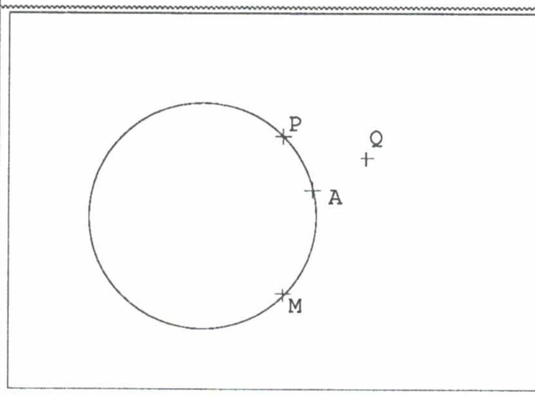
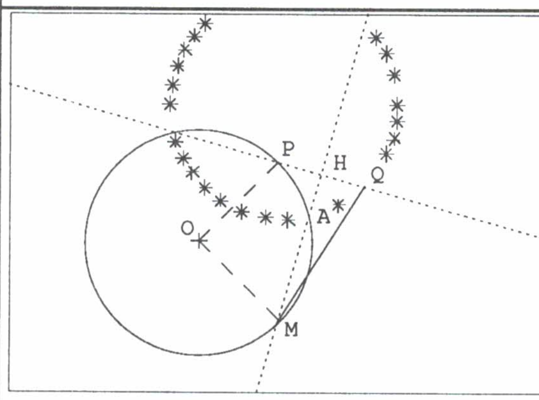
3°) a) Déterminer l'ensemble des points P lorsque M décrit C privé de A.

b) En déduire le lieu du point Q.

4°) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MQ}$ est constant lorsque M varie sur C privé de A.

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
1°) figure illustrant les données et conjecture	1 et 2		**Options Lieu Géométrique** d'un point **Q** style de tracé * point à déplacer **M**	
	1	Constitution d'un ensemble de points Q pour diverses positions de M <u>à chaque séance</u> avec les élèves	Déplacer le point Valider (Return ou Cliquer) pour constituer l'ensemble des points Q	

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
2°) a) APQ est isocèle	3		**F3** **Construire** **Relier 2 points** d'abord **A** et **P** ensuite **A** et **Q**	la réflexion d'axe (AM) transforme P en Q donc AP = AQ
b) mesure de $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AM})$	4		**F4**	la mesure de l'angle inscrit $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AM})$ est la moitié de celle de l'angle au centre $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM})$ modulo π
c) mesure de $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ})$ et nature de APQ	5		**F5** **Options** **Ortho./Parall.** 1ère droite **(AP)** 2ème droite **(AQ)**	la réflexion d'axe (AM) transforme $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AM})$ en $(\overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AM})$ donc $(\overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AM})$ a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ modulo π et $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ})$ a pour mesure $-\frac{\pi}{2}$ modulo π

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
	auxiliaire 7	segment [AP]		
d) transformation qui à P associe Q	6	 Animation de la rotation de centre A qui transforme P en Q	**F6** **Transformer Rotation** de centre **A** contenu feuille **7** **+** ou **−** pour déplacer P sur Q Constater par lecture que angle = -90°	AP = AQ et $(\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ}) = -\frac{\pi}{2}$ donc Q est l'image de P par la rotation r' de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$
3°) a) ensemble des points P	2		**F2**	On passe de M à Q par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ qui transforme C privé de A en C privé du point B = r(A)
b) lieu de Q	8	 Constitution d'un ensemble de points Q pour diverses positions de M à réaliser lors de la <u>création</u> de ce fichier	**F8** **Modifier Déplacer un point** le point **M**	La composée de $r(O, \frac{\pi}{2})$ et de $r'(A, -\frac{\pi}{2})$ est une translation. Le lieu de Q est un cercle C_1 de même rayon que C de centre r'(O) et privé du point r'(B)

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
4°) vecteur $\overrightarrow{MQ}$ constant	8		**F8** **Modifier Déplacer un point** le point **M** (en particulier pour que Q = A)	voir la translation ci-dessus dont le vecteur est $\overrightarrow{r^{-1}(A)\,A}$

REMARQUES :

Comme dans les questions 3°) b) et 4°), il est possible et recommandé pour chaque question d'utiliser l'option **Modifier** puis **Déplacer un point** pour faire décrire au point M le cercle C privé de A, de manière à constater la persistance des propriétés demandées.
Les questions 2°) b) et 4°) sont plus spécifiquement du programme de Terminale C.

PREMIERE S TERMINALE C	COMPOSEE de ROTATIONS SIMILITUDE	exercice d'application

L' énoncé :

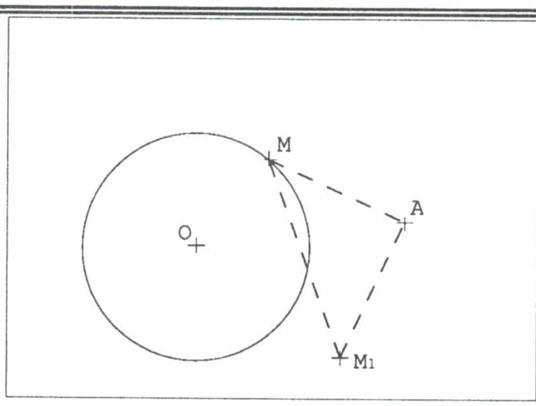
Soit C un cercle de centre O.
Soit A un point fixe n'appartenant pas à C et M un point quelconque de C.

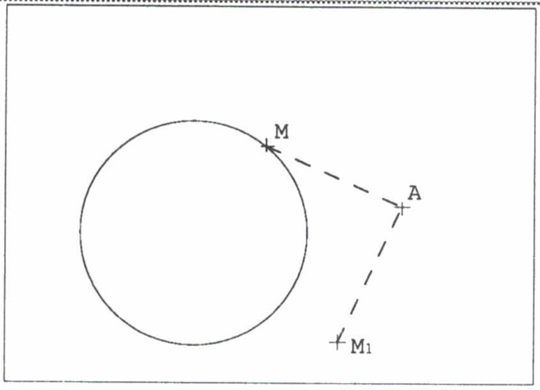
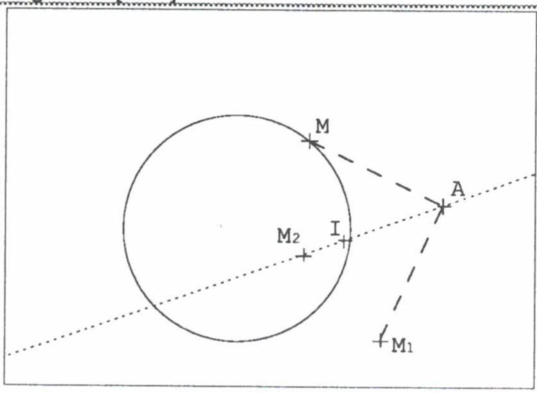
1°) Soit M_1 le point tel que AMM_1 soit un triangle rectangle isocèle direct de sommet A. Trouver l'ensemble C_1 des points M_1 lorsque M décrit C.

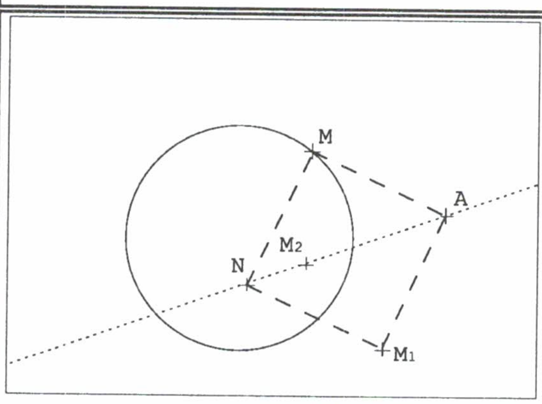
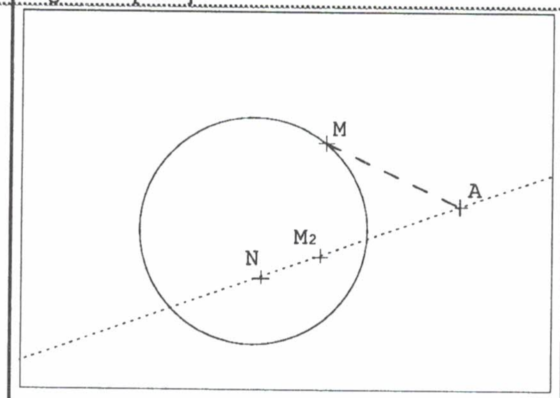
2°) On appelle I le milieu de $[MM_1]$. Soit M_2 le point de la demi-droite [AI) tel que $AM_2 = AM$. Quel est l'ensemble C_2 des points M_2 lorsque M décrit C ?

3°) Soit N le point tel que $AMNM_1$ soit un carré. Trouver la transformation qui à M_2 associe N. En déduire l'ensemble C_3 des points N lorsque M décrit C_2.

4°) Quelle est la transformation qui à tout point M associe le point N correspondant ?

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
figure initiale	1			

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
1°) lieu de M_1	auxiliaire 3 2	points A et M segment [AM]  Animation de la rotation de centre A qui transforme M en M_1	**F2** **Options Lieu Géométrique** d'un point **M_1** style de tracé * point à déplacer **M** **Transformer Rotation** de centre **A** contenu feuille **3** **+** ou **−** pour déplacer M sur M_1 Constater par lecture que angle = 90°	Conjecture ... La rotation $r(A, \frac{\pi}{2})$ transforme M en M_1 et C en C_1
2°) lieu de M_2	auxiliaire 3 4	points A et M segment [AM]  Animation de la rotation de centre A qui transforme M en M_2	**F4** **Options Lieu Géométrique** d'un point **M_2** style de tracé * point à déplacer **M** **Transformer Rotation** de centre **A** contenu feuille **3** **+** ou **−** pour déplacer M sur M_2 Constater par lecture que angle = 45°	Conjecture ... [AI) bissectrice de $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM_1})$ donc $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM_2})$ $= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM_1})$ La rotation $r(A, \frac{\pi}{4})$ transforme M en M_2 et C en C_2

Rappel de l'énoncé	Feuilles N°	Contenu (descriptif et objectif)	**Commandes à sélectionner** Actions à effectuer	Notions utilisées Démonstrations
3°) transformation qui à M_2 associe N lieu de N	5		**F5** **Options** **Distance** entre **A** et **M_2** entre **A** et **N** **Modifier** **Déplacer un point** le point **M** Renouveler les actions **Distance** et **Déplacer** plusieurs fois Calculer $k = \dfrac{AN}{AM_2}$ à chaque fois	$\overrightarrow{AN} = k\,\overrightarrow{AM_2}$ avec $k = \sqrt{2}$ donc C_3 est l'image de C_2 par l'homothétie de centre A et de rapport $\sqrt{2}$
	auxiliaire 3	points A et M segment [AM]		
4°) transformation qui à M associe N	6	 Animation de la similitude de centre A qui transforme M en N	**F4** **Options** **Lieu Géométrique** d'un point **N** style de tracé ***** point à déplacer **M** **Transformer** **Similitude** de centre **A** contenu feuille **3** **+** ou **−** pour déplacer M sur M_2 **4** ou **6** pour déplacer M_2 sur N Constater par lecture que angle = 45° rapport = $\sqrt{2}$	Conjecture ... La composée de $r(A, \frac{\pi}{4})$ et de $h(A, \sqrt{2})$ est $s(A, \sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$

REMARQUES :

Comme dans la question 3°), il est possible et recommandé pour chaque question d'utiliser l'option **Modifier** puis **Déplacer un point** pour faire décrire au point M le cercle C , de manière à constater la persistance des propriétés demandées.
La question 4°) est plus spécifiquement du programme de Terminale C.