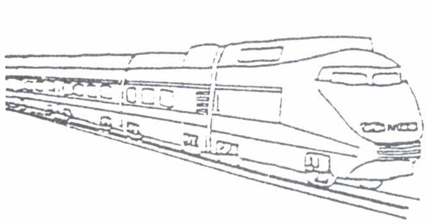
IREM de LORRAINE

CLASSE DE QUATRIÈME

Livret Pédagogique

ALGÉBRISATION



© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université de Nancy I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY Cedex
Dépôt légal : 1er trimestre 1993
n° de la publication : 2-85406-132-2
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Michel BONN

PRéSENTATION GéNéRALE

AVANT-PROPOS

Chacun sait que les programmes actuels de mathématiques du collège, en particulier ceux de quatrième, intègrent largement la résolution de problèmes "concrets" et ceux notamment utilisant une équation du premier degré.

Rappelons quelques passages du programme de quatrième à ce sujet :

TRAVAUX NUMERIQUES

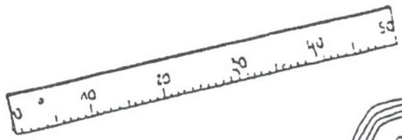
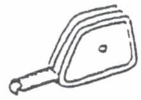
La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Il convient de ne pas privilégier les exercices de technique pure.

Un peu plus loin, dans cette partie du programme, on peut trouver :

4. Résolution de problèmes aboutissant à des équations, à des inéquations du premier degré à une inconnue. *Ces problèmes interviennent dans les différentes parties du programme.* *On dégagera, sur des exemples étudiés, les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation, interprétation du résultat.* *Pour les inéquations on se limitera à une simple initiation.* *Le programme porte uniquement sur des équations et inéquations du premier degré ; sont donc exclus des problèmes aboutissant par exemple à $(x-2)(2x-3) = 0$.*	*– Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.* *– Déterminer, et représenter sur un axe, les solutions d'une inéquation telle que $2x > 3{,}5$ ou $3x < -5$ (coefficient de x positif)*

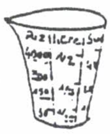
Nous avons paradoxalement constaté un vide réel, notamment dans les manuels, sur l'apprentissage de la mise en équation d'un problème, alors que la technique de résolution est en général bien développée. Souvent, que ce soit dans les manuels ou dans nos pratiques, cet apprentissage se limite à une démarche mimétique : "Voilà comment on fait... A votre tour !" Nous avons donc cherché à pallier ce "déficit pédagogique" en élaborant une série de fiches de travail destinées aux élèves de quatrième.

REPERTOIRE

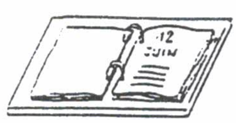

Longueur	m
Largeur	km
Distance	cm
Périmètre	mm
Hauteur	année-lumière
Dimension	
Epaisseur	
Taille	

Aire	m^2
Surface	km^2
Superficie	are, hectare



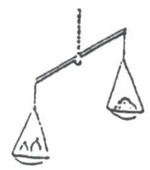
Contenance	m^3
Volume	cm^3
Capacité	l, cl, ml





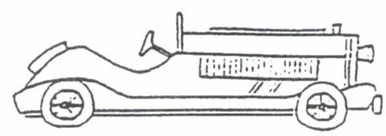
Durée	s
Temps	min
Date	h
Age	an

Prix	F
Coût	
Gain	
Dépense	
Recette	
Bénéfice	
Perte	
Prix de revient	
Somme d'argent	

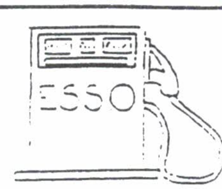



Masse	kg
Poids	g, tonne

Nombre
Quantité



Vitesse	m/s
	km/h



Consommation	l / 100km
	kwh

OBJECTIFS GENERAUX

Traduire algébriquement un problème concret.
Résoudre un problème par une méthode algébrique.

I VOUS AVEZ DIT CONCRET ?

Tout au long des activités proposées, nous nous sommes efforcés de faire référence à des situations concrètes.

Cependant, le sens du mot "concret", si l'on y réfléchit bien, n'est peut-être pas univoque. Ce qui est concret, pour nous adultes, ne l'est pas nécessairement pour des adolescents de 13–14 ans. Les enfants ne connaissent guère que les grandeurs qu'ils manipulent ou qui leur sont familières. Que l'on ne s'étonne pas qu'un élève de quatrième n'ait pas une idée précise de la contenance d'un réservoir d'essence... Nous sommes nous-mêmes parfois confrontés à une méconnaissance ou à une évaluation incorrecte des ordres de grandeur à propos de situations concrètes qui ne nous concernent pas ou peu.

Nous ne nous sommes pourtant pas restreints aux situations vécues par les élèves, d'une part parce qu'elles se prêtent pas toujours à l'élaboration d'un problème à mettre en équation, d'autre part parce que nous pensons qu'il peut être intéressant d'apporter des informations nouvelles aux élèves (problèmes sur l'environnement, sur la vie sociale ou sur des domaines scientifiques).

Cependant, certains problèmes ont un aspect artificiel (du type " j'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez...") et ne peuvent être qualifiés de problèmes concrets simplement parce que l'on y parle d'âge ou de vitesse. Nous n'avons pas voulu pour autant les exclure complètement car ils peuvent présenter un certain intérêt (gymnastique intellectuelle, casse-tête...) et peuvent motiver les élèves par leur côté ludique. De plus, ils peuvent constituer une source d'entraînement à des exercices que l'on rencontre bien souvent dans les manuels.

Enfin, force est de constater que l'intérêt des problèmes concrets va souvent de pair avec des situations complexes, qui dépassent alors le cadre des programmes et qui, de surcroît, deviennent inaccessibles pour les élèves du collège.

II LA DEMARCHE

Le fichier "ALGEBRISATION QUATRIEME" s'inscrit dans une progression sur le thème des problèmes concrets en collège. Il fait suite à un fichier destiné aux élèves de sixième et cinquième dont l'objectif est d'apprendre aux élèves à résoudre un problème concret par une méthode arithmétique (c'est-à-dire qui peut être résolu par une suite d'opérations). Il est prolongé dans la classe suivante par le fichier "ALGEBRISATION TROISIEME".

La technique de résolution des équations ne constitue pas selon nous l'obstacle majeur à la résolution d'un problème algébrique. Aussi nous avons fait le choix de ne pas traiter la technique de résolution des équations dans ce fascicule mais de consacrer l'ensemble du travail à la mise en équation et à l'interprétation de la (des) solution(s).

Une des principales causes de difficulté pour résoudre un problème algébrique réside sans doute dans le nombre de capacités que les élèves doivent mettre en oeuvre lors de sa résolution :

– lecture de l'énoncé,
– choix des inconnues,
– formulation des inconnues,
– analyse de l'énoncé,
– traduction algébrique du problème et en particulier choix des opérations lorsqu'une grandeur est exprimée par une lettre,
– interprétation de la (ou des) solution(s) de l'équation,
– formulation d'une réponse.

Ces capacités s'inscrivent dans la procédure caractéristique de résolution d'un problème concret :

– **passage du concret à l'abstrait** : choix des inconnues, mise en équation.

– **résolution formelle** : on résout l'équation sans se préoccuper de la validité concrète de ce qu'on écrit.

– **retour au concret** : interprétation des résultats et formulation d'une réponse. C'est dans cette phase qu'il faut éliminer les éventuelles valeurs aberrantes : un nombre négatif pour une longueur, un nombre non entier pour le nombre d'élèves d'une classe... C'est là aussi qu'il faut remettre en cause sa démarche ou ses calculs si le résultat paraît vraiment en discordance avec la réalité.

Notre démarche consiste à décomposer l'apprentissage en polarisant les différentes activités autour de chacune de ces capacités, avant de proposer des activités de synthèse.

Le choix des lettres

Après une phase de "pré–algébrisation" où les grandeurs sont nommées par leur initiale, nous avons voulu privilégier les lettres x ou y pour désigner les inconnues (voire t, v ou d pour les problèmes de vitesse). Deux raisons ont motivé ce choix :

D'une part, la technique de résolution d'une équation est un travail de calcul formel qui, pour être performant dans un premier temps, ne doit pas poser de difficulté de reconnaissance de forme. Un élève de quatrième reconnaîtra plus facilement, et sera plus efficace pour la résoudre, une équation écrite sous la forme $\frac{x}{2}+3x-1=2(x+3)$ plutôt que sous la forme $\frac{m}{2}+3m-1=2(m+3)$.

D'autre part, à tort ou à raison, les lettres ont souvent en mathématiques un statut implicite :

– les lettres x ou y représentent une inconnue ou une variable,
– les lettres a, b ou c représentent des constantes,
– la lettre m représente un paramètre,
etc...

Nous sommes néanmoins conscients que cette restriction aux lettres x et y pourra s'avérer plus tard contraignante et que l'élève qui s'engagera dans une filière scientifique devra apprendre à la dépasser dans certaines situations (en physique notamment).

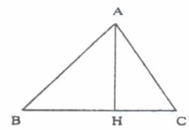
Le raisonnement analogique

Combien de fois avons nous pu observer nos élèves en train de "sécher" devant une mise en équation : comment aborder le problème ? Comment démarrer ? Que l'on ne s'étonne pas ! La mise en équation est une activité intellectuelle complexe qui consiste à mettre en oeuvre un processus d'abstraction pour dégager la structure du problème, c'est-à-dire l'enchaînement sous–jacent des opérations qui le caractérisent. Ce processus d'abstraction est incontournable puisqu'une des grandeurs intervenant dans cette suite d'opérations – l'inconnue – n'a pas de valeur a priori. Pour faire apparaître une structure, le moyen consiste à faire varier les parties qui précisément ne sont pas pertinentes pour la structure. Pour ce qui nous concerne, ce sont les valeurs numériques des grandeurs mises en jeu dans l'énoncé. Donner une autre valeur à une grandeur ne change pas le problème du point de vue de sa structure. **En particulier, donner une valeur numérique (arbitraire) à la grandeur inconnue ne change pas la structure du problème.** L'idée consiste donc pour l'élève à remplacer l'inconnue par une valeur particulière simple (éventuellement plusieurs fois) et faire alors "fonctionner" le problème sur un support numérique concret. Le problème devient alors de type arithmétique tout en conservant la même structure que dans son énoncé initial. Par analogie, l'élève se rendra compte alors de ce qui est "pareil" dans les variantes du problème et pourra de ce fait en percevoir la structure.

IREM DE LORRAINE ALGEBRISATION 14

1. Complète les pointillés (écris toujours les opérations dans la partie de gauche).
Tu obtiens à la fin une égalité qui traduit le problème (cette égalité est l'équation du problème).

Un triangle ABC a pour base BC = 5,3 cm. Son aire vaut 14,62 cm².
Quelle est sa hauteur ?



Cherche d'abord si cette hauteur vaut 10 cm ? Pour cela, calcule alors l'aire du triangle	On note x la hauteur du triangle (en centimètres). Exprime l'aire du triangle en fonction de x
Aire du triangle :..	Aire du triangle : ....
Réponse :	Ecris l'égalité que doit vérifier x :
....	....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

On observera enfin que, selon les élèves et la complexité des énoncés, la perception de la structure du problème pourra nécessiter la réitération de la méthode qui consiste à remplacer l'inconnue par une valeur ou, au contraire, être immédiate. Dans ce dernier cas, la démarche analogique n'est alors pas nécessaire pour la mise en équation mais peut être utile comme moyen de vérification pour valider par exemple le choix d'une opération intégrant l'inconnue.

Le raisonnement analogique joue un rôle fondamental dans toute activité intellectuelle opérant la réalisation d'une abstraction. Ainsi, dans certaines activités du fichier, c'est la démarche elle-même qui fait l'objet d'un apprentissage comme méthode de résolution de problèmes.

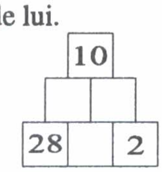
III CHOIX DES ENONCES

De nombreux de problèmes du premier degré donnés en collège ne sont pas de véritables problèmes de type algébrique en ce sens que la méthode arithmétique suffit pour les résoudre. A titre d'illustration, considérons les énoncés suivants :

① J'ai choisi un nombre x. Si je le multiplie par 5 et si j'ajoute 8 au résultat, je trouve 53. Que vaut x ?

② J'ai choisi un nombre x. Si je le multiplie par 5 et si j'ajoute 8 au résultat, je trouve la même chose que si je le multiplie par 7. Que vaut x ?

③ Compléter la pyramide sachant que chaque nombre est la somme des deux situés en dessous de lui.



Le problème ① se résoud aisément par la méthode arithmétique. Pour la résolution des problèmes ② et ③, la méthode algébrique s'impose et n'est généralement pas contournable. Ces remarques conduisent à considérer trois types de problèmes du premier degré à une inconnue selon l'équation obtenue (avant tout calcul):

	type d'équation obtenue (avant tout calcul)	**méthode**
type ①	$ax+b=c \quad (a \neq 0)$	arithmétique
type ②	$ax+b=cx+d \quad (a \neq o, c \neq 0)$	algébrique
type ③	$(ax+b)+(cx+d)=e \quad (a \neq 0, c \neq 0)$	algébrique

On notera cependant que dans certains problèmes du type ①, la méthode algébrique peut s'avérer performante en raison du contenu de l'énoncé. C'est le cas par exemple pour les problèmes d'augmentation en pourcentage.

IV UTILISATION DU FICHIER

Toutes ces fiches ont été expérimentées dans plusieurs classes. La rubrique Commentaires, figurant plus loin dans la description des activités, en rend souvent compte.

Il est vraisemblable que tous les élèves ne pourront pas explorer la totalité de ce fichier. Dans la plupart des fiches, figurent des exercices de difficulté variable, généralement progressive, afin que chaque élève puisse travailler à son niveau et son rythme. Ce fichier n'est qu'un outil dans lequel chaque enseignant puisera les activités qu'il veut mettre en place en fonction des objectifs qu'il s'est fixés pour ses élèves. Toutefois les activités ont, de part leur conception, un caractère séquentiel. Ainsi, si l'on ne dispose pas de temps suffisant pour tout faire, il sera préférable de tronquer les différentes activités plutôt que d'en éliminer certaines complètement.

Le fichier élèves est disponible à l'IREM de LORRAINE pour la somme de 5 Francs (tarif au 1/03/1992).

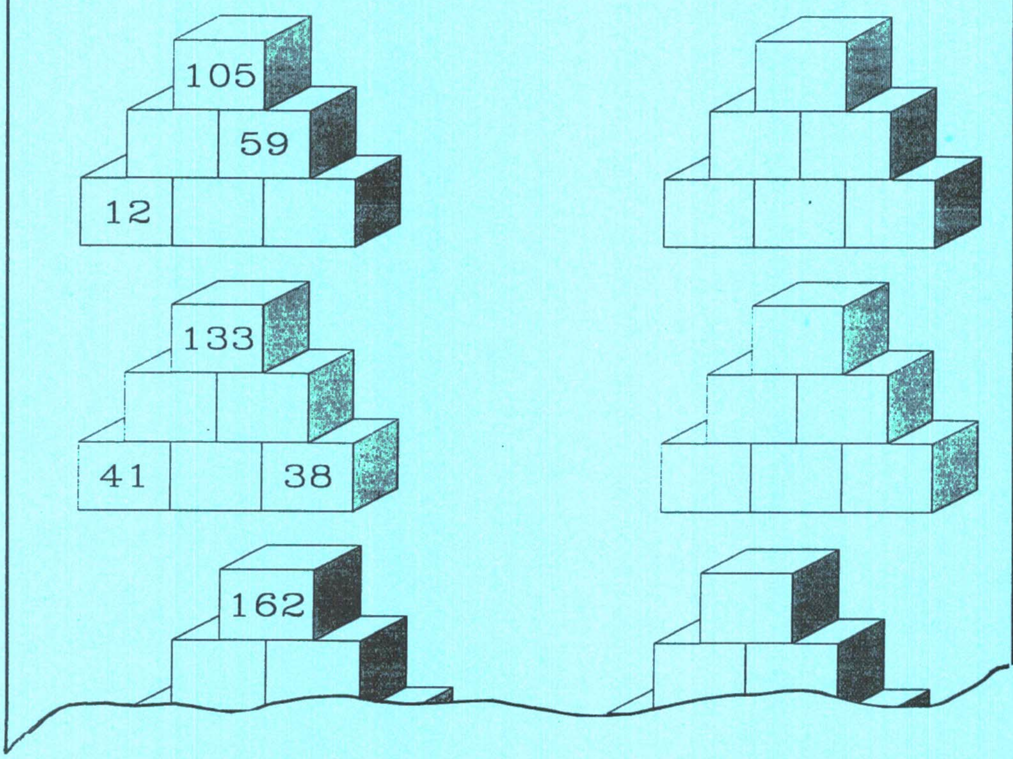
V PRE REQUIS

Pour commencer ce fichier, il n'est pas nécessaire de maîtriser la technique de résolution des équations du premier degré. Cette capacité sera nécessaire à partir de la fiche n° 15, dès que l'on demandera aux élèves de résoudre complètement un problème concret, équation comprise. On pourra donc insérer la technique de résolution d'équations et d'inéquations quand le besoin s'en fait sentir. On notera que la mise en équation peut être un excellent moyen de motiver l'apprentissage de la technique de résolution des équations.

PRéSENTATION DES FICHES

FICHE N° 1

Chaque nombre est égal à la somme des deux nombres qui se trouvent en dessous de lui.
Complète les pyramides (celles de droite peuvent servir de "brouillon").



OBJECTIFS

Prendre conscience des limites de la méthode arithmétique pour résoudre un problème.
Mettre en oeuvre une démarche de recherche par tâtonnement.

MATERIEL

Fiche n° 1.

COMMENTAIRES

Dans la première pyramide, les élèves procèdent par une méthode arithmétique : ils effectuent des soustractions pour compléter la pyramide.

Dans la deuxième pyramide, cette méthode ne fonctionne plus. La plupart des élèves procèdent par tâtonnement : ils placent une valeur dans la case située entre 41 et 38, ils effectuent ensuite les additions et modifient le nombre placé entre 41 et 38 en fonction du résultat obtenu. D'autres élèves parviennent à la solution en procédant par intuition : ils retranchent (43+38) de 133 et divisent le résultat obtenu par 2. Notons que cette démarche est une ébauche non formalisée de méthode algébrique : la suite de calculs effectués par les élèves est tout à fait similaire à la résolution de l'équation correspondant à la pyramide.

Nous avons voulu mettre les élèves dans une situation où ils ressentent la nécessité de mettre en oeuvre une nouvelle démarche pour résoudre un problème. Ainsi les méthodes par intuition et par tâtonnement sont mises à mal dans les deux dernières pyramides, d'une part car les équations correspondantes sont plus complexes, d'autre part car la solution de la quatrième pyramide est un nombre fractionnaire non décimal.

Cette activité permet aux élèves de prendre conscience de la limite de la méthode arithmétique pour résoudre un problème. A ce stade il sera intéressant de développer la méthode algébrique sur une des pyramides et mettre en valeur son intérêt. Si elle se produit dans sa classe, l'enseignant pourra exploiter la "méthode intuitive", en donnant à ses élèves les indications nécessaires pour la formaliser (il suffira le plus souvent de nommer par une lettre le nombre manquant à la base de la pyramide).

Il serait enfin intéressant de préciser aux élèves que la méthode algébrique a elle–même des limites et que la méthode par tâtonnement garde alors tout son intérêt pour approcher la solution. Plus structurée, une telle méthode deviendrait une technique de résolution numérique par dichotomie. De plus, comme on le verra à la fiche n° 14, elle peut constituer un moyen de débloquer un élève "en panne" devant une mise en équation.

FICHE N° 3

Dans chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement indispensable qui manque. Complète le tableau de la fiche 4 (pour cela tu peux utiliser le réprtoire des noms de grandeurs de le fiche 2).

Exemple : Tom achète un livre ; il paye avec un billet de 100 F ; on veut savoir combien le libraire lui rend de monnaie.

1. Un rectangle a une longueur de 15 m. On veut calculer son aire.	6. Un automobiliste roule de Nancy à Dijon à la vitesse moyenne de 70 km/h. On veut connaître la durée du trajet (en heures).
2. Tom achète 2,5 kg de pommes. On veut savoir combien cela lui coûte.	7. Un skieur a réalisé un temps de 125 secondes lors d'une épreuve de descente. On veut connaître sa vitesse moyenne sur le parcours (en m/s).
3. Tom consulte le minitel sur le 36 15. Le tarif est de 0,98 F la mi… On veut savoir c… communicati…	8. Un rectangle a une longueur deux fois plus grande que sa largeur. On veut connaître son aire.

OBJECTIFS

Remplacer des grandeurs par des noms de variables significatifs, afin de les utiliser dans une formule.

Définir correctement des variables.

MATERIEL

Fiches n° 3 et 4 et éventuellement fiche n° 2.

COMMENTAIRES

Cette activité est d'abord un travail de formalisation, limité volontairement dans un premier temps à un stade pré–algébrique : la notation d'une variable est ici naturellement son initiale ou un nom significatif (pourquoi pas le nom de la grandeur, comme cela est fréquent en informatique). C'est aussi un travail de rédaction qui prépare l'étape où l'on définit l'inconnue dans la mise en équation d'un problème. Les élèves disposent si besoin de la fiche n° 2, appelée répertoire, pour les aider à employer les mots précis définissant les grandeurs. La liste des grandeurs n'est évidemment pas exhaustive et on pourra éventuellement la compléter avec les élèves au fur et à mesure des besoins.

Cette activité paraît tout à fait naturelle aux élèves qui découvrent en fait ici la notion de variable. Les noms de variables portent encore un contenu concret. Cependant les élèves seront amenés dans les prochaines fiches à aller plus loin dans l'abstraction, en notant les variables x ou y. Comme cela a été précisé dans la présentation générale, cette deuxième phase s'avère nécessaire en collège pour être performant dans la reconnaissance d'une équation, ainsi que pour la résoudre.

FICHE N° 5

Complète les pointillés. Ecris l'opération dans le petit carré.
Simplifie l'écriture de l'expression obtenue dans la partie droite.

En 1985, un dollar coûtait 9 Francs. Combien coûtait en 1985 l'achat de 50 dollars ? .... □ .... = ...	En l'an 2000, un dollar coûtera x Francs. Combien coûtera en l'an 2000 l'achat de 50 dollars ? .... □ .... = ...
L'achat de 12 m² de contreplaqué revient à 360 Francs. Quel est le prix au m² ? .... □ .... = ...	L'achat de 15 m² de contreplaqué revient à x Francs. Quel est le prix au m² ? .... □ .... = ...
Le son parcourt 340 m par seconde. Quelle distance parcourt-il en 6 secondes ? .... □ .... = ...	Le son parcourt 340 m par seconde. Quelle distance parcourt-il en t secondes ? .... □ .... = ...
La viande contient 20 % de protéines. Qu... tité de pr... vi...	...Quelle quantité ...blé ?

OBJECTIFS

Ecrire l'opération conduisant au résultat d'un problème, l'une au moins des données étant représentée par la lettre non significative x ou y.

Utiliser un raisonnement analogique pour trouver cette opération.

Réduire l'écriture d'une expression littérale.

MATERIEL

Fiche n° 5.

COMMENTAIRES

Le choix de l'opération constitue une des principales difficultés pour les élèves lorsqu'une grandeur est exprimée par une lettre dépourvue de "personnalité" concrète (x ou y). Notre démarche consiste à mettre les élèves dans une situation où ils prennent conscience que l'opération qui traduit un problème dépend de la structure du problème et non des valeurs numériques ou littérales des grandeurs.

Cette activité s'appuie sur le raisonnement analogique. Les élèves trouvent plus facilement l'opération qui permet de trouver le résultat lorsqu'ils disposent d'un support numérique concret. Puis, par analogie, ils vont pouvoir écrire cette même opération en utilisant la lettre représentant la grandeur inconnue.

Cette fiche doit être évidemment traitée cadre par cadre et non pas colonne par colonne si l'on veut que l'activité garde son intérêt. On ne négligera pas d'en avertir les élèves au départ.

FICHE N° 6

Pour chaque problème de gauche, écris à l'aide de x l'opération (ou la suite d'opérations), puis simplifie l'écriture de cette opération.
Comme aide ou comme contrôle, complète les pointillés dans l'énoncé de droite par des valeurs numériques simples que tu inventeras, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) et le résultat.

La construction d'un tronçon d'autoroute de 35 km a coûté x millions de francs. Quel est, en millions de francs, le prix de revient de cette autoroute par km ? -	La construction d'un tronçon d'autoroute de 35 km a coûté ...... millions de francs. Quel est, en millions de francs, le prix de revient de cette autoroute par km ? -
Une fourgonnette se loue 430 F par jour plus 1,75 F du kilomètre. Quel est le coût de la location d'une journée pour x kilomètres ? -	Une fourgonnette se loue 430 F par jour plus 1,75 F du kilomètre. Quel est le coût de la location d'une journée pour .... kilomètres ? -
Une conversation téléphonique dure x minutes à ... F la minute ...	Une conversation téléphonique dure ...... minutes ... période où le tarif ... 0,77 F la minute.

OBJECTIFS

Remplacer une variable par une valeur numérique simple, dans le but de trouver l'opération conduisant au résultat d'un problème concret.

Réduire une expression littérale.

MATERIEL

Fiches n° 6 et 7.
Calculatrice.

COMMENTAIRES

L'objectif visé est le même que dans la fiche précédente, mais ici l'élève doit lui-même fournir les valeurs numériques "simples" qui lui permettront soit de trouver l'opération avec la lettre x, soit de vérifier que cette opération est correcte.

Cette activité paraît plus difficile aux élèves que la précédente. Ils n'ont en effet pas l'habitude que la solution d'un problème ne soit pas unique et le fait que la lettre x puisse recouvrir plusieurs valeurs (dont ils ont le choix !) peut être déroutant pour eux.

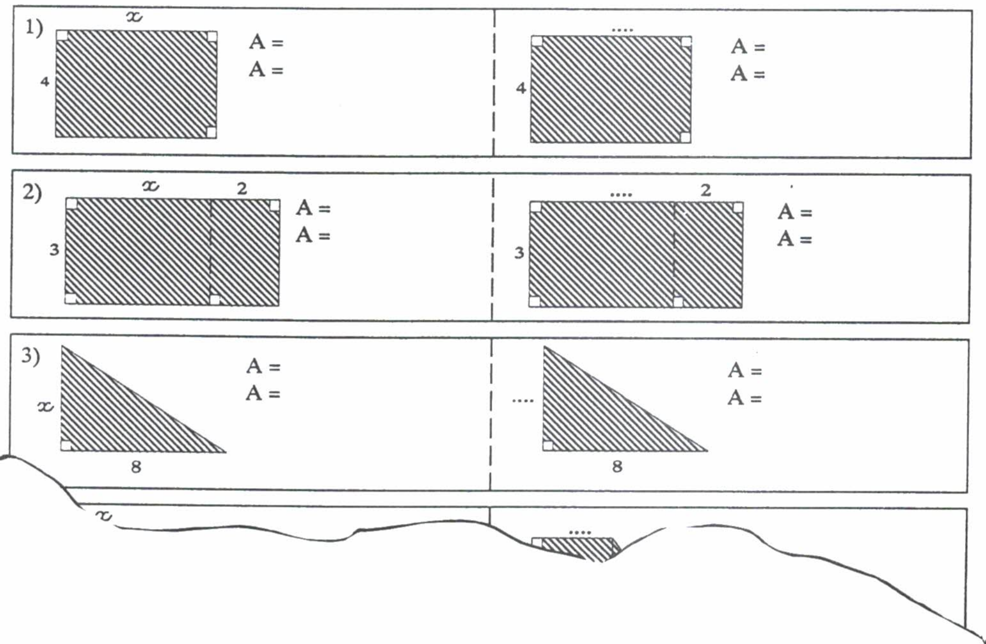
Néanmoins, l'autonomie des élèves vis-à-vis de la démarche s'appuyant sur le raisonnement analogique est un objectif tout à fait souhaitable, afin que, de leur propre initiative, ils soient capables de la mettre en oeuvre lors de la mise en équation d'un problème, si cela est nécessaire.

Les exercices sont souvent l'occasion de réinvestir des connaissances qui ne sont pas toujours bien maîtrisées : vitesse, pourcentages...

Dans cette fiche, tout comme dans la précédente, il convient d'insister pour que les élèves travaillent cadre par cadre et non colonne par colonne.

FICHE N° 8

Pour chaque figure de gauche, exprime son aire A (ou son volume V) à l'aide de x, puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue (l'unité de longueur est le centimètre).
Comme aide ou comme contrôle, remplace x par une valeur numérique simple de ton choix dans la figure de droite, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) qui permet de calculer son aire A (ou son volume V).



OBJECTIFS

Ecrire une aire ou un volume à l'aide d'une expression littérale.
Réduire une expression littérale.
Utiliser un raisonnement analogique pour trouver ou vérifier un résultat.

MATERIEL

Fiche n° 8 et 9.
Calculatrice.

COMMENTAIRES

Les activités proposées dans ces deux fiches sont du même type que celles des fiches précédentes. Elles s'appuient toujours sur le raisonnement analogique. Cette fois, les situations sont tirées du domaine géométrique.

Pour la fiche n° 8, il conviendra de rappeler aux élèves la consigne qui consiste à travailler cadre par cadre.

Dans la fiche n° 9, le raisonnement analogique n'est plus imposé : c'est à l'élève lui-même de le solliciter spontanément s'il en a besoin. S'il le juge nécessaire, l'enseignant pourra toutefois le proposer comme outil de déblocage ou de vérification.

FICHE N° 10

Pour résoudre chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement qui manque.
- ***Appelle x cette grandeur manquante et nomme-la de manière précise en spécifiant son unité.***
- ***Appelle y le résultat demandé et nomme-le précisément en spécifiant son unité.***
- ***Ecris l'égalité qui donne le résultat y en fonction de la grandeur x.***

Exemple :

Tom achète 2,3 kg de pommes.
Quelle est sa dépense ?

J'appelle x le prix d'un kilo de pommes (en F).
J'appelle y le montant de la dépense (en F).
$y = 2,3 \times x$
ou encore :
$y = 2,3\,x$

1. Le prix d'un lot de cassettes est de 57 F. Quel est le prix d'une cassette ?
J'appelle x ....
J'appelle y ....
y = ...

2. Pierre est né quand son frère Marc avait 12 ans. Quel est l'âge de Pierre ?
J'appelle x ....
J'appelle y ....
y = ...

3. B
....
....
....

OBJECTIFS

Repérer et définir la grandeur cherchée dans un problème concret.
Repérer et définir la grandeur manquante dans un énoncé.
Traduire ce problème par une expression de type fonctionnel.

MATERIEL

Fiche n° 10.
Fiche n° 2 (répertoire).

COMMENTAIRES

C'est une activité essentielle dans la progression de ce fichier. Le but est d'exprimer une variable ou inconnue de manière précise, puis d'écrire une relation fonctionnelle.

Le raisonnement analogique qui consiste à simuler la situation à l'aide de données numériques simples prend ici tout son sens. Par exemple, dans le premier problème, il arrive que les élèves proposent la relation $y = \dfrac{x}{57}$ au lieu de $y = \dfrac{57}{x}$. Les simulations imaginées par les élèves doivent permettre de contrôler davantage ce type d'erreur.

Signalons que cette activité se place dans un domaine fonctionnel. Les lettres x et y ont donc ici un statut de variables. Par la suite la lettre x aura un statut d'inconnue. Le fait d'être capable de différencier variable et inconnue n'est pas une compétence exigible des élèves de quatrième.

Pour finir, notons que cette activité se prête bien à un travail par groupes de 3 ou 4 élèves.

FICHE N° 11

Pour chacune des situations ci-dessous, traduis suivant le cas en langage habituel ou en langage algébrique.

1) On note x le prix d'un coca et y le prix d'un orangina.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Prix de 3 cocas	3x
Prix de 5 oranginas	
Prix de 2 cocas et 4 oranginas	

2) On note x le prix d'un menu enfant et y le prix d'un menu adulte.

LANGAGE HABITUEL	*LANGA[illegible]RIQUE*
Prix d'un repas pour 3 enfants	

OBJECTIFS

Traduire un problème concret en langage algébrique.
Interpréter une expression algébrique en langage habituel.

MATERIEL

Fiches n° 11, 12 et 13.

COMMENTAIRES

Encore une activité importante dans notre progression. Elle entraîne les élèves à passer d'un énoncé à une écriture algébrique.

Les exercices des trois fiches sont de difficulté progressive. Ceux de la fiche n° 11 ne posent en général aucune difficulté aux élèves mais préparent bien les fiches suivantes.

Dans la fiche n° 13, certaines phrases se traduisent par l'écriture d'une équation et notamment les dernières phrases des exercices n° 9 et n° 10. Lorsque les conditions le permettent, on pourra montrer aux élèves les différences de statut du signe = sur des exemples qui ne manqueront pas de se présenter. Par exemple (ex 10, 2e ligne du tableau), nous avons pu observer des réponses du type : $\frac{x}{30}+\frac{x}{20}+1=\frac{5x}{60}+1$, égalité qui est en fait une identité, vraie quelque soit x, et que l'on écrit pour simplifier l'écriture. Par contre (ex 10, 3e ligne), la réponse $\frac{x}{30}+\frac{x}{20}+1=3$ est une égalité qui n'est vraie que pour certaines valeurs de x. On peut donc amener les élèves à faire la différence entre identité formelle et équation.

Cette activité est particulièrement bien adaptée à un travail de groupes. En effet :

– c'est de la discussion entre les élèves que naîtra réellement l'apprentissage,

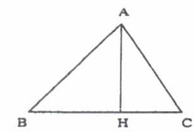
– cela permettra d'avoir une indication sur ce que fait chaque élève de la classe, et donc de corriger à l'intérieur d'un groupe, si cela est nécessaire, sans imposer une correction collective inutile pour certains et souvent fastidieuse.

Pour rendre compte collectivement de leur travail chaque groupe peut répondre sur une fiche photocopiée préalablement sur transparent, et qui sera projetée à l'ensemble de la classe. Ce peut alors être l'occasion, non pas d'une correction détaillée, mais d'une discussion très riche sur les différences constatées entre les groupes, ainsi que sur les subtilités du calcul littéral évoquées plus haut.

FICHE N° 14

1. Complète les pointillés (écris toujours les opérations dans la partie de gauche).
Tu obtiens à la fin une égalité qui traduit le problème (cette égalité est l'équation du problème).

Un triangle ABC a pour base BC = 5,3 cm. Son aire vaut 14,62 cm².
Quelle est sa hauteur ?



Cherche d'abord si cette hauteur vaut 10 cm ? Pour cela, calcule alors l'aire du triangle	On note x la hauteur du triangle (en centimètres). Exprime l'aire du triangle en fonction de x
Aire du triangle :...	Aire du triangle : ....
Réponse :	Ecris l'égalité que doit vérifier x :
....	....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

OBJECTIFS

Utiliser un raisonnement analogique guidé pas à pas pour mettre en équation et résoudre un problème algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 14.

COMMENTAIRES

L'activité proposée dans cette fiche est fondammentale et s'appuie grandement sur le raisonnement analogique. Malgré le travail préalable sur le langage algébrique et le langage concret, on pourrait constater sans doute que certains élèves ne parviennent pas à "démarrer" lorsqu'il s'agit de mettre un problème en équation. Pour les aider dans cette tâche, la méthode proposée consiste à chercher si une valeur (arbitraire) est ou n'est pas solution du problème. L'intérêt de cette méthode est double :

Premièrement, le problème devient de type arithmétique (donc plus facile) avec la propriété de posséder la même structure que le problème algébrique à résoudre : le raisonnement et la suite des opérations qui aboutissent à la solution du problème arithmétique sont les mêmes que ceux qui construisent l'équation cherchée. La correspondance structurelle est de plus mise en évidence par la présentation en parallèle des réponses à droite et à gauche. Ainsi peut se produire le déblocage.

Deuxièmement, on obtient ainsi une valeur indicative du résultat. Par exemple, dans le premier exercice de la fiche n°14, si on essaie la valeur 10 cm pour la hauteur, on trouve une aire de 26,5 cm², ce qui permet d'affirmer que la hauteur du triangle sera inférieure à 10 cm.

FICHE N° 15

Procède comme dans la fiche précédente, <u>en utilisant les mêmes étapes dans les deux parties de chaque problème</u> (écris les opérations dans tous les cas).

1. Une entreprise vient de licencier 15 % de son personnel. Elle compte maintenant 238 salariés. Combien en avait-elle avant les licenciements ?

Je cherche d'abord si le nombre initial de salariés est égal à	Je note x le nombre initial de salariés :
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
Réponse :	J'écris l'égalité que doit vérifier x :
....	....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

---

2. Un train roule entre deux villes A et C distantes de 550 km et passe par une ville intermédiaire B. Entre A et B le trajet dure 2 heures et ... train roule à 20 ... de pl...

OBJECTIFS

Utiliser un raisonnement analogique pour résoudre un problème algébrique.
Rédiger la mise en équation d'un problème algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 15.

COMMENTAIRES

L'activité prolonge la précédente. Dans cette fiche on ne donne plus la structure de la réponse. C'est à l'élève de rédiger lui-même les différentes étapes pour essayer si une valeur numérique particulière convient ou non, et pour mettre le problème en équation. Dans un souci d'efficacité, on insistera pour que les étapes soient exposées en parallèle.

Le but de cette fiche est d'entraîner les élèves à mettre en oeuvre un raisonnement analogique pour la mise en équation d'un problème. Certains élèves n'auront peut-être pas besoin de cette méthode pour résoudre les problèmes proposés ici. Cependant, il est vraisemblable que tout élève sera un jour ou l'autre confronté à une situation de blocage devant un énoncé plus complexe. Le but de l'activité n'est donc pas tant la solution des problèmes que l'apprentissage de la méthode afin que les élèves soient capables de solliciter spontanément ce type de démarche si cela est nécessaire.

FICHE N° 16

Tu trouveras ci-dessous et dans la page suivante, 12 équations et 10 problèmes. Il s'agit de trouver l'équation correspondant à chacun des problèmes. Si tu en as besoin, utilise la méthode décrite dans la fiche 15.

a) $\frac{x}{10} + 2 + \frac{x}{30} = 10$

b) $(30 + x) = 2(10 + x)$

c) $30(x + 10) = x(30 + 2)$

d) $30x + 10x = 30(x + 10)$

e) $x^2 + 10^2 = (30 - x)^2 + 2^2$

f) $30 + x = 10 - 2x$

g) $\frac{30x}{2} + \frac{10x}{2} = \frac{30(x + 10)}{2}$

h) $2(30x + x \times 10x + 30 \times 10x) = x \times 10x \times 30$

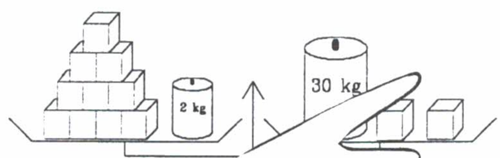
i) $10x + 2 = 2x + 30$

j) $10 \times 30 = 2x$

k) $30 + 2x = 10$

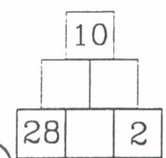
l) $x + (x - 10) + (x - 10 + 2) = 30$

1. Tous les cubes ont la même masse. La balance est en équilibre.



Quelle est la m
(On note x

2. Complète la pyramide de telle manière que chaque nombre soit la somme des deux nombres situés en dessous.
(On note x le nombre situé entre 28 et 2).



OBJECTIFS

Trouver l'équation permettant de résoudre un problème algébrique

MATERIEL

Fiche n° 16 et fiche n° 17.
Eventuellement, un ordinateur avec solveur d'équations.

COMMENTAIRES

Cette activité se prête particulièrement bien au travail de groupe.

Sa longueur imposera peut-être de ne proposer qu'une partie des problèmes. Il appartient alors au professeur de choisir ceux qui conviennent le mieux à ses élèves.

On remarquera que les équations de la liste ont toutes pour coefficients 2, 10 et 30, ce qui interdit toute tentative de repérage d'une équation par les données numériques du problème correspondant. La liste des équations n'est donc d'aucune aide pour mettre les problèmes en équation C'est seulement un outil de vérification.

Toutes les expérimentations ont mis en évidence la motivation des élèves suscitée par leur satisfaction, lorsqu'ils trouvent "leur" équation dans la liste.

Prolongement possible de l'activité

Pour répondre à la curiosité des élèves qui souhaitent connaître les réponses aux différents problèmes, on pourra tirer profit de l'utilisation d'un solveur d'équations, d'autant que la résolution de certaines équations ne figure pas au programme de quatrième. A cette occasion, l'interprétation des solutions pourra constituer une activité intéressante (l'équation h a deux solutions). A défaut de solveur, le professeur pourra communiquer lui-même les solutions des équations. Voici les correspondances :

n° du problème	équation correspondante	solution(s) de l'équation
1	i	3,5
2	k	−10
3	b	10
4	l	16
5	g (ou d)	30

n° du problème	équation correspondante	solution(s) de l'équation
6	h	$0 ; \frac{33}{14}$
7	c (ou j)	150
8	a	60
9	e	13,4
10	e	13,4

FICHE N° 18

Certains de ces problèmes peuvent être résolus par une méthode arithmétique. Tu vas cependant les résoudre par une méthode algébrique : traduis chacun d'eux par une équation et résous cette équation. Si tu en as besoin, inspire toi de la méthode exposée dans les fiches 15 et 16.

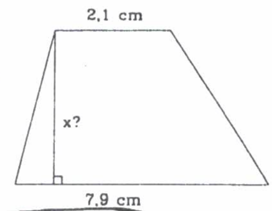
1. Un immeuble mesure 13 m de haut. Il a 4 étages et le toit a une hauteur égale à 1,5 fois celle d'un étage.
Quelle est la hauteur x d'un étage (en mètres)?

2. Une échelle de 3,5 mètres comporte 10 barreaux. Le premier barreau est à 40 cm du sol, le dernier barreau est à 20 cm de l'extrémité supérieure.
Quel est l'écart x entre deux barreaux (en cm)?

3. Un rectangle a une aire de 100 m². Sa longueur est de 25 m.
Quelle est sa largeur x (en mètres)?

7. La somme de deux nombres entiers consécutifs est 23.
On appelle x le plus petit des deux. Calcule le.

8. Un trapèze a une aire de 30 cm². La petite base mesure 2,1 cm et la grande base mesure 7,9 cm. On appelle x la hauteur de ce trapèze (en centimètres). Calcule cette hauteur.



OBJECTIFS

Utiliser la méthode algébrique pour résoudre des problèmes.

MATERIEL

Fiche n° 18

COMMENTAIRES

Les problèmes sont généralement simples et les mises en équation ne devraient pas poser de difficulté particulière aux élèves. Si tel est le cas, ce sera sans doute lié la plupart du temps à des notions pas toujours bien maîtrisées (vitesse, pourcentage...).

Bien entendu, le professeur pourra procéder à une sélection des exercices.

Solutions des problèmes :

Pb 1 : $4x + 1{,}5x = 13$; $x = \dfrac{26}{11} \approx 2{,}36$ m

Pb 2 : $9x + 60 = 350$; $x = \dfrac{290}{9} \approx 32{,}2$ m

Pb 3 : $25x = 100$; $x = 4$ m

Pb 4 : $5x + 7 = 7x$; $x = 3{,}5$

Pb 5 : $2{,}5x + 1{,}25 \times 60 = 270$; $x = 78$ km / h

Pb 6 : $\dfrac{10x}{2} = 36$; $x = 7{,}2$ cm

Pb 7 : $x + x + 1 = 23$; $x = 11$

Pb 8 : $\dfrac{(2{,}1 + 7{,}9)x}{2} = 30$; $x = 6$ cm

Pb 9 : $\dfrac{12(8{,}5 + x)}{2} = 96$; $x = 7{,}5$ cm

Pb 10 : $\dfrac{40}{100}x + 15 + 25 = x$; $x = \dfrac{200}{3}$ tonnes

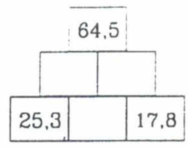
Pb 11 : $\dfrac{6}{100} \times \dfrac{x}{2} + 120 = \dfrac{8}{100} \times \dfrac{x}{2}$; $x = 12000$ F

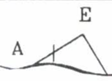
Pb 12 : $x + 2x + 3x = 180$; $x = 30°$

FICHE N° 19

Résous les problèmes et rédige la solution en adoptant la présentation suivante:
Choix de l'inconnue
Mise en équation
Résolution de l'équation
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion

1. Chaque nombre est égal à la somme des deux qui sont au dessous de lui.
Reproduis et complète la pyramide.





2. ABC est un triangle équilatéral

OBJECTIFS

Résoudre un problème algébrique.
Rédiger correctement la réponse.

MATERIEL

Fiches n° 19 et 20

COMMENTAIRES

Ces deux fiches constituent un recueil de problèmes.

La résolution de ceux de la fiche n° 19 peut être considérée comme étant exigible des élèves de quatrième.

Ceux de la fiche n° 20 ont un caractère plus "atypique" et sont plus difficiles. En particulier, on trouvera des problèmes dont l'équation admet une infinité de solutions (ex 2, ex 6 a) ainsi que d'autres dont l'équation n'admet pas de solution (ex 3, ex 6 b).

Solutions des problèmes :

Pb 1 : x désigne le coefficient de la 4^e note.

Equation : $\dfrac{8+14+19+11x+13(7-x)}{10} = 12,4$; $x = 4$

ou : $8+14+19+11x+13(7-x)$ = 13,4 ; x = 1

La première équation convient : la moyenne est 12,4 le coefficient de la 4^e note est 4.

Pb 2 : x désigne le rayon du plus petit cercle.

; Pas de solution.

Pb 3 : x désigne le côté initial du carré.

. Tout nombre positif convient.

Pb 4 : x désigne la dénivellation (différence d'altitude).

Equation : $\dfrac{x}{300} + \dfrac{x}{450} + 2,25 = 10,75$; $x = 1530$ m

Pb 5 : x désigne le côté du cube.

Pb 6 : a)

Toute position de M convient.
b) Equation similaire. Aucune position de M ne convient.

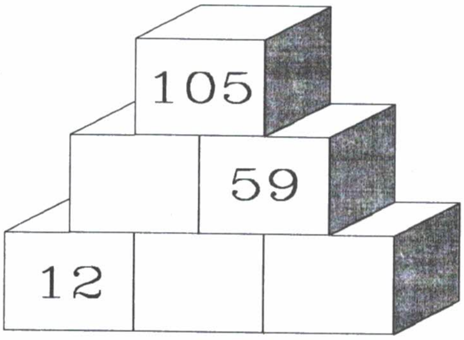
Pb 7 : x désigne le nombre placé entre 7 et 35.

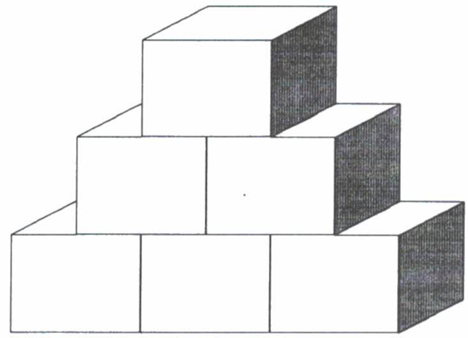
FICHES ÉLÈVES

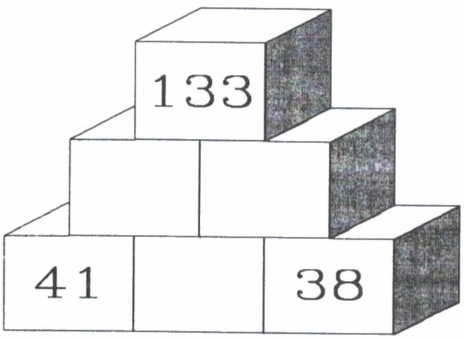
I

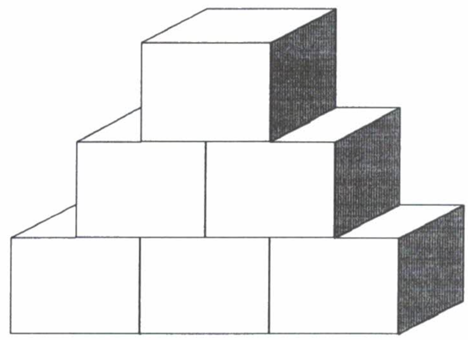
PASSAGE D'UN LANGAGE A UN AUTRE

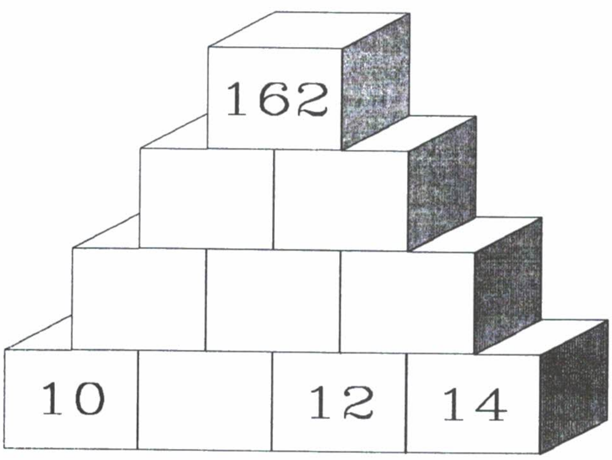
Chaque nombre est égal à la somme des deux nombres qui se trouvent en dessous de lui.
Complète les pyramides (celles de droite peuvent servir de "brouillon").

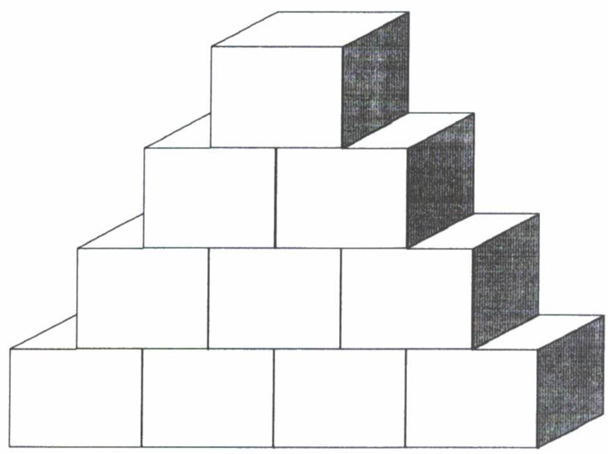


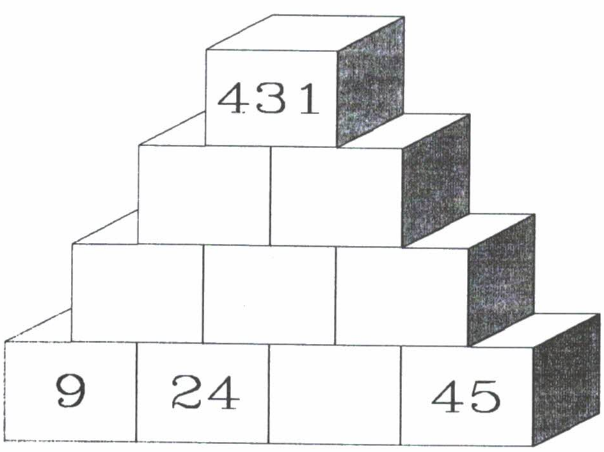


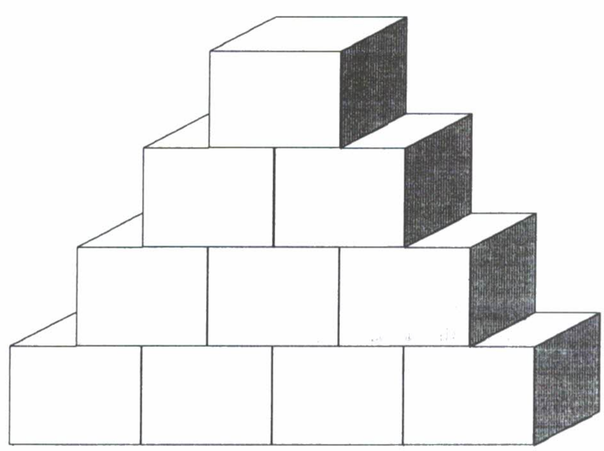




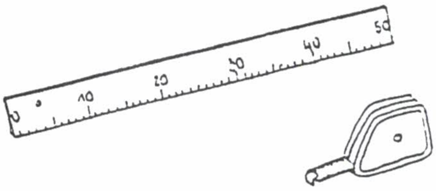








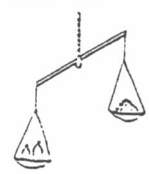
REPERTOIRE




Longueur	m
Largeur	km
Distance	cm
Périmètre	mm
Hauteur	année-lumière
Dimension	
Epaisseur	
Taille	

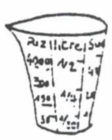
Prix	F
Coût	
Gain	
Dépense	
Recette	
Bénéfice	
Perte	
Prix de revient	
Somme d'argent	

Aire	m²
Surface	km²
Superficie	are, hectare

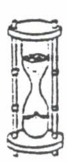


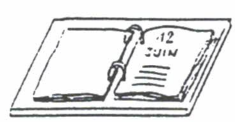

Masse	kg
Poids	g, tonne

Nombre
Quantité

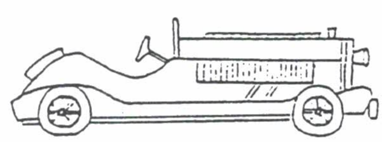


Contenance	m³
Volume	cm³
Capacité	l, cl, ml

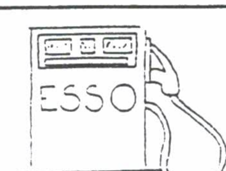




Durée	s
Temps	min
Date	h
Age	an



Vitesse	m/s
	km/h




Consommation	l / 100km
	kwh

Dans chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement indispensable qui manque. Complète le tableau de la fiche 4 (pour cela tu peux utiliser le répertoire des noms de grandeurs de la fiche 2).

Exemple : Tom achète un livre ; il paye avec un billet de 100 F ; on veut savoir combien le libraire lui rend de monnaie.

1. Un rectangle a une longueur de 15 m. On veut calculer son aire.	6. Un automobiliste roule de Nancy à Dijon à la vitesse moyenne de 70 km/h. On veut connaître la durée du trajet (en heures).
2. Tom achète 2,5 kg de pommes. On veut savoir combien cela lui coûte.	7. Un skieur a réalisé un temps de 125 secondes lors d'une épreuve de descente. On veut connaître sa vitesse moyenne sur le parcours (en m/s).
3. Tom consulte le minitel sur le 36 15. Le tarif est de 0,98 F la minute. On veut savoir combien va lui coûter la communication.	8. Un rectangle a une longueur deux fois plus grande que sa largeur. On veut connaître son aire.
4. Jim consulte le minitel sur le 36 14. A la fin de la communication, le prix affiché est 5,55 F. On veut connaître le prix d'une minute de communication sur le 36 14.	9. Madame Irem sème du gazon. Il faut 1 kg de graines pour 20 m² de pelouse. On veut connaître la quantité de graines de gazon qu'elle doit acheter.
5. Un avion vole à une vitesse constante. On veut connaître la distance qu'il parcourt en 4 heures (en km).	10. Une ficelle mesure 2 m. On construit avec cette ficelle un polygone régulier. On veut connaître la longueur d'un côté.

N°	CE QUE L'ON CHERCHE		RENSEIGNEMENT MANQUANT		FORMULE
		NOTATION		NOTATION	
Exemple	Monnaie rendue	m	prix du livre	p	m = 100 – p
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Complète les pointillés. Ecris l'opération dans le petit carré.
Simplifie l'écriture de l'expression obtenue dans la partie droite.

En 1985, un dollar coûtait 9 Francs. Combien coûtait en 1985 l'achat de 50 dollars ? .... □ .... = ...	En l'an 2000, un dollar coûtera x Francs. Combien coûtera en l'an 2000 l'achat de 50 dollars ? .... □ .... = ...
L'achat de 12 m² de contreplaqué revient à 360 Francs. Quel est le prix au m² ? .... □ .... = ...	L'achat de 15 m² de contreplaqué revient à x Francs. Quel est le prix au m² ? .... □ .... = ...
Le son parcourt 340 m par seconde. Quelle distance parcourt-il en 6 secondes ? .... □ .... = ...	Le son parcourt 340 m par seconde. Quelle distance parcourt-il en t secondes ? .... □ .... = ...
La viande contient 20 % de protéines. Quelle quantité de protéines y a-t-il dans 200 grammes de viande ? .... □ .... = ...	Le blé contient 12 % de protéines. Quelle quantité de protéines y a-t-il dans x grammes de blé ? .... □ .... = ...
Un rectangle a pour aire 40 cm². Une de ses dimensions mesure 8 cm. Combien mesure l'autre dimension ? .... □ .... = ...	Un rectangle a pour aire 40 cm². Une de ses dimensions mesure x centimètres. Combien mesure l'autre dimension ? .... □ .... = ...
Un cycliste roule à 20 km/h. En combien de temps (en heures) parcourt-il 70 km ? .... □ .... = ...	Un cycliste roule à 25 km/h. En combien de temps (en heures) parcourt-il x kilomètres ? .... □ .... = ...

Pour chaque problème de gauche, écris à l'aide de x l'opération (ou la suite d'opérations), puis simplifie l'écriture de cette opération.
Comme aide ou comme contrôle, complète les pointillés dans l'énoncé de droite par des valeurs numériques simples que tu inventeras, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) et le résultat.

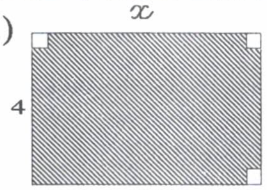
La construction d'un tronçon d'autoroute de 35 km a coûté ***x*** millions de francs. Quel est, en millions de francs, le prix de revient de cette autoroute par km ? -	La construction d'un tronçon d'autoroute de 35 km a coûté ...... millions de francs. Quel est, en millions de francs, le prix de revient de cette autoroute par km ? -
Une fourgonnette se loue 430 F par jour plus 1,75 F du kilomètre. Quel est le coût de la location d'une journée pour ***x*** kilomètres ? -	Une fourgonnette se loue 430 F par jour plus 1,75 F du kilomètre. Quel est le coût de la location d'une journée pour .... kilomètres ? -
Une conversation téléphonique dure ***x*** minutes à une période où le tarif est de 0,77 F la minute. Quel est le coût de la communication ? -	Une conversation téléphonique dure ...... minutes à une période où le tarif est de 0,77 F la minute. Quel est le coût de la communication ? -
Un avion parcourt une distance de 1 300 km à la vitesse de ***x*** km/h. Quelle est la durée du trajet ? -	Un avion parcourt une distance de 1 300 km à la vitesse de .... km/h. Quelle est la durée du trajet ? -
Liquidation totale : 15 % de réduction sur tous les articles. Quel sera le prix d'un article qui coûtait ***x*** francs avant cette réduction ? -	Liquidation totale : 15 % de réduction sur tous les articles. Quel sera le prix d'un article qui coûtait ...... francs avant cette réduction ? -
La dose journalière d'aspirine que l'on peut absorber est de 0,10 grammes par kg de poids. Quelle est la dose admissible pour une personne pesant ***x*** kilos ? -	La dose journalière d'aspirine que l'on peut absorber est de 0,10 g par kg de poids. Quelle est la dose admissible pour une personne pesant .... kilos ? -

Pour chaque problème de gauche, écris à l'aide de x l'opération (ou la suite d'opérations), puis simplifie l'écriture de cette opération.
Comme aide ou comme contrôle, complète les pointillés dans l'énoncé de droite par des valeurs numériques simples que tu inventeras, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) et le résultat.

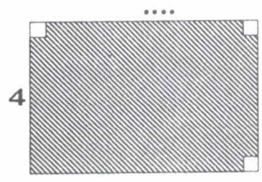
Claude mesure x centimètres. Tom mesure 15 cm de moins que lui . Quelle est la taille de Tom ?	Claude mesure ...... cm. Tom mesure 15 cm de moins que lui . Quelle est la taille de Tom ?
Un camion pèse à vide 9 300 kg. Il transporte x caisses de 350 kg chacune. Quel son poids en charge ?	Un camion pèse à vide 9 300 kg. Il transporte ...... caisses de 350 kg chacune. Quel son poids en charge ?
Un cycliste parcourt x kilomètres en 5 heures. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?	Un cycliste parcourt ...... km en 5 heures. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
Un rectangle a pour périmètre 35 cm. Une de ses dimensions mesure x cm. Combien mesure l'autre dimension ?	Un rectangle a pour périmètre 35 cm. Une de ses dimensions mesure ..... cm. Combien mesure l'autre dimension ?
Tom fait le tour du lac de Gérardmer en footing. Jack fait le même tour à vélo en partant 16 minutes plus tard. Ils arrivent tous les deux en même temps. Jack a mis x minutes pour faire son tour. Quel temps a mis Tom pour faire le sien en courant ?	Tom fait le tour du lac de Gérardmer en footing. Jack fait le même tour à vélo en partant 16 minutes plus tard. Ils arrivent tous les deux en même temps. Jack a mis ...... minutes pour faire son tour. Quel temps a mis Tom pour faire le sien en courant ?
Une maison d'édition propose ses publications à 80 % de leurs tarifs habituels. Le prix habituel d'une de ces publications est x Francs. Quel est le prix promotionnel de cette publication ?	Une maison d'édition propose ses publications à 80 % de leurs tarifs habituels. Le prix habituel d'une de ces publications est ..... Francs. Quel est le prix promotionnel de cette publication ?
Un automobiliste part de Nancy pour aller à Paris. La distance Nancy-Paris est de 320 km. Il roule à une vitesse moyenne de 80 km/h. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir au bout d'un certain temps t (en heures) ?	Un automobiliste part de Nancy pour aller à Paris. La distance Nancy-Paris est de 320 km. Il roule à une vitesse moyenne de 80 km/h. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir au bout de ...... heures ?

Pour chaque figure de gauche, exprime son aire A (ou son volume V) à l'aide de x, puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue (l'unité de longueur est le centimètre).
Comme aide ou comme contrôle, remplace x par une valeur numérique simple de ton choix dans la figure de droite, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) qui permet de calculer son aire A (ou son volume V).

1)

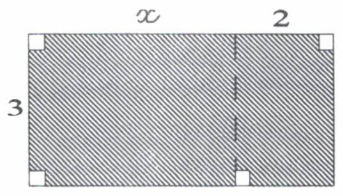


A =
A =

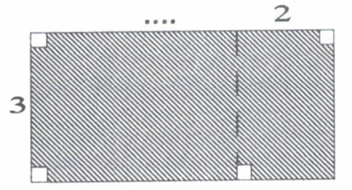


A =
A =

2)

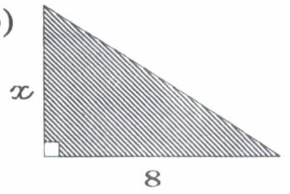


A =
A =

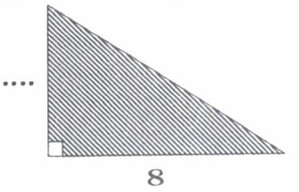


A =
A =

3)

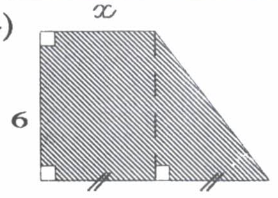


A =
A =

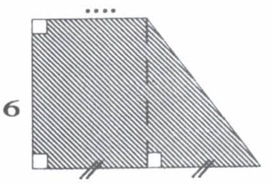


A =
A =

4)

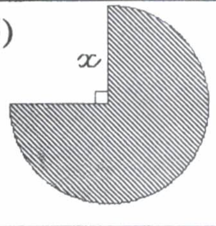


A =
A =

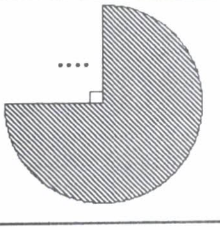


A =
A =

5)

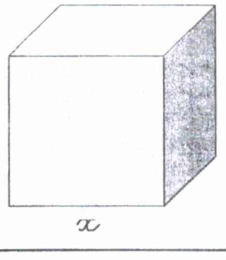


A =
A =



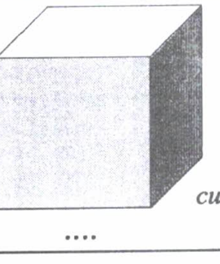
A =
A =

6)



cube

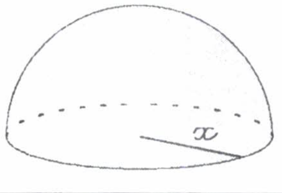
V =
V =



cube

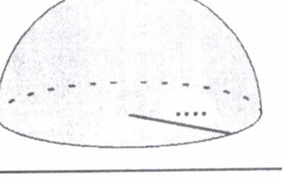
V =
V =

7)



demi-sphère de rayon x

V =
V =

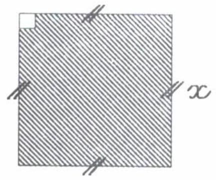


demi-sphère de rayon ....

V =
V =

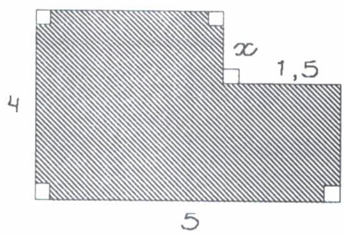
Exprime en fonction de x l'aire A ou le volume V de chaque figure.

1)



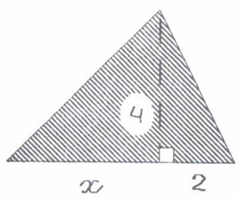
A =

2)



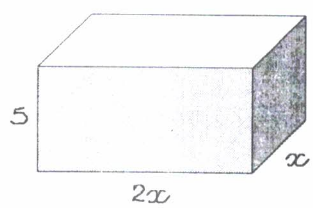
A =

3)



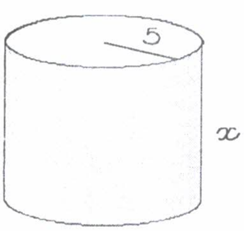
A =

4)



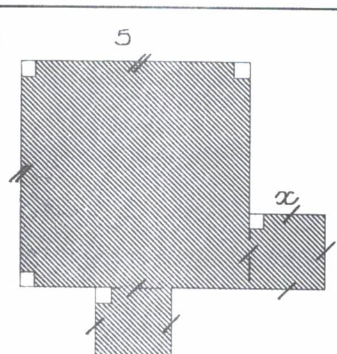
V =

5)



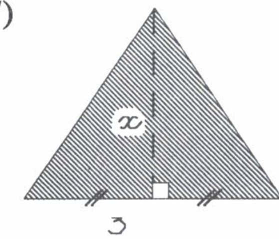
V =

6)



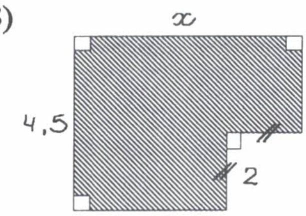
A =

7)



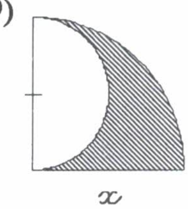
A =

8)



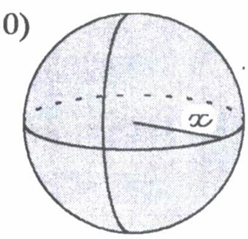
A =

9)



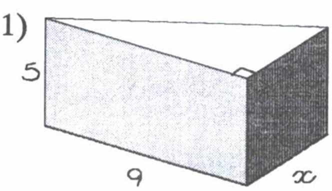
A =

10)



V =

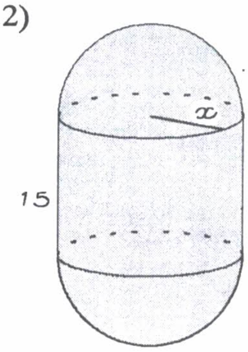
11)



V =

prisme droit dont la base est un triangle rectangle

12)



V =

cylindre surmonté de deux demi-sphères

Pour résoudre chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement qui manque.
- ***Appelle x cette grandeur manquante et nomme-la de manière précise en spécifiant son unité.***
- ***Appelle y le résultat demandé et nomme-le précisément en spécifiant son unité.***
- ***Ecris l'égalité qui donne le résultat y en fonction de la grandeur x.***

Exemple :
Tom achète 2,3 kg de pommes.
Quelle est sa dépense ?

J'appelle x le prix d'un kilo de pommes (en F).
J'appelle y le montant de la dépense (en F).
$y = 2{,}3 \times x$
ou encore :
$y = 2{,}3\,x$

---

1. Le prix d'un lot de cassettes est de 57 F.
Quel est le prix d'une cassette ?

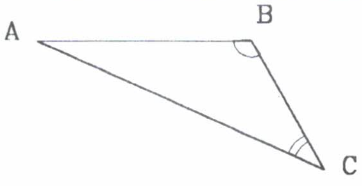
J'appelle x ....
J'appelle y ....
$y =$ ....

---

2. Pierre est né quand son frère Marc avait 12 ans.
Quel est l'âge de Pierre ?

J'appelle x ....
J'appelle y ....
$y =$ ....

---

3. 

$\widehat{ABC} = 120°$

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$?

....
....
....

---

4. Un jardinier entoure son terrain rectangulaire par un grillage qui coûte 8,40 F le mètre. Son jardin a une longueur double de la largeur.
Combien a-t-il payé ?

....
....
....

---

5. Pierre possède un certaine somme d'argent. Jean possède le double de cette somme, plus 5 F. Paul possède le triple de ce que possède Jean.
Combien possèdent-ils à eux trois ?

....
....
....

---

6. Pour pratiquer le tennis au sein d'un club, Tom a acheté une carte d'adhésion au club et payé 10 F pour chaque partie.
Quelle somme d'argent a-t-il dépensée pour 26 parties ?

....
....
....

Pour chacune des situations ci-dessous, traduis suivant le cas en langage habituel ou en langage algébrique.

1) On note x le prix d'un coca et y le prix d'un orangina.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Prix de 3 cocas	$3x$
Prix de 5 oranginas	
Prix de 2 cocas et 4 oranginas	

2) On note x le prix d'un menu enfant et y le prix d'un menu adulte.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Prix d'un repas pour 3 enfants	
	$2y$
	$3x + 2y$

3) On note x le prix d'un billet aller Epinal-Nancy et y le prix d'un billet aller Nancy-Paris.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Prix d'un aller Epinal-Paris via Nancy	
Prix d'un aller-retour Epinal-Nancy	
	$2y$
Prix d'un aller-retour Epinal-Paris via Nancy	

4) On note x le nombre de m² d'une planche de contreplaqué et y le prix de cette planche.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{y}{x}$

5) On appelle x et y les notes de Tom à ses deux derniers devoirs de maths.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{x+y}{2}$
Moyenne des deux devoirs sachant que le dernier compte double	
	$\frac{2x+y}{3}$

6) Dans un devoir de maths, un élève a démontré la propriété suivante : On considère trois entiers consécutifs dans l'ordre croissant. Si on ajoute le deuxième entier au produit des trois entiers, la somme obtenue est égale au cube du deuxième nombre. On note x le plus petit des trois entiers.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Deuxième entier	
	$x + 2$
	$x(x + 1)(x + 2)$
Somme du deuxième entier et du produit des trois entiers	
	$(x + 1)^3$

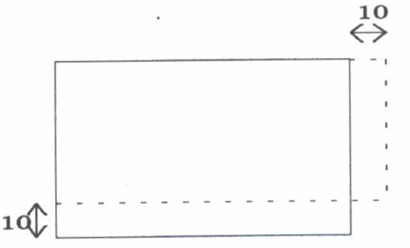
7) Même situation que le n° 6 : x désigne cette fois le deuxième nombre.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Premier entier	
Troisième entier	
Produit des trois entiers	
Somme du deuxième entier et du produit des trois entiers	
Cube du deuxième entier	

8) En automne 1987, le prix des disques a baissé de 11 %. On note x le prix d'un disque avant la baisse.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{11}{100}$ x
Prix du disque après la baisse	

9) Au cours du remembrement, les dimensions d'un terrain rectangulaire ont été modifiées : on a augmenté la longueur de 10 mètres et diminué la largeur de 10 mètres.
On note x la longueur en mètres et y la largeur en mètres du terrain avant le remembrement.



LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	xy
	(x + 10)(y - 10)
Périmètre avant le remembrement	
Périmètre après le remembrement	
L'aire du terrain avant le remembrement était de 7920 m^2	
L'aire du terrain après le remembrement était de 7630 m^2	

10) Un cycliste fait un aller et retour entre deux villes A et B. A l'aller, il roule à vitesse constante 30 km/h. Au retour, il roule à vitesse constante 20 km/h. Entre temps il s'est arrêté une heure en B.
On note x la distance entre A et B.

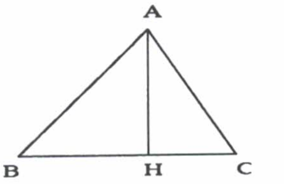
LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Durée du trajet aller	
Durée du trajet retour	
La promenade a duré 3 heures	

II

MISE EN EQUATION
PROBLEMES A UNE INCONNUE

1. Complète les pointillés (écris toujours les opérations dans la partie de gauche).
Tu obtiens à la fin une égalité qui traduit le problème (cette égalité est l'équation du problème).

Un triangle ABC a pour base BC = 5,3 cm. Son aire vaut 14,31 cm².
Quelle est sa hauteur ?



Cherche d'abord si cette hauteur vaut 10 cm ?
Pour cela, calcule alors l'aire du triangle

Aire du triangle :...

Réponse :

....

On note x la hauteur du triangle (en centimètres).
Exprime l'aire du triangle en fonction de x

Aire du triangle : ....

Ecris l'égalité que doit vérifier x :

....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

2. Pour résoudre le problème qui suit, procède de manière similaire en détaillant les étapes (complète les pointillés par une valeur de ton choix).

Lors d'une élection , 5 250 bulletins furent déposés dans l'urne. Le vainqueur dépasse ses deux concurrents respectivement de 30 et 85 voix. Il y a eu de plus 25 bulletins nuls.
Combien le vainqueur a-t-il obtenu de voix ?

Je cherche d'abord si le vainqueur a obtenu..........voix

Nombre de voix du 1er candidat : ....

Nombre de voix du 2ème candidat : ....

Nombre total de bulletins : ....

Réponse :

....

Je note x le nombre de voix obtenu par le vainqueur.
J'exprime en fonction de x :

Nombre de voix du 1er candidat : ....

Nombre de voix du 2ème candidat : ....

Nombre total de bulletins : ....

J'écris l'égalité que doit vérifier x :

....

Résous l'équation trouvée et réponds à la question du problème.

Procède comme dans la fiche précédente, <u>en utilisant les mêmes étapes dans les deux parties de chaque problème</u> (écris les opérations dans tous les cas).

1. Une entreprise vient de licencier 15 % de son personnel. Elle compte maintenant 238 salariés. Combien en avait-elle avant les licenciements ?

Je cherche d'abord si le nombre initial de salariés est égal à ......

....
....
....
....
....

<u>Réponse</u> :

....

Je note x le nombre initial de salariés :

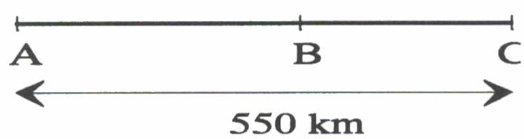
....
....
....
....
....

J'écris l'égalité que doit vérifier x :

....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

2. Un train roule entre deux villes A et C distantes de 550 km et passe par une ville intermédiaire B. Entre A et B le trajet dure 2 heures et demie. Entre B et C, le train roule à 20 km/h de plus qu'entre A et B et met 1 heure et demie. A quelle vitesse le train roule-t-il entre A et B ?



....
....
....
....
....
....
....
....

....

....
....
....
....
....
....
....
....

....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

Tu trouveras ci-dessous et dans la page suivante, 12 équations et 10 problèmes. Il s'agit de trouver l'équation correspondant à chacun des problèmes. Si tu en as besoin, utilise la méthode décrite dans la fiche 15.

a) $\frac{x}{10}+2+\frac{x}{30}=10$

b) $(30+x)=2(10+x)$

c) $30(x+10)=x(30+2)$

d) $30x+10x=30(x+10)$

e) $x^2+10^2=(30-x)^2+2^2$

f) $30+x=10-2x$

g) $\frac{30x}{2}+\frac{10x}{2}=\frac{30(x+10)}{2}$

h) $2(30x+x\times 10x+30\times 10x)=x\times 10x\times 30$

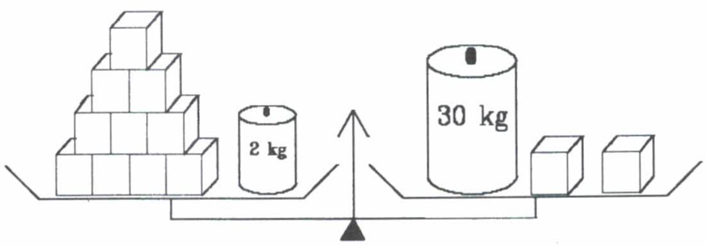
i) $10x+2=2x+30$

j) $10\times 30=2x$

k) $30+2x=10$

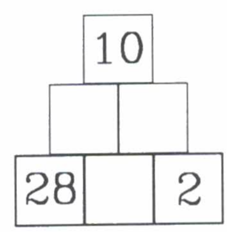
l) $x+(x-10)+(x-10+2)=30$

1. Tous les cubes ont la même masse. La balance est en équilibre.



Quelle est la masse d'un cube ?
(On note x cette masse en kg).

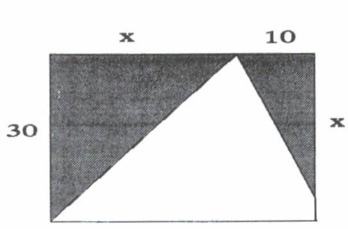
2. Complète la pyramide de telle manière que chaque nombre soit la somme des deux nombres situés en dessous.
(On note x le nombre situé entre 28 et 2).



3. Un père a 30 ans. Son fils a 10 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ?
(On note x ce nombre d'années).

4. On procède à l'élection des délégués dans la classe de 4°6 qui compte 30 élèves. Sabine obtient 10 voix de plus que Bernard et Bernard obtient 2 voix de moins que Guillaume. Combien de voix Sabine a-t-elle obtenues ?
(On note x le nombre de voix de Sabine).

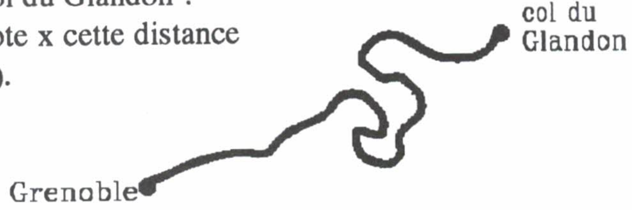
5. Détermine x pour que l'aire hachurée soit égale à la moitié de l'aire du rectangle.



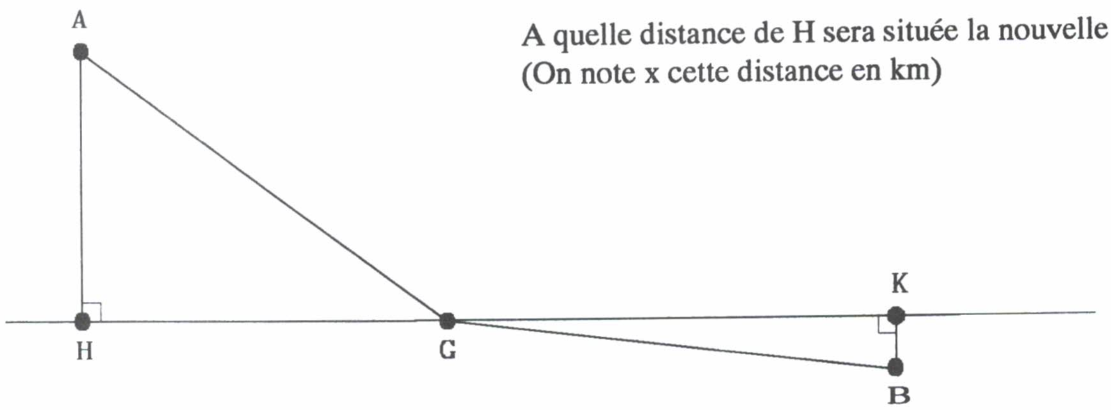
6. Trouver la largeur d'un parallélépipède rectangle tel que :
- sa hauteur soit de 30 cm,
- sa longueur soit dix fois plus grande que sa largeur,
- son aire et son volume aient la même valeur numérique.
(On note x la largeur en centimètres).

7. Une troupe de théâtre vient donner une représentation dans l'établissement. Pour payer le cachet des acteurs, chaque élève doit payer 30 F. Le jour de la représentation, 10 élèves sont absents, et chaque élève doit payer 2 F de plus que prévu. Combien d'élèves assistent à la représentation ? (On note x ce nombre d'élèves).

8. Pour aller de Grenoble au col du Glandon à vélo, Isabelle roule à la vitesse de 10 km/h. Arrivée au col, elle se repose 2 heures. Au retour, elle roule à la vitesse de 30 km/h.
Sachant que cette promenade a duré 10 heures, quelle est la distance entre Grenoble et le col du Glandon ?
(On note x cette distance en km).



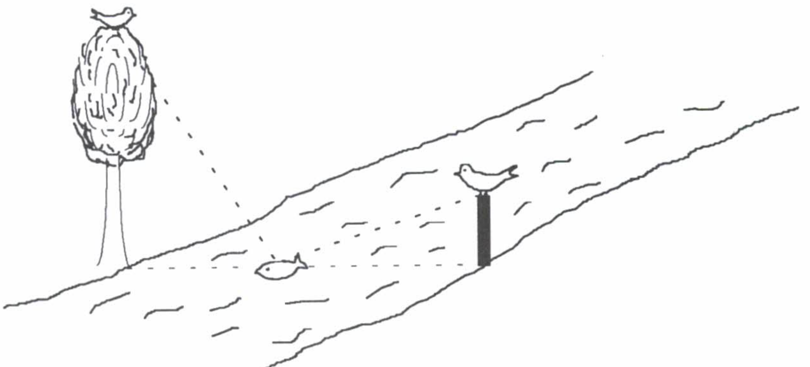
9. Deux villes A et B sont respectivement distantes de 10 km et de 2 km d'une voie ferrée rectiligne. On projette d'aménager cette voie ferrée pour le passage du TGV. Deux gares H et K, distantes de 30 km, desservaient les villes A et B : elles seront, à cette occasion, remplacées par une seule gare G située à égale distance des deux villes A et B.



A quelle distance de H sera située la nouvelle gare G ?
(On note x cette distance en km)

10. Un arbre de 10 m de haut et un poteau de 2 m de haut sont situés l'un en face de l'autre sur les rives d'un fleuve large de 30 m. Un oiseau est perché sur l'arbre et un autre sur le poteau. Brusquement, entre l'arbre et le poteau, ils aperçoivent un poisson à la surface de l'eau. Ils se jettent alors simultanément sur lui en volant à la même vitesse et l'atteignent au même instant.

A quelle distance du pied de l'arbre se trouve le poisson ?
(On note x cette distance en mètres).



Certains de ces problèmes peuvent être résolus par une méthode arithmétique. Tu vas cependant les résoudre par une méthode algébrique : traduis chacun d'eux par une équation et résous cette équation. Si tu en as besoin, inspire toi de la méthode exposée dans les fiches 15 et 16.

1. Un immeuble mesure 13 m de haut. Il a 4 étages et le toit a une hauteur égale à 1,5 fois celle d'un étage.
Quelle est la hauteur x d'un étage (en mètres)?

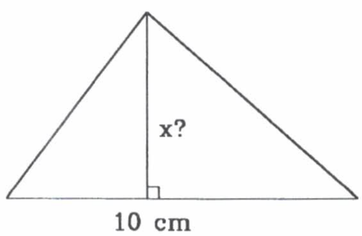
2. Une échelle de 3,5 mètres comporte 10 barreaux. Le premier barreau est à 40 cm du sol, le dernier barreau est à 20 cm de l'extrémité supérieure.
Quel est l'écart x entre deux barreaux (en cm)?

3. Un rectangle a une aire de 100 m². Sa longueur est de 25 m.
Quelle est sa largeur x (en mètres)?

4. J'ai choisi un nombre x. Si je le multiplie par 5 et si j'ajoute 7 au résultat, je trouve la même chose que si je le multiplie par 7.
Que vaut x ?

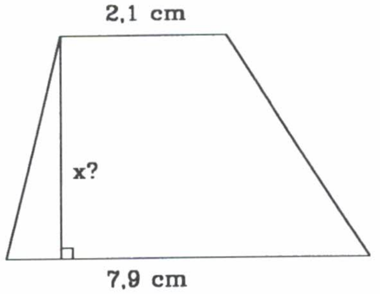
5. Une automobile a roulé 2 heures et demie à vitesse constante, puis 1 heure 15 min à 60 km/h. Elle a parcouru 270 km.
Quelle était sa vitesse x dans la première partie du trajet (en km/h)?

6. Un triangle a une aire de 36 cm². Un de ses côtés mesure 10 cm. On appelle x la hauteur relative à ce côté (en cm).
Calcule x.



7. La somme de deux nombres entiers consécutifs est 23.
On appelle x le plus petit des deux. Calcule le.

8. Un trapèze a une aire de 30 cm². La petite base mesure 2,1 cm et la grande base mesure 7,9 cm. On appelle x la hauteur de ce trapèze (en centimètres).
Calcule cette hauteur.



9. Un trapèze a une aire de 96 cm². Une des bases mesure 8,5 cm et la hauteur mesure 12 cm. On appelle x la longueur de l'autre base (en cm).
Calcule cette longueur.

10. Un agriculteur vend 40 % de sa récolte de blé, puis 15 tonnes. Il lui en reste alors 25 tonnes.
On appelle x la quantité de blé récoltée (en tonnes).
Calculer cette quantité.

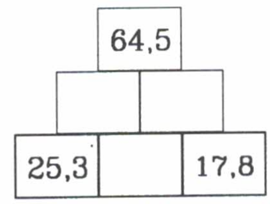
11. Une somme d'argent x est placée pour moitié à 6 % et pour moitié à 8 %. En un an le deuxième placement rapporte 120 F de plus que le premier.
Calcule cette somme d'argent.

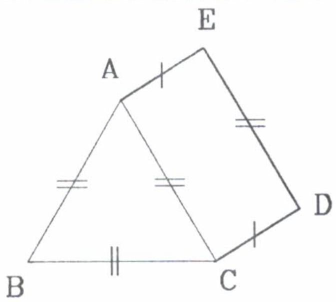
12. Un triangle ABC est tel que l'angle en B est le double de l'angle en A et l'angle en C est le triple de l'angle en B. On note x la valeur en degrés de l'angle en A.
Calcule x et les valeurs des autres angles.

Résous les problèmes et rédige la solution en adoptant la présentation suivante:

Choix de l'inconnue
Mise en équation
Résolution de l'équation
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion

1. Chaque nombre est égal à la somme des deux qui sont au dessous de lui.
Reproduis et complète la pyramide.





2. ABC est un triangle équilatéral
ACDE est un rectangle tel que AE = 7 cm.
Quelle longueur faut-il donner aux côtés du triangle ABC pour que le triangle ABC et le rectangle ACDE aient le même périmètre ?

3. Un rôti de boeuf coûte 29,20 F de plus qu'un rôti de 1,3 kg. Le prix au kg de ce rôti est 73 F.
Combien pèse ce rôti ?

4. Tom joue à un jeu dont les règles sont les suivantes : il reçoit 10 F chaque fois qu'il gagne, mais il donne 4 F chaque fois qu'il perd. Après 25 parties, il a gagné 26 F.
Combien de parties a t-il gagnées ?

5. Tom a lu un livre de 250 pages en 5 jours. Chaque jour il a lu 10 pages de plus que la veille.
Combien de pages a-t-il lues le premier jour ?

6. Dans une famille de 3 enfants nés à 2 ans et demi d'intervalle, l'aîné est deux fois plus âgé que le petit dernier.
Quel est l'âge de chacun des enfants ?

7. Pierre a une certaine somme d'argent dans sa tirelire. Il dépense 90 F. Ses parents lui donnent alors le tiers de ce qui lui reste. Dans sa tirelire, il n'y a plus alors que la moitié de ce qu'elle contenait au départ.
Quelle somme d'argent Pierre avait-il au départ ?

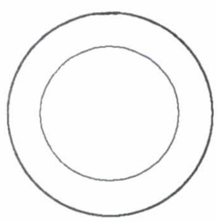
8. Un véhicule roule de Paris à Tours à la vitesse de 60 km/h. Il revient à Paris à la vitesse de 80 km/h.
Il est parti de Paris à 8 h et revient à 18 h. Il s'est arrêté pendant 3 h à Tours.
Quelle est la distance entre Paris et Tours ?

9. En 1990, une boulangerie fabrique en moyenne 210 croissants par jour. Sa production a augmenté de 15 % par rapport à 1989.
Combien cette boulangerie fabriquait-elle en moyenne de croissants par jour en 1989 ?

Résous les problèmes.

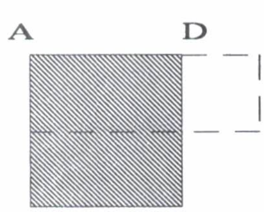
1) Au cours du 1er trimestre, Tom a obtenu les notes suivantes en Mathématiques : 8 , 14 , 19 , 11, 13. Les trois premières notes sont affectées du coefficient 1. Tom était absent lorsque le professeur a donné le coefficient attribué à chacune des deux dernières notes. Il sait seulement que la somme de tous les coefficients est égale à 10. De plus, il était distrait lorsque le professeur a lu sa moyenne et il ne sait plus si c'est 12,4 ou 13,4. Aide-le à retrouver sa moyenne et les coefficients affectés aux dernières notes .

2) Deux cercles concentriques ont des périmètres qui diffèrent de 2 m.



Est-il possible que la différence entre les deux rayons soit égale à 0,4 m ?
(Indication : noter x le rayon du petit cercle).

3) Monsieur IREM dispose d'un champ carré ABCD. Il veut changer les dimensions pour obtenir un champ rectangulaire. Pour cela il diminue les côtés [AB] et [CD] de la moitié de leur longueur et augmente les deux autres côtés de la moitié de leur longueur. Il se rend compte alors que l'aire du nouveau champ n'est plus que les 3/4 de ce qu'elle était.

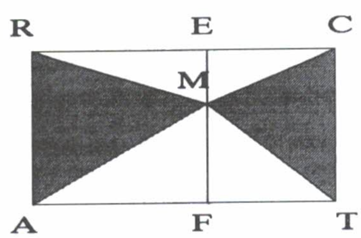


Est-il possible de déterminer la longueur initiale du côté de ce champ carré ?

4) Un randonneur en montagne gagne 300 mètres d'altitude par heure quand il monte, et perd 450 mètres d'altitude par heure quand il descend (en moyenne).
Ce randonneur est parti à 8 heures à l'assaut d'un sommet, il est revenu au point de départ à 18 h 45. Ses arrêts ont duré globalement 2 h 15 min.
Quel est le dénivelé de sa randonnée ?
(dénivelé : différence d'altitude entre le sommet et le point de départ).

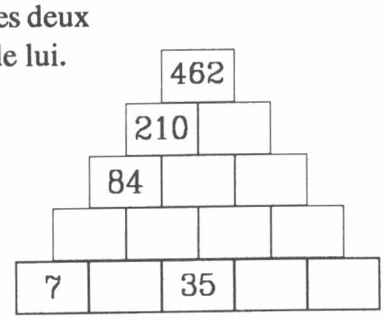
5) Quels sont les cubes dont l'aire (exprimée en cm^2) et le volume (exprimé en cm^3) ont la même valeur numérique ?

6) Le point M se déplace sur le segment [EF]. Y a-t-il une position particulière de M pour que l'aire hachurée soit égale à 75 cm^2 ? (Noter EM = x).



On envisagera les deux cas suivants :
a) AR = 10 cm et RC = 15 cm
b) AR = 9 cm et RC = 18 cm

7) Compléter la pyramide sachant que chaque nombre est la somme des deux situés en dessous de lui.



Dans la même collection :