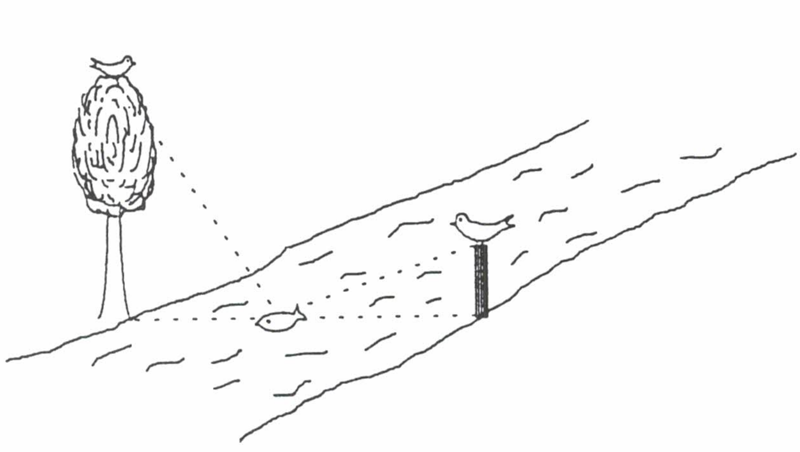
Université HENRI POINCARÉ
NANCY 1
I.R.E.M. DE LORRAINE

CLASSE DE TROISIÈME

Livret Pédagogique

ALGÉBRISATION



© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université de NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 3ème trimestre 1994
n° de la publication : 2-85406-143-8
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Michel BONN

PRÉSENTATION GÉNÉRALE

AVANT-PROPOS

Chacun sait que les programmes actuels de mathématiques du collège intègrent largement la résolution de problèmes "concrets" et notamment ceux utilisant une équation (ou un système d'équations) du premier degré.

Le programme de troisième en particulier stipule que « la résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental » de la partie du programme concernant les travaux numériques.

Nous avons paradoxalement constaté un vide réel, notamment dans les manuels, sur l'apprentissage de la mise en équation d'un problème, alors que la technique de résolution est en général bien développée. Souvent, que ce soit dans les manuels ou dans nos pratiques, cet apprentissage se limite à une démarche mimétique : "Voilà comment on fait... A votre tour !" Nous avons donc cherché à pallier ce "déficit pédagogique" en élaborant une série de fiches de travail destinées aux élèves de troisième. Les activités proposées prolongent et complètent un travail du même type commencé en quatrième dans le fichier "ALGEBRISATION QUATRIEME".

OBJECTIFS GENERAUX

Traduire algébriquement un problème concret.
Résoudre un problème par une méthode algébrique.

I VOUS AVEZ DIT CONCRET ?

Tout au long des activités proposées, nous nous sommes efforcés de faire référence à des situations concrètes.

Cependant, le sens du mot "concret", si l'on y réfléchit bien, n'est peut-être pas univoque. Ce qui est concret, pour nous adultes, n'est pas nécessairement évocateur pour des adolescents de 14-15 ans. Les enfants ne connaissent guère que les grandeurs qu'ils manipulent ou qui leur sont familières. Que l'on ne s'étonne pas qu'un(e) élève de troisième n'ait aucune idée du nombre d'habitants à Mexico, de la vitesse moyenne d'un coureur de marathon, de la distance séparant le Soleil de la Terre... Nous sommes nous-mêmes parfois confrontés à une méconnaissance ou à une évaluation incorrecte des ordres de grandeur à propos de situations concrètes qui ne nous concernent pas ou peu.

Nous ne nous sommes pourtant pas restreints aux situations vécues par les élèves, d'une part parce qu'elles ne se prêtent pas toujours à l'élaboration d'un problème à mettre en équation, d'autre part parce que nous pensons qu'il peut être intéressant d'apporter des informations nouvelles aux élèves (problèmes sur l'environnement, sur la vie sociale ou concernant des domaines scientifiques...)

Cependant, nos énoncés ont nécessairement un caractère plus ou moins artificiel dû à la situation même d'apprentissage en milieu scolaire. En effet, force est de constater que les vrais problèmes concrets, sont précisément ceux qui se posent en dehors de nos classes (dans l'industrie, la vie économique, les sciences, l'environnement...) et vont souvent de pair avec des situations complexes, qui dépassent alors le cadre des programmes et qui, de ce fait, deviennent vite inaccessibles pour les élèves du collège.

Certains problèmes ont un aspect exagérément artificiel (du type " j'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez...") et ne peuvent être qualifiés de problèmes concrets simplement parce que l'on y parle d'âge ou de vitesse. Nous n'avons pas voulu pour autant les exclure systématiquement car ils peuvent présenter un certain intérêt (gymnastique intellectuelle, casse-tête...) et peuvent motiver les élèves par leur côté ludique.

II LA DEMARCHE

Le fichier "ALGEBRISATION TROISIEME" s'inscrit dans une progression sur le thème des problèmes concrets en collège. Le point de départ de cette progression est un fichier, intitulé "PROBLEMES CONCRETS 6EME 5EME" dont l'objectif est d'apprendre aux élèves de sixième et cinquième à résoudre un problème concret par la méthode arithmétique (c'est-à-dire qui peut être résolu par une suite d'opérations). Vient ensuite le fichier "ALGEBRISATION QUATRIEME" qui propose une méthode d'apprentissage de la mise en équation de problèmes du premier degré à une inconnue. Le fichier ALGEBRISATION-TROISIEME prolonge cette méthode et complète le sujet aux inéquations du premier degré et aux systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. En dehors des chapitres concernant les inéquations et les systèmes, on trouvera dans ce fichier des activités de même nature que celles développées dans celui de quatrième, les différences portant essentiellement sur les énoncés.

La technique de résolution des équations, déjà abordée en quatrième, ne constitue pas selon nous l'obstacle majeur à la résolution d'un problème algébrique. Aussi avons nous fait le choix de ne pas traiter dans ce fascicule la technique de résolution des équations mais de consacrer l'ensemble du travail à la mise en équation et à l'interprétation de la (des) solution(s).

Une des principales causes de difficulté pour résoudre un problème algébrique réside sans doute dans le nombre de capacités que les élèves doivent mettre en oeuvre lors de sa résolution :

- lecture de l'énoncé,
- choix des inconnues,
- formulation des inconnues,
- analyse de l'énoncé,
- traduction algébrique du problème et en particulier choix des opérations lorsqu'une grandeur est exprimée par une lettre,
- interprétation de la (ou des) solution(s) de l'équation,
- formulation d'une réponse.

Ces capacités s'inscrivent dans la démarche intellectuelle nécessaire pour résoudre un problème concret :

- **passage du concret à l'abstrait** : choix des inconnues, mise en équation.
- **résolution formelle** : on résout l'équation sans se préoccuper de la validité concrète de ce qu'on écrit.
- **retour au concret** : interprétation des résultats et formulation d'une réponse. C'est dans cette phase qu'il faut éliminer les éventuelles valeurs aberrantes : un nombre négatif pour une longueur, un nombre non entier pour un nombre d'objets... C'est là aussi qu'il faut remettre en cause son raisonnement ou ses calculs si le résultat paraît vraiment en discordance avec la réalité.

La méthode proposée dans ce fichier consiste à décomposer l'apprentissage en polarisant les différentes activités autour de chacune des capacités évoquées ci-dessus, avant de proposer des activités de synthèse.

Le choix des lettres

Nous avons voulu privilégier les lettres x ou y pour désigner les inconnues (voire t, v ou d pour les problèmes de vitesse). Deux raisons ont motivé ce choix :

D'une part, la technique de résolution d'une équation est un travail de calcul formel qui, pour être performant dans un premier temps, ne doit pas poser de difficulté de reconnaissance de forme. Un élève de troisième reconnaîtra plus facilement, et sera plus efficace pour la résoudre, une équation écrite sous la forme $\frac{x}{2}+3x-1=2(x+3)$ plutôt que sous la forme $\frac{m}{2}+3m-1=2(m+3)$.

D'autre part, à tort ou à raison, les lettres ont souvent en mathématiques un statut implicite :

- les lettres x ou y représentent une inconnue ou une variable,
- les lettres a, b ou c représentent des constantes,
- la lettre m représente un paramètre,

etc.

Nous sommes néanmoins conscients que cette restriction aux lettres x et y pourra s'avérer plus tard contraignante et que l'élève qui s'engagera dans une filière scientifique devra apprendre à la dépasser (en physique notamment).

Le raisonnement analogique

Combien de fois avons nous pu observer nos élèves en train de "sécher" devant une mise en équation : comment aborder le problème ? Comment démarrer ?

Que l'on ne s'étonne pas ! La mise en équation est une activité intellectuelle complexe qui consiste à mettre en oeuvre un processus d'abstraction visant à percevoir et dégager la structure du problème, c'est-à-dire l'enchaînement sous-jacent des opérations qui le caractérisent. Ce processus d'abstraction est incontournable puisqu'une des grandeurs intervenant dans cette suite d'opérations – l'inconnue – n'a pas de valeur a priori. Pour faire apparaître une structure, le moyen consiste à faire varier les parties qui précisément sont indépendantes de la structure. Pour ce qui nous concerne, ce sont les valeurs numériques des grandeurs mises en jeu dans l'énoncé. Donner une autre valeur à une grandeur ne change pas le problème du point de vue de sa structure. **En particulier, donner une valeur numérique (arbitraire) à la grandeur inconnue ne change pas la structure du problème.** L'idée consiste donc pour l'élève à remplacer l'inconnue par une valeur particulière simple (éventuellement plusieurs fois) et faire alors "fonctionner" le problème sur un support numérique concret. Le problème devient alors de type arithmétique tout en conservant la même structure que dans son énoncé initial. Par analogie, l'élève se rendra compte alors de ce qui est "pareil" dans les variantes du problème et pourra de ce fait en percevoir la structure.

IREM DE LORRAINE ALGEBRISATION 9

1. Complète les pointillés (dans la partie de gauche, n'oublie pas d'écrire les opérations). Tu obtiens à la fin l'équation qui traduit le problème.

Une entreprise d'informatique a vu son chiffre d' affaire progresser de 60 % entre 1988 et 1990. En 1990, son chiffre d'affaire était de 2,8 milliards de Francs. Quel était-il en 1988 ?

Cherche d'abord si le chiffre d'affaire de 1988 s'élevait à 2 milliards de francs ? Pour cela, calcule alors celui de 1990 : Valeur du chiffre d'affaire en 1990 : .... Réponse :	On note x le chiffre d'affaire de 1988 en milliards de Francs. Exprime en fonction de x celui de 1990 : Valeur du chiffre d'affaire en 1990 : .... Ecris l'égalité que doit vérifier x : ....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

2. Pour résoudre le problème qui suit, procède de manière similaire en détaillant les étapes (complète les pointillés par une valeur de ton choix).

Chaqu...

On observera enfin que, selon les élèves et la complexité des énoncés, la perception de la structure du problème pourra nécessiter la réitération de la méthode qui consiste à remplacer l'inconnue par une valeur ou, au contraire, être immédiate. Dans ce dernier cas, la démarche analogique n'est alors pas nécessaire pour la mise en équation mais peut être utile comme moyen de vérification pour valider par exemple le choix d'une opération intégrant l'inconnue.

Le raisonnement analogique joue un rôle fondamental dans toute activité intellectuelle opérant la réalisation d'une abstraction. Ainsi, dans certaines activités du fichier, c'est la démarche elle-même qui fait l'objet d'un apprentissage comme méthode de résolution de problèmes.

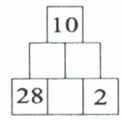
III CHOIX DES ENONCES

De nombreux de problèmes du premier degré donnés en collège ne sont pas de véritables problèmes de type algébrique en ce sens que la méthode arithmétique suffit pour les résoudre. A titre d'illustration, considérons les énoncés suivants :

① J'ai choisi un nombre x. Si je le multiplie par 5 et si j'ajoute 8 au résultat, je trouve 53. Que vaut x ?

② J'ai choisi un nombre x. Si je le multiplie par 5 et si j'ajoute 8 au résultat, je trouve la même chose que si je le multiplie par 7. Que vaut x ?

③ Compléter la pyramide sachant que chaque nombre est la somme des deux situés en dessous de lui.



Le problème ① se résout aisément par la méthode arithmétique. Pour la résolution des problèmes ② et ③, la méthode algébrique s'impose et n'est généralement pas contournable. Ces remarques conduisent à considérer trois types de problèmes du premier degré à une inconnue selon l'équation obtenue (avant tout calcul) :

	type d'équation obtenue (avant tout calcul)	**méthode**
type ①	$ax+b=c \quad (a\neq 0)$	arithmétique
type ②	$ax+b=cx+d \quad (a\neq o, c\neq 0)$	algébrique
type ③	$(ax+b)+(cx+d)=e \quad (a\neq 0, c\neq 0)$	algébrique

On notera cependant que dans certains problèmes du type ①, la méthode algébrique peut s'avérer performante en raison du contenu de l'énoncé. C'est le cas par exemple pour les problèmes d'augmentation ou diminution en pourcentage.

IV UTILISATION DU FICHIER

Toutes ces fiches ont été expérimentées dans plusieurs classes. La rubrique Commentaires, figurant plus loin dans la description des activités en rend souvent compte.

Il est vraisemblable que tous les élèves ne pourront pas explorer la totalité de ce fichier. Dans la plupart des fiches, figurent des exercices de difficulté variable, généralement progressive, afin que chaque élève puisse travailler à son niveau et son rythme. Ce fichier n'est qu'un outil dans lequel chaque enseignant puisera les activités qu'il veut mettre en place en fonction des objectifs qu'il s'est fixés pour ses élèves. Toutefois les activités ont, de par leur conception, un caractère séquentiel. Ainsi, si l'on ne dispose pas de temps suffisant pour tout faire, il sera préférable de tronquer les différentes activités plutôt que d'en éliminer certaines complètement.

Le fichier élève "ALGEBRISATION TROISIEME" est disponible à l'IREM de LORRAINE pour la somme de 5 Francs (tarif au 01/06/1994).

L'IREM de LORRAINE met également en vente les fichiers élèves "PROBLEMES CONCRETS" et "ALGEBRISATION QUATRIEME" évoqués plus haut.

V AVERTISSEMENT

Ce livre du maître accompagne une nouvelle édition du fichier. Les modifications apportées à l'édition précédente sont minimes et concernent pour l'essentiel la tournure de certains énoncés. Cependant, dans de rares cas, certaines données numériques ont été changées également pour rectifier quelques erreurs. Le lecteur se reportera aux fiches qui se trouvent à la fin de ce livret pour la nouvelle édition du fichier élève.

PRÉSENTATION DES FICHES

FICHE N° 1

Complète les pointillés. Ecris l'opération dans le petit carré.
Dans la partie droite, simplifie l'expression obtenue.

Le côté d'un carré a pour longueur 9 cm. Quelle est l'aire de ce carré ? .... □ .... = ...	Le côté d'un carré a pour longueur x centimètres. Quelle est l'aire de ce carré ? .... □ .... = ...
Un rectangle a pour aire 75 cm^2. Une de ses dimensions mesure 10 cm. Combien mesure l'autre dimension ? .... □ .... = ...	Un rectangle a pour aire 75 cm^2. Une de ses dimensions mesure x centimètres. Combien mesure l'autre dimension ? .... □ .... = ...
L'eau est composée en masse de 11,1 % d'hydrogène et de 89,9 % d'oxygène. Quelle est la masse d'oxygène contenue dans 500 g d'eau ? .... □ .... = ...	L'eau est composée en masse de 11,1 % d'hydrogène et de 89,9 % d'oxygène. Quelle est la masse d'oxygène contenue dans x grammes d'eau ? .... □ .... = ...

OBJECTIFS

Ecrire l'opération conduisant au résultat d'un problème, l'une au moins des données étant représentée par la lettre non significative x ou y.

Utiliser un raisonnement analogique pour trouver cette opération.

Réduire l'écriture d'une expression littérale.

MATERIEL

Fiche n° 1.

COMMENTAIRES

Le choix de l'opération constitue une des principales difficultés pour les élèves lorsqu'une grandeur est exprimée par une lettre dépourvue de "personnalité" concrète (x ou y). Notre démarche consiste à mettre les élèves dans une situation où ils prennent conscience que l'opération qui traduit un problème dépend de la structure du problème et non des valeurs numériques ou littérales des grandeurs.

Cette activité s'appuie sur le raisonnement analogique. Les élèves trouvent plus facilement l'opération qui permet de trouver le résultat lorsqu'ils disposent d'un support numérique concret. Puis, par analogie, ils vont pouvoir écrire cette même opération en utilisant la lettre représentant la grandeur inconnue.

Cette fiche doit être évidemment traitée cadre par cadre et non pas colonne par colonne si l'on veut que fonctionne la démarche analogique. On ne négligera pas d'en avertir les élèves au départ.

FICHE N° 2

Pour chaque problème de gauche, écris à l'aide de x l'opération (ou la suite d'opérations), puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue.
Comme aide ou comme contrôle, complète les pointillés dans l'énoncé de droite par des valeurs numériques simples que tu inventeras, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) et le résultat.

Tom a obtenu 12 et 9 à deux devoirs. On appelle x la note qu'il aura au prochain devoir. Quelle sera la moyenne des trois devoirs ?	Tom a obtenu 12 et 9 à deux devoirs. Au devoir suivant, il a obtenu .... Quelle est la moyenne des trois devoirs ?
Dans une facture de téléphone, on paie 80 F d'abonnement et 0,73 F par unité de base. Quel est le montant d'une facture correspondant à une consommation de x unités de base ?	Dans une facture de téléphone, on paie 80 F d'abonnement et 0,73 F par unité de base. Quel est le montant d'une facture correspondant à une consommation de ...... unités de base ?
Un carré a pour aire x centimètres carrés. Quelle est la longueur de ses côtés ?	Un carré a pour aire ...... cm². Quelle est la longueur de ses côtés ?
S... -York Los-Angeles (4 000 km),	Sur le trajet Ne...

OBJECTIFS

Remplacer une variable par une valeur numérique simple, dans le but de trouver l'opération conduisant au résultat d'un problème concret.
Réduire une expression littérale.

MATERIEL

Fiche n° 2.
Calculatrice.

COMMENTAIRES

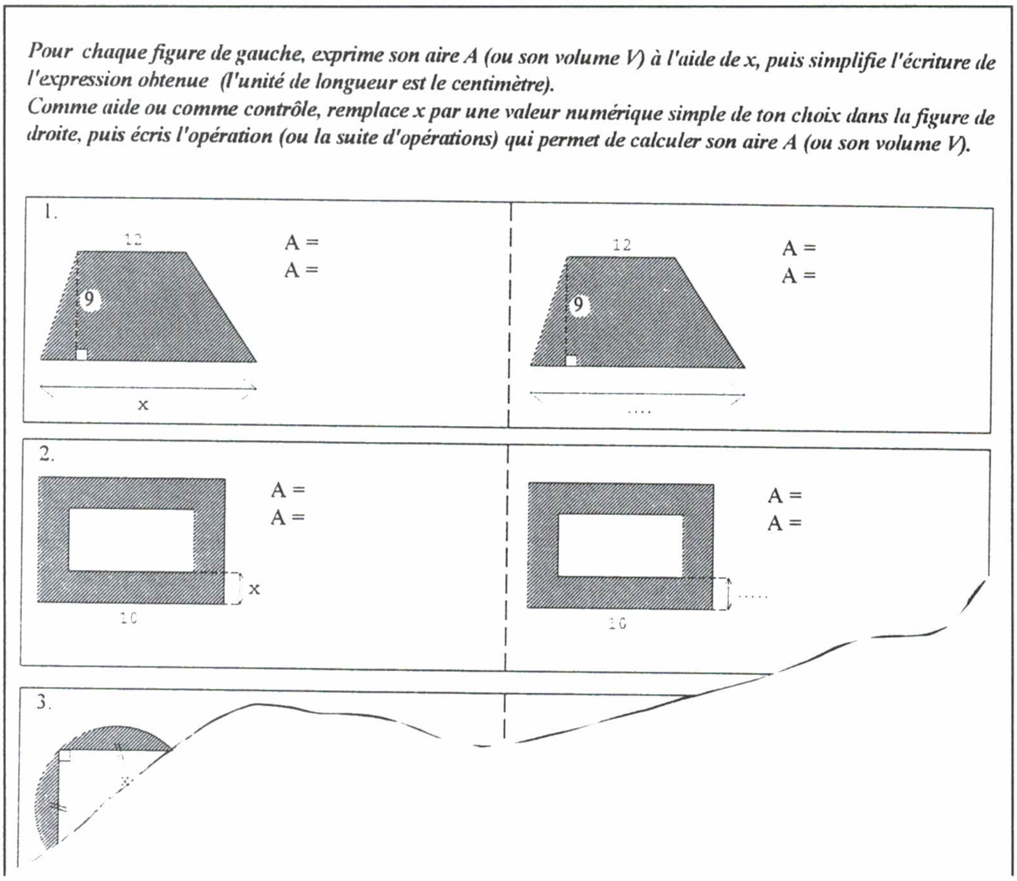
L'objectif visé est le même que dans la fiche précédente, mais ici l'élève doit lui-même fournir les valeurs numériques "simples" qui lui permettront soit de trouver l'opération avec la lettre x, soit de vérifier que cette opération est correcte.

Cette activité paraît plus difficile aux élèves que la précédente. En effet, ils n'ont généralement pas l'habitude que la solution d'un problème ne soit pas unique et le fait que la lettre x puisse recouvrir plusieurs valeurs (dont ils ont le choix !) peut être déroutant pour ceux qui n'ont jamais pratiqué ce type d'activité.

Néanmoins, l'autonomie des élèves vis-à-vis de la démarche s'appuyant sur le raisonnement analogique est un objectif tout à fait souhaitable, afin que, de leur propre initiative, ils soient capables de la mettre en oeuvre lors de la mise en équation d'un problème, si cela est nécessaire.

Les exercices proposés sont souvent l'occasion de réinvestir des connaissances qui ne sont pas toujours bien maîtrisées : vitesse, pourcentages...

FICHE N° 3


Pour chaque figure de gauche, exprime son aire A (ou son volume V) à l'aide de x, puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue (l'unité de longueur est le centimètre).
Comme aide ou comme contrôle, remplace x par une valeur numérique simple de ton choix dans la figure de droite, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) qui permet de calculer son aire A (ou son volume V).

OBJECTIFS

Ecrire une aire ou un volume à l'aide d'une expression littérale.
Réduire une expression littérale.
Utiliser un raisonnement analogique pour trouver ou vérifier un résultat.

MATERIEL

Fiches n° 3 et 4.
Calculatrice.

COMMENTAIRES

Les activités proposées dans ces deux fiches sont du même type que celles des fiches précédentes. Elles s'appuient toujours sur le raisonnement analogique. Cette fois, les situations sont tirées du domaine géométrique. On y trouvera en particulier des solides du programme de géométrie dans l'espace de troisième (cône de révolution, pyramide).

Dans la fiche n° 4, le raisonnement analogique n'est plus imposé : c'est à l'élève lui-même de le solliciter spontanément s'il en a besoin. S'il le juge nécessaire, l'enseignant pourra toutefois le proposer comme outil de déblocage ou de vérification.

FICHE N° 5

Pour résoudre chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement qui manque.

- Appelle x cette grandeur manquante et nomme-la de manière précise en spécifiant son unité.

- Appelle y le résultat demandé et nomme-le précisément en spécifiant son unité.

- Ecris l'égalité qui donne le résultat y en fonction de la grandeur x.

Exemple : Un camion de 3 500 kg transporte 12 caisses. Quel est son poids total en charge ?	J'appelle x la masse d'une caisse (en kg) J'appelle y le poids du camion en charge (en kg) $y = 12\,x + 3500$
1. Une carte d'abonnement annuelle coûte 640 F et donne droit à autant d'entrées gratuites que l'on souhaite dans une salle de cinéma. Quel est le coût moyen d'une entrée ?	J'appelle x .... J'appelle y .... $y =$ ....
2. Pour pratiquer le tennis au sein d'un club, Tom a acheté 250 F une carte annuelle d'adhésion et payé 10 F pour chaque partie. Quelle somme d'argent a-t-il dépensée dans l'année pour pratiquer le tennis ?	J'appelle x .... J'appelle y .... $y =$ ....
3. Monsieur Nakapayé achète un magnétoscope ... 1 000 F à la commande puis ... le crédit par	....

OBJECTIFS

Repérer et définir la grandeur cherchée dans un problème concret.
Repérer et définir la grandeur manquante dans un énoncé.
Traduire un problème par une expression de type fonctionnel.

MATERIEL

Fiche n° 5.
Eventuellement, fiche annexe (répertoire).

COMMENTAIRES

C'est une activité importante dans la progression de ce fichier. Le but est d'exprimer une variable ou inconnue de manière précise, puis d'écrire une relation fonctionnelle.

Le raisonnement analogique qui consiste à simuler la situation à l'aide de données numériques simples prend ici tout son sens. Les simulations imaginées par les élèves doivent permettre de contrôler davantage les erreurs concernant le choix d'une opération.

Signalons que cette activité se place dans un domaine fonctionnel. Les lettres x et y ont donc ici un statut de variables. Par la suite, la lettre x aura un statut d'inconnue. Le fait d'être capable de différencier variable et inconnue n'est pas une compétence exigible des élèves de troisième.

Pour finir, notons que cette activité se prête bien à un travail par groupes de 3 ou 4 élèves.

FICHE N° 6

Pour chacune des situations ci-dessous, traduis suivant le cas en langage habituel ou en langage algébrique.

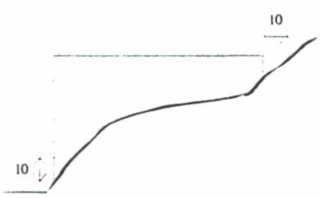
1. On appelle x et y les notes de Tom à ses deux derniers devoirs de maths.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{x+y}{2}$
Moyenne des deux devoirs sachant que le dernier compte double	
	$\frac{2x+y}{3}$

2. Lorsqu'on achète un médicament, la Sécurité Sociale rembourse 70 % de son prix. On note x le prix d'un médicament.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{70}{100}x$
Dépense réelle pour ce médicament	

3. Au cours du remembrement, les dimensions d'un terrain rectangulaire ont été modifiées : on a augmenté la longueur de 10 mètres et diminué la largeur de 10 mètres.
On note x la longueur en mètres et y la largeur en mètres du terrain avant le remembrement.



OBJECTIFS

Traduire un problème concret en langage algébrique.
Interpréter une expression algébrique en langage habituel.

MATERIEL

Fiches n° 6, 7 et 8.

COMMENTAIRES

Encore une activité importante dans notre progression. Elle entraîne les élèves à passer d'un énoncé à une écriture algébrique.

Les exercices des trois fiches sont de difficulté progressive. Ceux de la fiche n° 6 ne posent en général aucune difficulté aux élèves mais préparent bien les activités des fiches suivantes.

Dans ces fiches, certaines phrases se traduisent par l'écriture d'une équation. Lorsque les conditions le permettent, on pourra montrer aux élèves les différences de statut du signe = sur des exemples qui ne manqueront pas de se présenter. Par exemple (ex 7, 4^{e} ligne du tableau), nous avons pu observer des réponses du type : $2(a+2x+b+2x)=2a+2b+8x$, égalité qui est en fait une identité, vraie quelque soit la valeur de x, et dont l'objet est de simplifier l'écriture. Par contre (ex 7, 5e ligne), la réponse $2(a+b)+4=2(a+b+8x)$ est une égalité qui n'est vraie que pour certaines valeurs de x. On peut donc amener les élèves à faire la différence entre identité formelle et équation.

Cette activité est particulièrement bien adaptée à un travail de groupes. En effet :

- c'est de la discussion entre les élèves que naît réellement l'apprentissage,
- cela permet d'avoir une indication sur ce que fait chaque élève de la classe, et donc de corriger à l'intérieur d'un groupe, si cela est nécessaire, sans imposer une correction collective inutile pour certains et souvent fastidieuse.

Pour rendre compte collectivement de leur travail, chaque groupe peut répondre sur une fiche photocopiée préalablement sur transparent, et qui sera projetée à l'ensemble de la classe. Ce peut alors être l'occasion, non pas d'une correction détaillée, mais d'une discussion très riche sur les différences constatées entre les groupes, ainsi que sur les subtilités du calcul littéral évoquées plus haut.

FICHE N° 9

1. Complète les pointillés (dans la partie de gauche, n'oublie pas d'écrire les opérations). Tu obtiens à la fin l'équation qui traduit le problème.

Une entreprise d'informatique a vu son chiffre d' affaire progresser de 60 % entre 1988 et 1990. En 1990, son chiffre d'affaire était de 2,8 milliards de Francs. Quel était-il en 1988 ?

Cherche d'abord si le chiffre d'affaire de 1988 s'élevait à 2 milliards de francs ? Pour cela, calcule alors celui de 1990 :	On note x le chiffre d'affaire de 1988 en milliards de Francs. Exprime en fonction de x celui de 1990 :
Valeur du chiffre d'affaire en 1990 :	Valeur du chiffre d'affaire en 1990 : ....
Réponse :	Ecris l'égalité que doit vérifier x : ....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

2. Pour résoudre le problème qui suit, procède de manière similaire en détaillant les ét... pointillés par une valeur de ton choix).

Chaque fois que l'on s'élève de 100 m, la pression atm... en fait de 0,08 hpa par mètre. Un baromèt...

OBJECTIFS

Utiliser un raisonnement analogique guidé pas à pas pour mettre en équation et résoudre un problème algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 9.

COMMENTAIRES

L'activité proposée dans cette fiche est fondamentale et s'appuie grandement sur le raisonnement analogique. Malgré le travail préalable sur le langage algébrique et le langage concret, on pourrait constater sans doute que certains élèves ne parviennent pas à "démarrer" lorsqu'il s'agit de mettre un problème en équation. Pour les aider dans cette tâche, la méthode proposée consiste à chercher si une valeur (arbitraire) est ou n'est pas solution du problème. L'intérêt de cette méthode est double :

Premièrement, le problème devient de type arithmétique (donc plus facile) tout en gardant la même structure que le problème algébrique à résoudre : le raisonnement et la suite des opérations qui aboutissent à la solution du problème arithmétique sont les mêmes que ceux qui construisent l'équation cherchée. La correspondance structurelle est de plus mise en évidence par la présentation en parallèle des réponses à droite et à gauche. Ainsi peut se produire le déblocage.

Deuxièmement, on obtient ainsi une valeur indicative du résultat. Par exemple, dans le premier exercice de cette fiche si on essaie la valeur 2 milliards de Francs pour le chiffre d'affaire de 1988, on trouve que sa valeur en 1990 s'élève à 3,2 milliards de Francs, ce qui permet de prévoir que la valeur de chiffre d'affaire de 1988 est inférieure à 2 milliards de Francs.

FICHE N° 10

Procède comme dans la fiche précédente, en utilisant les mêmes étapes dans les deux parties de chaque problème (n'oublie jamais d'écrire les opérations).

1. Tom part à mobylette pour aller chez son copain Jim. A l'aller, il roule à la vitesse de 40 km/h. Il s'arrête 2 heures chez Jim. Au retour, le vent étant de face, sa vitesse n'est plus que de 30 km/h. Sa sortie a duré 3 heures en tout. Quelle est la distance entre chez Tom et chez Jim?

Je cherche d'abord si la distance entre chez Tom et chez Jim est égale à ...... km	On note x la distance entre chez Tom et chez Jim (en km) :
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
Réponse :	J'écris l'égalité que doit vérifier x : ....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

2. U...

OBJECTIFS

Utiliser un raisonnement analogique pour résoudre un problème algébrique.
Rédiger la mise en équation d'un problème algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 10.

COMMENTAIRES

L'activité prolonge la précédente. Dans cette fiche on ne donne plus la structure de la réponse. C'est à l'élève de rédiger lui-même les différentes étapes pour essayer si une valeur numérique particulière convient ou non, et pour mettre le problème en équation. Dans un souci d'efficacité, on insistera pour que les étapes soient exposées en parallèle.

Le but de cette fiche est d'entraîner les élèves à mettre en oeuvre un raisonnement analogique pour la mise en équation d'un problème. On pourra observer l'intérêt de cette méthode à l'occasion du deuxième problème : la plupart des élèves sont *a priori* tentés la réponse 1,5. Une telle réponse est immédiatement contredite par l'application de la méthode proposée. Enfin, il est vraisemblable que tout élève sera un jour ou l'autre confronté à une situation de blocage devant un énoncé plus complexe et le recours à cette méthode pourra alors s'avérer fort utile. Le but de l'activité n'est donc pas tant la solution des problèmes que l'apprentissage de la méthode afin que les élèves soient capables de solliciter spontanément ce type de démarche si cela leur est nécessaire.

FICHE N° 11

Tu trouveras ci-dessous et dans la page suivante, 20 équations et 14 problèmes. Il s'agit de trouver l'équation correspondant à chacun des problèmes.
Si tu en as besoin, utilise la méthode décrite dans les fiches 9 et 10.

a) $\frac{x}{10}+2+\frac{x}{30}=10$

b) $(30+x)=2(10+x)$

c) $30(x+10)=x(30+2)$

d) $30x+10x=30(x+10)$

e) $x^2+10^2=(30-x)^2+2^2$

f) $30+x=10-2x$

g) $\frac{30}{100}x+\frac{2}{100}=\frac{10}{100}(x+1)$

h) $10(x+2)=30x$

i) $(10-2x)^2\times x=30$

j) $\frac{2}{x}=\frac{10}{30}$

k) $\frac{30x}{2}+\frac{10x}{2}=\frac{30(x+10)}{2}$

l) $2(30x+x\times 10x+30\times 10x)=x\times 10x\times 30$

m) $(10+2x)^2-10^2=30$

n) $10\times 30=2x$

o) $30+2x=10$

p) $x+(x-10)+(x-10+2)=30$

q) $\frac{x}{30}=\frac{2}{10}$

r) $10x=2\times 30$

s) $0{,}3x+0{,}02=0{,}1(x+1)$

t) $(2x+30)(x-10)=2\times x\times 2x$

1. Complète la pyramide de tell…
manière que…
la somm…
tué…

2. Un père a 30 … ans. Dan…

OBJECTIFS

Trouver l'équation permettant de résoudre un problème algébrique

MATERIEL

Fiches n° 11, 12 et 13.
Eventuellement, un solveur d'équations sur ordinateur ou sur calculatrice.

COMMENTAIRES

Cette activité se prête particulièrement bien au travail de groupe.

Sa longueur imposera peut-être de ne proposer qu'une partie des problèmes. Il appartient alors au professeur de choisir ceux qui conviennent le mieux à ses élèves.

On remarquera que les équations de la liste ont toutes pour coefficients 2, 10 et 30, ce qui interdit toute tentative de repérage d'une équation par les données numériques du problème correspondant. La liste des équations n'est qu'un moyen de vérification.

Toutes les expérimentations ont mis en évidence la motivation des élèves pour cette activité, leur réel plaisir de chercher, et leur satisfaction lorsqu'ils trouvent "leur" équation dans la liste.

Prolongement possible de l'activité

Pour répondre à la curiosité des élèves qui souhaitent connaître les réponses aux différents problèmes, on pourra tirer profit de l'utilisation d'un solveur d'équations, d'autant que la résolution de certaines équations ne figure pas au programme de troisième. A cette occasion, l'interprétation des solutions pourra constituer une activité intéressante (certaines équations ont plusieurs solutions). A défaut de solveur, le professeur pourra communiquer lui-même les solutions des équations. Voici les correspondances :

n° du problème	équation correspondante	solution(s) de l'équation
1	o	-10
2	b	10
3	p	16
4	t	pas de solution
5	m	-10,7 ou 0,7 (env.)
6	k ou d	30
7	l	$0 ; \frac{33}{14}$

n° du problème	équation correspondante	solution(s) de l'équation
8	c ou m	150
9	a	60
10	i	0,346 ; 3,546 ou 6,108 (env.)
11	j ou q ou r	6
12	e	13,4
13	h	1
14	g ou s	0,4

FICHE N° 14

Certains de ces problèmes peuvent être résolus par une méthode arithmétique. Tu vas cependant les résoudre par une méthode algébrique : traduis chacun d'eux par une équation et résous cette équation.
Si tu en as besoin, inspire toi de la méthode exposée dans les fiches 9 et 10.

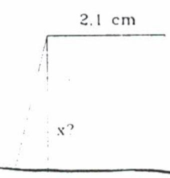
1. Un immeuble mesure 13 m de haut. Il a 4 étages et le toit a une hauteur égale à 1,5 fois celle d'un étage. Quelle est la hauteur x d'un étage (en mètres)?

2. Une échelle de 5 mètres comporte 16 barreaux. Le premier barreau est à 40 cm du sol, le dernier barreau est à 20 cm de l'extrémité supérieure. Quel est l'écart x entre deux barreaux (en cm)?

3. Un commerçant diminue ses prix de 30 %. Un article vaut alors 336 F. On a...

7. La somme de trois nombres entiers consécutifs est 39. On appelle x le plus petit des trois. Calcule x.

8. Un trapèze a une aire de 58 cm². La petite base mesure 2,1 cm et la grande base mesure 7,9 cm. On appelle x la hauteur de ce trapèze (en cm). Calcule cette hauteur.



OBJECTIFS

Utiliser la méthode algébrique pour résoudre des problèmes.

MATERIEL

Fiche n° 14

COMMENTAIRES

Cette fiche est un recueil de problèmes généralement simples et les mises en équation ne devraient pas poser de difficulté particulière aux élèves. Si tel est le cas, ce sera sans doute lié la plupart du temps à des notions pas toujours bien maîtrisées (vitesse, pourcentage...).

Bien entendu, le professeur pourra procéder à une sélection des exercices.

Solutions des problèmes :

Pb 1 : $4x+1{,}5x=13$; $x=\dfrac{26}{11}\approx 2{,}36$ m.

Pb 2 : $15x+60=500$; $x=\dfrac{440}{15}\approx 29{,}3$ cm.

Pb 3 : $0{,}7x=336$; $x=480$ F.

Pb 4 : $\dfrac{x}{5}+7=\dfrac{x}{7}$; $x=-122{,}5$.

Pb 5 : $2{,}5x+1{,}25\times 60=270$; $x=78$ km / h.

Pb 6 : $\dfrac{10x}{2}=75{,}2$; $x=15{,}04$ cm.

Pb 7 : $x+x+1+x+2=39$; $x=12$.

Pb 8 : $\dfrac{(2{,}1+7{,}9)x}{2}=58$; $x=11{,}6$ cm.

Pb 9 : $\dfrac{12(7{,}2+x)}{2}=144$; $x=16{,}8$ cm.

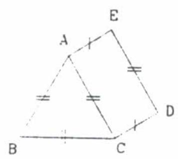
Pb 10 : $\dfrac{55}{100}x+13+24{,}8=x$; $x=84$ tonnes.

Pb 11 : $\dfrac{6}{100}\times\dfrac{x}{4}+330=\dfrac{8}{100}\times\dfrac{3x}{4}$; $x\approx 7333{,}33$ F.

Pb 12 : $5x=180$; $x=36°$.

FICHE N° 15

Résous les problèmes et rédige la solution en adoptant la présentation suivante:
Choix de l'inconnue
Mise en équation
Résolution de l'équation
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion



1. ABC est un triangle équilatéral.
ACDE est un rectangle tel que AE = 7 cm.
Quelle longueur faut-il donner aux côtés du triangle ABC pour que le triangle AB
et le rectangle ACDE aient le même périmètre ?

2. Tom jou... les règles sont les suivantes : il reçoit 10 F chaque fois qu'il gag...
4 F ch...
C...

OBJECTIFS

Résoudre un problème algébrique.
Rédiger correctement la réponse.

MATERIEL

Fiche n° 15.

COMMENTAIRES

Cette fiche constitue un recueil de problèmes dont on peut considérer la résolution comme étant exigible des élèves de troisième.

On notera que le problème 9 n'a pas de solution.

Solutions des problèmes :

Pb 1 : x désigne la longueur d'un côté du triangle.
$3x = 2x + 14$ $\quad x = 14$ cm.

Pb 2 : x désigne le nombre de parties gagnées.
$10x - 4(25 - x) = 26$ $\quad x = 9$ parties.

Pb 3 : x désigne le nombre de pages lues le premier jour.
$x + (10 + x) + (20 + x) + (30 + x) + (40 + x) = 250$
$x = 30$ pages.

Pb 4 : x désigne l'âge du plus jeune enfant.
$x + 5 = 2x$ $\quad x = 5$ ans
Les enfants ont 5 ans, 7 ans et demi et 10 ans.

Pb 5 : x désigne la somme d'argent que Pierre avait initialement.
$$x - 90 + \frac{1}{3}(x - 90) = \frac{1}{2}x \qquad x = 144 \text{ F.}$$

Pb 6 : x désigne la distance entre Paris et Tours.
$$\frac{x}{60} + \frac{x}{80} + 3 = 10 \qquad x = 240 \text{ km.}$$

Pb 7 : x désigne le nombre moyen de croissants fabriqués en 1989.
$1{,}15x = 210$ $\quad x \approx 182{,}6$ croissants (en moyenne).

Pb 8 : x désigne la longueur initiale du carré.
$(x + 3)^2 = x^2 + 54$ $\quad x = 7{,}5$ cm.

Pb 9 : x désigne le rayon du petit cercle.
$2\pi(x + 0{,}4) - 2\pi x = 2$ $\quad$ Pas de solution.

Pb 10 : x désigne la longueur de la montée.
$$\frac{x}{10} - \frac{x}{30} = 1 \qquad x = 15 \text{ km.}$$

FICHE N° 16

Résous les problèmes.

1. Au cours du 1er trimestre, Tom a obtenu les notes suivantes en Mathématiques : 8 , 14 , 19 , 11, 13. Les trois premières notes sont affectées du coefficient 1. Tom était absent lorsque le professeur a donné le coefficient attribué à chacune des deux dernières notes. Il sait seulement que la somme de tous les coefficients est égale à 10. De plus, il était distrait lorsque le professeur a lu sa moyenne et il ne sait plus si c'est 12,4 ou 13,4.

Aid

6. Une mobylette fonctionne avec un mélange d'essence et d'huile à 4 % (c'est-à-dire 1 litre de mélange contient 0,04 litre d'huile). Tom n'a que du mélange à 10 %.

Quelle quantité d'essence pure doit-il ajouter de ce mélange pour obtenir du mélang

7. Le point M se déplace s le segment [EF]

OBJECTIFS

Résoudre un problème algébrique et rédiger correctement la réponse.

MATERIEL

Fiche n° 16.

COMMENTAIRES

Les objectifs sont les mêmes que pour la fiche précédente mais les problèmes sont plus difficiles à résoudre. Leur résolution dépasse le niveau exigible et ils ne peuvent donc faire l'objet d'une évaluation.

Solutions des problèmes :

Pb 1 : x désigne le coefficient de la 4^e note.

$$\frac{8+14+19+11x+13(7-x)}{10} = 12,4 \;;\qquad x = 4$$

ou : $$\frac{8+14+19+11x+13(7-x)}{10} = 13,4 \;;\qquad x = -1$$

La première équation convient : la moyenne est 12,4 ; le coefficient de la 4^e note est 4.

Pb 2 : x désigne le côté initial du carré.

$\frac{1}{2}x \times \frac{3}{2}x = \frac{3}{4}x^2$. Tout nombre positif convient.

Pb 3 : x désigne la dénivelée (différence d'altitude).

$$\frac{x}{300} + \frac{x}{450} + 2,25 = 10,75 \qquad x = 1530 \text{ m}.$$

Pb 4 : x désigne le côté du cube.

$$6x^2 = x^3 \qquad x = 0 \text{ ou } x = 6.$$

Pb 5 : x désigne la longueur du côté de la maison.

$$(x+3)^2 - x^2 = 63 \qquad x = 9 \text{ m}.$$

Pb 6 : x désigne la quantité d'essence pure à ajouter.

$$\frac{10}{100} = \frac{4}{100}(x+1) \qquad x = 1,5 \text{ litre}.$$

Pb 7 :

a) $$150 - \left(\frac{15x}{2} + \frac{15(10-x)}{2}\right) = 75$$

Toute position de M convient.

b) $$162 - \left(\frac{18x}{2} + \frac{18(9-x)}{2}\right) = 75$$

Aucune position de M ne convient.

Pb 8 : x désigne la hauteur de la partie immergée du glaçon

$$0,8\pi \times 3^2 = x \times 3^2 \qquad x = 0,8\pi \approx 2,51 \text{ cm}.$$

Pb 9 : x désigne la largeur de la serre.

$$\frac{\pi}{2}\,\frac{x^2}{4} \times 10 = 200 \qquad x = \sqrt{\frac{160}{\pi}} \approx 7,13 \text{ m}.$$

Pb 10 : x désigne le nombre placé entre 7 et 35.

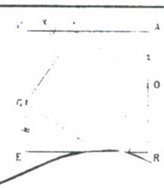
$$2x + 7 + 35 = 84 \qquad x = 21.$$

Pb 11 : x désigne la distance entre le centre et le point H.

$$x^2 + 36 = (10-x)^2 + 81 \qquad x = 7,25 \text{ cm}.$$

FICHE N° 17

Dans chaque cas, exprimer la grandeur demandée en fonction de x.

1. La location d'un fourgon pour déménager coûte 500 F par jour plus 2 F par km. Soit x le nombre de km parcourus et y le prix de cette location pour 2 jours. $y =$	6. Il faut 7 heures à un tracteur pour labourer un champ de 10 ha. Soit y le nombre d'heures nécessaires pour labourer ce champ avec x tracteurs. $y =$
2. La carte inter-rail coûte 1380 F et permet d'effectuer tous les trajets en France à demi-tarif. Un billet à plein tarif revient environ 0,45 F du km (tarifs de 1988). On appelle x le nombre de km parcourus dans l'année et y le prix payé pour les personnes bénéficiant d'une carte inter-rail. $y =$	7. On considère un rectangle dont la largeur est égale au tiers de la longueur. On appelle x sa longueur et y son périmètre et z son aire. $y =$ $z =$
3. En 1987, les prix ont augmenté d'environ 3 %. x désigne le prix d'un objet au 1er janvier 1987 et y le prix du même objet au 1er janvier 1988. $y =$	8. C A R E est un carré de côté 10 cm. On admet qu'en reportant 4 fois la même longueur x, on obtient un nouveau carré V O S G. Soit y l'aire du carré V O S G. 

OBJECTIFS

Exprimer une grandeur en fonction d'une autre.

MATERIEL

Fiche n° 17.

COMMENTAIRES

Cette activité est la première d'une série sur la mise en inéquation de problèmes.

On notera que la notion mise en jeu dans une inéquation n'est pas celle d'inconnue mais celle de variable et le terrain sous-jacent aux inéquations est celui des fonctions. Cette activité, préparatoire à la mise en inéquation de problèmes, a donc pour but de familiariser de manière concrète les élèves avec les notions de variable et de fonction.

FICHE N° 18

Traduire en langage algébrique.

1. Lors de son embauche, un représentant se voit proposer trois possibilités de rémunération mensuelle:
   - un salaire fixe de 9 400 F,
   - un salaire fixe de 2 500 F plus 5 % du montant mensuel de ses ventes,
   - 10 % du montant mensuel de ses ventes.

On note x le montant mensuel de ses ventes.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Salaire mensuel avec la deuxième formule	
Salaire mensuel avec la troisième formule	
La deuxième formule est plus intéressante que la première	
La troisième formule est plus intéressante que la deuxième	

2. Une entreprise fabrique des guitares. La fabrication de ces instruments entraîne des frais s'élevant à 800 F par guitare fabriquée (matière première) auxquels il faut ajouter 350 000 F de frais fixes annuels (salaires par exemple). Chaque guitare est vendue 1 200 F.
L'entreprise a pour objectif de réaliser un bénéfice annuel de 150 000 F.
On note x le nombre de guitares vendues dans l'année.

OBJECTIFS

Traduire un problème concret en langage algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 18.

COMMENTAIRES

L'activité proposée ici a rigoureusement les mêmes objectifs et le même intérêt dans la progression que les activités des fiches 6, 7 et 8. Le terrain est ici celui des inéquations.

FICHE N° 19

1. Complète les pointillés (n'oublie pas d'écrire les opérations).
Tu obtiens à la fin une inéquation qui traduit le problème.

La température diminue de 0,6 °C chaque fois que l'on monte de 100 m d'altitude. Il fait 10 °C à Chamonix, ville située à 1050 m d'altitude.
A partir de quelle altitude la température est-elle inférieure à -5 °C ?

Cherche d'abord si la température à 2 000 m d'altitude est inférieure à -5 °C :	On note x l'altitude d'un endroit (en m). Ecris en fonction de x :
Différence d'altitude avec Chamonix :	Différence d'altitude avec Chamonix :
....	....
Différence de température avec Chamonix :	Différence de température avec Chamonix :
....	....
Température à cette altitude :	Température à cette altitude :
....	....
Réponse :	La température est inférieure à -5 °C dès que :
....	....
	(écris une inégalité)

Résous l'inéquation et réponds à la question du problème.

2. Pour résoudre le problème qui suit, p... de manière similaire en déta... pointillés par une valeur de ton ch...

Une carte d'abo...
de 95 F...
A p...

OBJECTIFS

Utiliser un raisonnement analogique guidé pas à pas pour mettre en équation et résoudre un problème algébrique.

MATERIEL

Fiche n° 19.

COMMENTAIRES

Encore une fois, cette activité s'insère dans l'apprentissage des mises en inéquations de la même manière que celle des fiches 9 et 10 dans le cadre des mises en équation. Le lecteur se reportera donc aux commentaires correspondants (page 13 et 14 de ce fascicule).

FICHE N° 20

Mettre en inéquation et résoudre les problèmes suivants.

1. Une petite station de sports d'hiver propose deux possibilités pour payer les remonte-pentes :
- un forfait à 57 F permettant la libre circulation sur les pistes et les remonte-pentes,
- 3 tickets par remontée effectuée, un ticket coûtant 2,20 F.

A partir de combien de remontées est-il rentable d'acheter un forfait ?

2. L'abonnement d'un an à un journal hebdomadaire permet d'avoir 52 numéros et un numéro spécial pour 780 F. Le tarif normal au numéro est de 18,50 F et le numéro spécial coûte 30 F.
A partir de combien de numéros achetés dans l'année l'abonnement devient-il préférable ?

3. Une carte demi-tarif permet d'acheter les billets à moitié prix sur un trajet donné. L'aller et ... St Di... ...ûte 56 F ...

7. Monsieur Irem loue un véhicule pendant 5 jours. Pour le même véhicule :
- l'agence ZTREH propose 392 F par jour plus 0,75 F par km,
- l'agence SIVA propose 422 F par jour plus 0,60 F par km.

A partir de quelle distance à parcourir l'agence SIVA est-elle la plus intéressante ?

8. Mr Irem parvient à dépasser le camion qui roule péniblement à 45 km/h. Il peut enfin rouler à 90 km/h de moyenne.
Quelle distance minimale doit-il alors parcourir pour avoir le temps de s'arrêter 3 minutes et repartir avant que le camion le rattrape ?

9. ... vente par correspondance pro- ... de vente pour des livres : ... F par livre. ... par livre. ... frais

OBJECTIFS

Résoudre de manière algébrique un problème se traduisant par une inéquation.
Rédiger correctement la réponse.

MATERIEL

Fiche n° 20.

COMMENTAIRES

Cette fiche est un recueil de problèmes à mettre en inéquations. On peut considérer leur résolution comme étant d'un niveau exigible en troisième.

Solutions des problèmes :

Pb 1 : x désigne le nombre de remontées.

$6,6x \geq 57 \qquad x \geq \dfrac{57}{6,6} \approx 8,63$

A partir de 9 remontées.

Pb 2 : x désigne le nombre de numéros.

$18,5x + 30 \geq 780 \qquad x \geq \dfrac{750}{18,5} \approx 40,54$

A partir de 41 numéros.

Pb 3 : x désigne le nombre de voyages aller et retour.

$28x + 447 \leq 56x \qquad x \geq \dfrac{447}{28} \approx 15,96$

A partir de 16 voyages aller et retour.

Pb 4 : x désigne le nombre de km parcourus.

$55\,000 + \dfrac{7 \times 5,5}{100}x \geq 61\,000 + \dfrac{6 \times 3,9}{100}x$

$x \geq \dfrac{600\,000}{15,1} \approx 39735,1$

A partir de 40 000 km environ.

Pb 5 : x désigne la note du prochain devoir :

$\dfrac{54 + 2x}{8} \geq 10 \qquad x \geq 13$

Tom doit avoir au moins 13 au prochain devoir.

Pb 6 : x désigne de l'angle en A.

$180 - (x + \dfrac{1}{3}x) \geq 90 \qquad x \leq 67,5°.$

Pb 7 : x désigne le nombre de km à parcourir.
$1960 + 0,75x \geq 2110 + 0,6x \qquad x \geq 1000$
A partir de 1000 km.

Pb 8 : x désigne le nombre de km à parcourir.
45 km/h = 0,75 km/min ; 90 km/h = 1,5 km/min.

$\dfrac{x}{0,75} \geq \dfrac{x}{1,5} + 3 \qquad x \geq 4,5$

M Irem devra parcourir au moins 4,5 km.

Pb 9 : a) avec option 1 : 100 F,
avec option 2 : 110 F,
avec option 3 : 160 F.
b) 7 livres.
Jim aurait dû choisir l'option 1 (95 F).
c) option 1 : $x \geq 6$,
option 2 : $3 \leq x \leq 6$,
option 3 : $0 \leq x \leq 3$.

Pb 10 : x désigne le nombre de litres de vin achetés.

$13,30x \geq 40 + 14,50x \qquad x \geq \dfrac{10}{3,8} \approx 10,52$

A partir de 11 litres.

FICHE N° 21

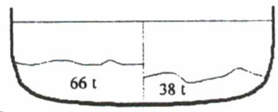
Résoudre les problèmes puis rédiger la réponse en utilisant le plan suivant :
Choix des inconnues
Mise en équations
Résolution du système d'équations
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion

1. Lors d'une première tournée, deux cocas et trois oranginas ont été payés 33 F. Lors de la deuxième tournée, trois cocas et deux oranginas ont été payés 34,50 F.
Quels sont les prix d'un coca et d'un orangina ?

2. Tom a 450 F avec 48 pièces de 5 F et 10 F.
Quel est le nombre de pièces de chaque sorte ?

3. On dispose de deux feuilles de papier rectangulaires identiques.
Si on les accole suivant leur longueur, le périmètre du rec... ...re 1,04 m.
Si ... le périmèt...

7. Une péniche contient 66 tonnes de maïs dans sa cale de gauche et 38 tonnes dans sa cale de droite.



Il reste 92 tonnes à charger.
Comment les répartir pour que les charges soient équilibrées ?

8. On dispose d'une balance. Hélas, elle est fauss... vide le plateau gauche est plus lourd que le dr... réalise alors les deux équilibres suivants :

OBJECTIFS

Résoudre un problème se traduisant par un système de deux équations à deux inconnues.
Rédiger correctement la réponse.

MATERIEL

Fiche n° 21.

COMMENTAIRES

Cette fiche est une liste de problèmes se traduisant par un système de deux équations à deux inconnues. A titre d'ouverture, le problème n° 11 se traduit par un système de trois équations à trois inconnues ; la résolution de ce système ne comporte cependant pas de difficulté technique particulière.

Les compétences mises en jeu pour les mises en équations sont rigoureusement les mêmes que dans le cas de problèmes à une inconnue et ne nécessitent donc pas un autre traitement préparatoire que celui déjà réalisé précédemment.

Solutions des problèmes

Pb 1 : coca : 7,50 F ; orangina : 6 F.

Pb 2 : 42 pièces de 10 F et 6 pièces de 5 F.

Pb 3 : largeur : 15 cm ; longueur : 22 cm.

Pb 4 : Pour Nancy : 2 F/min ; pour Metz : 3,50 F/min

Pb 5 : Heures pleines : 285 kwh ; Heures creuses : 122 kwh.

Pb 6 : 43 adultes et 29 enfants.

Pb 7 : 32 tonnes à gauche et 60 tonnes à droite.

Pb 8 : masse d'un cube : 90 g ;
déséquilibre massique en faveur du plateau gauche : 420 g.

Pb 9 : La communication a débuté $\frac{28}{3}$ min soit 12 min 40 s avant 18 h.
La communication a commencé à 17 h 47 min 20 s, pour être précis.

Pb 10 : Deux cas sont théoriquement possibles :
- lorsque la somme des chiffres vaut 9 :
on trouve alors le nombre 351.
- lorsque la somme des chiffres vaut 18 :
on trouve 7,5 pour le chiffre des centaines et 5,5 pour le chiffre des unités, ce qui est absurde.

Pb 11 : On trouve respectivement 1 cm, 3 cm et 4 cm.

FICHES ÉLÈVES

I

PASSAGE D'UN LANGAGE A UN AUTRE

Complète les pointillés. Ecris l'opération dans le petit carré.
Dans la partie droite, simplifie l'expression obtenue.

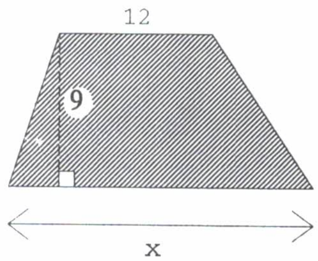
Le côté d'un carré a pour longueur 9 cm. Quelle est l'aire de ce carré ? .... ☐ .... = ...	Le côté d'un carré a pour longueur ***x*** centimètres. Quelle est l'aire de ce carré ? .... ☐ .... = ...
Un rectangle a pour aire 75 cm². Une de ses dimensions mesure 10 cm. Combien mesure l'autre dimension ? .... ☐ .... = ...	Un rectangle a pour aire 75 cm². Une de ses dimensions mesure ***x*** centimètres. Combien mesure l'autre dimension ? .... ☐ .... = ...
L'eau est composée en masse de 11,1 % d'hydrogène et de 89,9 % d'oxygène. Quelle est la masse d'oxygène contenue dans 500 g d'eau ? .... ☐ .... = ...	L'eau est composée en masse de 11,1 % d'hydrogène et de 89,9 % d'oxygène. Quelle est la masse d'oxygène contenue dans ***x*** grammes d'eau ? .... ☐ .... = ...
Un pipeline déverse 2 000 m³ de pétrole par heure. Combien de temps faut-il pour remplir un pétrolier de 200 000 m³ avec ce pipeline ? .... ☐ .... = ...	Un pipeline déverse 2 000 m³ de pétrole par heure. Combien de temps faut-il pour remplir un pétrolier de ***x*** mètres cubes avec ce pipeline ? .... ☐ .... = ...
Un motard parcourt une distance de 200 km en deux heures et demie. Quelle est sa vitesse moyenne sur le parcours ? .... ☐ .... = ...	Un motard parcourt une distance de ***x*** kilomètres en deux heures et demie. Quelle est sa vitesse moyenne sur le parcours ? .... ☐ .... = ...
Le 7 août 1985, une éruption a lieu au Piton de la Fournaise (volcan de l'île de la Réunion). Une coulée de lave se produit avec un débit de 180 000 m³ par heure. Quelle quantité de lave s'écoule en 10 heures ? .... ☐ .... = ...	Le 7 août 1985, une éruption a lieu au Piton de la Fournaise (volcan de l'île de la Réunion). Une coulée de lave se produit avec un débit de 180 000 m³ par heure. Quelle quantité de lave s'écoule en ***t*** heures ? .... ☐ .... = ...

Pour chaque problème de gauche, écris à l'aide de x l'opération (ou la suite d'opérations), puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue.
Comme aide ou comme contrôle, complète les pointillés dans l'énoncé de droite par des valeurs numériques simples que tu inventeras, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) et le résultat.

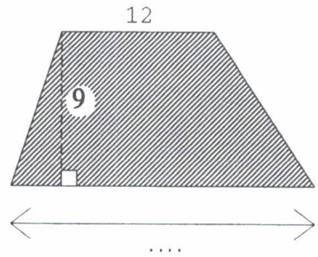
Tom a obtenu 12 et 9 à deux devoirs. On appelle x la note qu'il aura au prochain devoir. Quelle sera la moyenne des trois devoirs ? -	Tom a obtenu 12 et 9 à deux devoirs. Au devoir suivant, il a obtenu .... Quelle est la moyenne des trois devoirs ? -
Dans une facture de téléphone, on paie 80 F d'abonnement et 0,73 F par unité de base. Quel est le montant d'une facture correspondant à une consommation de x unités de base ? -	Dans une facture de téléphone, on paie 80 F d'abonnement et 0,73 F par unité de base. Quel est le montant d'une facture correspondant à une consommation de ...... unités de base ? -
Un carré a pour aire x centimètres carrés. Quelle est la longueur de ses côtés ? -	Un carré a pour aire ...... cm². Quelle est la longueur de ses côtés ? -
Sur le trajet New-York Los-Angeles (4 000 km), un avion vole à la vitesse de x km/h. Il fait une escale de 1 heure et demie à Denver. Quelle est, en heures, la durée du trajet ? -	Sur le trajet New-York Los-Angeles (4 000 km), un avion vole à la vitesse de ...... km/h. Il fait une escale de 1 heure et demie à Denver. Quelle est, en heures, la durée du trajet ? -
On estime que, à Madagascar, 30 % de la forêt tropicale aura disparu d'ici l'an 2000. On note x la superficie actuelle de cette forêt tropicale en km². Quelle superficie occupera-t-elle en l'an 2000 ? -	On estime que, à Madagascar, 30 % de la forêt tropicale aura disparu d'ici l'an 2000 . En admettant que cette forêt tropicale s'étale sur .... km², Quelle superficie occupera-t-elle en l'an 2000 ? -
La dose journalière d'aspirine que l'on peut absorber est de 0,10 g par kg de poids. Quelle est la dose admissible pour une personne pesant x kilogrammes ? -	La dose journalière d'aspirine que l'on peut absorber est de 0,10 g par kg de poids. Quelle est la dose admissible pour une personne pesant ...... kg ? -
Entre Marseille et Paris (780 km), un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 110 km/h. Quelle distance reste-t-il à parcourir t heures après le départ ? -	Entre Marseille et Paris (780 km), un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 110 km/h. Quelle distance reste-t-il à parcourir ...... heures après le départ ? -

Pour chaque figure de gauche, exprime son aire A (ou son volume V) à l'aide de x, puis simplifie l'écriture de l'expression obtenue (l'unité de longueur est le centimètre).
Comme aide ou comme contrôle, remplace x par une valeur numérique simple de ton choix dans la figure de droite, puis écris l'opération (ou la suite d'opérations) qui permet de calculer son aire A (ou son volume V).

1.

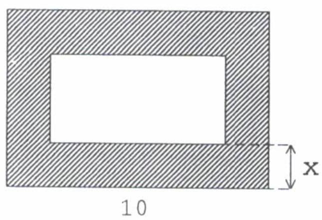


A =
A =

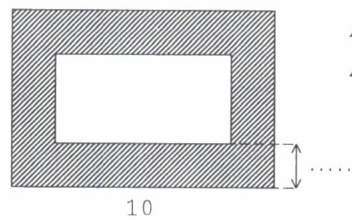


A =
A =

2.

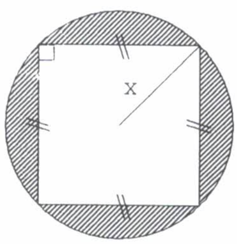


A =
A =

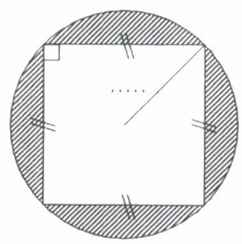


A =
A =

3.

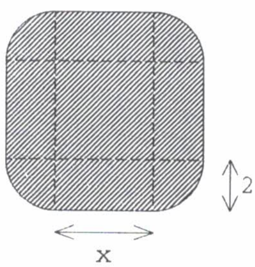


A =
A =

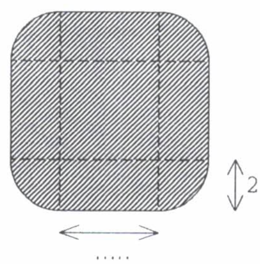


A =
A =

4.

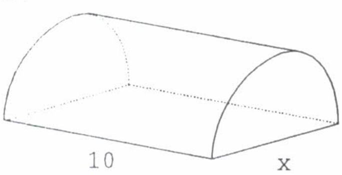


A =
A =



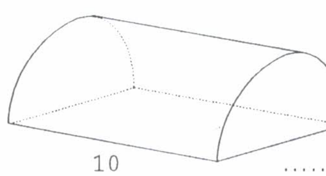
A =
A =

5.



demi-cylindre

V =
V =

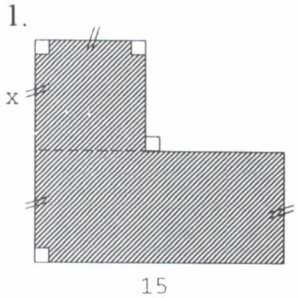


demi-cylindre

V =
V =

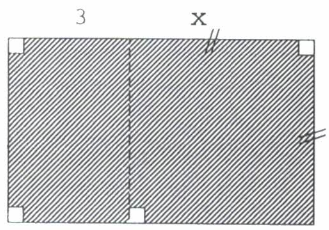
Exprime en fonction de x l'aire A ou le volume V de chaque figure (les longueurs sont en centimètres).

1.



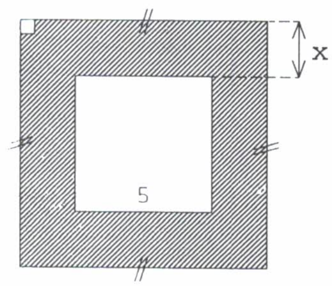
A =

2.



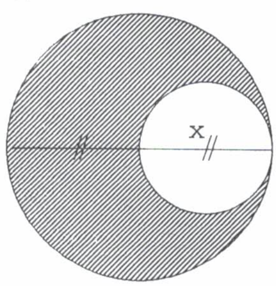
A =

3.



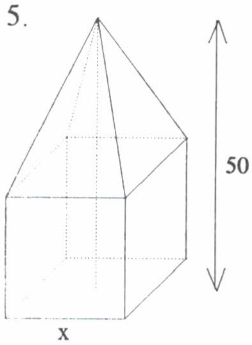
A =

4.



A =

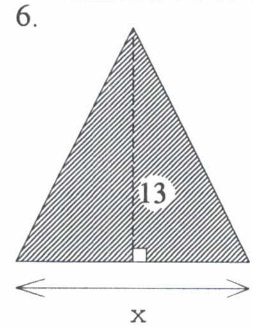
5.



V =

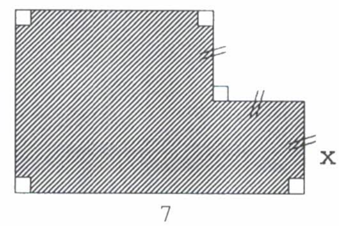
cube surmonté d'une pyramide.

6.



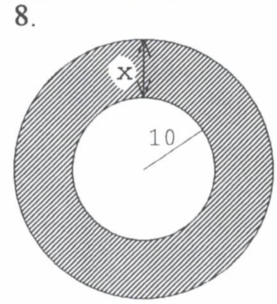
A =

7.



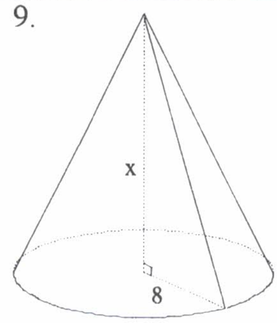
A =

8.



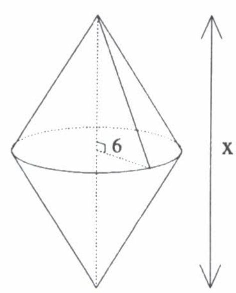
A =

9.



V =

10.



V =

solide constitué de 2 cônes identiques accolés. (le cercle de base a pour rayon 6 cm)

Pour résoudre chacun des problèmes suivants, il y a un renseignement qui manque.

- ***Appelle x cette grandeur manquante et nomme-la de manière précise en spécifiant son unité.***
- ***Appelle y le résultat demandé et nomme-le précisément en spécifiant son unité.***
- ***Ecris l'égalité qui donne le résultat y en fonction de la grandeur x.***

<u>Exemple :</u>

Un camion de 3 500 kg transporte 12 caisses. Quel est son poids total en charge ?

J'appelle x la masse d'une caisse (en kg)

J'appelle y le poids du camion en charge (en kg)

$y = 12x + 3500$

---

1. Une carte d'abonnement annuelle coûte 640 F et donne droit à autant d'entrées gratuites que l'on souhaite dans une salle de cinéma. Quel est le coût moyen d'une entrée ?

J'appelle x ....

J'appelle y ....

$y =$ ....

---

2. Pour pratiquer le tennis au sein d'un club, Tom a acheté 250 F une carte annuelle d'adhésion et payé 10 F pour chaque partie. Quelle somme d'argent a-t-il dépensée dans l'année pour pratiquer le tennis ?

J'appelle x ....

J'appelle y ....

$y =$ ....

---

3. Monsieur Nakapayé achète un magnétoscope à crédit. Il verse 1 000 F à la commande puis 6 mensualités de 830 F. Quel est le surcoût apporté par le crédit par rapport à un paiement comptant ?

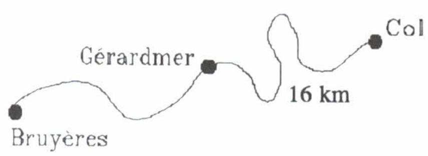
....

....

....

---

4. Tom va de Bruyères au col de la Schlucht à vélo. Sur le parcours Bruyères-Gérardmer, il roule à 25 km/h. Pendant la montée du col (longueur 16 km), il roule à 10 km/h. En combien de temps effectue-t-il le trajet ?



....

....

....

---

5. Monsieur Irem va au restaurant :

Menu

* entrée .... 12,00 F
* filet de boeuf garni .... 34,00 F
* fromage .... 10,00 F
* dessert .... 18,00 F
* boisson .... au choix

service non compris : 15 % en sus

Quel est le montant de l'addition ?

....

....

....

Pour chacune des situations ci-dessous, traduis suivant le cas en langage habituel ou en langage algébrique.

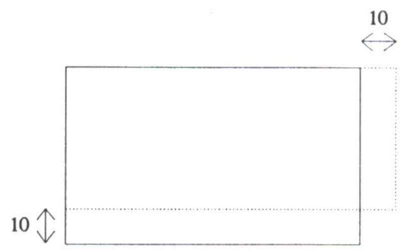
1. On appelle x et y les notes de Tom à ses deux derniers devoirs de maths.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{x+y}{2}$
Moyenne des deux devoirs sachant que le dernier compte double	
	$\frac{2x+y}{3}$

2. Lorsqu'on achète un médicament, la Sécurité Sociale rembourse 70 % de son prix. On note x le prix d'un médicament.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	$\frac{70}{100}x$
Dépense réelle pour ce médicament	

3. Au cours du remembrement, les dimensions d'un terrain rectangulaire ont été modifiées : on a augmenté la longueur de 10 mètres et diminué la largeur de 10 mètres.
On note x la longueur en mètres et y la largeur en mètres du terrain avant le remembrement.

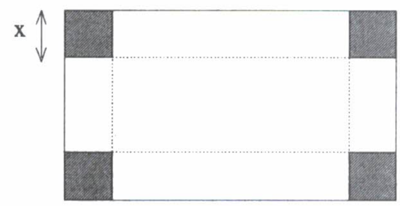


LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
	xy
	$(x + 10)(y - 10)$
Périmètre avant le remembrement	
Périmètre après le remembrement	
L'aire du terrain avant le remembrement était de 7920 m²	
L'aire du terrain après le remembrement était de 7630 m²	

4. Sur une note de restaurant, il est indiqué : "service non compris 15 % en sus". On appelle x le montant de l'addition de cette note, service non compris.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Coût du service	
	1,15 x

5. Un rectangle a pour dimensions 120 cm et 90 cm. Aux quatre coins, on découpe un carré de x centimètres de côté pour obtenir le développement d'un parallélépipède rectangle. En pliant suivant les pointillés, on obtient une boîte sans couvercle.

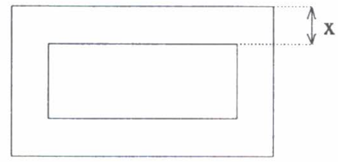


LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Longueur du fond de la boîte	
Largeur du fond de la boîte	
	(120 - 2x)(90 - 2x)
Volume de la boîte	
Le volume de la boîte vaut 70 000 cm^3	

6. Tom possède une carte d'abonnement annuel à une salle de cinéma. Cette carte coûte 100 F et lui permet de payer chaque entrée 25 F au lieu de 40 F. On note x le nombre de films que Tom a vu au cours de l'année dans cette salle.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Somme dépensée par Tom pour les entrées	
Somme totale dépensée par Tom pour le cinéma (dans cette salle)	
Dépense moyenne par film (en tenant compte de la carte)	
Grâce à la carte, chaque entrée lui a coûté 10 F de moins que le tarif normal	

7. On note a la largeur et b la longueur du rectangle intérieur (en mètres).
Les deux rectangles sont séparés par une bande de largeur constante x (en mètres).



LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Largeur du rectangle extérieur	
Longueur du rectangle extérieur	
	2 (a + b)
Périmètre du rectangle extérieur	
Le périmètre du rectangle extérieur a 4 m de plus que celui du rectangle intérieur	

8. Un randonneur fait une balade en montagne. A la montée, il parcourt une dénivelée de 300 mètres par heure. Il s'arrête une demi-heure au sommet puis il redescend en parcourant une dénivelée de 500 mètres par heure. On note x la dénivelée entre le point de départ et le sommet (en mètres).

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Durée de la montée	
Durée de la descente	
La balade a duré 4 heures et demie	

9. Tom part d'Iremville et marche à la vitesse de 3 km/h. Une demi-heure plus tard, Jerry part du même endroit et marche à la vitesse de 5 km/h dans la même direction. Jerry met un certain temps pour rattraper Tom. On note t ce temps en heures.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Distance parcourue par Jerry jusqu'à ce qu'il rattrape Tom	
Temps que Tom a mis jusqu'à ce que Jerry le rattrape	
Distance parcourue par Tom jusqu'à ce que Jerry le rattrape	
Au moment où Jerry rattrape Tom, les distances qu'ils ont parcourues sont les mêmes	

1. Complète les pointillés (dans la partie de gauche, n'oublie pas d'écrire les opérations).
Tu obtiens à la fin l'équation qui traduit le problème.

Une entreprise d'informatique a vu son chiffre d' affaire progresser de 60 % entre 1988 et 1990. En 1990, son chiffre d'affaire était de 2,8 milliards de Francs. Quel était-il en 1988 ?

Cherche d'abord si le chiffre d'affaire de 1988 s'élevait à 2 milliards de francs ?
Pour cela, calcule alors celui de 1990 :

Valeur du chiffre d'affaire en 1990 :

....

Réponse :

....

On note x le chiffre d'affaire de 1988 en milliards de Francs.
Exprime en fonction de x celui de 1990 :

Valeur du chiffre d'affaire en 1990 :

....

Ecris l'égalité que doit vérifier x :

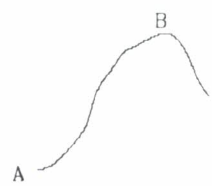
....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

---

2. Pour résoudre le problème qui suit, procède de manière similaire en détaillant les étapes (complète les pointillés par une valeur de ton choix).

Chaque fois que l'on s'élève de 100 m, la pression atmosphérique diminue de 8 hpa, soit en fait de 0,08 hpa par mètre. Un baromètre indique 980 hpa en un lieu A situé à 500 m d'altitude au pied d'une montagne. Un autre baromètre situé en haut de la montagne indique 806 hpa. Quelle est l'altitude du sommet B de cette montagne ?
(hpa : hectopascal, unité de mesure de la pression atmosphérique).



Je cherche d'abord si cette altitude est.............m.

Différence d'altitude entre les deux points :

....

Diminution de pression pour cette différence d'altitude : ....

Pression atmosphérique au sommet :

....

Réponse :

....

On note x l'altitude du sommet (en mètres).

Différence d'altitude entre les deux points :

....

Diminution de pression pour cette différence d'altitude : ....

Pression atmosphérique au sommet :

....

J'écris l'égalité que doit vérifier x :

....

Résous l'équation et réponds à la question du problème.

II

MISE EN EQUATION
PROBLEMES A UNE INCONNUE

Procède comme dans la fiche précédente, <u>en utilisant les mêmes étapes dans les deux parties de chaque problème</u> (n'oublie jamais d'écrire les opérations).

1. Tom part à mobylette pour aller chez son copain Jim. A l'aller, il roule à la vitesse de 40 km/h. Il s'arrête 2 heures chez Jim. Au retour, le vent étant de face, sa vitesse n'est plus que de 30 km/h. Sa sortie a duré 3 heures en tout. Quelle est la distance entre chez Tom et chez Jim?

Je cherche d'abord si la distance entre chez Tom et chez Jim est égale à ...... km	On note x la distance entre chez Tom et chez Jim (en km) :
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
<u>Réponse</u> :	J'écris l'égalité que doit vérifier x :
....	....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

---

2. Un biologiste prépare une culture de bactéries pour les étudier leur croissance. Le premier jour leur nombre est de 2 millions par cm³. La population de ces bactéries triple tous les deux jours. Par quel nombre la population de bactéries est-elle multipliée chaque jour ?

....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

Résous l'équation et réponds à la question du problème

Tu trouveras ci-dessous et dans la page suivante, 20 équations et 14 problèmes. Il s'agit de trouver l'équation correspondant à chacun des problèmes.
Si tu en as besoin, utilise la méthode décrite dans les fiches 9 et 10.

a) $\dfrac{x}{10} + 2 + \dfrac{x}{30} = 10$

b) $(30 + x) = 2(10 + x)$

c) $30(x + 10) = x(30 + 2)$

d) $30x + 10x = 30(x + 10)$

e) $x^2 + 10^2 = (30 - x)^2 + 2^2$

f) $30 + x = 10 - 2x$

g) $\dfrac{30}{100}x + \dfrac{2}{100} = \dfrac{10}{100}(x + 1)$

h) $10(x + 2) = 30x$

i) $(10 - 2x)^2 \times x = 30$

j) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{10}{30}$

k) $\dfrac{30x}{2} + \dfrac{10x}{2} = \dfrac{30(x + 10)}{2}$

l) $2(30x + x \times 10x + 30 \times 10x) = x \times 10x \times 30$

m) $(10 + 2x)^2 - 10^2 = 30$

n) $10 \times 30 = 2x$

o) $30 + 2x = 10$

p) $x + (x - 10) + (x - 10 + 2) = 30$

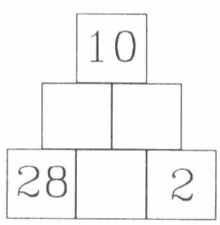
q) $\dfrac{x}{30} = \dfrac{2}{10}$

r) $10x = 2 \times 30$

s) $0,3x + 0,02 = 0,1(x + 1)$

t) $(2x + 30)(x - 10) = 2 \times x \times 2x$

1. Complète la pyramide de telle manière que chaque nombre soit la somme des deux nombres situés en dessous.
(On note x le nombre situé entre 28 et 2).

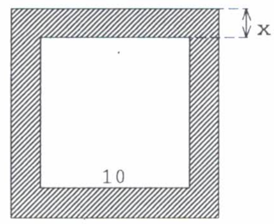


2. Un père a 30 ans. Son fils a 10 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ?
(On note x ce nombre d'années).

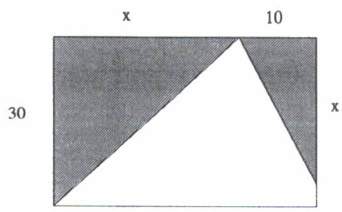
3. On procède à l'élection des délégués dans la classe de 3°6 qui compte 30 élèves. Sabine obtient 10 voix de plus que Bernard et Bernard obtient 2 voix de moins que Guillaume. Combien de voix Sabine a-t-elle obtenues ?
(On note x le nombre de voix obtenues par Sabine).

4. Un rectangle est tel que sa longueur est le double de sa largeur. On voudrait augmenter sa longueur de 30 mètres, diminuer sa largeur de 10 mètres et multiplier son aire par 2.
Quelle devrait être la largeur initiale du rectangle ?
(On note x cette largeur en mètres).

5. Le carré intérieur a pour côté 10 cm, la bande hachurée a une aire égale à 30 cm².
Quelle est la largeur x de cette bande (x est en centimètres)?



6. Déterminer x pour que l'aire hachurée soit égale à la moitié de l'aire du rectangle.

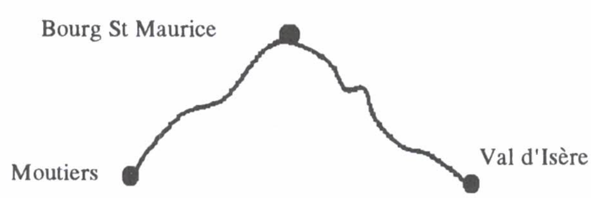


7. Trouver la largeur d'un parallélépipède rectangle tel que :
- sa hauteur soit de 30 cm,
- sa longueur soit dix fois plus grande que sa largeur,
- son aire et son volume aient la même valeur numérique.

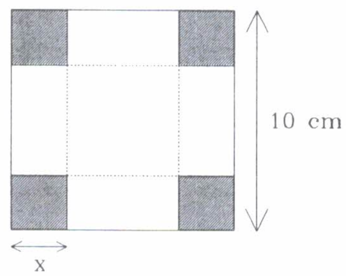
(On note x la largeur en centimètres).

8. Une sortie en bus est organisée au collège afin de visiter un musée. Une participation de 30 F est demandée à chaque élève. Le jour de la visite, 10 élèves sont absents, et en compensation, chaque élève doit payer 2 F de plus que prévu.
Combien d'élèves participent à la visite ?
(On note x ce nombre d'élèves).

9. Pour aller de Moutiers à Val d'Isère en vélo, Tom roule à la vitesse de 10 km/h de moyenne (ça monte !). Arrivé à Val d'Isère, il se repose 2 heures. Au retour, il roule à la vitesse de 30 km/h.
Sachant que cette promenade a duré 10 heures, quelle est la distance entre Moutiers et Val d'Isère ?
(On note x cette distance en km).



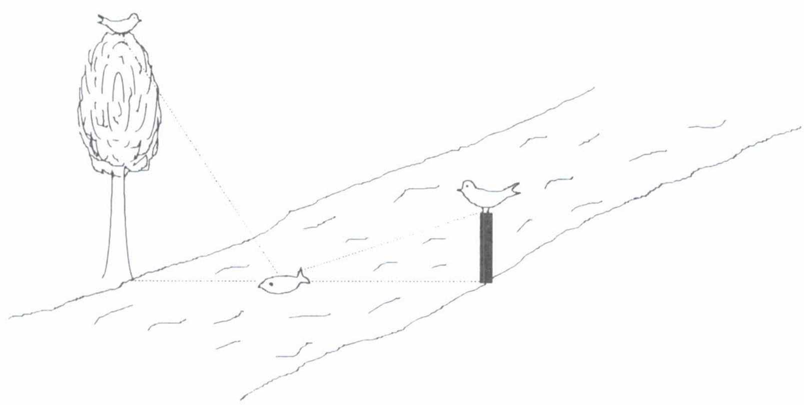
10. On dispose d'une plaque carrée de 10 cm de coté. On découpe dans chaque coin un carré et on plie suivant les pointillés de façon à obtenir une boite sans couvercle.
Quelle dimension faut-il donner à la découpe pour que la boîte ait un volume de 30 cm³ ?
(On note x la dimension de la découpe en centimètres).



11. Un bûcheron est appuyé contre un arbre dont il veut connaître la hauteur. Son ombre mesure 10 m alors que celle de l'arbre est de 30 m. Le bûcheron mesure 2 m.
Quelle est la hauteur de l'arbre ?
(On note x cette hauteur en mètres).

12. Un arbre de 10 m de haut et un poteau de 2 m de haut sont situés l'un en face de l'autre sur les rives d'un fleuve large de 30 m. Un oiseau est perché sur l'arbre et un autre sur le poteau. Brusquement, entre l'arbre et le poteau, ils aperçoivent un poisson à la surface de l'eau. Ils se jettent alors simultanément sur lui en volant à la même vitesse et l'atteignent au même instant.

A quelle distance du pied de l'arbre se trouve le poisson ?
(On note x cette distance en mètres).



13. Roger fait un footing à la vitesse de 10 km/h. Deux heures plus tard, Bernard part à bicyclette à la vitesse de 30 km/h. Au bout de combien de temps aura-t-il rattrapé Roger ?
(On note x ce temps en heures).

14. L'eau de javel peut être diluée de différentes façons. Une solution diluée à 2 % contient 2 cl d'eau de javel pour 100 cl de solution. Quelle quantité de solution à 30 % faut-il ajouter à 1 litre de solution à 2 % pour obtenir une solution à 10 % ?
(On appelle x la quantité de solution à 30 % en litres)

Certains de ces problèmes peuvent être résolus par une méthode arithmétique. Tu vas cependant les résoudre par une méthode algébrique : traduis chacun d'eux par une équation et résous cette équation.
Si tu en as besoin, inspire toi de la méthode exposée dans les fiches 9 et 10.

---

1. Un immeuble mesure 13 m de haut. Il a 4 étages et le toit a une hauteur égale à 1,5 fois celle d'un étage. Quelle est la hauteur x d'un étage (en mètres)?

---

2. Une échelle de 5 mètres comporte 16 barreaux. Le premier barreau est à 40 cm du sol, le dernier barreau est à 20 cm de l'extrémité supérieure.
Quel est l'écart x entre deux barreaux (en cm)?

---

3. Un commerçant diminue ses prix de 30 %. Un article vaut alors 336 F. On appelle x son ancien prix. Calcule x.

---

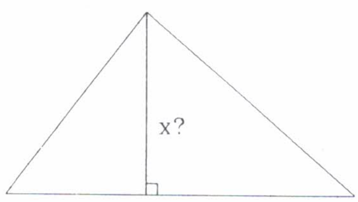
4. J'ai choisi un nombre x. Si je le divise par 5 et si j'ajoute 7 au résultat, je trouve la même chose que si je le divise par 7.
Que vaut x ?

---

5. Une automobile a roulé 2 heures et demie à vitesse constante, puis 1 heure 15 min à 60 km/h. Elle a parcouru 270 km.
Quelle était sa vitesse x dans la première partie du trajet (en km/h)?

---

6. Un triangle a une aire de 75,2 cm². Un de ses côtés mesure 10 cm. On appelle x la hauteur correspondante (en cm).
Calcule x.

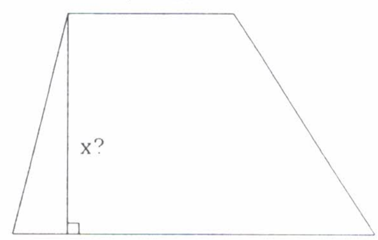


---

7. La somme de trois nombres entiers consécutifs est 39.
On appelle x le plus petit des trois. Calcule x.

---

8. Un trapèze a une aire de 58 cm². La petite base mesure 2,1 cm et la grande base mesure 7,9 cm. On appelle x la hauteur de ce trapèze (en cm).
Calcule cette hauteur.



---

9. Un trapèze a une aire de 144 cm². Une des bases mesure 7,2 cm et la hauteur mesure 12 cm. On appelle x la longueur de l'autre base (en cm).
Calcule cette longueur.

---

10. Un agriculteur vend 55 % de sa récolte de blé, puis 13 tonnes. Il lui en reste alors 24,8 tonnes.
On appelle x la quantité de blé récoltée (en tonnes).
Calculer cette quantité.

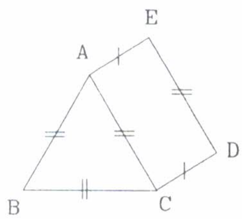
---

11. Une somme d'argent x est placée pour un quart à 6 % et pour trois quarts à 8 %. En un an le deuxième placement rapporte 330 F de plus que le premier.
Calcule cette somme d'argent.

---

12. Un triangle isocèle est tel que l'angle à la base est le double de l'angle au sommet. On note x la valeur en degrés de l'angle au sommet.
Calcule x et les valeurs des autres angles.

Résous les problèmes et rédige la solution en adoptant la présentation suivante:
Choix de l'inconnue
Mise en équation
Résolution de l'équation
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion



1. ABC est un triangle équilatéral.
ACDE est un rectangle tel que AE = 7 cm.
Quelle longueur faut-il donner aux côtés du triangle ABC pour que le triangle ABC et le rectangle ACDE aient le même périmètre ?

2. Tom joue à un jeu dont les règles sont les suivantes : il reçoit 10 F chaque fois qu'il gagne, mais il donne 4 F chaque fois qu'il perd. Après 25 parties, il a gagné 26 F.
Combien de parties a t-il gagnées ?

3. Tom a lu un livre de 250 pages en 5 jours. Chaque jour il a lu 10 pages de plus que la veille.
Combien de pages a-t-il lues le premier jour ?

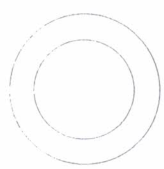
4. Dans une famille de 3 enfants nés à 2 ans et demi d'intervalle, l'aîné est deux fois plus âgé que le petit dernier.
Quel est l'âge de chacun des enfants ?

5. Pierre a une certaine somme d'argent dans sa tirelire. Il dépense 90 F. Ses parents lui donnent alors le tiers de ce qui lui reste. Dans sa tirelire, il n'y a plus alors que la moitié de ce qu'elle contenait au départ.
Quelle somme d'argent Pierre avait-il au départ ?

6. Un véhicule roule de Paris à Tours à la vitesse de 60 km/h. Il revient à Paris à la vitesse de 80 km/h.
Il est parti de Paris à 8 h et revient à 18 h. Il s'est arrêté pendant 3 h à Tours.
Quelle est la distance entre Paris et Tours ?

7. En 1990, une boulangerie fabrique en moyenne 210 croissants par jour. Sa production a augmenté de 15 % par rapport à 1989.
Combien cette boulangerie fabriquait-elle en moyenne de croissants par jour en 1989 ?

8. On augmente la longueur du côté d'un carré de 3 cm. Son aire augmente alors de 54 cm^2.
Quelle était la longueur initiale de ce carré ?



9. Deux cercles concentriques ont des périmètres qui diffèrent de 2 m.
Est-il possible que la différence de longueur entre les deux rayons soit égale à 0,4 m ?

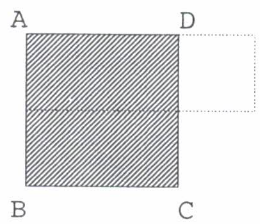
10. Tom grimpe le col de la Schlucht à vélo : à la montée, sa vitesse est de 10 km/h. A la descente, il roule à 30 km/h. La descente dure 1 heure de moins que la montée.
Quelle est la longueur de la montée au col ?

Résous les problèmes.

1. Au cours du 1er trimestre, Tom a obtenu les notes suivantes en Mathématiques : 8 , 14 , 19 , 11, 13. Les trois premières notes sont affectées du coefficient 1. Tom était absent lorsque le professeur a donné le coefficient attribué à chacune des deux dernières notes. Il sait seulement que la somme de tous les coefficients est égale à 10. De plus, il était distrait lorsque le professeur a lu sa moyenne et il ne sait plus si c'est 12,4 ou 13,4.

Aide-le à retrouver sa moyenne et les coefficients affectés aux dernières notes .

2. Monsieur IREM dispose d'un champ carré ABCD. Il veut changer les dimensions pour obtenir un champ rectangulaire. Pour cela il diminue les côtés [AB] et [CD] de la moitié de leur longueur et augmente les deux autres côtés de la moitié de leur longueur. Il se rend compte alors que l'aire du nouveau champ n'est plus que les 3/4 de ce qu'elle était.



Est-il possible de déterminer la longueur initiale du côté du champ carré ?

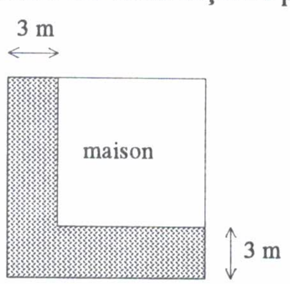
3. Un randonneur en montagne monte en moyenne un dénivelé de 300 mètres et descend de 450 mètres en une heure.

Quelle est la dénivelée de sa randonnée, sachant qu'il est parti à 8 heures, revenu à son point de départ à 18 h 45 et qu'il s'est arrêté au sommet pendant 2 h 15 min ?

4. Quels sont les cubes dont l'aire et le volume ont la même valeur numérique ?

5. Une maison carrée est bordée sur deux façades par une terrasse de 3 m de large et de 63 m² d'aire.

Quelle est la longueur du côté de cette maison ?

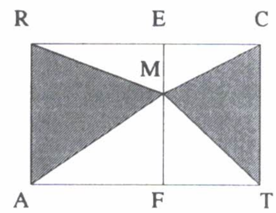


6. Une mobylette fonctionne avec un mélange d'essence et d'huile à 4 % (c'est-à-dire 1 litre de mélange contient 0,04 litre d'huile). Tom n'a que du mélange à 10 %.

Quelle quantité d'essence pure doit-il ajouter à 1 litre de ce mélange pour obtenir du mélange à 4 % ?

7. Le point M se déplace sur le segment [EF]. On note EM = x.

Peut-on trouver x pour que l'aire hachurée soit égale à 75 cm².



On envisagera les deux cas suivants :

a) AR = 10 cm et RC = 15 cm.

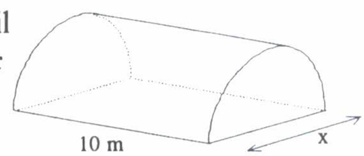
b) AR = 9 cm et RC = 18 cm.

8. Dans un verre cylindrique de 3 cm de rayon, on plonge un glaçon de forme cubique ayant 3 cm de côté. Le niveau de l'eau dans le verre s'élève alors de 0,8 cm.

Quelle est la hauteur de la partie du glaçon située en dessous du niveau de l'eau ?

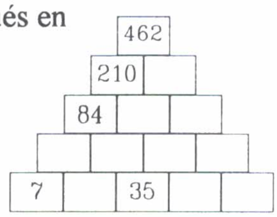
9. Un jardinier veut construire une serre de 10 m de longueur en forme de demi-cylindre.

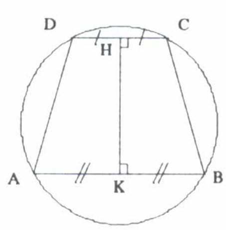
Quelle longueur doit-il donner à la largeur x pour que sa serre ait un volume de 200 m³ ?



10. Compléter la pyramide sachant que chaque nombre est la somme des deux situés en dessous de lui.

(Indication : cherche d'abord les trois nombres situés en dessous de 84).

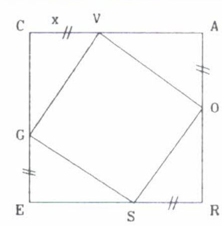
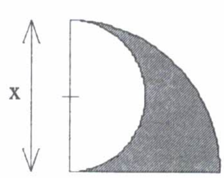




11. ABCD est un trapèze isocèle tel que AB = 18 cm, DC = 12 cm et HK = 10 cm.

A quelle distance du point H faut-il placer le centre du cercle circonscrit au trapèze ABCD ?

Dans chaque cas, exprimer la grandeur demandée en fonction de x.

1. La location d'un fourgon pour déménager coûte 500 F par jour plus 2 F par km. Soit x le nombre de km parcourus et y le prix de cette location pour 2 jours . $y =$	6. Il faut 7 heures à un tracteur pour labourer un champ de 10 ha. Soit y le nombre d'heures nécessaires pour labourer ce champ avec x tracteurs. $y =$
2. La carte inter-rail coûte 1380 F et permet d'effectuer tous les trajets en France à demi-tarif. Un billet à plein tarif revient environ 0,45 F du km (tarifs de 1988). On appelle x le nombre de km parcourus dans l'année et y le prix payé pour les personnes bénéficiant d'une carte inter-rail. $y =$	7. On considère un rectangle dont la largeur est égale au tiers de la longueur. On appelle x sa longueur et y son périmètre et z son aire. $y =$ $z =$
3. En 1987, les prix ont augmenté d'environ 3 %. x désigne le prix d'un objet au 1er janvier 1987 et y le prix du même objet au 1er janvier 1988. $y =$	8. C A R E est un carré de côté 10 cm. On admet qu'en reportant 4 fois la même longueur x , on obtient un nouveau carré V O S G . Soit y l'aire du carré V O S G.  $y =$
4. On considère les rectangles qui ont 1 m^2 d'aire. Soit x leur largeur et y leur longueur. $y =$	9. On considère un cylindre dont la hauteur est égale au rayon. Soit x le rayon du cylindre, s sa surface latérale et v son volume. $s =$ $v =$
5. Nous avons tracé un quart de cercle de rayon x et un demi-cercle de diamètre x. Soit y l'aire hachurée.  $y =$	10. La température diminue de 0,6°C chaque fois que l'on monte de 100 m d'altitude. Il fait 5° à Gérardmer qui est située à 650 m d'altitude. On appelle y la température d'un lieu proche de Gérardmer et x son altitude (en mètres). $y =$

III

INEQUATIONS
PROBLEMES D'OPTIMISATION

Traduire en langage algébrique.

1. Lors de son embauche, un représentant se voit proposer trois possibilités de rémunération mensuelle:
   - un salaire fixe de 9 400 F,
   - un salaire fixe de 2 500 F plus 5 % du montant mensuel de ses ventes,
   - 10 % du montant mensuel de ses ventes.

On note x le montant mensuel de ses ventes.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Salaire mensuel avec la deuxième formule	
Salaire mensuel avec la troisième formule	
La deuxième formule est plus intéressante que la première	
La troisième formule est plus intéressante que la deuxième	

2. Une entreprise fabrique des guitares. La fabrication de ces instruments entraîne des frais s'élevant à 800 F par guitare fabriquée (matière première) auxquels il faut ajouter 350 000 F de frais fixes annuels (salaires par exemple). Chaque guitare est vendue 1 200 F.
L'entreprise a pour objectif de réaliser un bénéfice annuel de 150 000 F.
On note x le nombre de guitares vendues dans l'année.

LANGAGE HABITUEL	*LANGAGE ALGEBRIQUE*
Recette annuelle de l'entreprise	
Bénéfice annuel	
L'entreprise a atteint son objectif : le bénéfice annuel est de 150 000 F	
L'entreprise a dépassé son objectif	
L'entreprise n'a pas atteint son objectif	
L'entreprise a réalisé des bénéfices	
L'entreprise a enregistré des pertes	

1. Complète les pointillés (n'oublie pas d'écrire les opérations).
Tu obtiens à la fin une inéquation qui traduit le problème.

La température diminue de 0,6 °C chaque fois que l'on monte de 100 m d'altitude. Il fait 10 °C à Chamonix, ville située à 1050 m d'altitude.
A partir de quelle altitude la température est-elle inférieure à -5 °C ?

Cherche d'abord si la température à 2 000 m d'altitude est inférieure à -5 °C :

Différence d'altitude avec Chamonix :

....

Différence de température avec Chamonix :

....

Température à cette altitude :

....

Réponse :

....

On note x l'altitude d'un endroit (en m).
Ecris en fonction de x :

Différence d'altitude avec Chamonix :

....

Différence de température avec Chamonix :

....

Température à cette altitude :

....

La température est inférieure à -5 °C dès que :

....

(écris une inégalité)

Résous l'inéquation et réponds à la question du problème.

---

2. Pour résoudre le problème qui suit, procède de manière similaire en détaillant les étapes (complète les pointillés par une valeur de ton choix).

Une carte d'abonnement coûte 630 F et permet d'acheter un forfait journalier de ski au prix de 72 F au lieu de 95 F.
A partir de combien de forfaits est-il rentable de se procurer une carte d'abonnement ?

Je cherche d'abord si pour ...... forfaits, l'abonnement est rentable :

....
....
....
....
....
....
....

On note x le nombre de forfaits :

....
....
....
....
....
....
....

Résous l'inéquation et réponds à la question du problème.

Mettre en inéquation et résoudre les problèmes suivants.

1. Une petite station de sports d'hiver propose deux possibilités pour payer les remonte-pentes :
- un forfait à 57 F permettant la libre circulation sur les pistes et les remonte-pentes,
- 3 tickets par remontée effectuée, un ticket coûtant 2,20 F.

A partir de combien de remontées est-il rentable d'acheter un forfait ?

2. L'abonnement d'un an à un journal hebdomadaire permet d'avoir 52 numéros et un numéro spécial pour 780 F. Le tarif normal au numéro est de 18,50 F et le numéro spécial coûte 30 F.
A partir de combien de numéros achetés dans l'année l'abonnement devient-il préférable ?

3. Une carte demi-tarif permet d'acheter les billets à moitié prix sur un trajet donné. L'aller et retour St Dié-Nancy en train coûte 56 F en tarif plein. La carte demi-tarif coûte 447 F pour six mois consécutifs sur le trajet St Dié-Nancy.
A partir de combien de voyages est-il rentable d'acheter une carte demi-tarif ?

4. Un véhicule ordinaire coûte environ 55 000 F. Le même modèle diesel coûte environ 61 000 F. Le modèle ordinaire consomme en moyenne 7 litres de super aux 100 km et le modèle diesel consomme 6 litres de gazole aux 100 km .
Dans l'hypothèse où le prix du litre de super est de 5,50 F et celui du gazole de 3,90 F, à partir de combien de km l'achat d'une voiture diesel est-il rentabilisé ?

5. Tom a obtenu les notes suivantes aux trois derniers devoirs de maths: 08 coefficient 2 ; 11 coefficient 1 et 09 coefficient 3. Le prochain devoir est à coefficient 2.
Quelle note minimale doit-il obtenir pour avoir au moins 10 de moyenne avec ces quatre notes ?

6. Dans un triangle ABC, l'angle en A vaut le triple de l'angle en B.
Comment faut-il choisir la valeur de l'angle en A pour que l'angle en C soit obtus ?

7. Monsieur Irem loue un véhicule pendant 5 jours. Pour le même véhicule :
- l'agence ZTREH propose 392 F par jour plus 0,75 F par km,
- l'agence SIVA propose 422 F par jour plus 0,60 F par km.

A partir de quelle distance à parcourir l'agence SIVA est-elle la plus intéressante ?

8. Mr Irem parvient à dépasser le camion qui roule péniblement à 45 km/h. Il peut enfin rouler à 90 km/h de moyenne.
Quelle distance minimale doit-il alors parcourir pour avoir le temps de s'arrêter 3 minutes et repartir avant que le camion le rattrape ?

9. Un organisme de vente par correspondance propose à ses clients 3 options de vente pour des livres :
option 1: 60 F d'abonnement plus 5 F par livre.
option 2: 30 F d'abonnement plus 10 F par livre.
option 3: 20 F pour chaque livre acheté sans frais d'abonnement.

a) Tom a choisi l'option 1 et achète 8 livres.
Combien leur coûtent ces 8 livres ?
Combien aurait-il payé en choisissant l'option 2 ?
Combien aurait-il payé en choisissant l'option 3 ?

b) Jim a choisi l'option 2 et a dépensé 100 F en tout.
Combien a-t-il acheté de livres ?
A-t-il raison d'avoir choisi l'option 2 ?

c) Pour quelle quantité de livres achetés l'option 1 est-elle la plus intéressante ?
Et l'option 2 ? Et l'option 3 ?

10. Pour l'achat de vin une coopérative vinicole propose le choix entre :
- acheter des bouteilles d'un litre au prix 18,30 F le litre.
- acheter un petit tonneau de 30 litres, qu'il faut payer 40 F, et le vin directement tiré au fût vendu 14,50 F le litre.

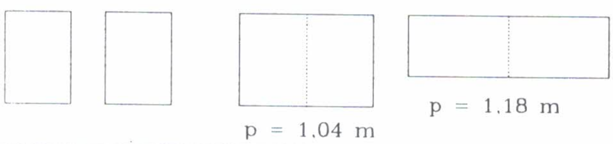
A partir de quelle quantité de vin est-il plus avantageux d'acheter un tonneau ?

Résoudre les problèmes puis rédiger la réponse en utilisant le plan suivant :
Choix des inconnues
Mise en équations
Résolution du système d'équations
Interprétation de la (ou des) solution(s) et conclusion

1. Lors d'une première tournée, deux cocas et trois oranginas ont été payés 33 F. Lors de la deuxième tournée, trois cocas et deux oranginas ont été payés 34,50 F.
Quels sont les prix d'un coca et d'un orangina ?

2. Tom a 450 F avec 48 pièces de 5 F et 10 F.
Quel est le nombre de pièces de chaque sorte ?

3. On dispose de deux feuilles de papier rectangulaires identiques.
Si on les accole suivant leur longueur, le périmètre du rectangle obtenu mesure 1,04 m.
Si on les accole suivant leur largeur, le périmètre du rectangle obtenu mesure 1,18 m.
Quelles sont les dimensions des deux feuilles ?

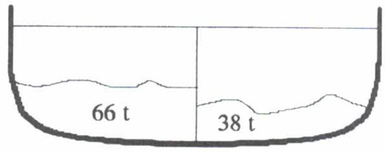


4. Tom téléphone 5 minutes à Nancy puis 10 minutes à Metz : il paie globalement 45 F pour les deux communications.
Le lendemain, il téléphone 10 minutes à Nancy puis 5 minutes à Metz : il paie 37,50 F pour les deux communications.
Quels sont les tarifs à la minute des communications pour Nancy et pour Metz ?

5. Monsieur Irem possède un compteur d'électricité "jour/nuit".
Le tarif "Heures Pleines" (de jour) est de 58,8 centimes par kilowattheure.
Le tarif "Heures Creuses" (de nuit) est de 33,5 centimes par kilowattheure.
Pour une consommation globale de 407 kilowattheures, sa facture d'électricité s'élève à 208,45 F.
Quelles sont les consommations d'électricité en "Heures Pleines" et en "Heures Creuses" ?

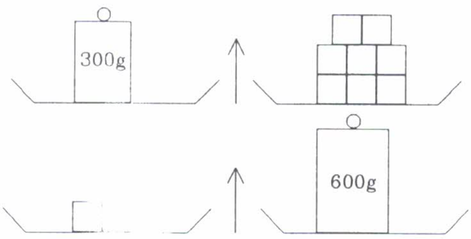
6. Dans une salle de cinéma, une place coûte 35 F pour un adulte et 15 F pour un enfant. Pour la projection du dernier film, on a enregistré 72 entrées et une recette globale de 1940 F.
Combien d'adultes et d'enfants ont vu le film ?

7. Une péniche contient 66 tonnes de maïs dans sa cale de gauche et 38 tonnes dans sa cale de droite.



Il reste 92 tonnes à charger.
Comment les répartir pour que les charges soient équilibrées ?

8. On dispose d'une balance. Hélas, elle est fausse : à vide le plateau gauche est plus lourd que le droit. On réalise alors les deux équilibres suivants :



Quelle est la masse d'un cube ?

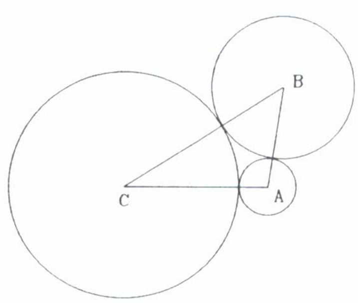
9. Jim téléphone pendant 15 minutes vers 18 h. Une partie de la conversation a eu lieu avant 18 h, pendant la période plein tarif, soit 2 F la minute. L'autre partie a eu lieu pendant après 18 h lorsque le tarif est réduit de 30 %. La communication a coûté 28,60 F.
A quelle heure a débuté la conversation ?

10. Trouver un nombre de 3 chiffres vérifiant les conditions suivantes :
- ce nombre est multiple de 9,
- son chiffre des dizaines est 5,
- si on échange le chiffre des unités avec celui des centaines, le nombre diminue de 198.

Trouver ce nombre.

11. Un triangle ABC a pour longueurs :
AB = 4 cm,
AC = 5 cm,
BC = 7 cm.

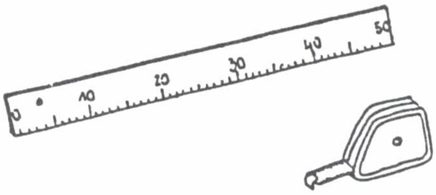
Déterminer les rayons des cercles de centres A, B et C pour que ces trois cercles soient deux à deux tangents.



IV

PROBLEMES A DEUX INCONNUES

REPERTOIRE



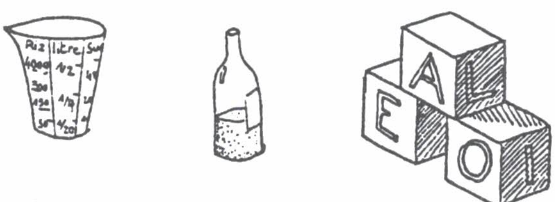

Longueur	m
Largeur	km
Distance	cm
Périmètre	mm
Hauteur	année-lumière
Dimension	
Epaisseur	
Taille	

Prix	F
Coût	
Gain	
Dépense	
Recette	
Bénéfice	
Perte	
Prix de revient	
Somme d'argent	

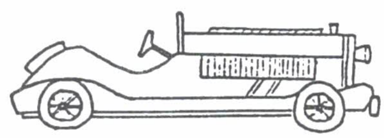
Aire	m^2
Surface	km^2
Superficie	are, hectare

Masse	kg
Poids	g, tonne

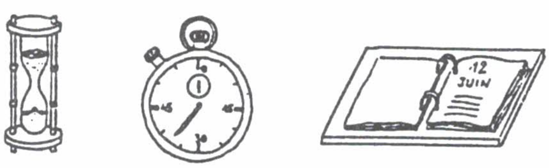
Nombre
Quantité



Contenance	m^3
Volume	cm^3
Capacité	l, cl, ml



Vitesse	m/s
	km/h



Durée	s
Temps	min
Date	h
Age	an

Consommation	l / 100km
	kwh