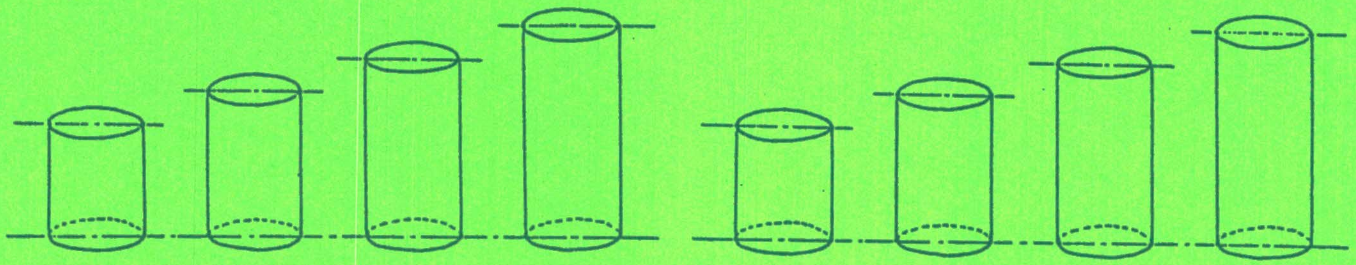
université HENRI POINCARÉ NANCY 1

I.R.E.M. DE LORRAINE



ACTIVITES MATHEMATIQUES

EN LYCEE PROFESSIONNEL

Fascicule 1

Ces cylindres ont tous le même rayon <u>R = 5 cm</u>. Leur hauteur augmente. Calcule leur volume et complète le tableau :

h cm	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
$A = \pi R^2$								
$V = A h$								

<u>Représentation graphique</u> du volume du cylindre en fonction de la hauteur :
en abscisse, 1 cm représente une hauteur de 0,5 cm
en ordonnée, 1 cm représente un volume de 25 cm^3.

- Que devient le volume quand la hauteur double ?

- Que devient le volume quand la hauteur triple ?

Ce fascicule est composé de fiches d'activités

- qui peuvent être réalisées individuellement, en groupe ou en travaux dirigés
- qui sont des situations soit de découverte, soit de maîtrise d'une notion.

Ces activités ont été conçues à partir de difficultés rencontrées chez les élèves (aire du triangle, analyse de figures, par exemple) ou à partir d'un thème qui nous plaisait.

Grâce à ces fiches, nous souhaitons que les élèves fassent des mathématiques et qu'ils aient conscience que les mathématiques forment un tout.

Pour cela, nous pensons que résoudre des problèmes permet de se bâtir un savoir. Nous avons donc privilégié la démarche expérimentale : l'élève mesure, tâtonne pour comprendre le mécanisme du problème, mais il est dans un processus de réussite, il agit. Ensuite, il peut tirer des conclusions.

Chaque activité est accompagnée d'une fiche de commentaires qui précise les objectifs, les pré-requis, les classes concernées et un déroulement possible de la séquence.

Odile BACKSCHEIDER
Marie-José BALIVIERA
Geneviève BOUVART
Jacqueline CLAUDON
Christine MANCIAUX

et les stagiaires des actions MAFPEN

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université de Nancy I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY Cedex
Dépôt légal : 4e trimestre 1992
n° de la publication : 2-85406-130-6
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRE   Réf. :I I.22

Activités mathématiques en lycée professionnel - fascicule 1 -

Thèmes abordés / Titre des fiches	Proportionnalité	Représentations graphiques	Algébrisation	Calcul de périmètres	Calcul d'aires	Calcul de volumes	Constructions géométriques	Analyse de figures	Propriété de Pythagore
Périmètres et aires	X	X		X	X			X	
Le pré de la chèvre		X		X	X				
Tout sur le cylindre	X	X			X	X			
Mortiers et bétons	X	X				X			
Deux bateaux	X	X							X
Trouverons-nous la plus petite aire ?		X	X		X				
Tous les triangles possibles				X			X	X	
L'aire d'un triangle					X		X	X	
Analyse d'une figure							X	X	
Volumes						X			
Des balles et des billes						X	X	X	X
Le coeur brisé				X	X		X	X	
A la découverte du nombre d'or							X	X	X
Le dendromètre du bûcheron								X	X
Où l'on parlera de distance							X	X	
Le bassin				X	X	X		X	X

Périmètres et aires

OBJECTIFS :

- Découvrir que la représentation graphique d'une situation proportionnelle est une droite mais que toutes les représentations graphiques ne sont pas des droites.
- Construire une courbe point par point.
- Pratiquer les notions de périmètre et d'aire pour les différencier.

PRE-REQUIS :

- Connaître la définition des mots périmètre et aire d'une figure.

CLASSES :

- Classes de 6ème et 5ème collège
- Classes de 4ème : technologique, préparatoire

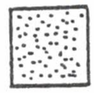
COMMENTAIRES :

Dans la première activité, l'élève construit différents carrés et calcule leur périmètre et leur aire à l'aide du carré-unité donné initialement. A partir du tracé des graphiques représentant le périmètre et l'aire des carrés en fonction de la longueur du côté, l'élève devra comparer une situation de proportionnalité traduite par une droite à une situation de non-proportionnalité.

Dans les deuxième et troisième activités, sous une forme ludique, l'élève découvre que des figures de même aire n'ont pas nécessairement le même périmètre.

Périmètres et aires

I) 1°) Voici un carré de 1 cm de côté.



Son aire est :
Son périmètre est :

2°) Dessine un <u>carré</u> dont le <u>côté</u> est le double de celui du carré précédent.
Son aire est :
Son périmètre est :

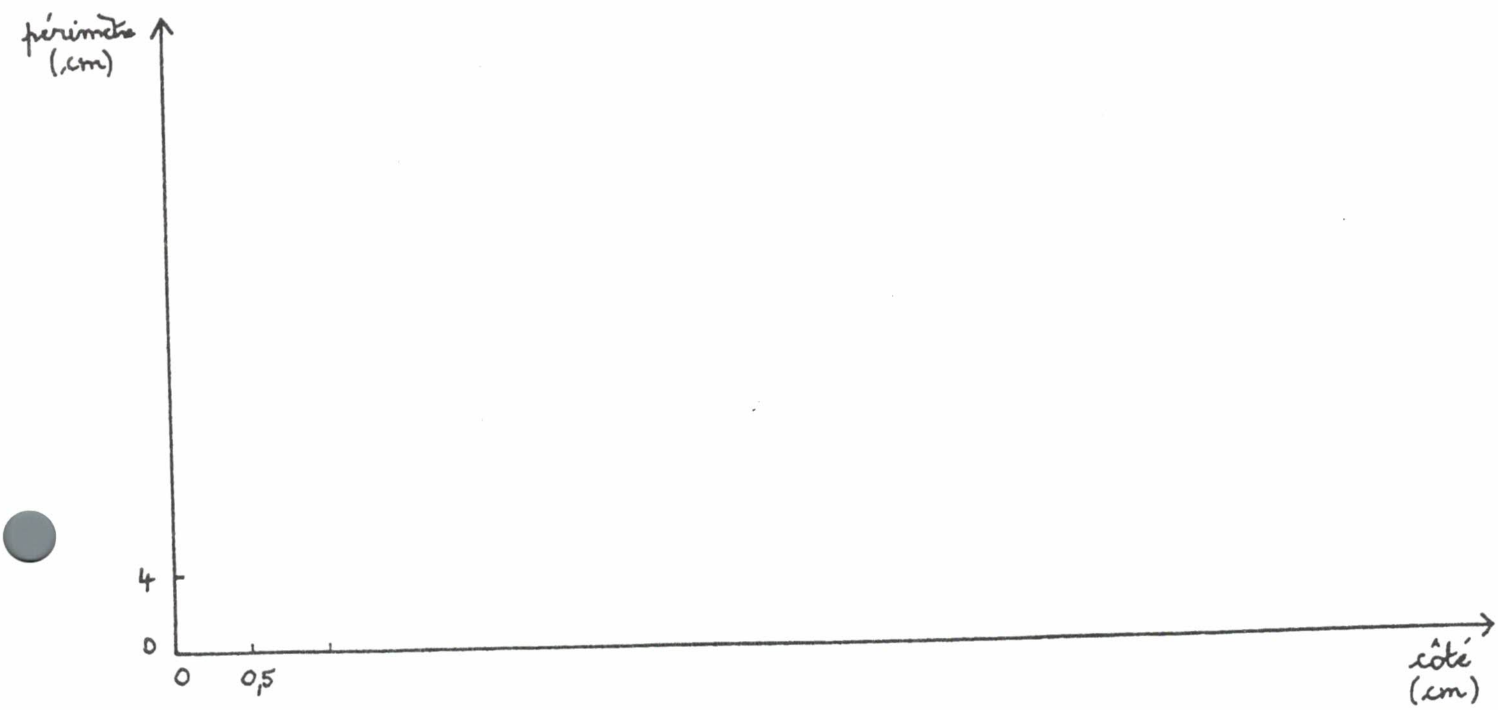
3°) Dessine un <u>carré</u> dont le <u>côté</u> est le triple de celui du premier carré.
Son aire est :
Son périmètre est :

4°) Complète le tableau suivant :

côté du carré en cm	périmètre en cm	aire en cm^2
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

<u>Représentation graphique</u> :

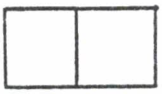
Tu vas faire un premier graphique avec les longueurs des côtés en abscisse et les périmètres en ordonnée.
en abscisse, 1 cm représente 0,5 cm de côté.
en ordonnée, 1 cm représente 4 cm de périmètre.



5°) Fais le même travail en mettant les longueurs des côtés en abscisse et les aires en ordonnée.
Commence par graduer chacun des axes :
- en abscisse, 1 cm représente 0,5 cm de côté.
- en ordonnée, 1 cm représente 5 cm².

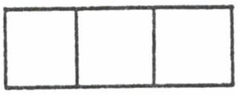
Compare les deux graphiques que tu as tracés ? Explique la différence.

II) 1°) Voici un rectangle formé avec deux carrés de côté 1 cm.



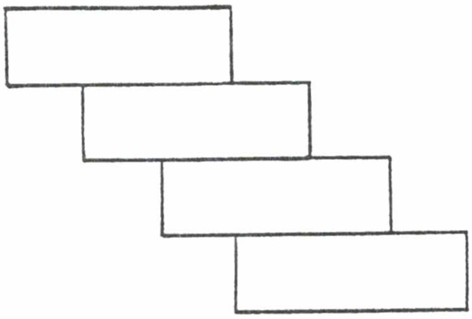
Son aire est :
Son périmètre est :

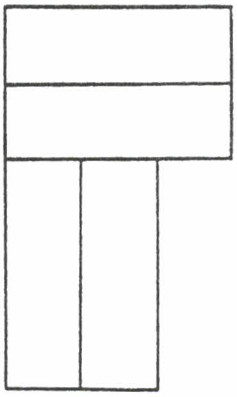
2°) Voici un rectangle formé avec trois carrés de côté 1 cm.



Son aire est :
son périmètre est :

III) Tu disposes de 4 rectangles de longueur 3 cm, de largeur 1 cm. Voici deux des figures que tu peux former avec ces quatre rectangles.





Calcule le périmètre et l'aire de ces deux figures.

Construis six figures différentes à partir des 4 rectangles de façon que deux rectangles accolés aient 1, 2 ou 3 cm en commun.

Essaie de trouver : - une figure dont le périmètre est le plus grand possible
- une figure dont le périmètre est le plus petit possible.

LE PRE DE LA CHEVRE ...

OBJECTIFS :

- Découvrir que deux figures de même périmètre peuvent avoir des aires différentes.
- Construire une courbe point par point.
- Lire un graphique.
- Rechercher un maximum.

PRE-REQUIS :

- Calculer le périmètre et l'aire d'un rectangle.
- Placer des points dans un repère donné.

CLASSES :

- Classes de 4ème collège, préparatoire, technologique

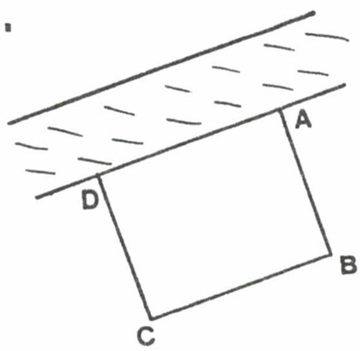
COMMENTAIRES :

Une première manipulation consiste à faire découvrir aux élèves que des rectangles de même périmètre peuvent avoir des aires différentes. A l'aide d'une ficelle, il est aisé de le montrer. On demande aux élèves de dessiner les différents rectangles, de calculer leur périmètre, leur aire et de donner les résultats sous forme de tableau.
Dans la question 3, une fois le graphique construit, les élèves retrouveront la symétrie qu'ils avaient pu découvrir lors de leurs constructions et de leurs calculs et qu'il faudra réinvestir à la question 4.

PROLONGEMENT :
En BEP et en lycée, on pourra formaliser le problème qui pourra servir à introduire les fonctions et les équations du second degré.

LE PRE DE LA CHEVRE ...

1°



Monsieur Seguin veut délimiter avec une clôture de 40 m de long une surface rectangulaire afin de former un enclos pour une chèvre. Il possède un pré bordé par une route rectiligne.

a) Dessine quelques enclos rectangulaires qu'il peut former.

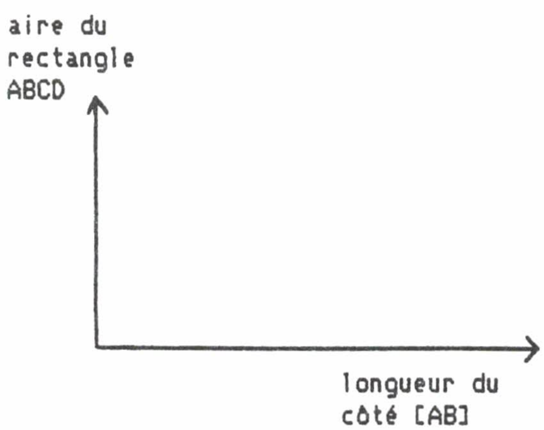
b) Calcule le périmètre et l'aire de chaque figure en complétant le tableau ci-dessous :

AB	BC	Aire du rectangle ABCD	Périmètre du rectangle ABCD
1	...	....	....
2	...	....	....
..	...		
..	...		
20	...		

c) Que se passe-t-il si AB = 0 m ?

2° Dans quel enclos, la chèvre aura-t-elle la plus grande surface à brouter ? Quelle est la nature de la figure ?

3° Construis les points dont les coordonnées sont dans le tableau.



* Joins les points obtenus à main levée.

* Sans calcul, en utilisant uniquement le graphique, trouve une valeur approchée de l'aire du rectangle dont le côté [AB] mesure 13,5 m.

* Comment retrouver l'aire du plus grand enclos, en utilisant le graphique ?

1 cm représente 1 m
1 cm représente 10 m²

4° On voudrait que la chèvre ait un enclos de 50 m² pour brouter. Lire sur le graphique les possibilités pour obtenir le côté [AB] et le côté [BC] ?

Même question avec 75 m² puis avec 100 m² et 120 m² (à 0,1 m près).

TOUT SUR LE CYLINDRE ...

OBJECTIFS :

- Construire une courbe point par point.
- Lire un graphique.
- Calculer le volume d'un cylindre connaissant le rayon et la hauteur.
- Découvrir que la représentation graphique d'une situation proportionnelle est une droite mais que toutes les représentations graphiques ne sont pas des droites.
- Manipuler des échelles.

PRE-REQUIS :

- Connaître les formules permettant de calculer aire et périmètre d'un disque.

CLASSES :

- Classes de 5ème collège, 4ème technologique et préparatoire

COMMENTAIRES :

Dans la première partie (questions 1, 2, 3, 4), l'élève applique les formules donnant le périmètre et l'aire d'un disque et le volume d'un cylindre. En manipulant une feuille de papier, il est amené à découvrir que deux cylindres de même aire latérale n'ont pas nécessairement le même volume.
Au cours des exercices 5 et 6, l'élève construit deux graphiques représentant le volume du cylindre: l'un en fonction du rayon (hauteur constante), l'autre en fonction de la hauteur (rayon constant). Il rencontre ainsi une situation de proportionnalité et une situation de non-proportionnalité. En outre, au cours de la représentation et de la lecture graphique, il est confronté à des calculs approchés.

TOUT SUR LE CYLINDRE ...

0° Rappels : le disque

Complète les formules en fonction du rayon du cercle :

diamètre =
périmètre =
aire =

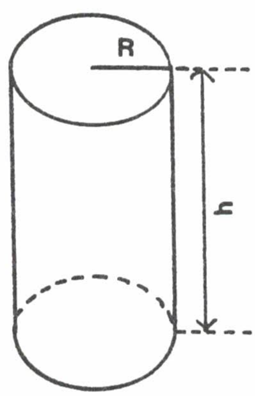
Complète le tableau suivant :

Rayon	5 dm			
Diamètre		15 m		
Périmètre			628 mm	1200 cm
Aire				

1° Cite des solides qui ont la forme d'un cylindre.

2° Construis une boîte cylindrique en papier, ayant une hauteur de 12 cm et un diamètre de 5 cm.
Calcule l'aire latérale, l'aire des deux bases et l'aire totale de papier.

3° Sais-tu que le volume d'un cylindre se calcule par la formule



$V = \pi \times R^2 \times h$? R : rayon du disque de base
h : hauteur

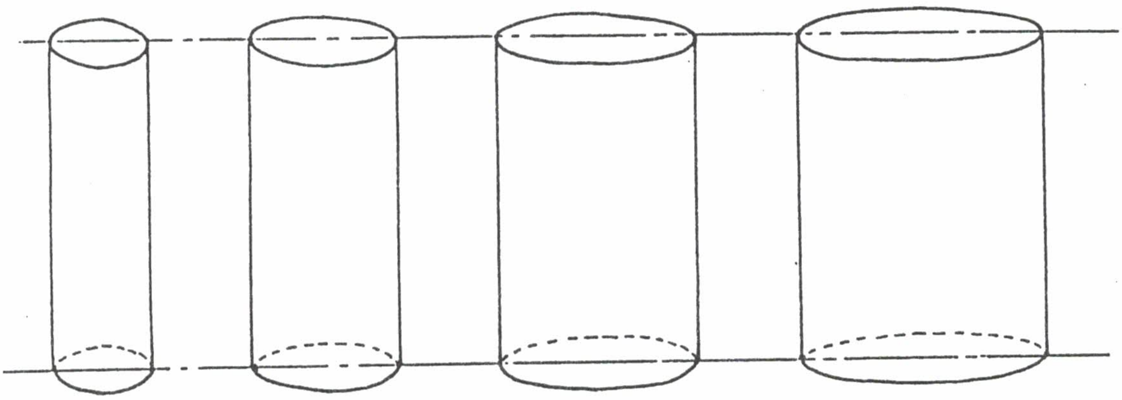
Calcule le volume d'une boîte de cassoulet sachant que h = 12 cm et R = 5 cm.

Calcule le volume d'une cigarette et son aire latérale sachant que h = 7 cm et D = 8 mm.

4° Avec une tôle rectangulaire de 21 cm sur 30 cm, on veut fabriquer un tuyau cylindrique sans faire de découpe.

Combien de tuyaux différents peut-on fabriquer ?
Pour chacun, précise la hauteur, calcule le diamètre de la base, puis le volume intérieur et l'aire latérale.

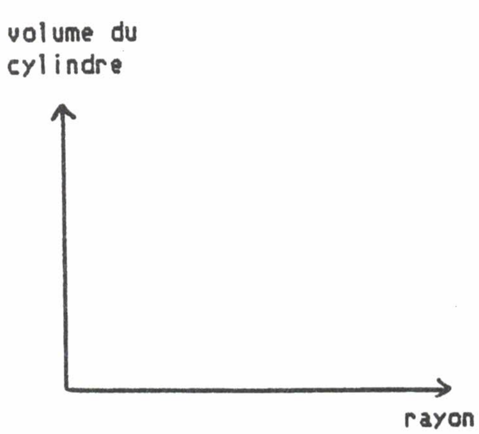
5°



Ces cylindres ont tous la même hauteur <u>h = 10 cm</u>. Leur rayon augmente. Calcule leur volume et complète le tableau en donnant les résultats à l'unité près par excès :

R = rayon cm	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
A = aire de la base cm²								
V = volume cm³								

Représentation graphique



- A l'aide du graphique, donne le volume d'un cylindre de rayon 1,25 cm et de hauteur 10 cm.

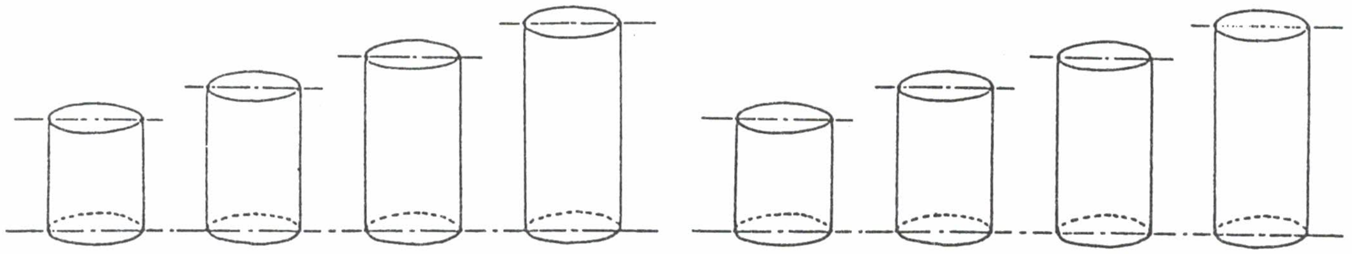
- Quel est le rayon d'un cylindre de volume 400 cm³ et de hauteur 10 cm ?

- Que devient le volume quand le rayon double ?

- Que devient le volume quand le rayon triple ?

En abscisse, 1 cm représente un rayon de 0,5 cm.
En ordonnée, 1 cm représente un volume de 50 cm³.

6°



Ces cylindres ont tous le même rayon <u>R = 5 cm</u>. Leur hauteur augmente. Calcule leur volume et complète le tableau :

h cm	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
$A = \pi R^2$								
$V = A h$								

<u>Représentation graphique</u> du volume du cylindre en fonction de la hauteur :
en abscisse, 1 cm représente une hauteur de 0,5 cm
en ordonnée, 1 cm représente un volume de 25 cm³.

- Que devient le volume quand la hauteur double ?

- Que devient le volume quand la hauteur triple ?

7° <u>Prolongement</u>:

Sur l'ordinateur,

. écris un programme qui permette de faire les calculs des exercices 5 et 6
. construis les deux courbes en mode graphique.

MORTIERS ET BETONS

OBJECTIFS :

- Lire un abaque.
- Réaliser des calculs d'échelle et de volumes.
- Pratiquer la proportionnalité.
- Résoudre un problème de synthèse dont les étapes sont explicitées.
- Savoir sélectionner les données nécessaires dans différentes étapes du programme.

PRE-REQUIS :

- Etre capable de représenter un dessin à une échelle donnée.

CLASSES :

- Classes de 4ème préparatoire, 4ème technologique

COMMENTAIRES :

L'élève doit établir le devis de construction d'une dalle de béton armé. Il dispose d'abaques, de tarifs et d'un modèle de facture. Il est guidé pas à pas dans la résolution du problème. Le premier exercice lui apprend à lire un abaque (dosage des mortiers-bétons).

DOSAGE DES MORTIERS ET DES BETONS

Cet abaque permet de déterminer les quantités de matériaux nécessaires pour obtenir du BETON et du MORTIER.

Apprends à lire cet abaque :

a) Pour obtenir 0,80 m^3 de béton dosé à 250 kg/m^3, il faut 200 Kg de ciment liant, 0,64 m^3 de gravier et 0,32 m^3 de sable.

b) Pour obtenir 0,50 m^3 de béton dosé à 700 kg/m^3, il faut...... Kg de liant, ... de gravier et .... de sable.

c) Pour obtenir 0,90 m^3 de mortier dosé à 500 kg/m^3, il faut...... Kg de liant, ... de sable.

d) Pour obtenir 0,60 m^3 de mortier dosé à 650 kg/m^3, il faut...... Kg de liant, ... de sable.

Je veux couler une dalle de béton dans un hangar agricole de 36 m sur 7 m, d'épaisseur 25 cm, dosé à 250 kg/m^3. Pour que la dalle puisse supporter le poids des machines agricoles, j'arme le béton avec du treillis soudé.

1) Lis sur le graphique la masse de liant, les volumes de sable et de gravier nécessaires pour obtenir 1 m^3 de béton dosé à 250 kg/m^3.

2) Calcule le volume de la dalle.

3) Déduis-en le nombre de sacs de ciment dont j'ai besoin.

4) Calcule les volumes de sable et de gravier.

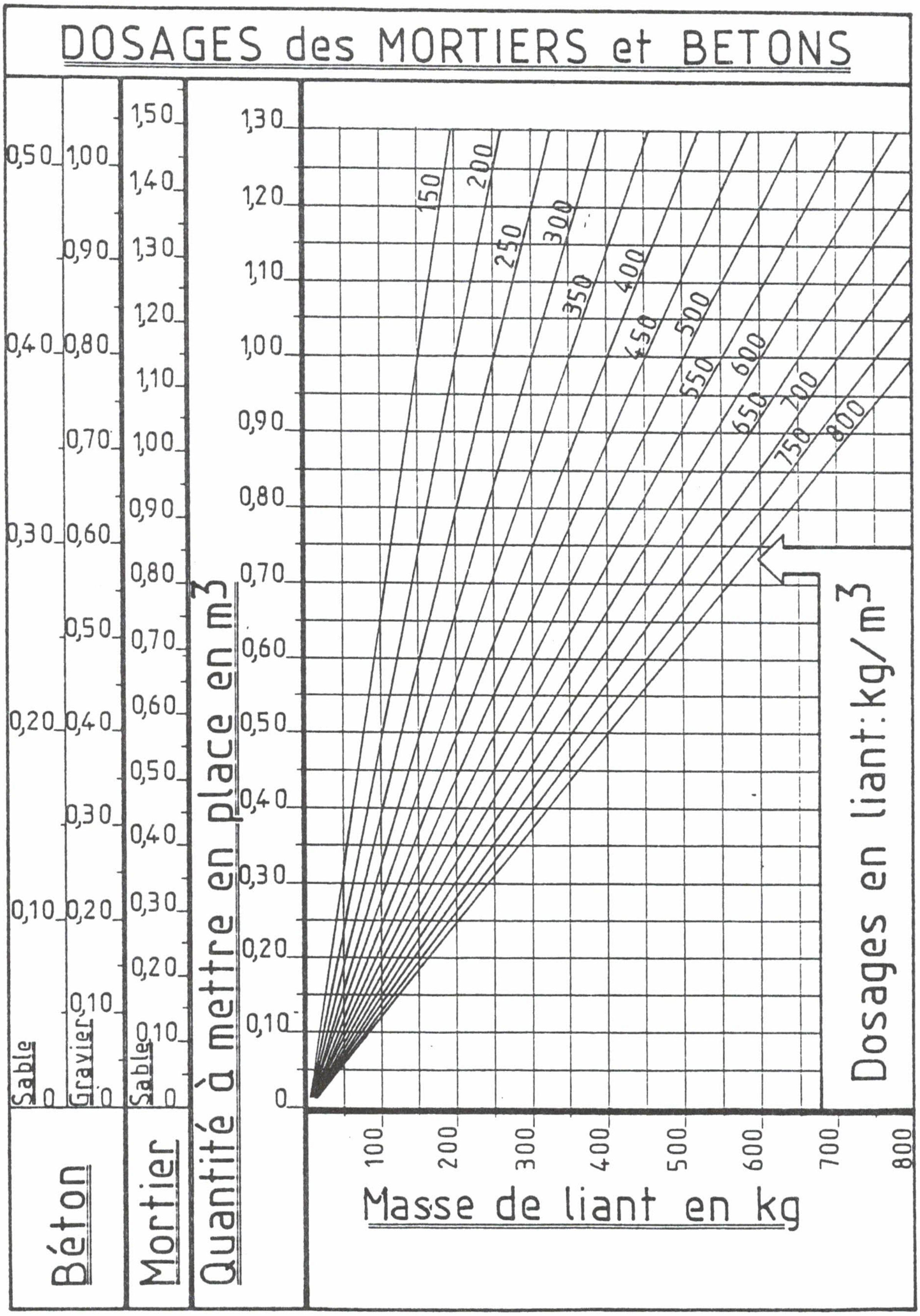
5) Sachant que 1 m^3 de sable a une masse de 1,6 t
1 m^3 de gravier a une masse de 1,3 t,

calcule les masses de sable et de gravier nécessaires.

6) Sur un dessin à l'échelle 1/200 représente la dalle et les panneaux sachant qu'ils peuvent se chevaucher légèrement. Trouve le nombre de panneaux nécessaires pour couvrir la dalle sans faire de découpe.

7) Calcule le prix du déplacement sachant que j'habite à 15 km du dépôt.

8) En utilisant le tarif, établis la facture à payer.


DOSAGES des MORTIERS et BETONS
Béton
Sable
Gravier
0,50 0,40 0,30 0,20 0,10 0
1,00 0,90 0,80 0,70 0,60 0,50 0,40 0,30 0,20 0,10 0
Mortier
Sable
1,50 1,40 1,30 1,20 1,10 1,00 0,90 0,80 0,70 0,60 0,50 0,40 0,30 0,20 0,10 0
Quantité à mettre en place en m3
1,30 1,20 1,10 1,00 0,90 0,80 0,70 0,60 0,50 0,40 0,30 0,20 0,10 0
150 200 250 300 350 400 450 500 550 600 650 700 750 800
Dosages en liant: kg/m3
100 200 300 400 500 600 700 800
Masse de liant en kg

Voici les tarifs que j'ai reçus :

- ciment (liant):28.50 F HT le sac de 50 kg
- sable 0.4 :33.06 F HT la tonne
- gravier 5/15 :35.93 F HT la tonne
- treillis soudé en panneau de 2.40 m et 4.80 m:67.05 F HT le panneau
- déplacement pour le sable et le gravier:1.15 F HT par tonne et par kilomètre

Escompte pour règlement comptant 2 %

TVA : 18.6 %

DOIT

Facture

N°

Le 19

Référence	Désignation des articles	Unité	Quantité	Prix Unitaire	Montant

TOTAL hors taxes	
Réductions éventuelles	
TVA	
TOTAL toutes taxes	

DEUX BATEAUX

OBJECTIFS :

- Construire une courbe point par point.
- Utiliser les échelles.
- Calculer dans le système sexagésimal.
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une distance.
- Lire un graphique.

PRE-REQUIS :

- Cette fiche peut être réalisée soit en utilisant le théorème de Pythagore, soit en construisant la figure à l'échelle précisée et en mesurant.
- Savoir utiliser la formule d = vt.

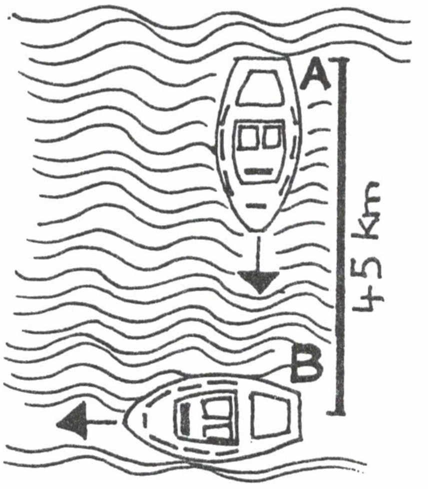
CLASSES :

- Classes de 4ème et 3ème : collège, technologique, préparatoire
- Classes de seconde

COMMENTAIRES :

L'objet du problème est exposé au début de la fiche puis une recherche guidée est proposée. Après des calculs (ou des mesures) de distances, l'élève construit une courbe point par point et détermine alors graphiquement un encadrement du minimum. Pour obtenir une meilleure approximation, il doit réaliser un agrandissement de la région à étudier.

DEUX BATEAUX



Deux bateaux sont en pleine mer. Le bateau A se trouve à 45 km au nord d'un bateau B. A se dirige vers le sud à la vitesse de 9 Km/h et B vers l'ouest à 12 km/h.
Au bout de combien de temps seront-ils le plus près l'un de l'autre ?

Pour déterminer ce temps :

1- Représente la situation par un dessin. Echelle conseillée : 1 mm représente 250 m.

2- Calcule la distance (en km) parcourue par chaque bateau en une demi-heure.
Quelles sont les longueurs correspondantes sur le dessin ?
Dessine la position des deux bateaux au bout d'une demi-heure.
Quelle est la distance (en km) qui les sépare ?

3- Complète le tableau suivant :

temps écoulé	0h	30min	1h	1h30	2h	2h30	3h	3h30	4h	4h30	5h
distance parcourue par A (en km)											
distance parcourue par B (en km)											
distance entre les 2 bateaux (en km)											

4- Fais la représentation graphique de la distance séparant les deux bateaux en fonction du temps.
En abscisse, 1 cm représente un temps de 30 min.
En ordonnée, 1 cm représente une distance de 5 Km.

5- Dans quel intervalle de temps les bateaux sont-ils le plus près l'un de l'autre ?

6- Calcule la distance parcourue par chaque bateau en 10 min et complète le tableau suivant :

temps écoulé	1h30	1h40	1h50	2h	2h10	2h20
distance entre les 2 bateaux						

7- Fais une représentation plus précise que la précédente et indique sur le graphique dans quel intervalle de temps les bateaux seront le plus près l'un de l'autre.
En abscisse, 1 cm représente 10 min.
En ordonnée, 4 cm représentent 1 km.

trouverons-nous la plus petite aire ?

OBJECTIFS :

- Comprendre la nécessité de formaliser un problème.
- Etablir une formule littérale à partir d'une figure.
- Construire une courbe point par point.
- Lire un graphique.

PRE-REQUIS :

- Savoir calculer l'aire d'un triangle.

CLASSES :

- Classes de 4ème, 3ème collège
- Classes de 3ème technologique
- Classes de BEP 1ère année
- Classes de seconde

COMMENTAIRES :

La fiche commence par une démarche expérimentale : l'élève construit, mesure, calcule en analysant cinq fois le même type de figure. Suite à ce processus répétitif, l'élève est conduit à formaliser le problème, par nécessité. L'expression littérale obtenue est utilisée pour représenter une fonction point par point. Ensuite, l'élève détermine graphiquement une approximation du minimum.

trouverons-nous la plus petite aire ?

1° ABCD est un rectangle de longueur 12 cm et de largeur 5 cm.

Soit E le point du segment [AB] tel que AE = 1 cm.
Soit F le point du segment [BC] tel que BF = 1 cm.
Soit G le point du segment [CD] tel que GC = 1 cm.
Soit H le point du segment [AD] tel que HD = 1 cm.

Calcule l'aire du quadrilatère EFGH.

2° On fait glisser en même temps les points E, F, G, H sur leurs côtés respectifs.
On pose AE = BF = GC = HD = x.

Calcule l'aire du quadrilatère EFGH quand x prend différentes valeurs :

AE = BF = GC = HD = x	1	2	3	4	5
aire de EFGH = A(x)	A(1)=	A(2)=	A(3)=	A(4)=	A(5)=

3° On appelle x la longueur des segments [AE], [BF], [GC] et [HD].
On appelle A(x) l'aire du quadrilatère EFGH.

Calcule en utilisant le lettre x :
- la longueur EB
- la longueur FC
- l'aire des triangles EBF, FGC, HDG, AEH.
- l'aire du quadrilatère EFGH.

4° Tu vas essayer de trouver pour quelle valeur de x l'aire A(x) est minimale.
Pour cela, tu vas construire la courbe qui représente l'aire du quadrilatère en fonction de la longueur x.

En abscisse, 1 cm représente 0,5 cm.
En ordonnée, 1 cm représente 5 cm².

Il faut être assez précis pour trouver le minimum.

parallélogramme

On pourrait m'aplatir,
Aussi me redresser.

Je n'ai pas d'idée fixe.

Que deviennent aigus
Mes deux angles obtus,
Je ne tremblerai pas.

Mais s'il me faut passer,
Un instant de raison,
En forme de rectangle,

Alors j'ai peur,
Car un rectangle
Est autre chose.

Comme si ma surface
Pouvait ne plus m'appartenir,
Comme si quelque vent
M'ouvrait sur le volume,

Si mes angles veillaient
Sur quelque chose d'autre
En moi-même que moi.

Euclidiennes de GUILLEVIC

TOUS LES TRIANGLES POSSIBLES

OBJECTIFS :

- Construire des triangles connaissant les longueurs des trois côtés.
- Découvrir l'inégalité triangulaire.

PRE-REQUIS :

Aucun.

CLASSES :

- Classes de 4ème : technologique, préparatoire, de collège

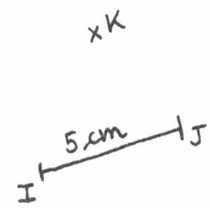
COMMENTAIRES :

Il s'agit d'une situation de découverte.
Dans le premier exercice, l'élève revoit une méthode de construction de triangles à la règle et au compas. Dans le deuxième exercice, il est confronté à une construction impossible. Dans la troisième partie, il est amené à étudier des triangles de même périmètre pour découvrir et formaliser l'inégalité triangulaire.

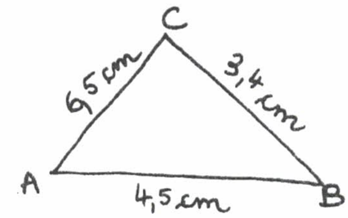
Prolongement : découverte de l'ellipse.

TOUS LES TRIANGLES POSSIBLES ...

KI = 3 cm
KJ = 3,5 cm



1° Nous avons ci-contre deux figures à main levée. Construis-les en vraie grandeur en utilisant ton compas et ta règle graduée.



2° Construis un triangle dont les côtés mesurent

a) 3 cm, 4 cm et 6 cm.
b) 5 cm, 7 cm et 1 cm.
c) 5 cm, 2 cm et 6 cm.
d) 5 cm, 5 cm et 3 cm.

Calcule le périmètre des triangles que tu as pu construire.

3° On va essayer de construire des triangles dont le périmètre est égal à 21 cm. Pour commencer, les mesures des côtés doivent être des nombres entiers.

a) Construis tous les triangles dont un côté mesure 7 cm et dont le périmètre est égal à 21 cm. Combien peux-tu en construire ?

b) Construis tous les triangles dont un côté mesure 1 cm et dont le périmètre est égal à 21 cm.

c) Combien peux-tu construire de triangles dont le périmètre est égal à 21 cm ? Précise les mesures des côtés de chacun des triangles obtenus .

d) **Comment choisir les longueurs des 3 côtés d'un triangle pour que la construction soit possible ?**

4° Dessine un segment [AB] de 7 cm de long. Construis 20 triangles de base [AB] dont le périmètre mesure 20 cm (de part et d'autre de [AB]).

Trace la courbe obtenue en rejoignant les sommets construits précédemment. Cette courbe s'appelle une **ellipse**. Cherche dans des livres ou des dictionnaires les propriétés d'une ellipse.

L'aire d'un triangle

OBJECTIFS :

- Dessiner les hauteurs d'un triangle.
- Utiliser la formule de l'aire d'un triangle.
- Observer que deux triangles de même aire ne sont pas superposables et n'ont pas le même périmètre.

PRE-REQUIS :

- Aucun. Cette fiche peut être utilisée dès le début de l'année.

CLASSES :

- Classes de 4ème : collège, technologique, préparatoire

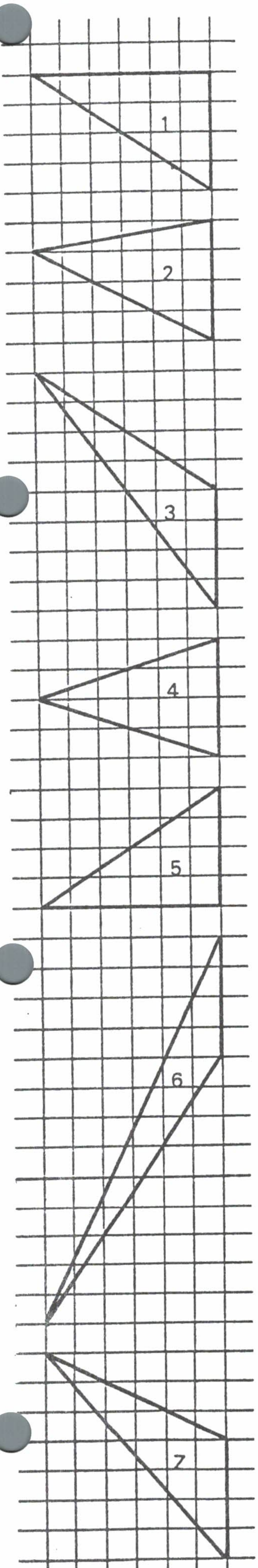
COMMENTAIRES :

La notion d'aire d'un triangle est étudiée en 5ème, mais n'est pas bien dominée.

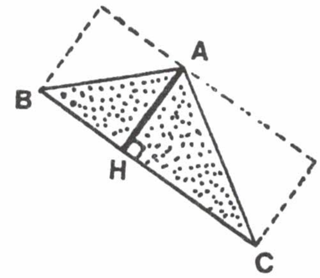
La première activité propose une situation de redécouverte. L'élève calcule l'aire des différents triangles à l'aide du quadrillage (en traçant des rectangles, par exemple). Trouvant le même nombre de carreaux-unités, il est amené à trouver les facteurs invariants (base, hauteur) et ainsi à établir la formule donnant l'aire du triangle.
Pour les activités 2 et 3, il s'agit de réinvestir les résultats obtenus lors de l'activité 1, en construisant les triangles et leurs hauteurs. L'exercice 2 donne l'orthocentre intérieur au triangle, l'exercice 3 l'orthocentre extérieur au triangle. Les trois manières de calculer l'aire permettent à l'élève de vérifier ses résultats. Il est important de lui donner des moyens d'autocontrôle.

Le prolongement envisagé dans l'exercice 4 permet de découvrir et de démontrer une propriété de la médiane. Le fil conducteur de la démonstration est donné. Une application du théorème ainsi dégagé fait l'objet d'une question ludique.

L'aire d'un triangle



1) Calcule l'aire en cm² de tous les triangles de la frise en utilisant le quadrillage (un carré du quadrillage a un côté de 5 mm).



L'aire du triangle est la moitié de l'aire du rectangle.

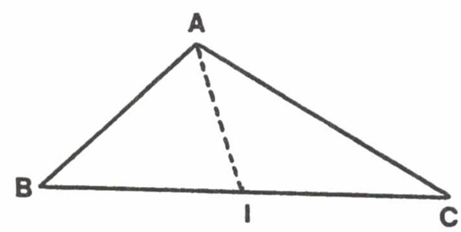
$$\text{aire du triangle} = \frac{BC \times AH}{2}$$

2) Construis un triangle POL sachant que :
PO = 4,7 cm   PL = 6,2 cm et LO = 7,2 cm.

Construis les 3 hauteurs du triangle.
Calcule l'aire du triangle de 3 manières différentes en faisant toi-même les mesures nécessaires.

3) Construis un triangle MER sachant que :
ME = 3,6 cm   MR = 9 cm et ER = 6,8 cm.

De la même façon, construis les 3 hauteurs et calcule l'aire de ce triangle de 3 manières différentes.



4) On considère le triangle ABC. I est le milieu de [BC].

a) Trace la hauteur issue de A. Elle coupe le côté [BC] au point H.
b) Calcule l'aire des triangles ABI et AIC. Que remarques-tu ? Nous allons l'expliquer.

$$\text{aire de ABC} = \frac{BC \times \_\_\_\_}{2} \qquad \text{aire de ABI} = \frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{2}$$

$$\text{aire de AIC} = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$$

I étant le milieu de [BC], on a IB = ... donc aire de ABI =

Une médiane d'un triangle partage le triangle en deux triangles de même aire.

5) Construis un triangle quelconque SIM.
Construis les points N,P et R tels que I soit le milieu de [NM], S soit le milieu de [PI] et M le milieu de [RS].

Trace le triangle NPR et les segments [SN], [RI] et [PM].

Combien de fois le triangle SIM est-il contenu dans le triangle NPR ?

ANALYSE D'UNE FIGURE

OBJECTIFS :

- Coder des figures géométriques à partir de données.
- Déduire des hypothèses les propriétés immédiates des configurations.
- Utiliser les résultats pour construire les figures et effectuer des calculs.

PRE-REQUIS :

- Connaître les propriétés des figures simples.
- Connaître la somme des angles d'un triangle.

CLASSES :

- Classes de 4ème : collège, préparatoire, technologique
- BEP 1ère année

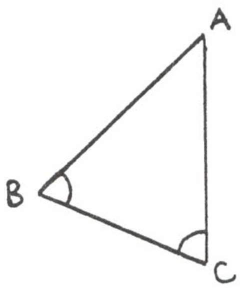
COMMENTAIRES :

Le but de la fiche est de donner des outils aux élèves pour analyser des figures. C'est une étude préalable à la géométrie et à la trigonométrie en même temps qu'un entraînement indispensable pour obtenir des réflexes de lecture et d'analyse.

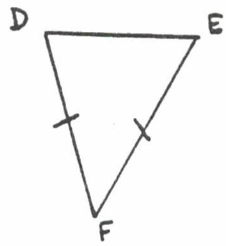
Dans les activités I et II, on récapitule les propriétés géométriques des triangles particuliers.
Une analyse plus fine de la figure est ensuite demandée. En effet, pour construire une figure complexe, il faudra **planifier** son travail après avoir calculé quelques éléments-clés. Les exercices sont de difficultés croissantes.
Les questions II, III et IV sont posées "pas à pas".
Dans l'exercice V, l'élève doit faire preuve d'esprit d'initiative pour analyser la figure.

ANALYSE D'UNE FIGURE

I) Sur chacune des figures, précise la <u>nature du triangle</u> et marque à l'aide de petits signes <u>toutes</u> les égalités de longueur et d'angle. Complète :

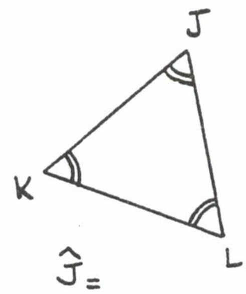


$\widehat{B} = 67°$
$\widehat{C} =$
$\widehat{A} =$

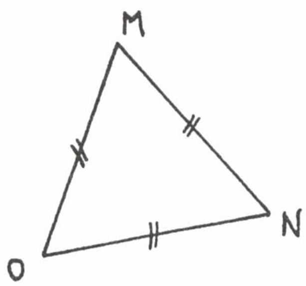


$\widehat{D} =$ $\widehat{F} = 47°$
$\widehat{E} =$

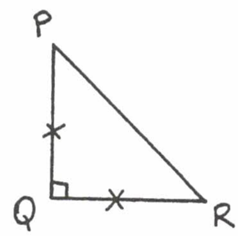
$\widehat{G} = 66°$
$\widehat{I} =$



$\widehat{J} =$
$\widehat{K} =$
$\widehat{L} =$

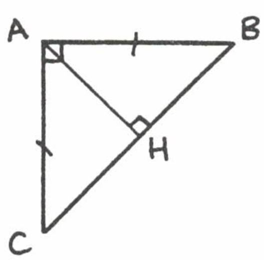


$\widehat{M} =$
$\widehat{O} =$
$\widehat{N} =$



$\widehat{P} =$
$\widehat{R} =$

II)



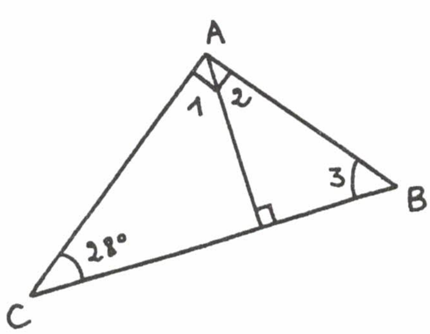
AB = 8 cm

a) Construis cette figure en vraie grandeur.
b) Calcule $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.
c) Calcule $\widehat{HAB}$ et $\widehat{HAC}$.
d) Marque toutes les égalités de longueur que tu peux en déduire.
e) Quels sont les triangles isocèles de la figure ?
   Quels sont les triangles rectangles de la figure ?

III) Construis un triangle équilatéral MON de côté 6 cm.
On appelle H le milieu de [MN] et I le milieu de [ON].

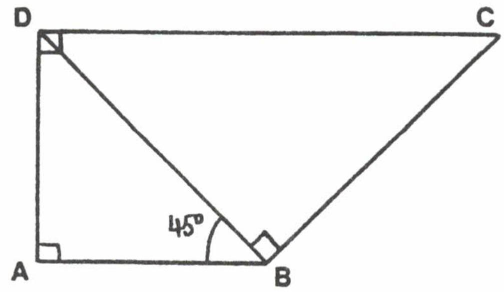
a) Calcule les mesures des côtés et des angles du triangle NHI.
b) Calcule les angles du triangle OHI.

IV)



Calcule les mesures des angles $\widehat{A_1}$, $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_3}$.

V)



AB = 10 cm

Trouve l'aire de la figure.

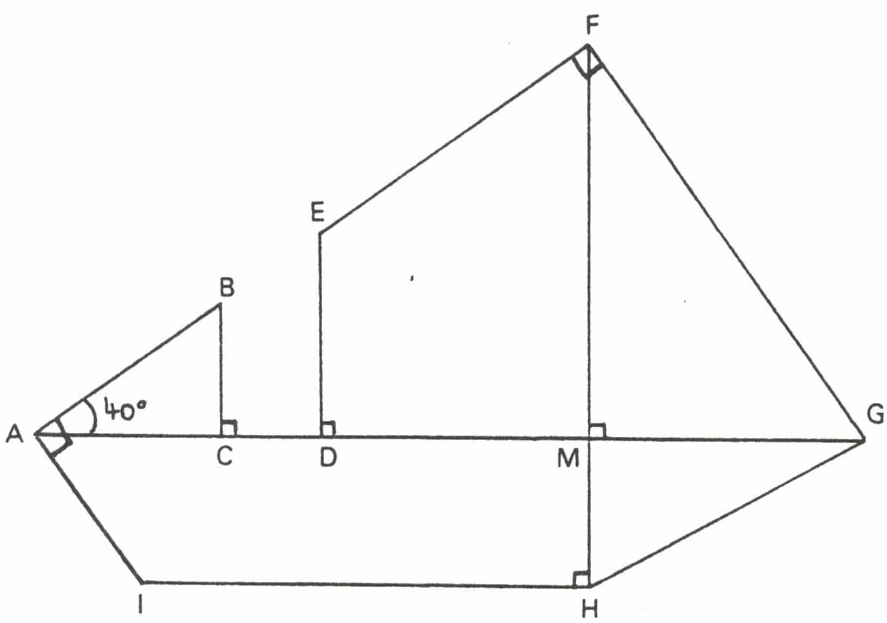
VI) Une pièce a la forme ci-dessous avec AC = 45 mm, CD = 17 mm, AI = 38 mm et IH = 7,3 cm. Les points A, B, E et F sont alignés.

a) Reproduis-la en vraie grandeur.

b) Trouve tous les triangles rectangles de la figure en nommant pour chaque triangle l'angle droit et l'hypoténuse.

c) Calcule les mesures des angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{DEF}$, $\widehat{EFM}$, $\widehat{MFG}$, $\widehat{FGM}$, $\widehat{MAI}$, $\widehat{AIH}$.

d) Mesure les angles $\widehat{MGH}$ et $\widehat{MHG}$.



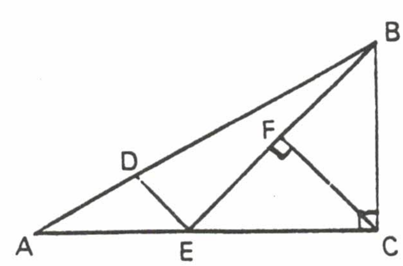
VII) On donne BC = EC = 3 m

$\widehat{DAE} = 30°$

$\widehat{DEA} = 50°$

a) Construis la figure.

b) Détermine la mesure de tous les angles de la figure en justifiant chaque calcul.



VOLUMES

OBJECTIFS :

- Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle.
- Se familiariser avec des représentations de volumes (perspective cavalière).

PRE-REQUIS :

- Aucun.

CLASSES :

- Classes de 6ème, 5ème, 4ème, 4ème technologique

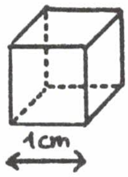
COMMENTAIRES :

Dans un premier temps (I, II et III), l'élève (re)découvre le volume d'un pavé à partir du cube-unité. Il visualise cette formule par des manipulations mentales et l'applique dans l'exercice IV. Il doit ensuite résoudre un problème de rangement de boîtes dans une caisse. Une démarche expérimentale lui est proposée. Il termine en optimisant la solution.

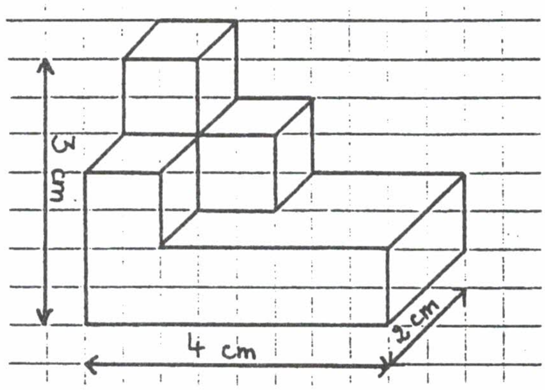
VOLUMES

I Voici un cube de 1 cm de côté.

Calcule son volume.

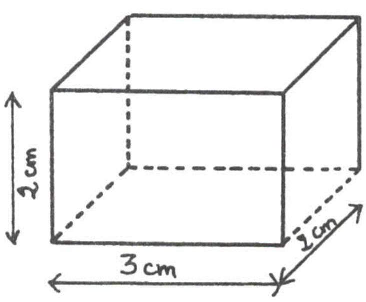


II On te propose de calculer le volume de cet assemblage.



- Compte le nombre de cubes.
- Déduis-en le volume de ce solide.

III Range les cubes dans cette boîte.



- Que constates-tu ?
- Déduis-en le volume de cette boîte.
- Rappelle la relation entre le volume de la boîte et ses trois dimensions.

IV Complète le tableau suivant, les dimensions sont en cm :

	L	l	h	V
boîte 1	6	3,5	2	
boîte 2		5,5	2	66
boîte 3	8,5		6	204
boîte 4	4	2,5		70

L : longueur
l : largeur
h : hauteur
V : volume

V On doit ranger des boîtes de dimensions 4 cm, 3 cm, 2 cm dans une caisse de dimensions 21 cm, 20 cm, 15 cm.

- En utilisant les volumes , combien de boîtes pourrait-on ranger ?
- En pratique trouve les différentes façons de disposer les boîtes. Fais un dessin.
- Quelle est la meilleure solution ?

des balles et des billes

OBJECTIFS :

- Analyser des figures planes.
- Imaginer différentes positions de cercles dans un rectangle.

PRE-REQUIS :

- Utiliser le théorème de Pythagore.
- Calculer le volume des solides usuels.

CLASSES :

- Classes de 3ème collège, 3ème technologique

COMMENTAIRES :

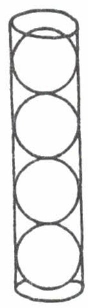
La fiche propose d'étudier différents types de rangement de boules dans des boîtes.
D'abord, l'élève étudie ceux qui lui sont présentés : calcul du coefficient de remplissage...
Ensuite, il doit imaginer d'autres modèles.

Prolongement : le même problème dans l'espace.

des balles et des billes

I Les balles de ping-pong

On achète quatre balles de ping-pong de 3 cm de diamètre. Elles sont rangées dans une boîte cylindrique.



1) Calcule le volume V_1 occupé par les quatre balles.

2) Calcule le volume V_2 de la boîte cylindrique.

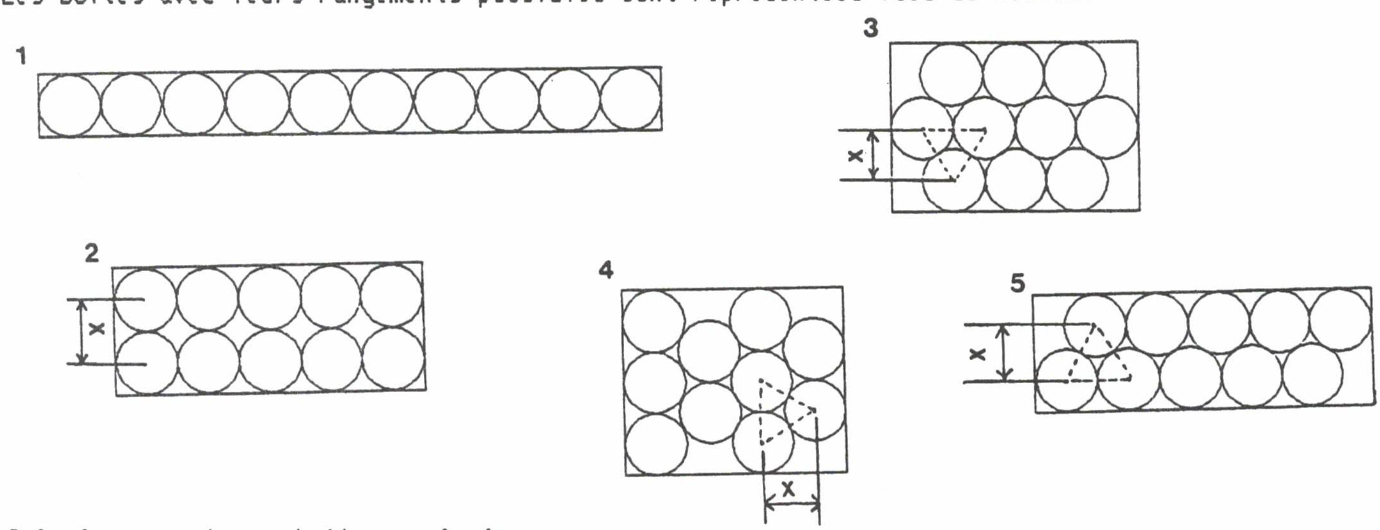
3) Calcule le quotient $\frac{V_1}{V_2}$. On l'appelle le coefficient de remplissage.

4) Imagine quatre autres modèles de boîtes permettant de ranger les quatre balles.
Fais un schéma en indiquant leurs dimensions.
Quelle est, parmi ces boîtes, celle de plus petit volume ?

II Quelques billes ...

Nous disposons de 10 billes de 1 cm de rayon. Nous voulons les ranger dans une boîte parallélépipédique sans les superposer, c'est-à-dire en une seule couche.

Les boîtes avec leurs rangements possibles sont représentées vues de dessus.



Calcule pour chaque boîte : - la longueur x
- ses dimensions
- son volume.

Quel rangement choisis-tu ? Pourquoi ?

III Encore plus de billes !

On dispose de 120 billes que l'on doit ranger, sans les superposer, dans une boîte parallélépipédique.
Trouve une boîte dont le volume est le plus petit possible.

Prolongement possible :
Place 120 billes dans un prisme ayant pour base un triangle équilatéral. Calcule le volume de la boîte et compare-le avec le résultat précédent.

LE COEUR BRISE

OBJECTIFS :

- Réaliser des constructions soignées en respectant une liste de consignes.
- Analyser des figures géométriques.
- Reconnaître et nommer les figures géométriques classiques.
- Calculer le périmètre et l'aire de différentes figures.

PRE-REQUIS :

CLASSES :

- Classes de 6ème, 5ème, sauf pour la quatrième question
- Classes de 4ème

COMMENTAIRES :

Le but de la fiche est de réaliser un puzzle. Sous un aspect ludique, l'élève apprend à visualiser et à mémoriser des figures planes. Il sent la nécessité de soigner ses constructions. La question 4 concernant le calcul des périmètres et aires est indépendante du reste de la fiche.

LE COEUR BRISE

1°) Construis un carré ABCD de côté 5 cm.
Construis le point H tel que B soit le milieu de [AH] et le point F tel que D soit le milieu de [AF].
Trace le carré AHEF.

Trace le demi-cercle C_1 de diamètre [AH] extérieur au carré AHEF. La droite (BC) coupe C_1 en J et la droite (BD) coupe C_1 en I.
La parallèle à (CE) passant par B coupe [HE] en G.

Trace le demi-cercle C_2 de diamètre [AF] extérieur au carré AHEF. La droite (CD) coupe C_2 en K.

2°) Ecris, en les justifiant, toutes les égalités de longueur et d'angle que tu obtiens.

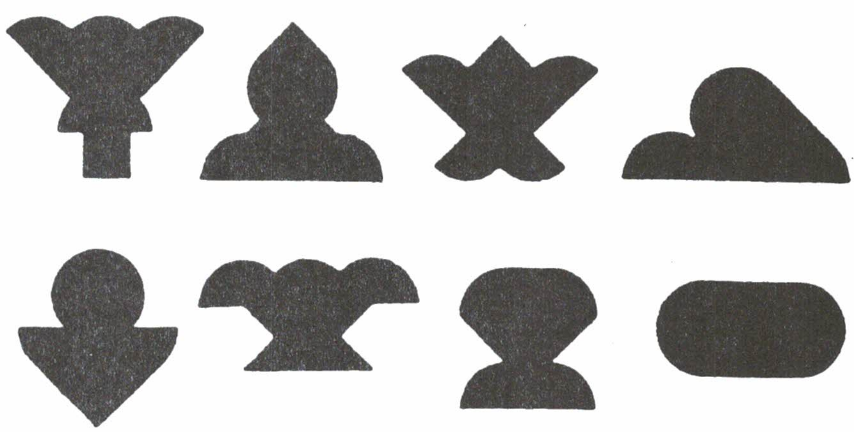
3°) Repasse en rouge les deux demi-cercles et les segments suivants :
[AH], [AF], [FE], [HE], [KC], [JC], [BI], [BG], [CE].

Découpe suivant les traits rouges.
Nomme les pièces du puzzle.

4°) Calcule le périmètre et l'aire de chaque pièce et du puzzle entier.

5°) A TOI DE JOUER : reconstitue chaque figure à l'aide des pièces du puzzle.

LE COEUR BRISÉ



LE NOMBRE D'OR

OBJECTIFS :

- Découvrir des propriétés géométriques de Φ : rectangles et triangles d'or, pentagones réguliers, spirales.
- Réaliser des constructions soignées à partir de lectures de consignes ou d'observations de figures.

PRE-REQUIS :

- Connaître le théorème de Pythagore.
- Connaître la somme des angles d'un triangle.
- Analyser une figure.

CLASSES :

- Classes de 4ème collège
- Classes de 3ème préparatoire, technologique
- Classes de BEP 1ère année

COMMENTAIRES :

Les intérêts de cette fiche sont multiples :
- ouverture sur d'autres domaines que les mathématiques : dessin d'art, architecture, biologie, corps humain, ...
- aspect esthétique des constructions qui motivent les élèves à réaliser des tracés précis
- mise en jeu de nombreuses capacités :
    * analyser (des figures ou des consignes)
    * raisonner
    * réaliser des calculs et des tracés
    * découvrir des liens entre les différentes questions.

Cette fiche pourra être traitée à différents niveaux. les mesures pourront être remplacées par des calculs. Etant donné la longueur de la fiche, les constructions IV seront réalisées et coloriées à la maison.

A la découverte du nombre d'or

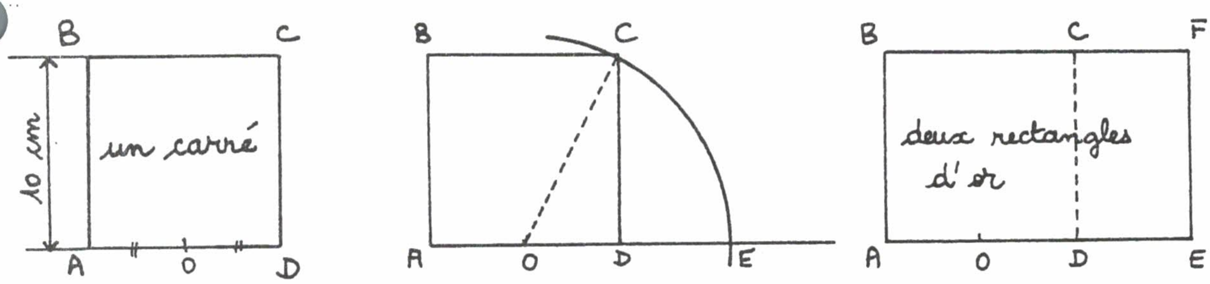
On le note Φ (phi). Il vaut $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033989....$

- Pour les anciens, c'est un symbole universel de perfection, de vie, de beauté et d'amour. En 1509, l'italien PACIOLI publie un livre intitulé "La divine proportion" et un peu plus tard pour KEPLER, "les deux joyaux de la géométrie" sont le nombre d'or et le théorème de Pythagore.

- Ce nombre a de nombreuses propriétés mathématiques et on retrouve aussi sa présence dans certaines oeuvres d'art (roses de cathédrales gothiques, monnaies antiques) et dans la nature (fleurs, oursins).

Tu vas découvrir quelques propriétés de Φ.

I Des rectangles d'or



a) Construis le rectangle ABFE en grandeur réelle.

b) Calcule OC, OE, AE et DE.
Vérifie ces longueurs en les mesurant à 0,1 près.
Pour les rectangles ABFE et CDEF, calcule le rapport $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$.

De tels rectangles sont des rectangles d'or.

c) Remarque : Si on retranche d'un rectangle d'or un carré dont le côté est la largeur du rectangle, on obtient un nouveau rectangle d'or.

II Construction d'un pentagone régulier

1. Trace le cercle C_1 de centre O et de rayon 5 cm.
2. Trace deux rayons perpendiculaires [OA] et [OB]. On appelle I le milieu de [OA].
3. Trace le cercle C_2 de diamètre [OA].
4. Trace le segment [BI] : il coupe le cercle C_2 en C.
5. Trace le cercle C_3 de centre B et de rayon [BC]. Le cercle C_3 coupe le cercle C_1 en deux points P_1 et P_2.
6. A partir du point P_2, reporte 3 fois la longueur P_1P_2 sur le cercle C_1. Tu obtiens les points P_3, P_4 et P_5.
7. Trace le pentagone convexe $P_1P_2P_3P_4P_5$ et dans une autre couleur le pentagone étoilé $P_1P_3P_5P_2P_4$.

a) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{P_1OP_2}$, $\widehat{OP_1P_2}$ et $\widehat{P_1P_2P_3}$?

b) Mesure le côté P_1P_2 du pentagone convexe et le côté P_1P_3 du pentagone étoilé.

c) Calcule le rapport $\frac{P_1P_3}{P_1P_2}$. Compare-le au résultat obtenu au Ib.

III Des triangles d'or

Un triangle d'or est un triangle isocèle dont les deux angles égaux mesurent 72°. Trace un assez grand triangle d'or ABC de sommet A.

a) Mesure les côtés du triangle et calcule le rapport $\frac{AB}{BC}$.

b) Trace le cercle de centre B et de rayon [BC]. Il coupe [AC] en D.
Quelle est la nature du triangle BDC ?
Quelles sont les mesures de ses angles ?
Calcule le rapport $\frac{BC}{CD}$.

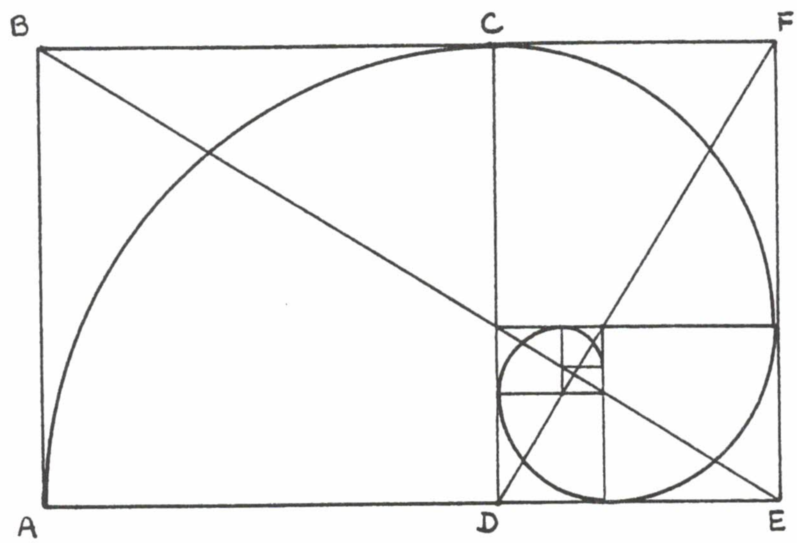
c) Quelles sont les mesures des angles du triangle ABD ?
Quelle est la nature du triangle ABD ?
Calcule le rapport $\frac{AB}{BD}$.

d) De la même façon, construis le triangle d'or EDC (E appartenant au segment [BC]), puis le triangle d'or EFC (F appartenant au segment [CD]) et ainsi de suite ...

IV Spirales

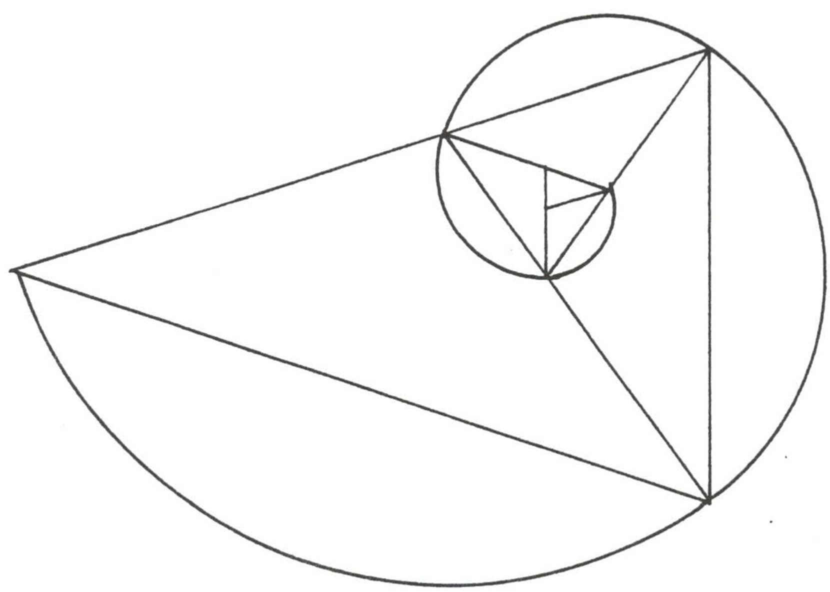
a) à partir d'un rectangle d'or

- construis un rectangle d'or ABFE de mêmes dimensions qu'au I
- trace les diagonales BE et DF des rectangles d'or
- observe la construction
- repère et numérote les centres des arcs de cercle. Ils sont alternativement sur les deux diagonales tracées
- trace soigneusement la spirale.



b) à partir d'un triangle d'or

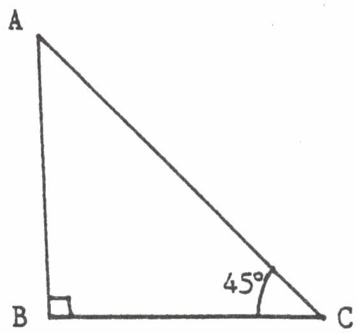
- construis un triangle d'or de base 10 cm
- observe la construction ; repère les côtés parallèles et les segments égaux
- numérote les centres des arcs de cercle
- trace soigneusement la spirale.



LE DENDROMETRE DU BUCHERON.

1ère ETAPE :

Observe le triangle suivant:



Calcule l'angle $\widehat{A}$:

____

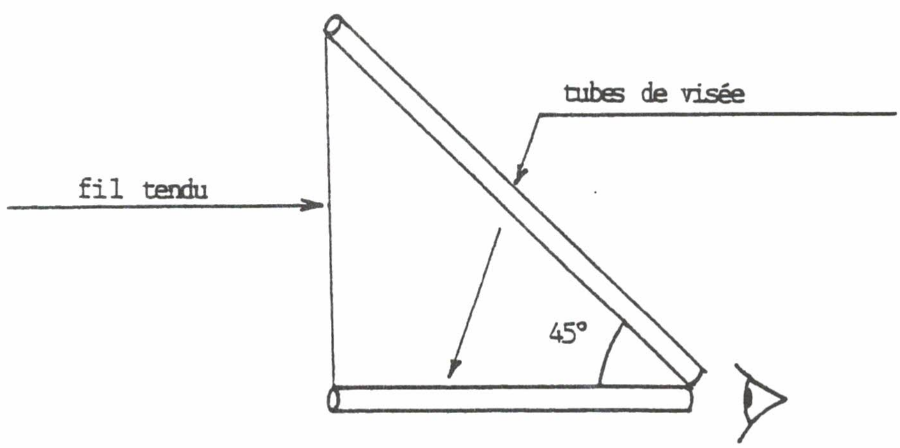
____

Donc ce triangle est un triangle ______________________
Compare les côtés AB et BC :

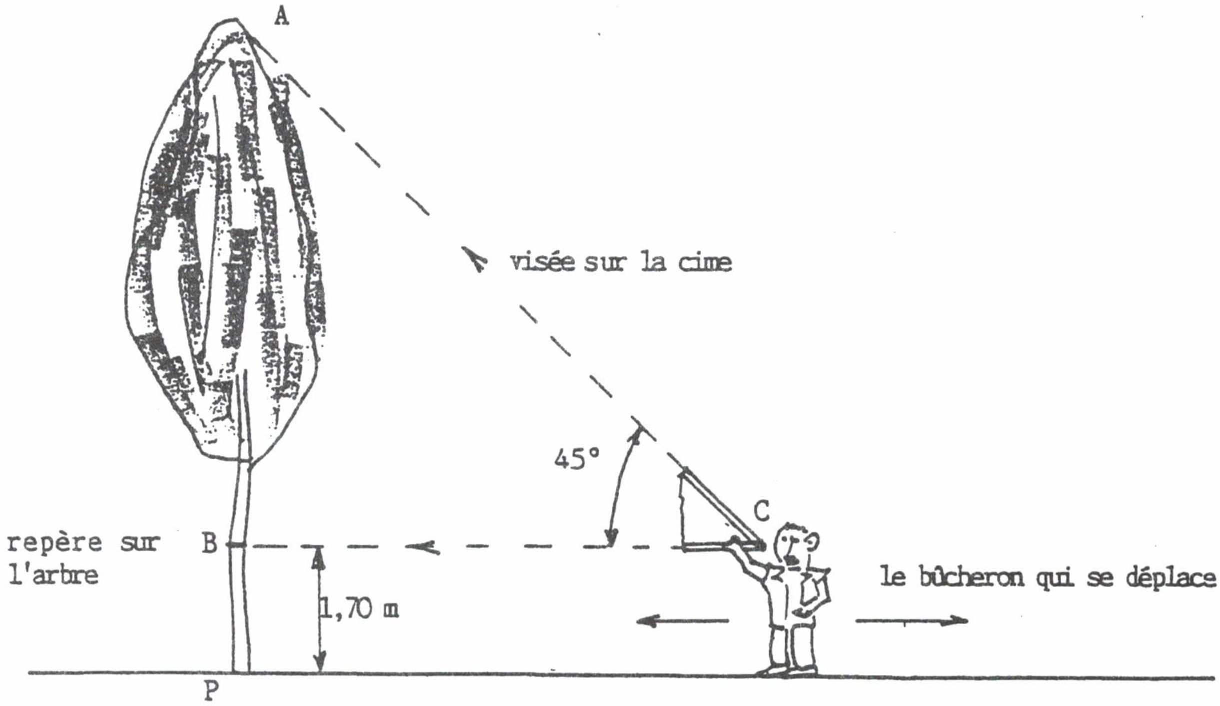
____

2ème ETAPE :

Un bûcheron veut mesurer la hauteur d'un arbre. Il possède le matériel suivant : un dendromètre.



Principe : - visée de l'oeil sur 2 repères au travers des 2 tubes.
- 1 mesure et 1 calcul simple pour déterminer la hauteur de l'arbre.



Utilisation :
le bûcheron trace 1 repère sur l'arbre correspondant à la hauteur de ses yeux.
Il s'écarte jusqu'à obtenir au travers des 2 tubes la visée du repère sur l'arbre et la visée de la cime de l'arbre.
Il se trouve alors à <u>20 m</u> de l'arbre, par exemple.

Calcule la hauteur AB :

____

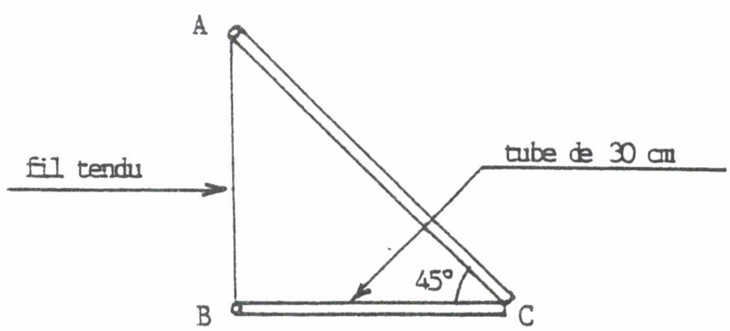
Calcule la hauteur de l'arbre :

____

3ème ETAPE :

Réalise un dendromètre et prends quelques mesures.
(en négligeant dans les calculs le diamètre du tube.)

matériaux utilisables : tubes électriques plastiques
tubes cuivre
tubes carton
.....



Calcule la longueur du fil pour obtenir l'angle $\hat{C} = 45°$:

____

Calcule la longueur du 2ème tube :

____

____

où l'on parlera de distance ...

OBJECTIFS :

- Découvrir les propriétés de la bissectrice (égalité d'angles et de longueurs).
- Construire la bissectrice d'un angle.
- Utiliser les propriétés de la bissectrice.

PRE-REQUIS :

- Construire la distance d'un point à une droite.
- Tracer des cercles tangents à une droite.

CLASSES :

- Classes de 4ème collège, technologique, préparatoire

COMMENTAIRES :

Cette fiche introduit les propriétés de la bissectrice d'un angle.
Dans un premier temps, grâce à une série de constructions et de mesures, l'élève est amené à constater qu'une "certaine droite" partage le triangle en deux parties vérifiant des propriétés d'équidistance aux côtés.
Dans le deuxième exercice, l'élève est amené à savoir repérer une telle situation, si nécessaire avec l'aide du professeur.
Une fois que l'intérêt d'une telle droite a été montré, dans un troisième temps, on propose à l'élève une construction où il est conduit une nouvelle fois à repérer la situation "bissectrice d'un triangle".
Ayant manipulé et expérimenté, l'élève doit maintenant retenir quelques figures clés : c'est l'objet de l'exercice IV. Il serait pertinent de lui faire noter ces figures en introduisant ici le mot de bissectrice afin qu'il conserve une image mentale de cette droite.
Les exercices V et VI constituent des réinvestissements de cette notion (cercles tangents, point de concours des bissectrices).

Cette fiche permet également de réutiliser les notions d'échelles.

où l'on parlera de distance ...

Je n'aurai pas le droit
D'avoir des préférences
Pour un des deux côtés.

Juste milieu je suis
Jusqu'à la fin des fins.

C'est donc ne pas savoir,
Jamais, si je fais bien.

Euclidiennes de GUILLEVIC

I) Construis un triangle ABC tel que
AB = 10 cm, AC = 12 cm et BC = 14 cm.

Place un point M à l'intérieur du triangle ABC.

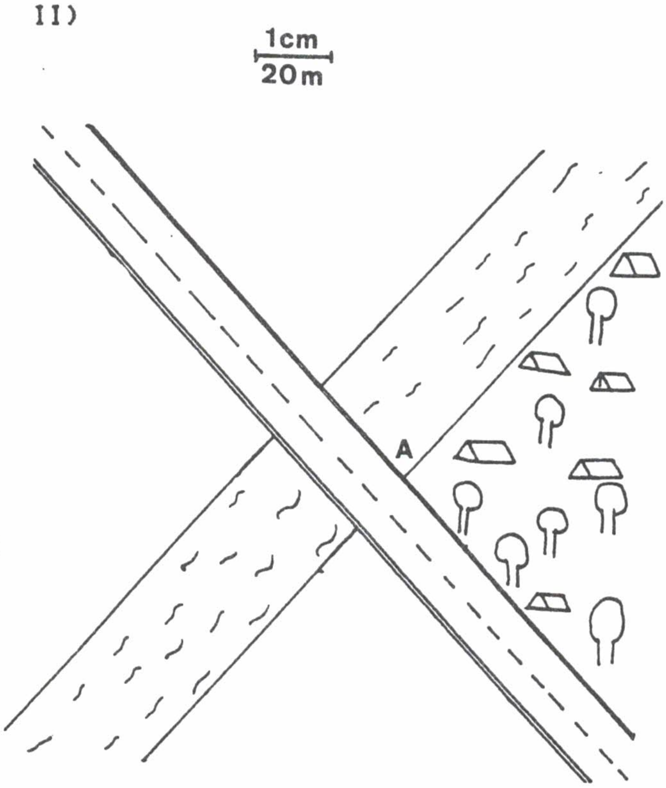
Mesure la distance du point M à la droite (AB).
Mesure la distance du point M à la droite (AC).

Si la première des deux distances est la plus petite, colorie le point M en vert. Si elle est la plus grande, colorie le point M en bleu. Si les deux distances sont égales, colorie le point M en rouge.

Recommence ce travail avec une dizaine de points.

Comment sont placés les points de différentes couleurs ? Peut-on colorier entièrement le triangle ? Comment ?

II)



Je veux planter ma tente dans le terrain de camping à <u>égale distance</u> de la berge du canal et du bord de la route.

Où dois-je la planter <u>pour être en plus</u> :
a) à 30 m du pont (point A) ?
b) à plus de 50 m du pont ?
c) à 80 m de la route ?

III) Trace un angle $\widehat{xAy}$.

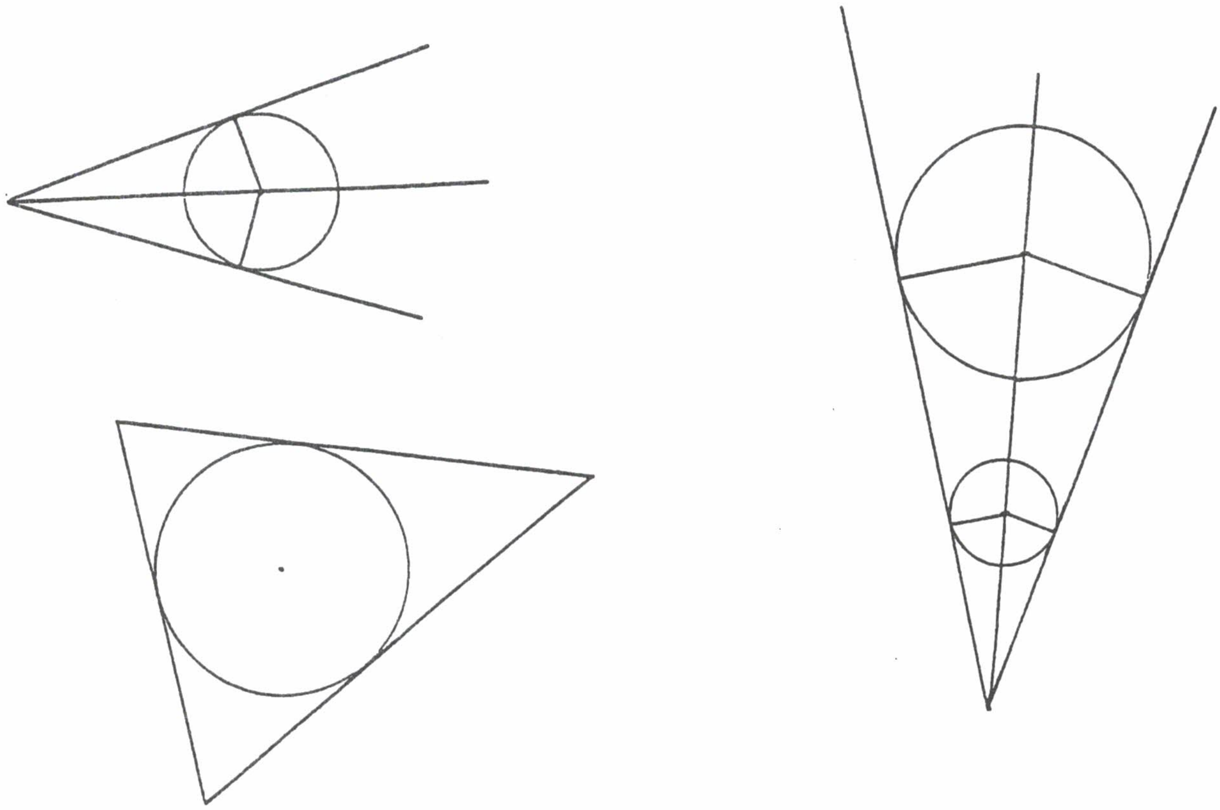
Trace un arc de cercle de centre A et de rayon 3 cm. Cet arc coupe [Ax) en C et [Ay) en D.

Trace un arc de cercle de centre C et de rayon 3 cm et un arc de cercle de centre D et de rayon 3 cm. Ces deux arcs de cercle se coupent en E. Trace la droite (AE).

Marque un point F sur la droite (AE) et mesure la distance de F aux côtés de l'angle $\widehat{A}$. Que constates-tu ? Mesure les angles $\widehat{xAy}$, $\widehat{FAx}$ et $\widehat{FAy}$.
Recommence avec deux autres points G et H de la droite (AE).

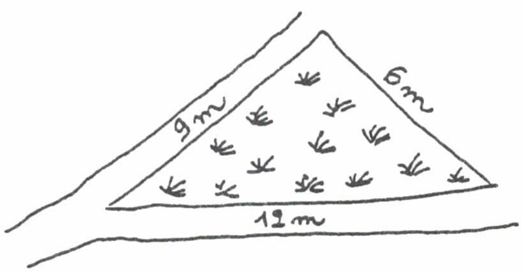
IV) Marque les égalités de longueur et d'angle :

V) Dans les figures suivantes, les cercles sont tangents aux côtés des angles.
Marque les égalités de longueur et d'angle :



VI) Monsieur Dujardin a une pelouse triangulaire qu'il veut arroser à l'aide d'un tourniquet. Où placer le tourniquet et quel rayon choisir pour arroser la plus grande surface possible sans arroser les allées ?

Résous ce problème à l'aide d'un dessin à l'échelle 1/100ème.



le bassin

OBJECTIFS :

- Analyser une figure.
- Organiser une construction.
- Organiser une résolution de problème.

PRE-REQUIS :

- Appliquer les relations trigonométriques ou le théorème de Pythagore (dans un triangle équilatéral ou rectangle isocèle).
- Calculer des longueurs d'arc et des aires de secteurs circulaires.

CLASSES :

- Classes de 4ème collège
- Classes de 3ème technologique
- Classes de BEP 1ère année

COMMENTAIRES :

Les objectifs de cette fiche sont l'analyse de la figure avec les calculs d'angles et la détermination des longueurs égales, l'organisation de la construction et enfin une méthode pour conduire les calculs du périmètre, de l'aire.

PROLONGEMENT POSSIBLE :

Pour aller plus loin, on peut chercher la longueur BC pour que la longueur GF soit 50 m.

le bassin

Cette figure représente un bassin vu de dessus.
A est le centre de l'arc de cercle $\overset{\frown}{GE}$ et D est le centre de l'arc de cercle $\overset{\frown}{CF}$.
La droite (xy) est axe de symétrie du bassin.

1) Indiquer les égalités de longueur et d'angle et construire la figure à l'échelle 1/200.

2) Calculer le périmètre du bassin à 0,01 m près.

3) Calculer l'aire du bassin à 0,01 m² près.

4) Calculer le volume du bassin (à 0,01 m³ près) sachant que sa profondeur est de 75 cm.

(d'après le sujet de CAP industriel AMIENS 1981)