HENRI POINCARÉ
NANCY 1
I.R.E.M. DE LORRAINE

Le Théâtre au service de l'algèbre

Niveau 4ème

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université de NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 1996
n° de la publication : 2-85406-151-9
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Michel BONN

Les auteurs :

Josette BEAUJEAN

Catherine FOSSADIER

Michèle MUNIGLIA

Isabelle RAULET

Lysiane ROMELOT

Introduction

Le théatre au service de l'algèbre
Niveau 4ème

Théâtre et algèbre : deux termes qui a priori n'ont pas de rapport entre eux. Le présent fascicule va essayer de montrer une certaine forme de théâtralisation de l'algèbre qui permet l'acquisition des règles fondamentales qui jalonnent le parcours mathématique de l'élève de 4ème.

Il nous faut d'abord préciser les règles qui seront abordées. L'objectif essentiel que nous nous sommes fixé est la maîtrise de l'algorithme de résolution de l'équation $ax + b = cx + d$ qui nécessite de savoir transposer, réduire, diviser dans "*le bon sens*" et sans mélanger les opérations... Pour atteindre ce but fondamental, la méthode amènera, chemin faisant, à clarifier les idées sur le calcul, sur les relatifs, les réductions de termes semblables, les fractions et même la multiplication des nombres relatifs, tous ces sujets représentant une proportion importante de l'algèbre de 4ème. En termes de prérequis, il n'y en a pas de vraiment indispensables. Le travail proposé permet, en effet, une reprise de tous les sujets de 5ème : relatifs, équations $a + x = b$; $a - x = b$; $a x = b$. Il conviendra donc à toutes les catégories d'élèves. Il sera une excellente révision pour ceux qui auront vu ces notions en 5ème et il pourra être une introduction pour ceux qui n'auraient pas tiré pleinement profit de leur enseignement de 5ème.

Bien que la méthode pédagogique proposée fasse appel au théâtre, il ne s'agit pas d'un simple gadget à utiliser ponctuellement.

- Du point de vue mathématique,

c'est une série d'activités (11 au total) qu'il est possible de commencer dès le début de l'année scolaire à raison d'une séance par semaine suivie d'un ou deux exercices rapides qui se dérouleront au début des deux heures suivantes. Ce sont les résultats des exercices qui permettront au professeur de mesurer l'impact de la séance de théâtre. Il ne faut pas hésiter à recommencer une activité qui semblerait ne pas avoir porté ses fruits. D'ailleurs, à partir de la deuxième séance, les deux premiers exercices reprennent systématiquement la difficulté travaillée à la séquence précédente.

Les objectifs proposés sont dans l'ordre :

1 - Résolution de $a + x = b$ avec révision du calcul sur les
- relatifs.
2 - Utilisation du calcul sur les relatifs pour réduire.
3 - Ordre et réduction des sommes algébriques.
4 - Introduction de $- x$
5 - Traitement astucieux de l'équation.
6 - Introduction de la division.
7 - Division avec des nombres négatifs.
8 - Fractions dans les termes constants.
9 - Coefficient de x fractionnaire.
10 - Division par une fraction.
11 - "Des fractions partout".

A la lecture des objectifs, on notera que l'idée première de résolution d'équations devient un prétexte pour soulever toutes sortes de problèmes auxquels le jeu théâtral permettra d'apporter des réponses. C'est peut-être là la différence essentielle avec une méthode traditionnelle. En effet, les règles de calcul ne sont pas connues avant d'entamer l'étude des équations. C'est à propos de cette étude que l'on rencontre le calcul et c'est le théâtre qui donne la règle. En effet, pour une même équation, le théâtre permet une diversité de situations de mises en scène. Le rapprochement des résultats donne alors le moyen de dégager les règles de calcul. Un même choix pédagogique de découpage peut sans doute être envisageable dans une pédagogie traditionnelle du "papier-crayon" et c'est pourquoi il nous faut insister sur l'aspect pédagogique propre à cette stratégie d'apprentissage.

- **Du point de vue pédagogique,** donc, deux aspects sont à noter particulièrement :

a) la gestion de la classe.

Cette activité se déroule avec toute la classe et donne lieu à une gestion d'un travail d'équipe où tous les élèves, quel que soit leur niveau, peuvent se sentir concernés. Le passage par chacune des situations d'acteur, de metteur en scène, de spectateur donne à l'élève différentes façons d'appréhender, de vivre la difficulté. Il est d'ailleurs tout à fait recommandé de veiller à ce que chaque élève ait l'occasion de se trouver dans les trois situations. Un point important pour la réalisation : elle a lieu hors du contexte de la classe dans la mesure où il faut créer un nouvel espace : le théâtre (voir à ce sujet le préambule).

b) la géométrisation.

En plus de l'aspect ludique dégagé dans le paragraphe précédent, il faut s'attarder sur le fait que cette méthode permet une traduction géométrique des règles d'algèbre formelles et abstraites. Ainsi, par exemple, la distinction entre transposition et division s'appuiera sur des différences de plan : la transposition se déroule dans un plan frontal alors que la division nécessite un déploiement dans une direction perpendiculaire à ce plan frontal. On peut penser, et l'expérimentation le prouve, que le processus d'"image mentale" est à l'oeuvre et que les élèves ont un véritable point d'appui lorsqu'ils se retrouvent, seuls, face à leur feuille.

La méthode proposée est donc faite des deux points de vue développés : le choix de la progression mathématique et le dispositif pédagogique. Il ne faut toutefois pas négliger l'importance du lien entre eux qui se fait par le biais du retour permanent à une activité "papier-crayon" de traduction du jeu théâtral. Cette étape très importante permet, petit à petit, un cheminement vers l'abstraction dont l'aboutissement réussi est la rupture avec le théâtre qui ne subsiste dans un premier temps que comme image mentale pour disparaître totalement si l'apprentissage est fait. On peut noter à la lecture des exercices proposés que le théâtre n'est opérationnel que pour des nombres simples. L'examen des exercices rapides proposés pour les séances suivantes montre que l'on évolue vers l'abstraction en proposant aux élèves des nombres à virgule qui n'ont pas de signification théâtrale.

Même si les fractions ont une représentation théâtrale qui est la verticalité, on se limite à l'utilisation de fractions simples : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$. On atteint d'ailleurs ici les limites de la méthode. A partir du moment où la résolution conduit à des quotients de fractions, la mise en scène devient très compliquée et le jeu théâtral n'est plus un véritable outil. L'aboutissement est peut-être justement au moment où l'élève préfère l'écriture mathématique à la réalisation théâtrale et donc à l'imagerie géométrique, qui devient fastidieuse.

Préambule

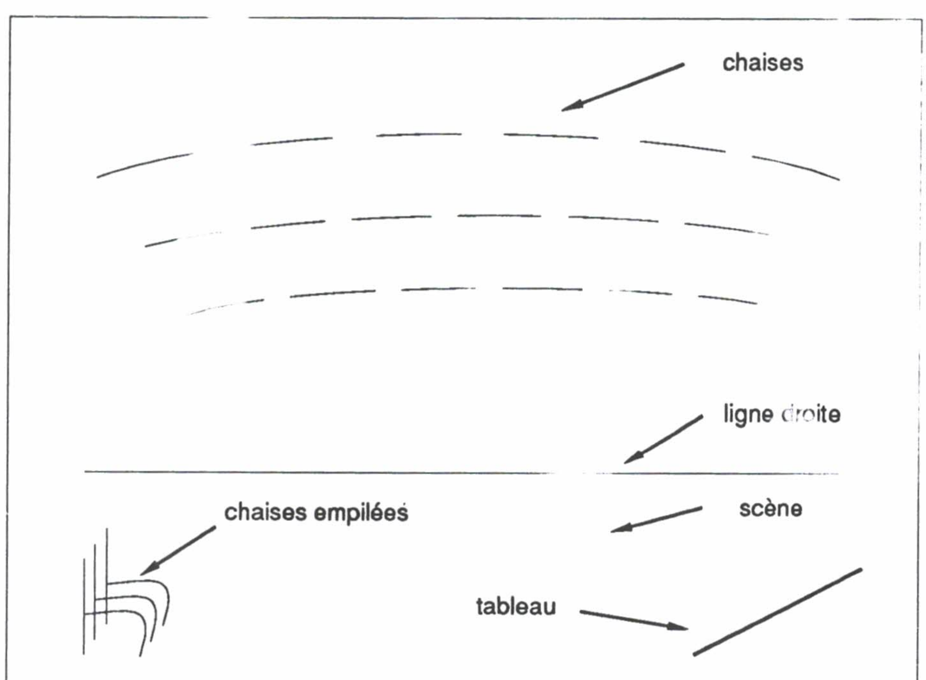
Ce préambule précise les données matérielles et techniques permettant un déroulement optimal des séances théâtrales proposées.

I - Données matérielles

a) le lieu.

Le lieu idéal est une salle différente de la salle de classe. Il faut y créer un nouvel espace : le théâtre constitué de deux ou trois rangées de chaises disposées en arc de cercle et d'une zone libre matérialisant la scène. Cette installation peut nécessiter une mise en place relativement fastidieuse. Il faut la gérer en responsabilisant des équipes d'élèves qui la prendront en charge avant le début du cours et aussi après.

Sur cette scène, on disposera un tableau, de préférence dans un angle. On y placera aussi quelques chaises empilées. On matérialisera une ligne droite sur le sol face aux chaises des spectateurs.



b) le metteur en scène.

En principe, l'élève metteur en scène est un volontaire.

A partir de l'équation écrite au tableau, il appelle autant d'élèves que l'équation le demande. Il traduit alors l'équation en plaçant les élèves et la chaise sur la ligne en veillant à une tenue impeccable des acteurs [voir II a)]. (Cas particulier de $-x$: l'élève masqué est d'abord placé face au public puis retourné avec un commentaire du metteur en scène : "Arthur masqué représente x, on le retourne il représente $-x$"). Il décide et ordonne les déplacements. Après chaque mouvement de scène, il fait traduire mathématiquement le tableau théâtral. Cette traduction est écrite par chaque élève spectateur sur la feuille et par le professeur au tableau.

Bien veiller à ce que le metteur en scène soit attentif à son spectacle sans le gêner.

Et maintenant, bon spectacle !!

1ère séance

I - OBJECTIF :

Résolution d'équations du type $a + x = b$ et révision du calcul sur les relatifs.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose de réaliser la résolution de quatre équations :

① $x + 2 = 5$
② $x - 3 = 2$
③ $x + 2 = -1$
④ $x - 1 = -3$

Elles permettent de retravailler les quatre types d'opérations : $5 - 2$; $2 + 3$; $-1 - 2$; $-3 + 1$

III - REALISATION THEATRALE :

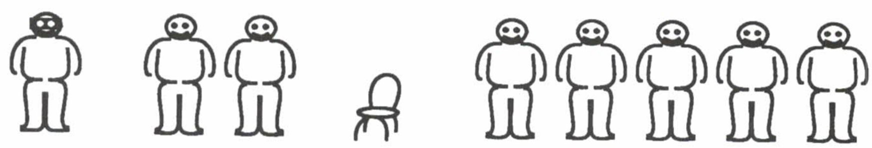
① $\boxed{x + 2 = 5}$

Cette équation est écrite au tableau par le professeur et recopiée par chaque élève sur sa feuille.

a) Mise en place :

C'est le professeur qui dirige la mise en scène. Pour cela, il demande huit élèves volontaires :

- les élèves s'alignent sur un repère du sol (existant ou à créer) en respectant les règles de tenue.
- un élève met un masque.
- le professeur positionne les élèves suivant le schéma :



b) Commentaires faits aux élèves :

Ils sont faits par le professeur qui passe auprès de chaque élève ou de chaque groupe d'élèves en précisant :

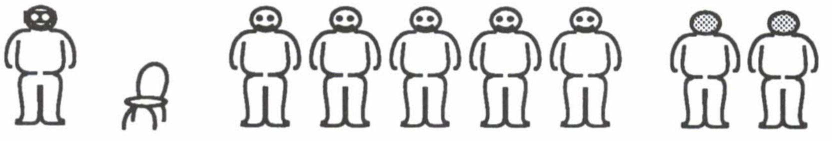
- l'élève masqué représente x
- l'espace suivi de deux élèves **face au public** représente $+ 2$
- la chaise représente le signe "égal"
- cinq élèves, **face au public**, constituent le second membre.

Les commentaires étant faits, le professeur metteur en scène, sollicite la relecture de l'équation à partir du tableau théâtral.

c) *Mouvements de scène :*

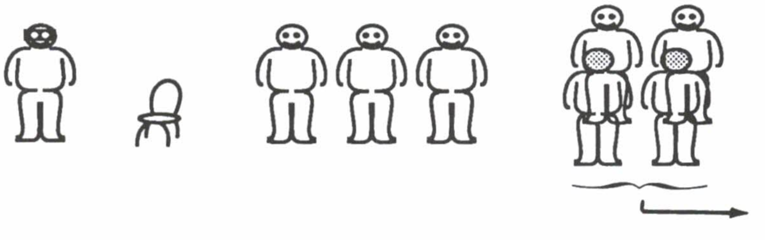
1 - Pour isoler l'élève masqué, le premier mouvement de scène autorisé est le demi-tour **autour de la chaise dans le sens de la marche.**

Dans le cas présent, les deux élèves face au public et à gauche de la chaise tournent autour de celle-ci dans le sens de la marche. Ils s'arrêtent sur le repère pour donner lieu à la configuration qui est lue et écrite à la fois au tableau et sur les feuilles.



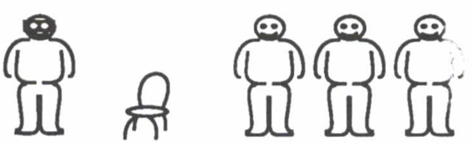
$x \quad = \quad 5 \quad - \quad 2$

2 - Le deuxième mouvement de scène concerne les élèves qui sont à droite de la chaise. Il consiste à réaliser des couples avec les enfants qui ont la possibilité de se mettre face à face. Ainsi les deux enfants qui tournent le dos au public vont se décaler pour se placer en face de deux enfants parmi les cinq qui sont situés face au public.



Après s'être donné la main, les couples ainsi formés quittent la scène.

Il reste alors l'élève masqué, la chaise et trois enfants face au public



ce qui se traduit par $x = 3$

$$\boxed{② \quad x - 3 = 2}$$

a) *Mise en place* :

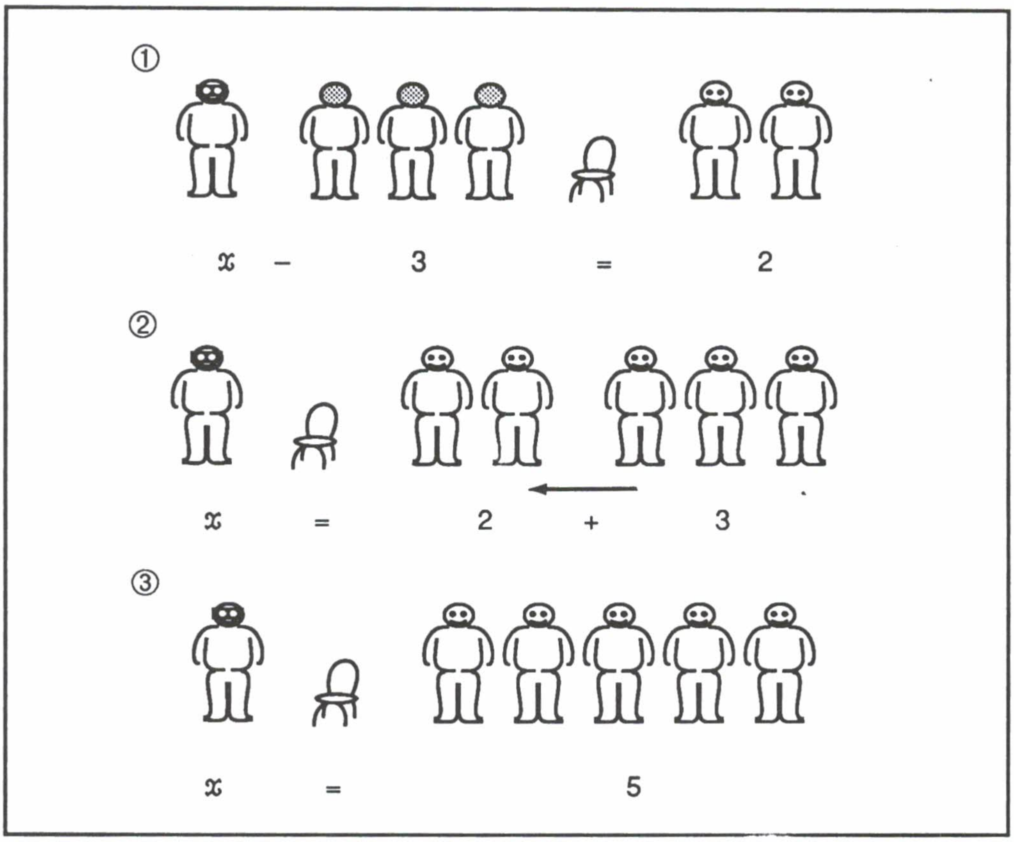
Elle est réalisée par un élève volontaire et les consignes sont les mêmes que pour la 1ère équation.

b) Commentaires faits aux élèves :

C'est l'élève metteur en scène qui les fait avec l'aide du professeur si nécessaire.

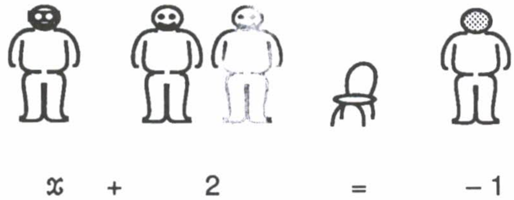
c) Mouvements de scène :

A partir de $x = 2 + 3$ on obtient $x = 5$ par rapprochement latéral des deux groupes d'élèves de face qui constituent le second membre.



③ $x + 2 = -1$

a) Mise en place :

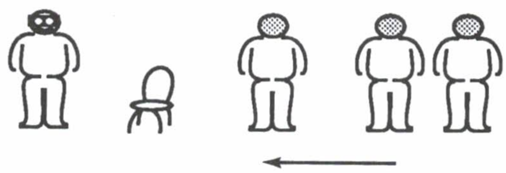


b) Commentaires faits aux élèves :

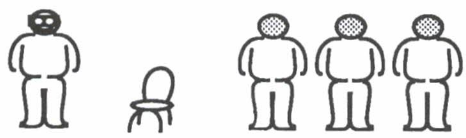
La responsabilité est laissée à l'élève metteur en scène.

c) Mouvements de scène :

A partir de $x = -1 - 2$ on obtient $x = -3$ par rapprochement latéral des deux groupes d'élèves de dos qui constituent le second membre :



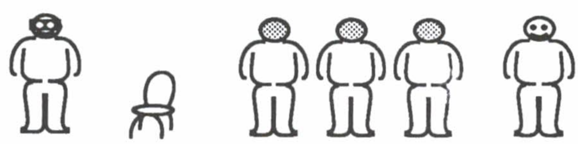
$x = -1 - 2$



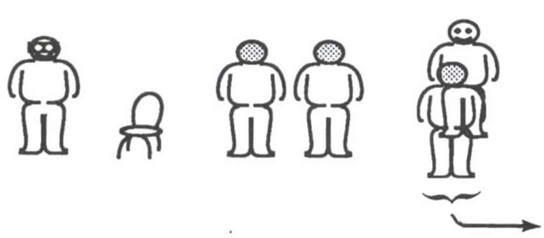
$x = -3$

$\boxed{④ \; x - 1 = -3}$

$x - 1 = -3$



$x = -3 \quad 1$



$x = -2$

IV - REACTIONS DES ELEVES :

a) pendant la séance:

1 - les difficultés que l'on peut rencontrer :

- l'élève de face qui tourne autour de la chaise dans le sens de la marche se retrouve dos au public et éprouve le besoin de se retourner vers ses camarades.

- l'élève de dos qui doit tourner autour de la chaise part à reculons au lieu de contourner la chaise par l'arrière.

- il faut être très vigilant sur la tenue des élèves (voir préambule).

2 - Les points positifs :

- les élèves jouent le jeu avec enthousiasme.
- la traduction mathématique du tableau théâtral se fait sans difficulté.

b) après la séance :

<u>1er rapide</u>

effectue les calculs :

① $7 - 3 =$

② $4 - 5 =$

③ $-2 - 1 =$

④ $-2 + 7 =$

⑤ $2 - 5 =$

⑥ $-3 - 4 =$

⑦ $-4 - 3 =$

⑧ $-4 + 3 =$

⑨ $1 - 6 =$

⑩ $12 - 20 =$

<u>2ème rapide</u>

résous les équations :

① $x + 9 = 5$

② $x - 12 = 6$

③ $x + 3 = -7$

④ $x + 5 = -12$

⑤ $x - 4 = -8$

⑥ $x + 3 = 0$

⑦ $x - 7 = 2$

⑧ $x - 3 = -8$

⑨ $x + 3 = 7$

⑩ $x - 10 = -5$

2ème séance

I - OBJECTIFS :

- réinvestissement de la 1ère séance
- utilisation du calcul sur les relatifs pour réduire.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose de réaliser la résolution des équations :

① $x + 3 = -2$
② $x - 2 = -3$
③ $x + 4 = 6$
④ $x - 5 = 3$
(③ et ④ : à faire selon le niveau de réussite)
⑤ $3 + x = -2$
⑥ $-2 + x = 4$
⑦ $x + 2 + 3 = 1$
⑧ $x - 2 + 1 = 2 - 3$

Dans l'expérience réalisée, les deux équations facultatives n'ont pas été traitées.
L'objectif proposé est atteint par l'introduction de deux nouvelles difficultés :

- x change de place.
- le calcul de réduction sur les relatifs s'ajoute à la résolution.

Les équations plus compliquées (type 7 et 8) peuvent générer plusieurs mises en scène qu'il faut exploiter (voir **III - *b***)

III - REALISATION THEATRALE :

a) Mise en place :

- chaque équation est mise en scène par un élève différent selon le schéma déjà décrit.
- le professeur doit vérifier notamment pour les deux dernières équations, que les espaces existent.

b) Mouvements de scène :

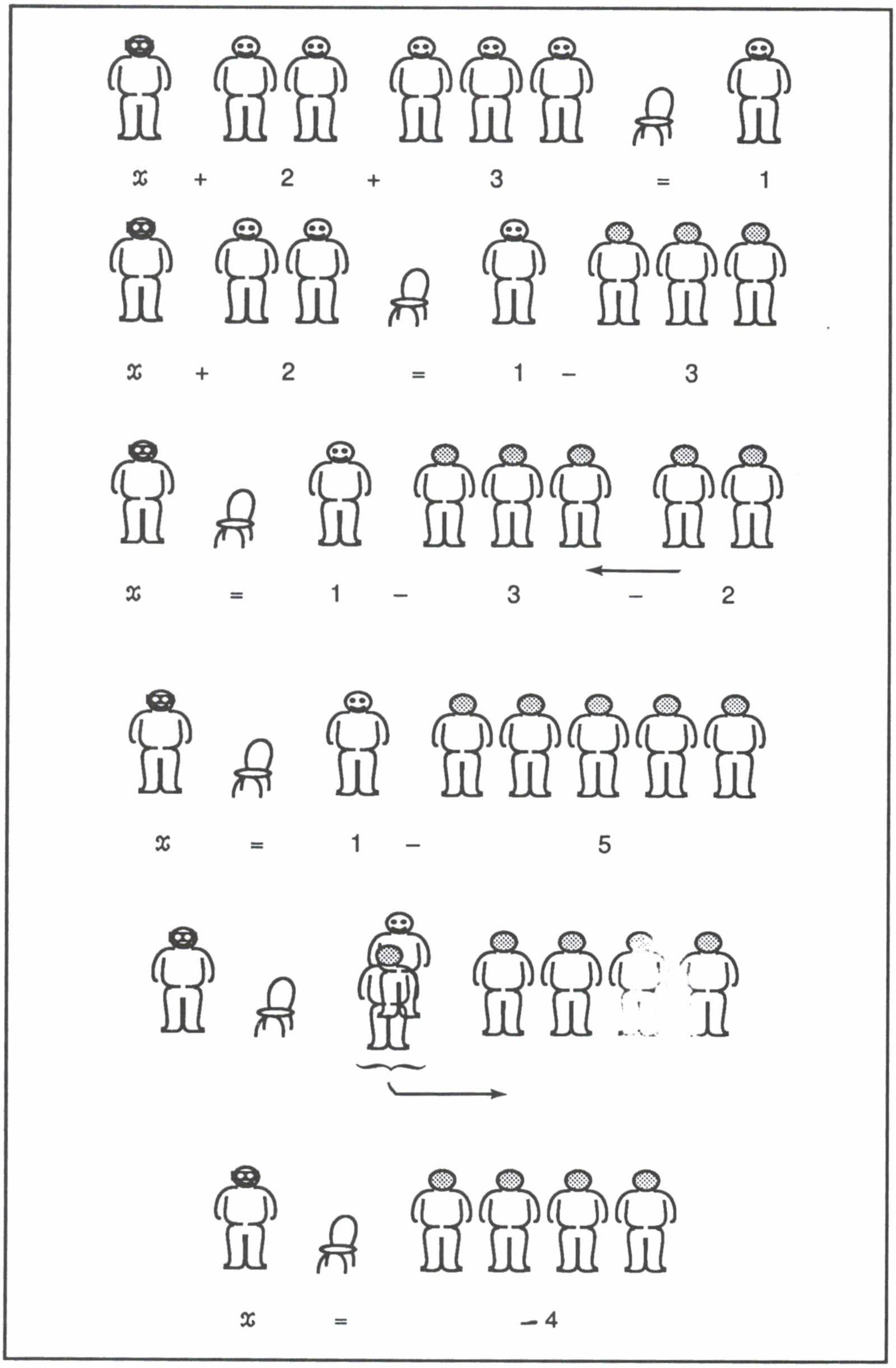
Seules les deux dernières équations méritent commentaires.

Chacune d'elle peut être gérée de trois façons différentes :

$$\boxed{⑦\ x + 2 + 3 = 1}$$

1 - on regroupe les élèves non masqués situés à gauche de la chaise pour obtenir $x + 5 = 1$ puis la mise en scène se poursuit comme d'habitude.

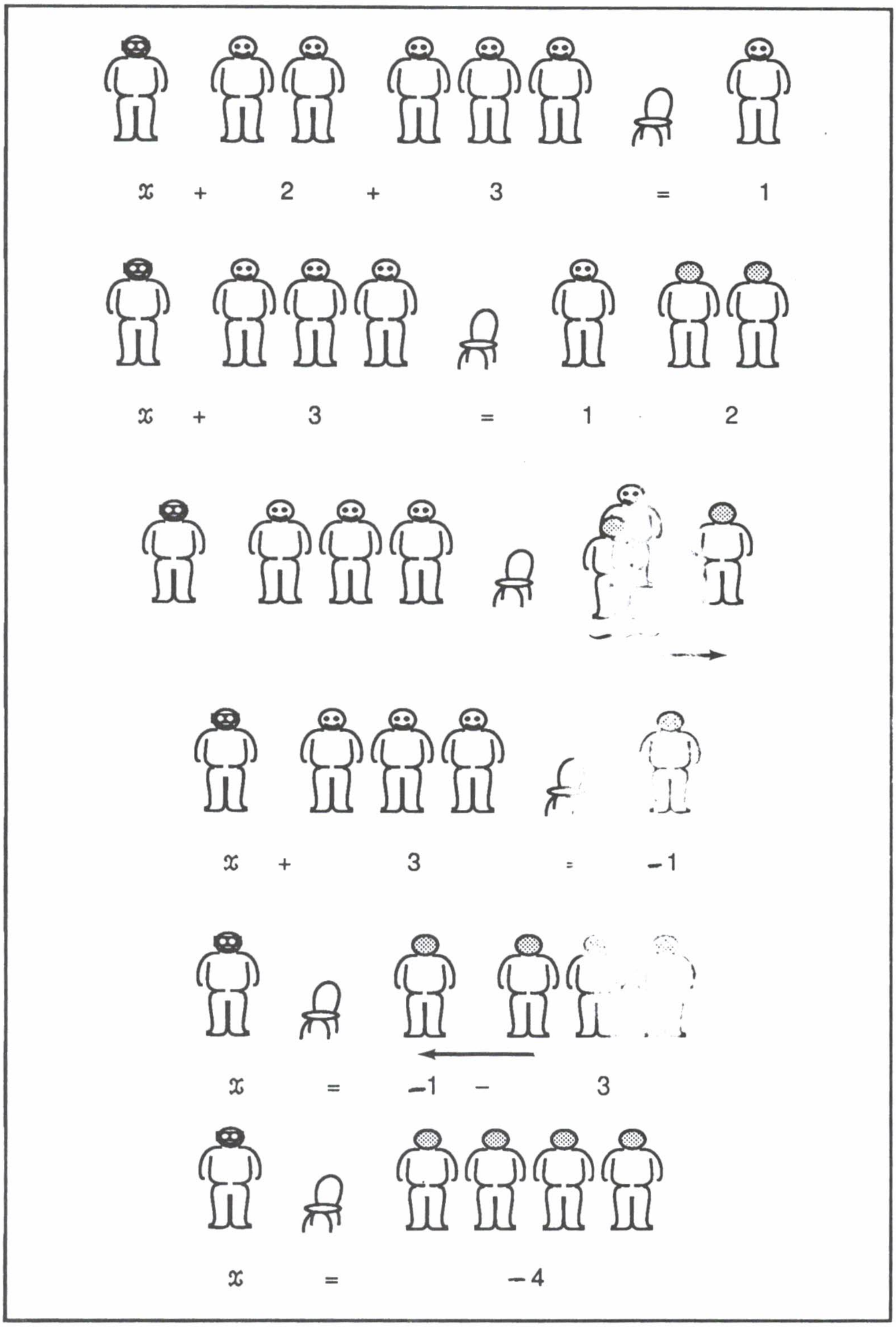
2 - les élèves non masqués situés à gauche de la chaise tournent autour de celle-ci dans le sens de la marche pour obtenir : $x = 1 - 3 - 2$ résultat du déplacement du groupe de trois élèves en premier.



Par le même principe on peut obtenir $x = 1 - 2 - 3$ en faisant d'abord tourner le groupe de deux élèves.

3 - Les élèves réalisent un calcul intermédiaire :

$$\boxed{x + 2 + 3 = 1}$$



IV - REACTIONS DES ELEVES :

a) pendant la séance :

1 - la méthode choisie par les élèves, observée pour la 7ème équation, est de type 1.

2 - Pour l'équation ⑧ $x - 2 + 1 = 2 - 3$ certains élèves réduisent des deux côtés pour obtenir $x - 1 = -1$ puis en un seul mouvement de scène (demi-tour puis couple) ils obtiennent $x = 0$ sans passer par l'étape $x = -1 + 1$. Il n'est pas souhaitable d'accepter cette démarche qui supprime une étape intéressante du calcul.

b) après la séance:

<u>1er rapide</u>

résous les équations :

① $x + 8 = 5$
② $x - 2 = 7$
③ $x - 5 = -8$
④ $3 + x = 5$
⑤ $-2 + x = -3$
⑥ $x + 11 = 20$
⑦ $x - 12 = -21$
⑧ $-5 + x = 13$
⑨ $-10 + x = -30$
⑩ $7 + x = 7$

<u>2ème rapide</u>

réduis puis résous les équations :

① $x + 7 - 5 = 3$
② $x + 3 + 1 = 5$
③ $x + 2 - 4 = -1$
④ $x - 5 + 2 = 2$
⑤ $x - 7 - 1 = -3$
⑥ $x + 2 + 3 = -5 + 1$
⑦ x [illegible] $1 + 7 = 2 - 1$
⑧ x [illegible] $2 - 1 = -3 - 4$
⑨ [illegible] $+ 2 = 6 - 7$
⑩ [illegible] $12 - 20 = -10$

3ème séance

I - OBJECTIFS :

- changer la place des termes dans une somme algébrique : reprise et prolongement.
- réduire les sommes algébriques.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $x + 2 = 1 - 2$
② $x - 3 + 2 = -1 - 4$
③ $-5 + x + 3 = -4$
④ $3 + x - 1 = 2$
⑤ $2x - x + 3 = -4 - 2$
⑥ $-x + 1 + 2x = 2 - 3$

Après révision de la séance précédente par les deux premières équations, les objectifs visés nécessitent l'introduction de deux nouvelles difficultés :

1 - le terme en x sépare les termes constants dans les équations ③ et ④
2 - on introduit deux termes en x dans le 1er membre des équations ⑤ et ⑥

III - REALISATION THEATRALE :

a) Mise en place :

- pour les équations 1 à 4 même mise en place que précédemment.
- les équations 5 et 6 nécessitent la présence de plusieurs [illegible]es masqués dont un sera dos au public.

b) Mouvements de scène :

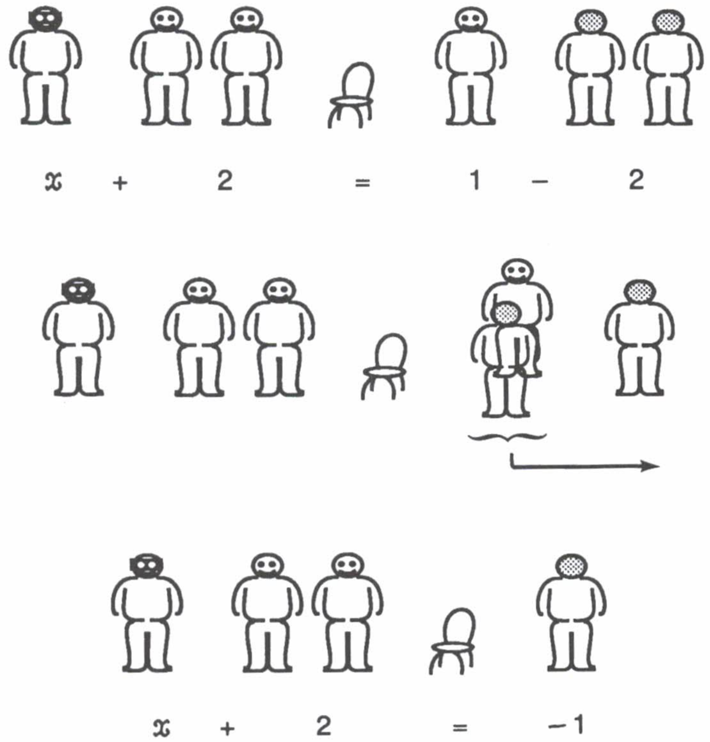
$$\boxed{① \; x + 2 = 1 - 2}$$

Les élèves réduisent le second membre par la méthode des "couples particule-antiparticule" pour obtenir :

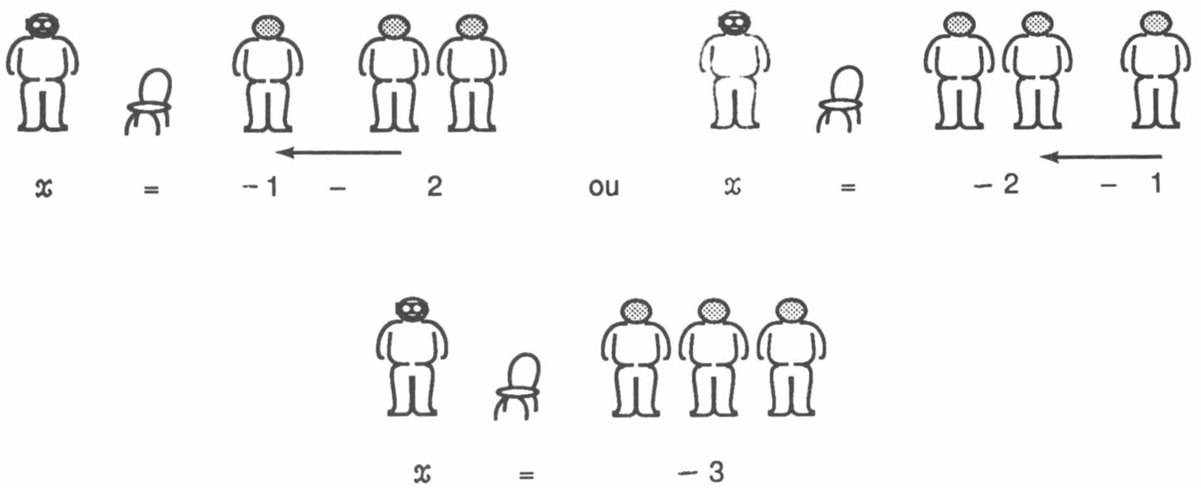
$$x + 2 = -1$$

Par rotation autour de la chaise, on obtient :

$$x = -1 - 2 \text{ ou } x = -2 - 1$$



Par rotation autour de la chaise, deux configurations sont possibles :



Pour obtenir $x = -2 - 1$, le professeur intervient en décalant l'élève dos au public vers la droite, ménageant ainsi un espace entre cet élève et la chaise. Les deux élèves qui tournent autour de la chaise se placent alors dans cet espace.

Au tableau

$x + 2 = 1 - 2$	$x + 2 = 1 - 2$
$x + 2 = -1$	$x + 2 = -1$
$x = -1 - 2$	$x = -2 - 1$
$x = -3$	$x = -3$

$$\boxed{② \; x - 3 + 2 = - 1 - 4}$$

Les réductions se font par couples "particule-antiparticule" dans le premier membre et par rapprochement latéral dans le second membre pour obtenir :

$$x - 1 = - 5$$

En réinvestissant l'équation précédente, par rotation de l'élève dos au public autour de la chaise on obtient : soit $x = - 5 + 1$, soit $x = 1 - 5$.

IV - REACTIONS DES ELEVES :

a) pendant la séance :

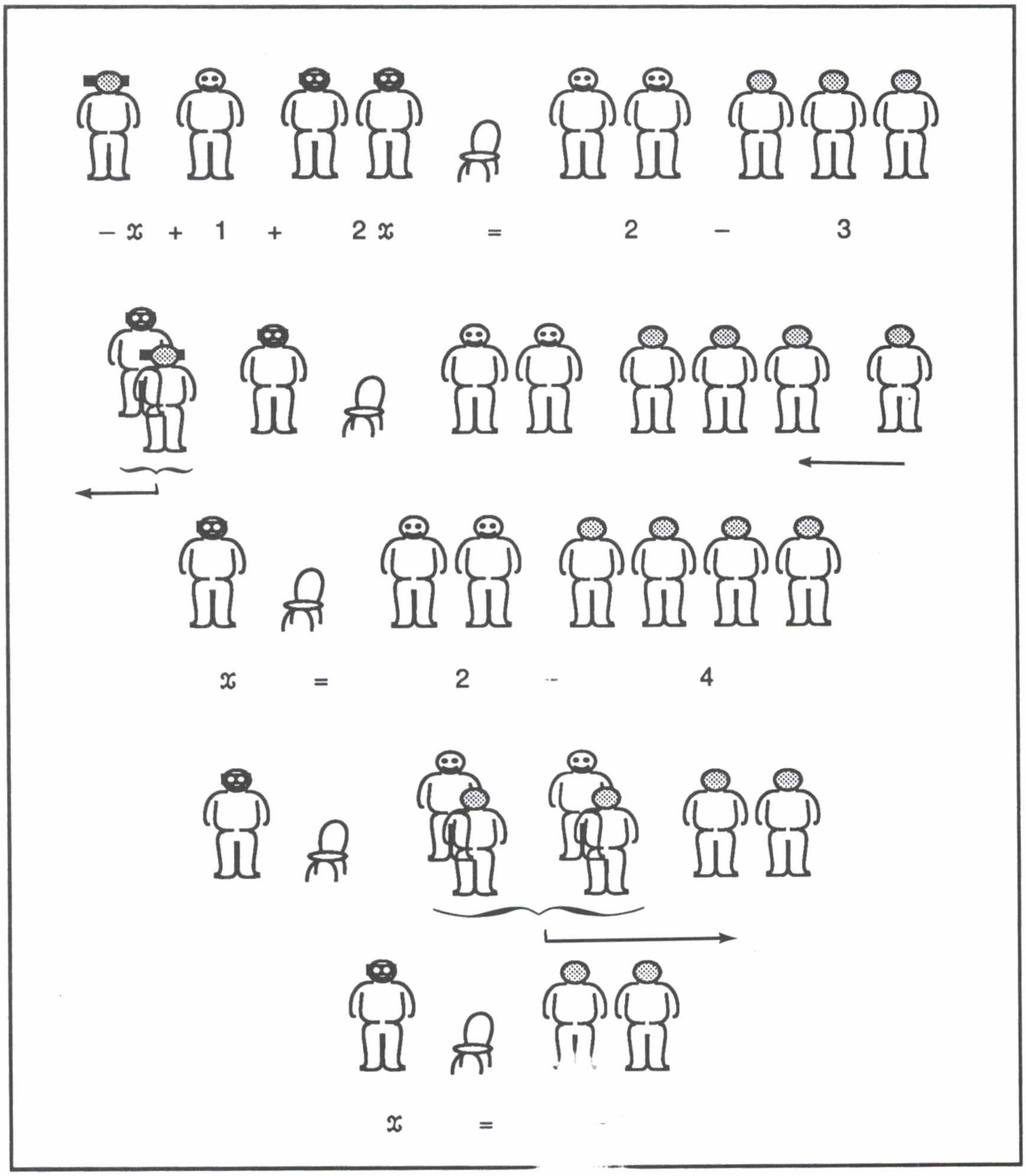
- Pour l'équation $x - 3 + 2 = - 1 - 4$, les élèves réduisent le 1er membre pour obtenir $x - 1 = - 1 - 4$ puis ils réduisent le 2ème membre pour obtenir $x - 1 = - 5$.

- Pour l'équation $- 5 + x + 3 = - 4$, spontanément les élèves regroupent $- 5$ et 3 sans être gênés par x pour obtenir $- 2 + x = - 4$ ou $x - 2 = - 4$.

- Pour l'équation $3 + x - 1 = 2$ les élèves ne réduisent pas le 1er membre mais transposent $- 1$ pour obtenir : $3 + x = 2 + 1$ puis $3 + x = 3$.

- Pour l'équation $2 x - x + 3 = - 4 - 2$ les élèves réduisent d'abord le 2ème membre pour obtenir $2 x - x + 3 = - 6$ puis ils regroupent sans difficulté les élèves masqués et ils obtiennent $x + 3 = - 6$.

- Pour l'équation $- x + 1 + 2 x = 2 - 3$ le dessin montre une démarche possible mettant en valeur le regroupement des personnes masquées et le calcul sur les sommes algébriques de plus de deux termes.



b) après la séance :

<u>1er rapide</u>

écris autrement sans calculer :

ex : $2 - 3 = -3 + 2$

① $5 - 2 =$
② $-3 + 7 =$
③ $-2 - 1 =$
④ $2 + 1 =$
⑤ $-7 + 6 =$
⑥ $2 - 5 + 3 =$
⑦ $-1 + 4 - 2 =$
⑧ $-2 - 1 - 3 =$
⑨ $2 + 7 - 4 =$
⑩ $-3 + 5 + 6 =$

<u>2ème rapide</u>

réduis et résous les équations :

① $x + 10 - 5 = -2 + 3$
② $x - 7 + 2 = -1 - 4$
③ $2 + x + 5 = -3 - 1$
④ $-4 + x - 1 = 2 + 3$
⑤ $-7 + x + 2 = -3 + 4$
⑥ $2x - x + 4 = -1$
⑦ $3 + 2x - x = 7$
⑧ $2x + 1 - x = 4$
⑨ $-x + 3 + 2x = -8$
⑩ $-x - 4 + 2x = -15$

4ème séance

I - OBJECTIFS :

- Passage à un début d'abstraction par anticipation mentale des mouvements de scène.
- Introduction du $-x$ par le biais d'un calcul algébrique.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $3x - 2x = -1 + 2$
② $-2x + 1 + 3x = -2$
③ $x - 3 - 2x = 2$

Les deux premières équations sont du même type que celles de la séance n° 3 mais on met l'accent sur une mise en scène mentale qui sert de support à la résolution mathématique.

La troisième équation permet d'aborder la difficulté de $-x$.

III - REALISATION THEATRALE :

a) Mise en place :

$$\boxed{① \; 3x - 2x = -1 + 2}$$

La mise en place de cette équation est la même que pour les précédentes. Mais on ne la réalisera qu'après avoir pensé et dit la mise en scène en "termes de théâtre".

1 - on décrit la mise en place "imaginée dans sa tête" de l'équation proposée :

3 élèves masqués face au public
1 espace
2 élèves masqués dos au public
la chaise
1 élève dos au public
1 espace
2 élèves face au public

2 - on imagine à partir de là le 1er mouvement de scène.
on forme deux couples avec les élèves masqués situés à gauche de la chaise.

3 - on exige une traduction mathématique écrite individuelle : $x = -1 + 2$

4 - on continue à imaginer le 2ème mouvement de scène.
on forme un couple avec les élèves non masqués situés à droite de la chaise.

5 - on exige à nouveau la traduction mathématique écrite individuelle : $x = 1$

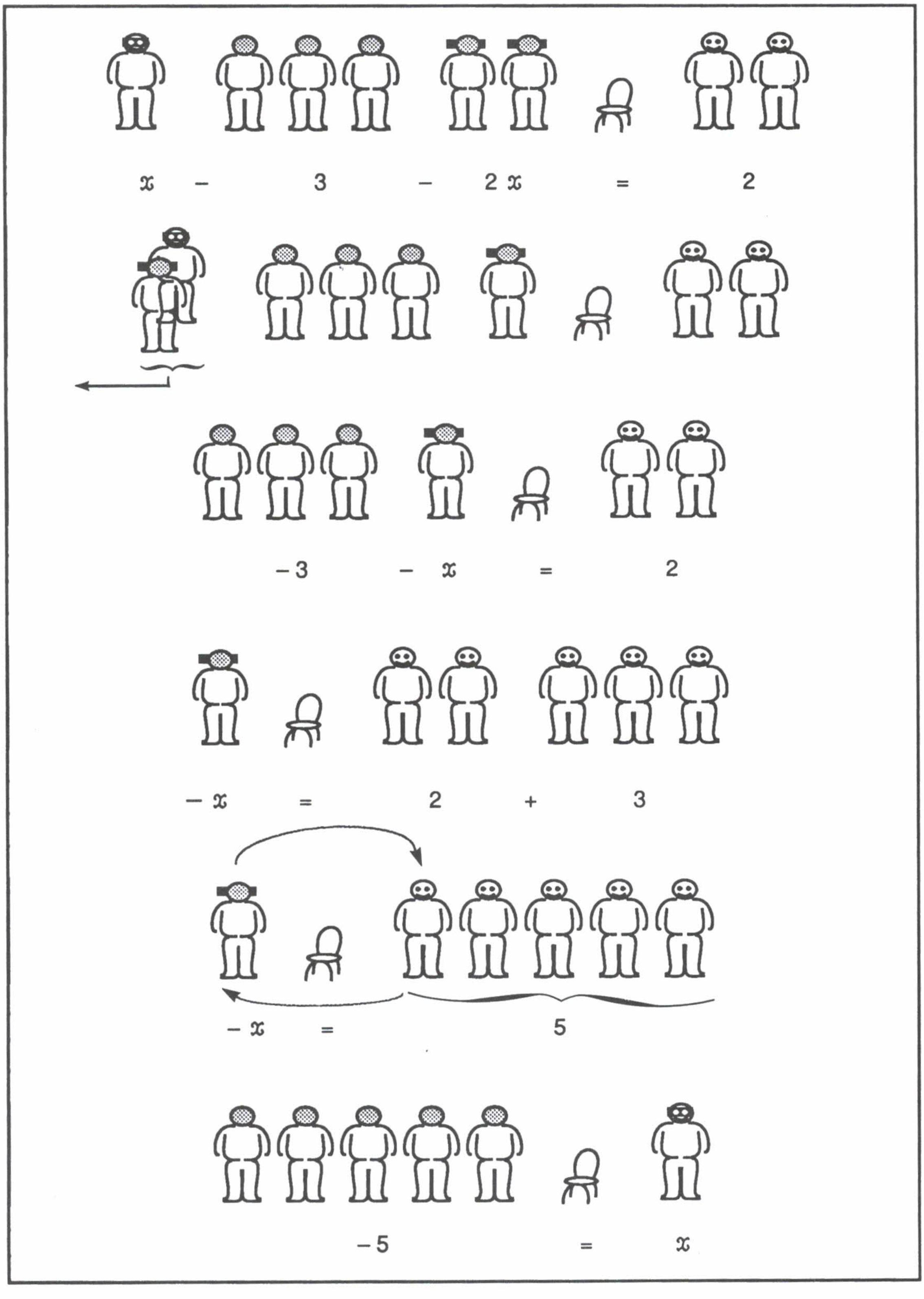
6 - on réalise alors la mise en place et la mise en scène.

Pour les deux équations suivantes, on exige la mise en scène "parlée" avant de passer à la mise en scène théâtrale.

b) Mouvements de scène :

Pour l'équation $-2x + 1 + 3x = -2$ les élèves constituent facilement deux couples d'élèves masqués à gauche de la chaise pour obtenir : $x + 1 = -2$ qu'on sait résoudre.

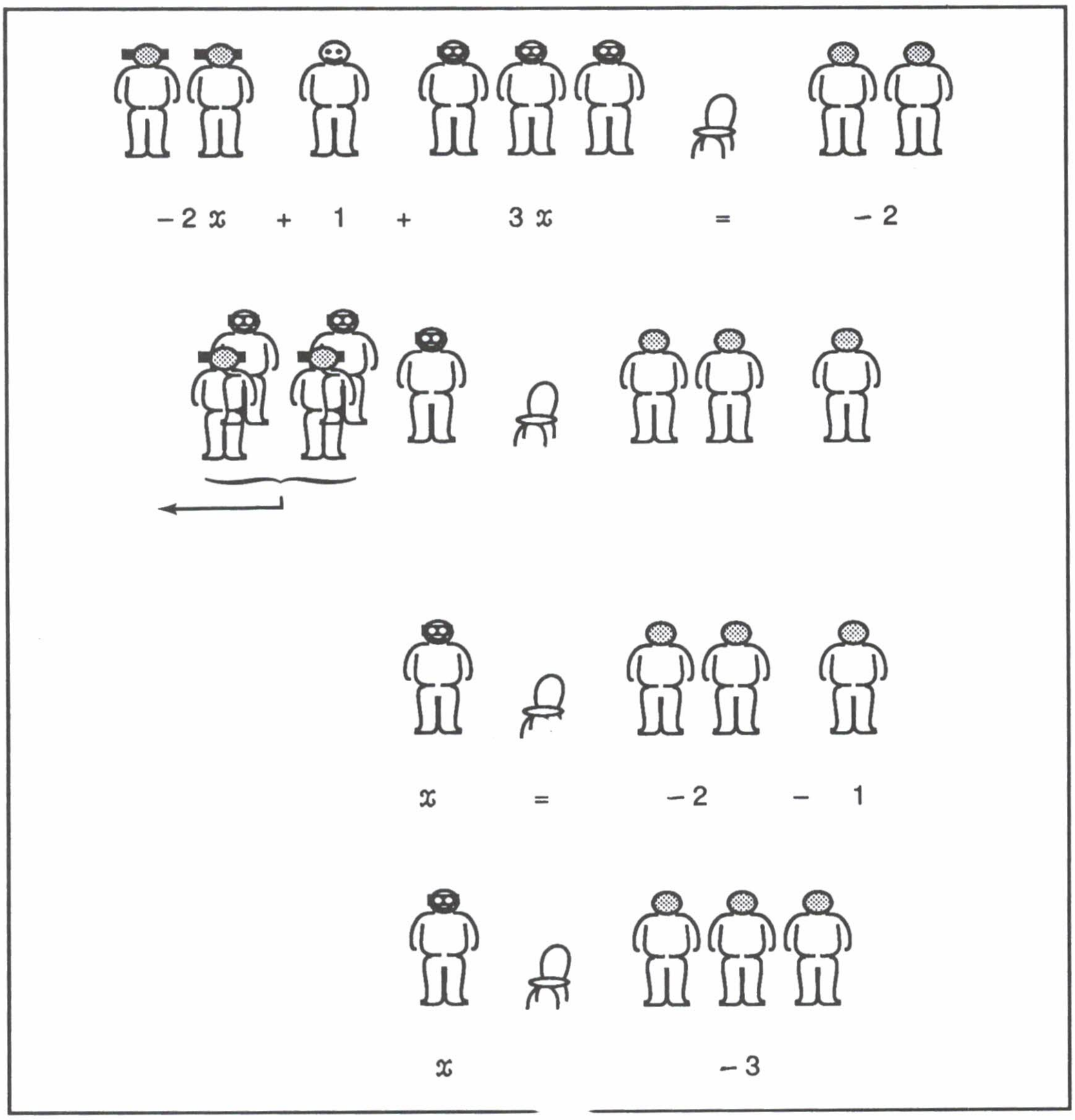
Pour l'équation $x - 3 - 2x = 2$, les élèves forment des couples avec les personnes masquées à gauche de la chaise pour obtenir : $-3 - x = 2$ puis en procédant comme d'habitude on arrive à $-x = 5$. Le problème n'est pas résolu car la personne masquée est de dos. Spontanément, les élèves proposent de faire tourner la personne masquée et les cinq autres personnes autour de la chaise dans le sens de la marche, ce qui conduit à $-5 = x$.



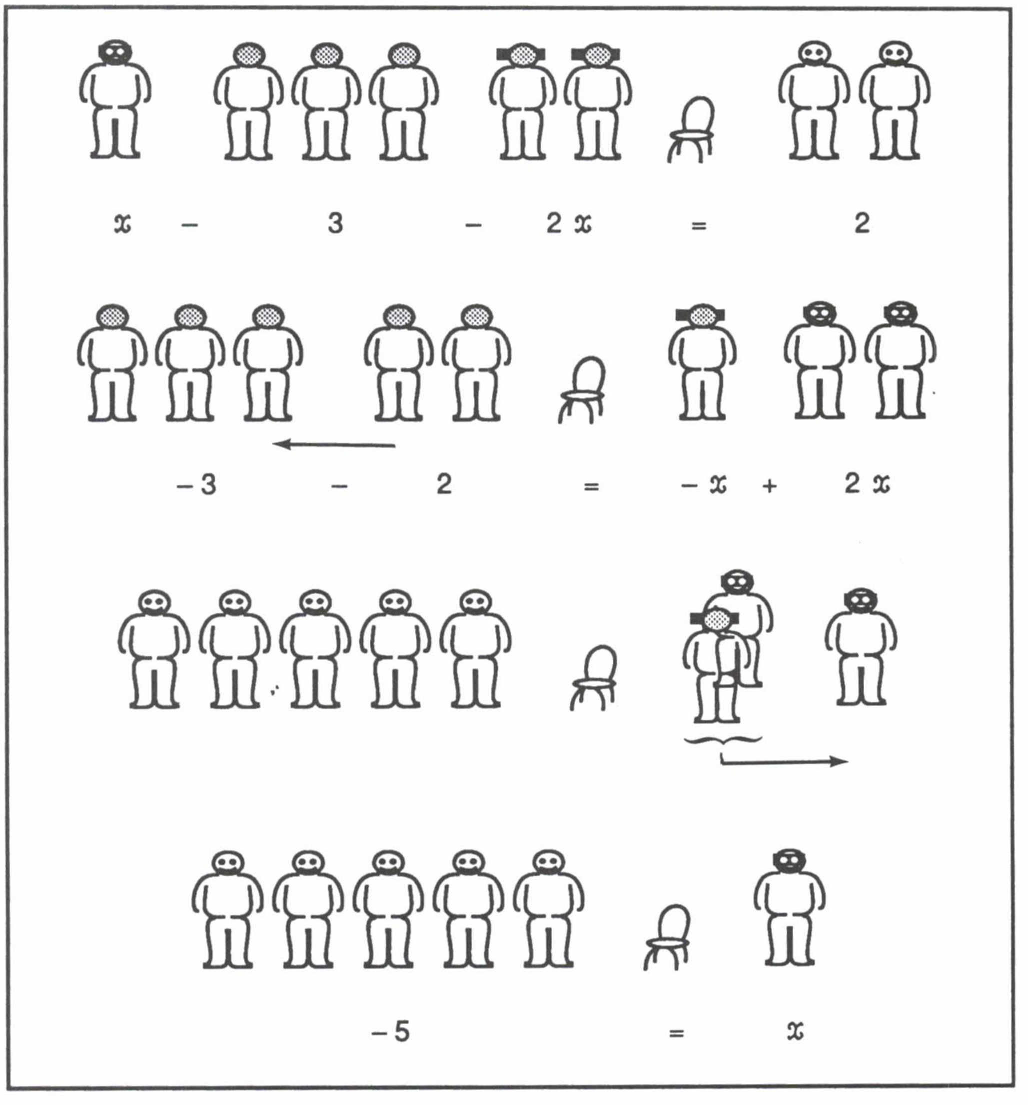
IV - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

Pour l'équation $-2x + 1 + 3x = -2$, après la mise en scène décrite dans le paragraphe précédent, un élève propose de faire "d'une pierre deux coups" :
Simultanément - on réalise deux couples avec les personnes masquées à gauche de la chaise
- la personne non masquée à gauche de la chaise tourne autour de celle-ci pour obtenir directement : $x = -2 - 1$



Pour l'équation $x - 3 - 2x = 2$, un élève propose une mise en scène astucieuse pour contourner la difficulté de $-x$: on regroupe à droite de la chaise les personnes masquées et à gauche les personnes non masquées pour obtenir : $-3 - 2 = -x + 2x$ puis en agissant simultanément de chaque côté de la chaise on obtient : $-5 = x$



b) après la séance :

<u>1er rapide</u>

réduis puis résous les équations :

① $2x + 5 - x = 2$
② $3x - 2x = 2 + 1$
③ $x - 2x = 8$
④ $x - 2x + 1 = -7$
⑤ $2x - 3x = -4 + 1$
⑥ $-3x + 1 + 2x = 3$
⑦ $2x + 4 - 3x = -1$
⑧ $2x + 0{,}5 - x = 3{,}5$
⑨ $-7x + 1{,}5 + 6x = -2{,}5$
⑩ $1{,}5x - 0{,}5x = -3$

<u>2ème rapide</u>

écris avec le moins de termes possibles :

① $5x + 6x$
② $7x - 3x$
③ $-5x + 2x$
④ $-4x - 10x$
⑤ $7x - 10x$
⑥ $-x + 5x - 3x$
⑦ $-2x + 5x + 4x$
⑧ $-2x - 2x + 7x$
⑨ $-x + 4x - 5x$
⑩ $2x - 3x - 5x + 2x$

5ème séance

I - OBJECTIF :

Traitement de l'équation de la façon la plus astucieuse.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $3x - 4 = 2x$
② $3x = 4x - 1$
③ $-2x + 2 = -x$
④ $-2x + 3 = -x + 2$
⑤ $-2x - 1 = -3x - 2$

La nouvelle difficulté réside dans le fait que x apparaît dans les deux membres de l'équation. Les élèves doivent alors résoudre l'équation en gérant les mouvements de scène pour en avoir le moins possible.

III - MISE EN PLACE THEATRALE :

Comme dans la 4ème séance, les mises en place et mises en scène sont précédées d'un travail oral d'anticipation qui permet de dégager la façon la plus astucieuse de traiter l'équation.

Dans ce but, pour l'équation $3x = 4x - 1$ on suscitera deux mises en scène conduisant à :

$3x$	$= 4x - 1$	$3x$	$= 4x - 1$
$3x - 4x$	$= -1$	1	$= 4x - 3x$
$-x$	$= -1$	1	$= x$
1	$= x$		

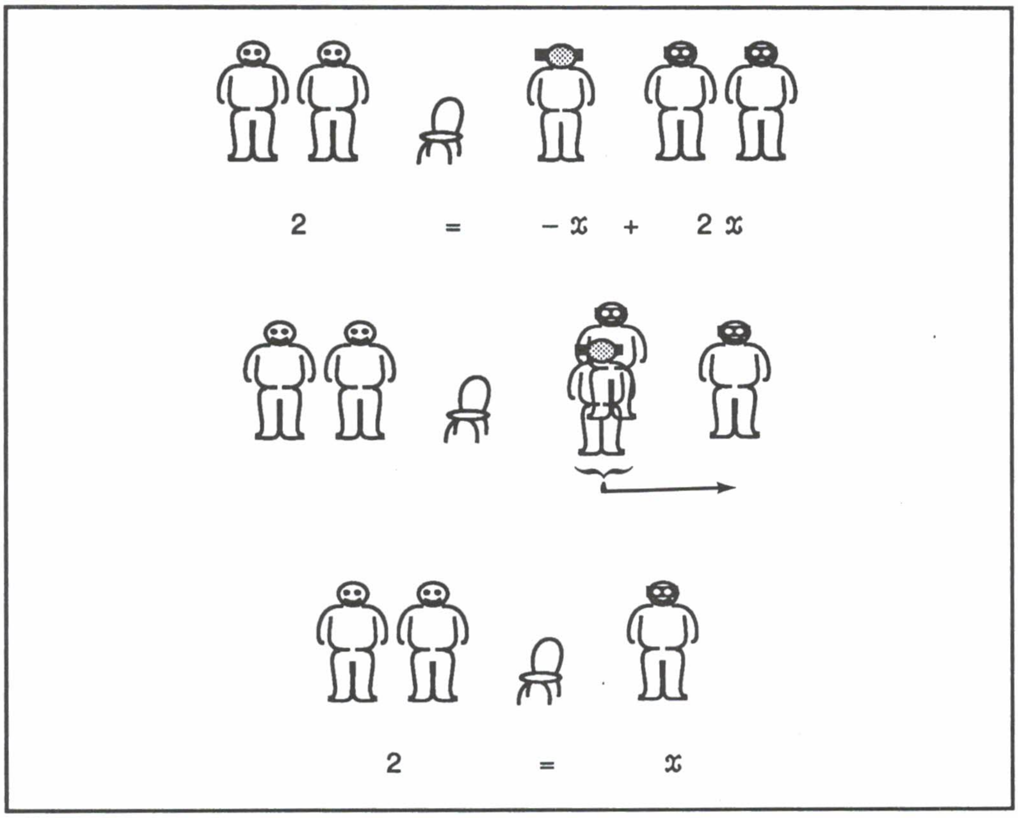
Ces résultats sont écrits au tableau.

Les élèves perçoivent assez facilement que l'une des mises en scène est plus économique en termes de mouvements de scène que l'autre (2 au lieu de 3).

IV - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

Pour l'équation $-2x + 2 = -x$, dans le travail d'anticipation, les élèves traitent l'équation de la façon la plus astucieuse selon le schéma :



A noter pour l'équation ⑤ :

- tous les acteurs étant de dos, le metteur en scène propose de faire pivoter chacun d'eux sur lui-même pour obtenir l'équation $2x + 1 = 3x + 2$ qui est celle que le spectateur verrait si il passait derrière.

- quelques élèves proposent la résolution directe de l'équation donnée qui se révèle être plus rapide si on transpose correctement les x , ce qui permet de penser que les élèves sont familiarisés avec les signes "–". Ce qui se traduit par :

$$
\begin{aligned}
-2x - 1 &= -3x - 2 \\
-2x + 3x - 1 &= -2 \\
x &= -2 + 1 \\
x &= -1
\end{aligned}
$$

Une remarque sur la créativité des élèves : dès la 2ème équation, l'élève metteur en scène innove en parlant à voix basse à ses acteurs ce qui permet d'obtenir un spectacle plus lié. Cette initiative est le résultat d'une grande maîtrise du jeu théâtral et donc, par voie de conséquence, des règles mathématiques sous-jacentes.

On attire l'attention des professeurs sur le fait que cette attitude doit venir spontanément des élèves et qu'il serait malvenu, voire dangereux de tenter de l'imposer trop tôt.

b) après la séance :

1er rapide

Résous les équations :

① $2x - 5 = x$

② $3x = 4 + 2x$

③ $4x + 3 = 3x$

④ $-2x + 1 = -3x$

⑤ $-1 - 4x = -5x$

⑥ $3x - 7 = 2x + 1$

⑦ $-2x + 5 = -1 - 3x$

⑧ $-2 - 8x = -5 - 9x$

⑨ $-2x - 3 = -3x - 2$

⑩ $-2x + 3 = -1 - 3x$

2ème rapide

Résous les équations :

① $6x - 1 = 7x + 7$

② $x + 1 = 2x - 5$

③ $-4x + 4 = -3x - 1$

④ $-3 - 10x = -2 - 9x$.

⑤ $-4x + 3 = -3x - 2$

⑥ $-2x + 7 = -3x - 1$

⑦ $-11 - x = -2x + 3$

⑧ $7x - 2 = 8x - 3$

⑨ $1,5x + 0,5 = 2,5x$

⑩ $2,5 + 7,5x = 8,5x + 4,5$

6ème séance

I - OBJECTIF :

Introduction de la division.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $x + 3 = 2x - 1$
② $3x - 1 = x + 3$
③ $x + 5 = 3x - 1$
④ $4x - 2 = x + 4$
⑤ $3x - 2 = x + 3$

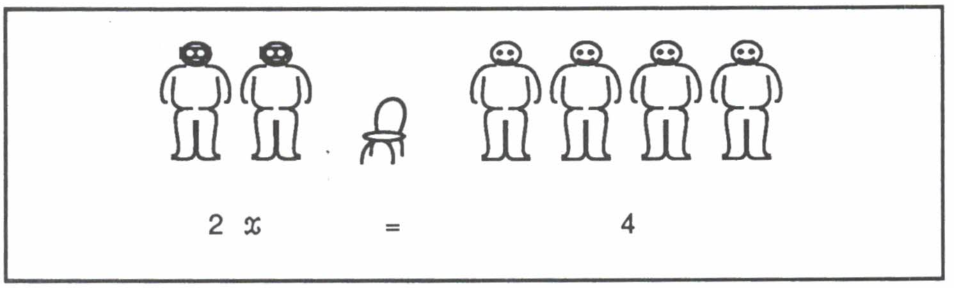
La 1ère équation, du type de celle de la séance n° 5 sert de révision.

Les équations ② à ⑤ nécessitent, comme l'équation ①, une bonne maîtrise de la transposition astucieuse et débouchent sur une difficulté supplémentaire : la division.

III - MISE EN PLACE THEATRALE :

Pour l'équation ①, le travail attendu est le même que celui de la 5ème séance. Si la résolution est aisée, on passe aux équations ② à ⑤, sinon il est recommandé de faire une séance 5 bis jusqu'à obtenir les automatismes désirés.

Pour l'équation ②, avec un travail de transposition astucieux, on obtient : $2x = 4$



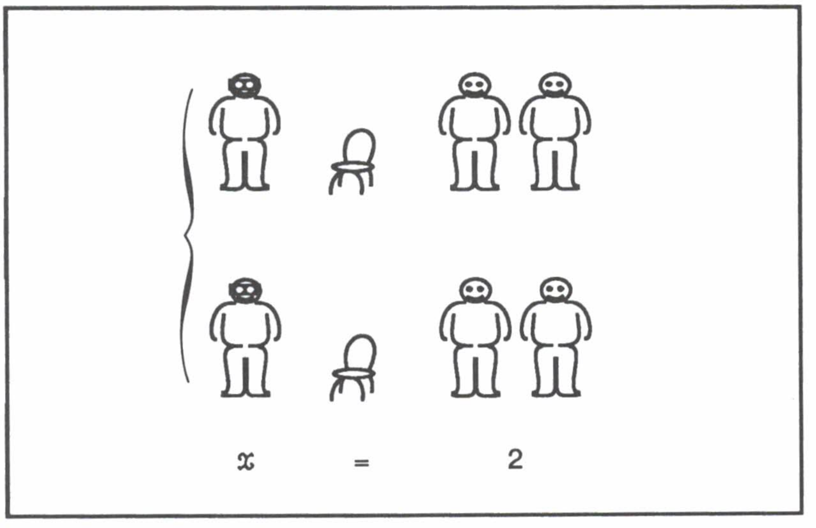
La première idée suggérée à partir de la mise en place initiale des six élèves nécessaires pour "écrire" l'équation, est d'essayer d'investir la méthode et les règles vues précédemment, c'est-à-dire que l'un des x va se déplacer...

Mais très rapidement la situation théâtrale met en évidence que l'isolement d'un "x" ne peut être réussi de cette façon.

La nécessité d'un nouveau mouvement de scène se fait alors sentir et c'est cela qui est important. Même si les enfants ne sont pas capables de l'inventer complètement sans l'aide du professeur, ils en ont ressenti le besoin.

La seule façon, ici, de séparer les "x" est donc de dédoubler l'équation en obligeant à un déploiement dans l'espace selon la direction perpendiculaire au plan de travail précédent...

Ainsi on introduit assez naturellement une nouvelle chaise et, tout aussi naturellement, les quatre élèves à droite de la chaise vont se partager de façon équitable pour obtenir deux équations identiques :



Pour l'équation ③ on demande à chaque élève de résoudre complétement l'équation sans anticipation théâtrale. La mise en scène qui suit est donc très liée et sert de vérification du résultat obtenu mathématiquement.

Pour l'équation ④ une transposition astucieuse conduit à $3 \ x = 6$.

A partir de cette situation, l'élève metteur en scène doit introduire trois chaises pour résoudre le problème et obtenir $x = 2$.

Pour l'équation ⑤ on obtient : $2 \ x = 5$

L'intérêt du déplacement dans l'espace n'est pas valable, comme on pourrait le penser, uniquement pour les opérations qui tombent "juste"...

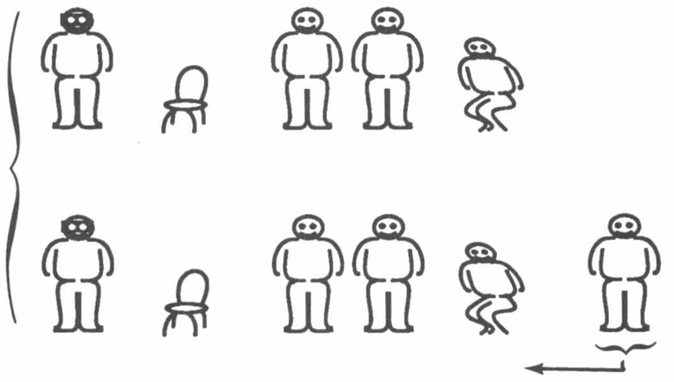
Le début du mouvement centre l'intérêt sur le partage en deux (ce qui est fondamental pour éviter les "valses hésitations" que l'on connaît trop entre $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{2}$!)

Mais, les deux "x" une fois partagés comme précédemment, il reste le problème des cinq élèves.

Deux stratégies sont alors possibles :

- ou bien quatre élèves, comme tout à l'heure, se partagent en 2 et il en reste 1, pour lequel il va falloir inventer un mouvement de scène. Les propositions sont multiples et celle qui a été finalement retenue est : l'élève restant s'accroupit et fait appel à un camarade qui vient lui aussi s'accroupir pour compléter la 2ème équation.

  La solution apparaît dès lors sous la forme :

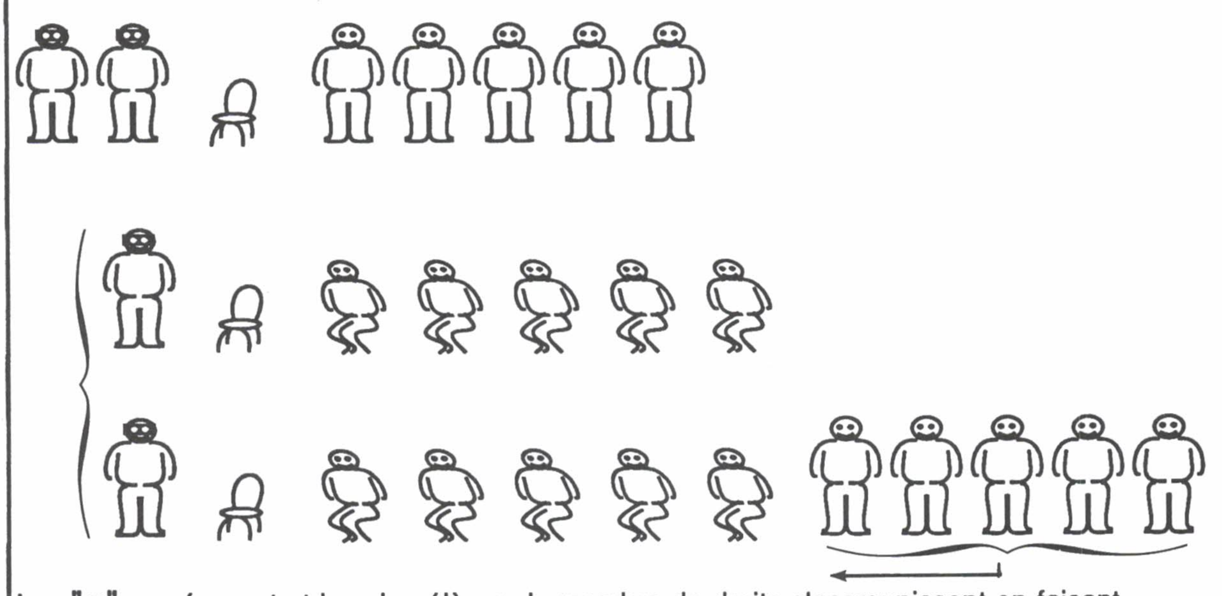


$$x = 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

- ou bien chaque élève s'accroupit et fait appel à un camarade afin de compléter la deuxième équation ce qui conduit cette fois à la solution sous la forme :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

conformément à la mise en scène représentée sur la figure suivante :



Les "x" se séparent et les cinq élèves du membre de droite s'accroupissent en faisant chacun appel à un élève pour représenter l'autre moitié...

Séparation en deux équations identiques : $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Remarque : Pour aller plus loin dans l'analyse de la méthode, deux remarques sont à faire :

1 - Le jeu théâtral, par ses différents mouvements, permet d'intérioriser une image mentale différente selon les situations (transposition $\neq$ division) : à des actions différentes qui mettent en jeu des directions de l'espace différentes correspondent des symbolisations qui sont elles aussi forcément différentes.

En d'autres termes, le jeu théâtral permet de déployer les deux opérations dans des plans différents, ce que ne permet pas le symbolisme écrit. La résolution fait en effet intervenir tout l'espace ;

- un plan frontal pour la transposition,
- un déplacement en profondeur pour la multiplication et la division,
- la verticalité pour les fractions.

2 - Un deuxième élément de synthèse touche à une notion que l'on peut qualifier de "régression" au sujet des fractions.

En effet, l'exemple "$2x = 5$" précédemment décrit, qui permet d'obtenir, selon la mise en scène :

$$x = 2 + \frac{1}{2}.$$

ou

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

constitue une approche de la fraction par le biais d'additions successives de fractions faciles à gérer telles que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$.

Le jeu théâtral oblige à un tel passage et permet une évolution vers la division, dans la mesure où il fournit (aux élèves qui en ont besoin) l'occasion d'une révision et, par conséquent, celle d'une nouvelle compréhension au travers des "régressions" successives.

Un autre avantage est d'avoir un point de repère sur ce qui est divisé. C'est en effet une action bilatérale qui est opérée ici (au contraire de la transposition où la notion d'ajouter l'opposé n'est pas symbolisée) et qui est initialisée par le facteur de "x". C'est lui qui détermine le partage (par le biais du déploiement dans l'espace et du rajout de chaises !) et commande de ce fait le partage dans l'autre membre, sans induire les confusions trop fréquentes chez un grand nombre d'élèves.

En définitive, c'est peut-être cette forme de "décalage" entre les étapes théâtrales d'une part, et l'écriture qui accompagne systématiquement le mouvement théâtral d'autre part, qui favorise le mieux l'institutionnalisation de la division opérée "dans le bon sens"...

IV - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

Pour les travaux de transposition, on ne néglige pas l'expression orale qui ne pose plus de problèmes majeurs.

b) après la séance :

<u>1er rapide</u>

résous les équations :

① $3x - 2 = x + 2$

② $4x + 3 = x + 9$

③ $-1 + 2x = -x + 8$

④ $2 - 3x = -5x + 10$

⑤ $6x + 2 = 2x + 18$

⑥ $3 - 3x = -x - 2$

⑦ $7 + 5x = 3x + 10$

⑧ $4x + 7 = x + 9$

⑨ $x - 20 = -2x - 16$

⑩ $4x + 48 = -x + 50$

<u>2ème rapide</u>

résous les équations :

① $7x = -8x + 30$

② $10x - 10 = 3x + 11$

③ $5x - 5 = x + 15$

④ $-0{,}5x + 6 = 7{,}5x - 10$

⑤ $3{,}5x + 2 = -2{,}5x + 14$

⑥ $1{,}2x - 5 = -4{,}8x + 13$

⑦ $2 - 6{,}8x = 3{,}2x - 8$

⑧ $2{,}7 + 3x = 8x - 12{,}3$

⑨ $-2x + 0{,}3 = -4{,}7 + 3x$

⑩ $4{,}2x - 5{,}1 = -4{,}8x + 12{,}9$

7ème séance

I - OBJECTIF :

Introduction de la division avec des nombres négatifs et de l'égalité $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $x - 3 = 4x + 3$
② $x - 1 = 3x + 2$
③ $x - 3 = 4x - 1$
④ $3x + 2 = -x + 1$

La 1ère équation fait le lien avec la 6ème séance. A partir de la deuxième équation, on exige deux mises en scène pour la résolution des équations afin d'arriver à l'égalité : $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

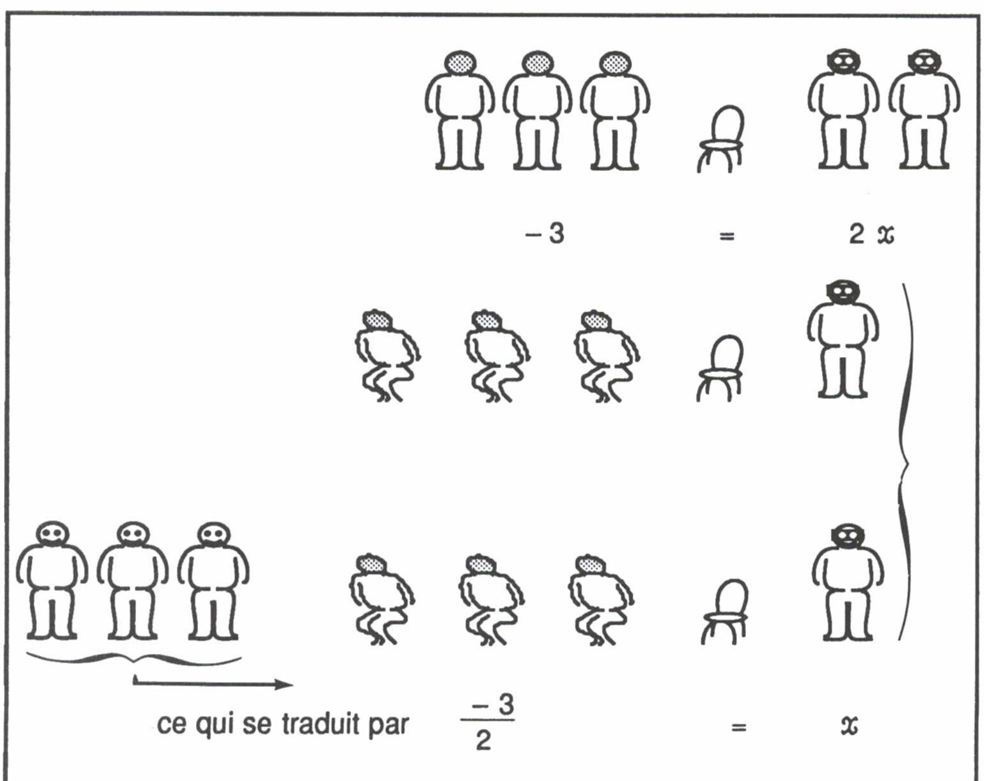
III - MISE EN PLACE THEATRALE :

Pour l'équation ② on exige donc deux mises en scène :

<u>**Mise en scène n° 1**</u> :

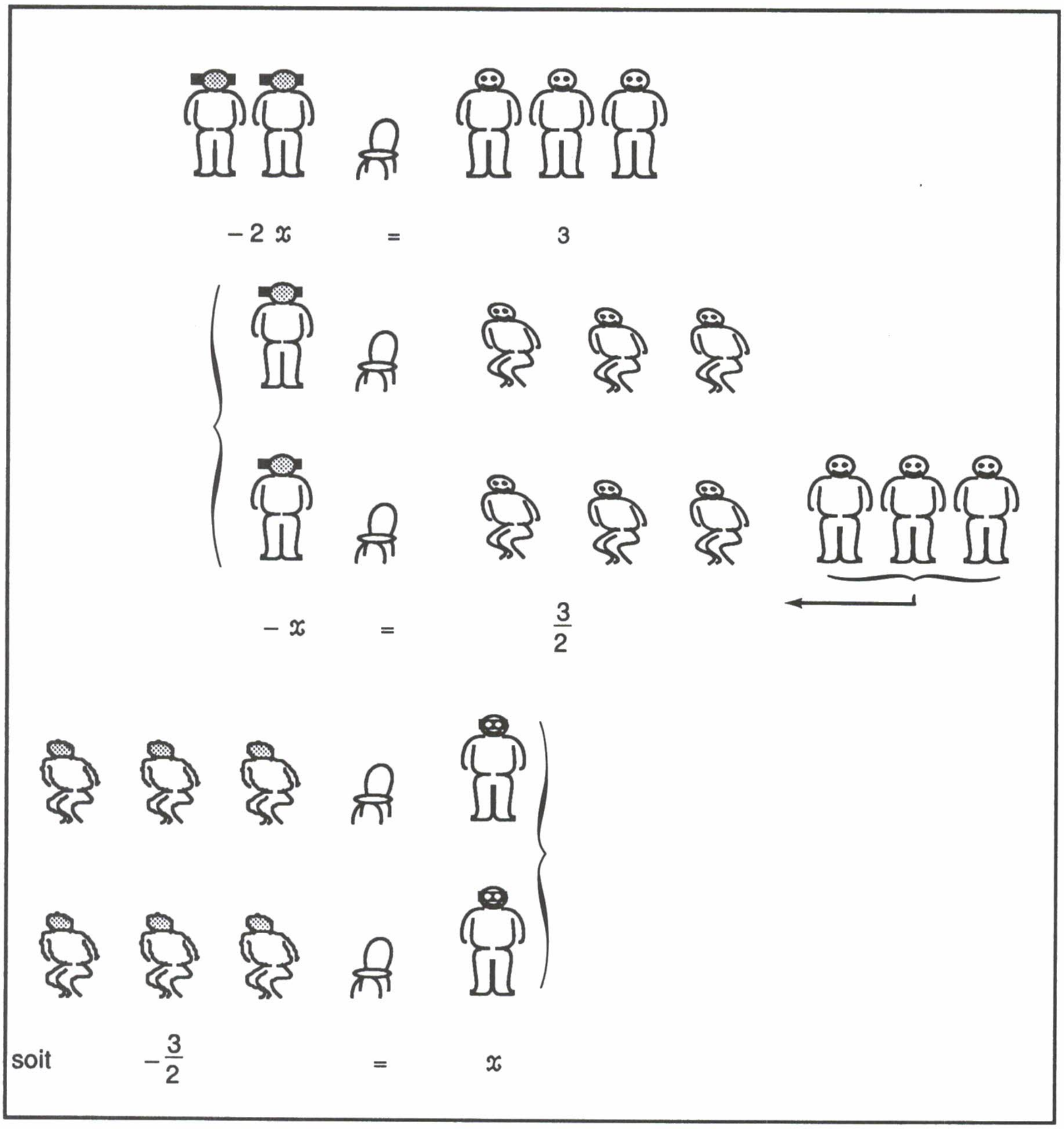
Avec les mouvements décrits précédemment, on obtient facilement :

$$-3 = 2x$$



<u>Mise en scène n° 2</u> :

On obtient par des transpositions différentes : $-\ 2\ x\ =\ 3$



IV - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance

Pour l'équation ① , les élèves proposent spontanément de transposer x de gauche à droite afin que le coefficient de x soit positif. Dans la réalisation théâtrale, le metteur en scène prévoit l'espace nécessaire sur le devant de la scène pour pouvoir placer les chaises lors de la division.

A partir de l'équation ③ , on demande d'abord une résolution écrite.

Pour cette équation un élève résout de la façon suivante :

$$\begin{aligned} x - 3 &= 4x - 1 \\ x - 4x &= -1 + 3 \\ -3x &= 2 \\ \text{puis} \quad x &= \frac{2}{-3} \end{aligned}$$

Cette dernière écriture n'a pas de signification théâtrale. Elle prouve que l'élève raisonne très correctement en termes de division sans être gêné par un dénominateur négatif.

b) après la séance

1er rapide	2ème rapide
Résous les équations :	Résous les équations :
① $3x + 2 = x - 2$	① $-11x = -17$
② $4x + 3 = -3 + x$	② $-21 = -23x$
③ $12x + 4 = 9x - 5$	③ $-97x = -100$
④ $16 - x = x + 24$	④ $-21x = -7$
⑤ $2x - 36 = 6x - 20$	⑤ $-28 = -56x$
⑥ $-x - 1 = x + 4$	⑥ $-4x = -1$
⑦ $-2 - 3x = -x + 1$	⑦ $-51x = -17$
⑧ $4x + 8 = x + 6$	⑧ $-0{,}7x = -1{,}3$
⑨ $30x - 12 = 27x - 16$	⑨ $-3{,}6x = -0{,}9$
⑩ $45x + 9 = 50x + 11$	⑩ $-2x = -\sqrt{2}$

Remarque :

La deuxième série d'équations va donner lieu à deux types de résolution :

① L'élève utilise encore le jeu théâtral et $-11x = -17$ se transforme en $11x = 17$ qui donne $x = \frac{17}{11}$.

② L'élève a compris que l'équation du type $ax = b$ se résout par $x = \frac{b}{a}$ et donc :
$-11x = -17$ donne $x = \frac{-17}{-11}$

Par rapprochement des résultats, on peut insister sur le fait que $\frac{17}{11} = \frac{-17}{-11}$.

8ème séance

I - OBJECTIF :

Introduction des fractions dans l'énoncé des équations.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $x + 1 = 6x + 3$

② $2x = \frac{1}{2}$

③ $3x = \frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}x = 2$

En raison des difficultés rencontrées dans la mise en scène de l'équation ① , on est amené à modifier la séquence de la façon suivante :

①' $x + 1 = 6x + 3$

②' $x + 1 = 4x - 4$

③' $2x = \frac{1}{2}$

④' $3x = \frac{1}{2}$

Pour les équations ③' et ④' on exige deux mises en scène qui permettent, par rapprochement des résultats, d'écrire que $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$.

III - MISE EN PLACE THEATRALE :

Mise en scène n° 1 :

$$\boxed{③'\ 2x = \frac{1}{2}}$$

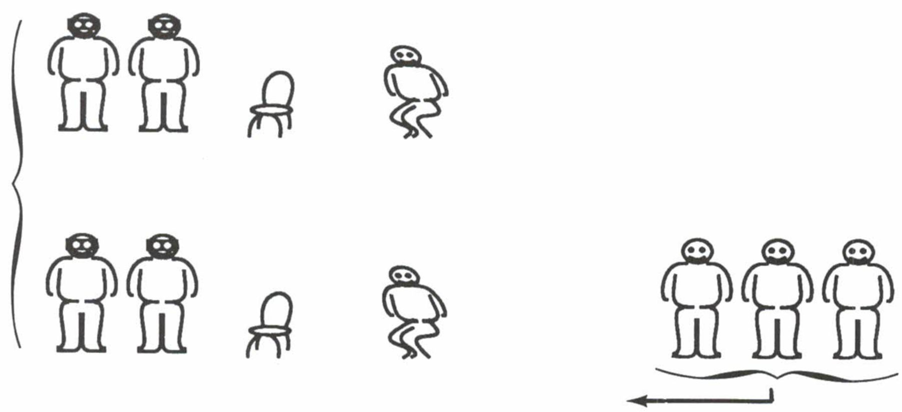
L'attention est d'abord portée sur l'élève accroupi du membre de droite.

Cela amène à répéter l'équation dans une configuration en profondeur qui, ramenée dans le plan frontal, va permettre d'écrire : "$4x = 1$" puis, par le biais du jeu précédent, $x = \frac{1}{4}$

Résolution de l'équation $2\,x = \frac{1}{2}$

① traduction de l'équation $2\,x = \frac{1}{2}$

② répétition de l'équation : trois élèves rentrent pour représenter une équation identique à la précédente.

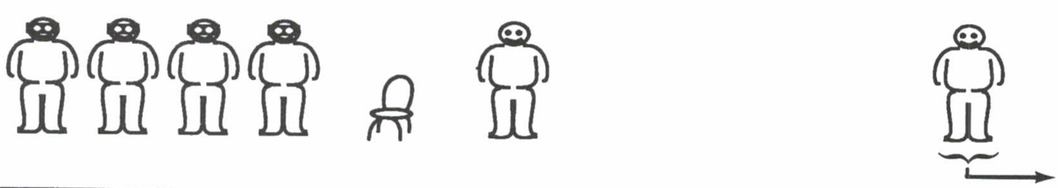


③ les deux équations identiques sont rassemblées de façon à obtenir :

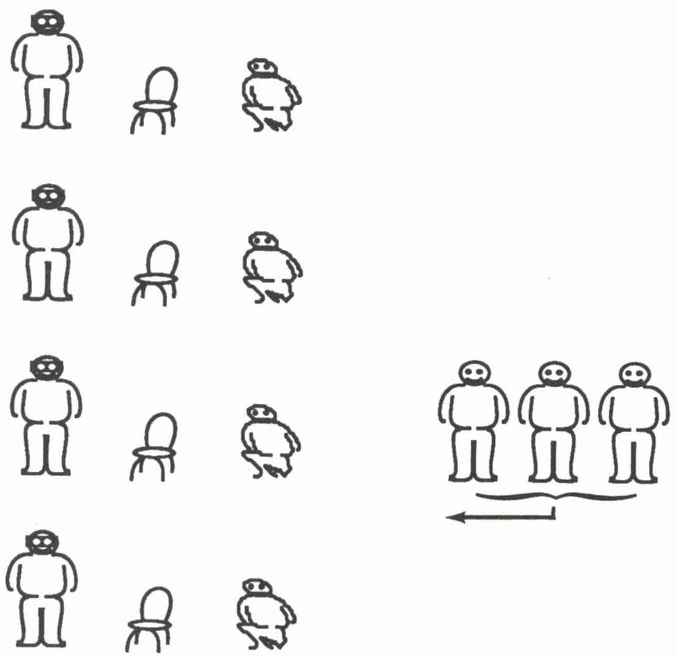
$2\,x + 2\,x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ (on empile les deux chaises)

... l'opération s'effectue dans le membre de gauche pour donner "4 x", et les deux "moitiés" du membre de droite se réunissent pour donner "1" (un élève sortira)...

④ l'équation s'écrit désormais : $4\,x = 1$



⑤ séparation en quatre équations identiques : $x = \frac{1}{4}$

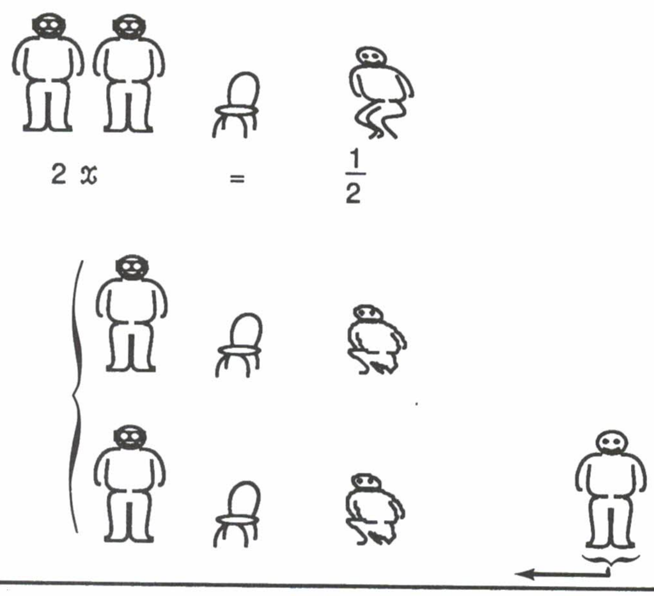


ce sont cette fois des élèves assis qui représentent la fraction $\frac{1}{4}$ (trois élèves rentrent pour partager le membre de droite).

Mise en scène n° 2 :

L'attention est portée sur "2 x" et sur le déplacement en profondeur.

Il faut alors faire un effort d'imagination pour trouver une nouvelle position (en général assise) à l'élève accroupi qui doit faire appel à un autre camarade pour se "diviser par 2"...



La réponse obtenue alors est :

$$x = \frac{1}{2} : 2$$

Par rapprochement des résultats, on constate que :

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}.$$

Le résultat "$x = \frac{1}{4}$" peut donc être obtenu indépendamment de la maîtrise de la division d'une fraction par un nombre ; dès lors, la confrontation des résultats peut même être le prétexte d'introduction de la règle :

$$"x = \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}."$$

IV. - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

L'équation $x + 1 = 6x + 3$ est résolue rapidement par écrit par une bonne proportion d'élèves qui trouve le bon résultat c'est-à-dire $x = \frac{-2}{5}$

ou $x = -\frac{2}{5}$ selon la transposition utilisée (voir séance 7). La mise en scène de vérification des résultats s'avère décevante ce qui prouve peut-être que le passage à l'abstraction semble avoir fonctionné en rendant la mise en scène superflue. Afin de ne pas rester sur une impression désagréable, on propose l'équation $x + 1 = 4x - 4$ qui donne lieu à une résolution par écrit et à une mise en scène tout à fait satisfaisantes.

Pour les équations ③' et ④', si l'on se réfère au paragraphe mise en place Théatrale (III), on comprend que l'introduction de nouveaux mouvements de scène complique le jeu théâtral. Il ne faudra pas s'étonner de quelques hésitations des élèves qui ont besoin, dans cette phase, d'être guidés. Ces constatations nous font penser que la 9ème séance doit démarrer par des équations du même type voire par les mêmes.

b) après la séance :

Résous les équations :

① $2x = \frac{1}{2}$

② $3x = \frac{1}{2}$

③ $2x = \frac{1}{3}$

④ $4x = \frac{1}{2}$

⑤ $5x = \frac{1}{4}$

⑥ $2x = \frac{3}{2}$

⑦ $3x = \frac{5}{2}$

⑧ $2x = \frac{3}{7}$

⑨ $10x = \frac{3}{5}$

⑩ $11x = \frac{3}{4}$

9ème séance

I - OBJECTIF :

Introduction du coefficient de x fractionnaire.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $-2x = 5$

② $2x = \frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}x = 2$

④ $-\frac{2}{3}x = 1$

La première équation est un rappel de la division lorsque le coefficient de x est négatif (voir 7ème séance).

La deuxième équation est un rappel de l'introduction des fractions dans l'énoncé (voir 8ème séance).

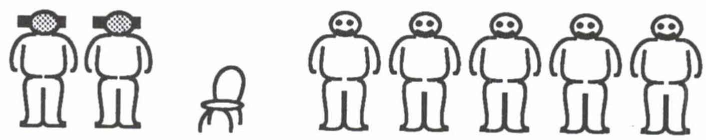
Les 3ème et 4ème équations traitent le problème du coefficient de x fractionnaire positif ou négatif. Pour chacune des équations, on demande d'abord aux élèves la résolution mathématique, puis on passe à la réalisation théâtrale.

III - REALISATION THEATRALE :

1 - L'équation ① donne lieu à deux mises en scène :

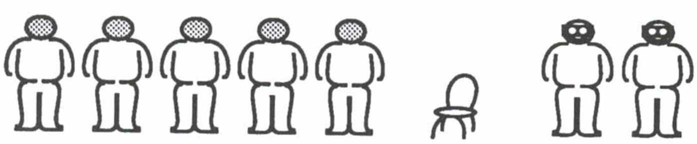
$$\boxed{① \quad -2x = 5}$$

Mise en scène n° 1 :

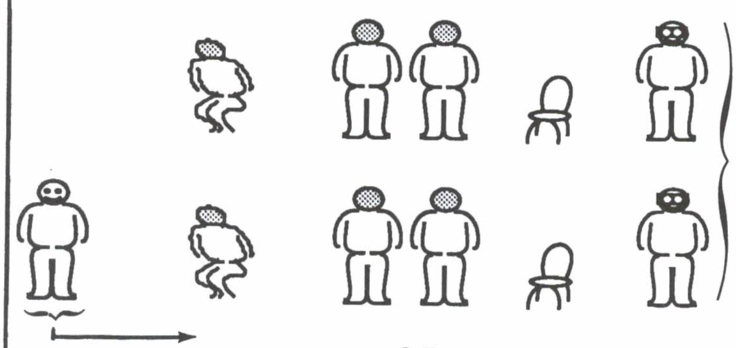


$-2x \quad = \quad 5$

Tous les acteurs tournent autour de la chaise afin d'obtenir un coefficient de x positif.



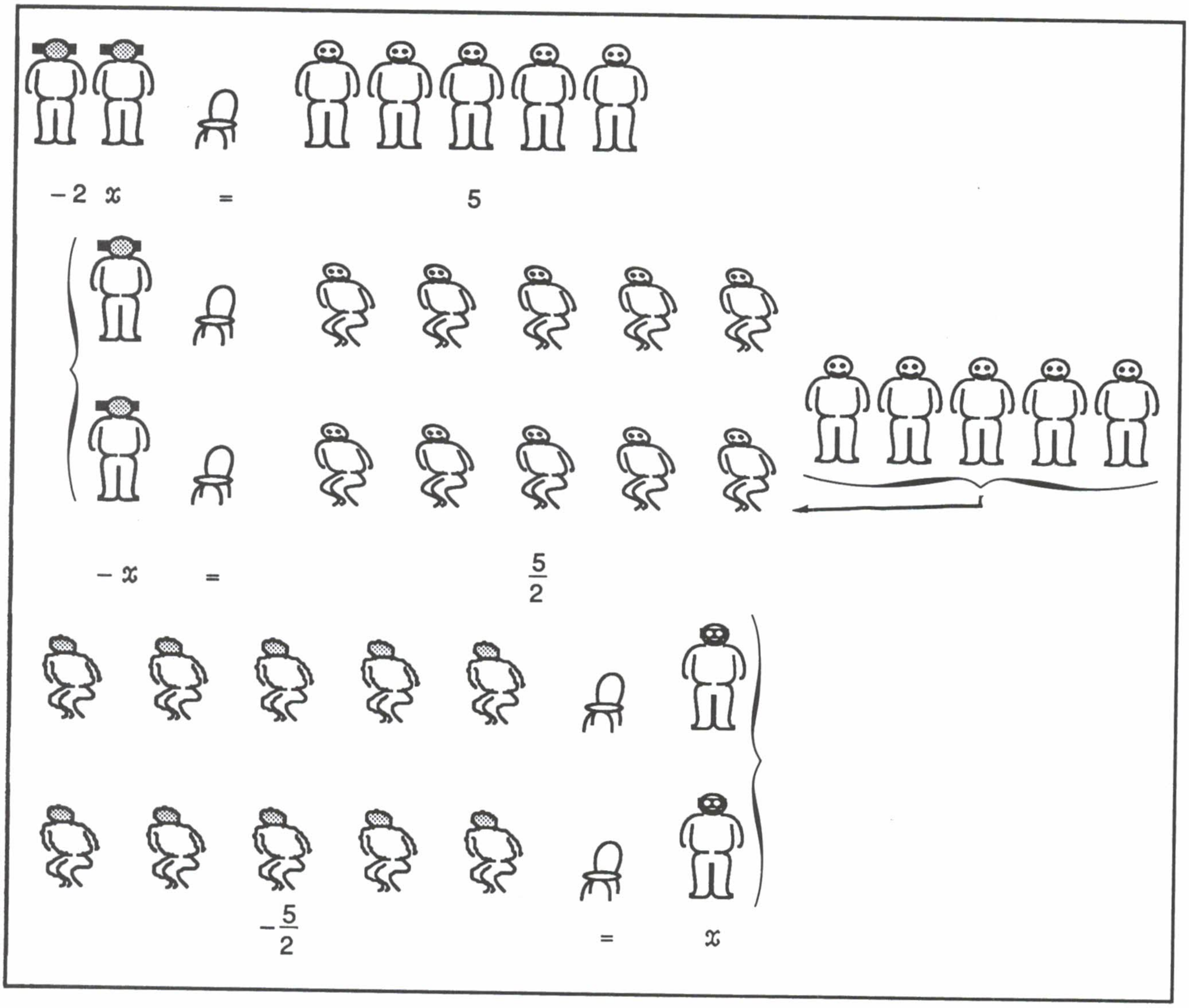
$-5 \quad = \quad 2x$



$-2{,}5 \quad = \quad x$

Les acteurs masqués se séparent, quatre élèves du membre de gauche se partagent en 2 et il en reste 1 qui s'accroupit et qui fait appel à un camarade pour compléter la deuxième équation.

Mise en scène n° 2 :

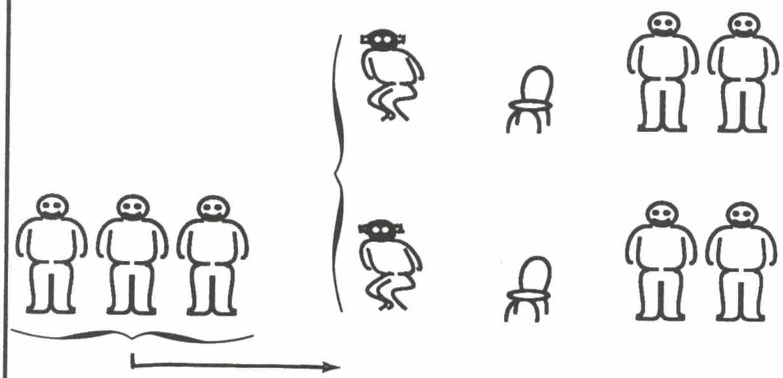


$$\boxed{② \quad 2\ x = \frac{1}{2}}$$

(voir détail séance 8 - 3ème équation)

$$\boxed{③\ \frac{1}{2}\,x = 2}$$

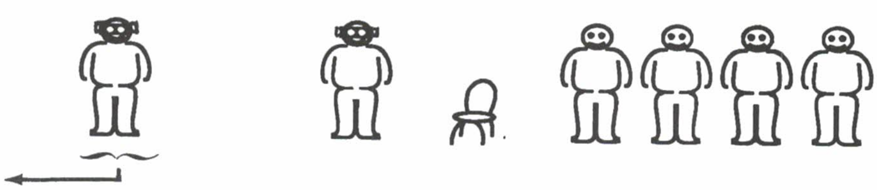
Le coefficient fractionnaire de x amène à répéter l'équation en profondeur.



Par rassemblement dans le plan frontal, on obtient :

$\frac{2}{2}\,x \qquad = \qquad 4$

Les deux moitiés du membre de gauche se réunissent pour donner x : un élève se lève pendant que le deuxième sort de scène :

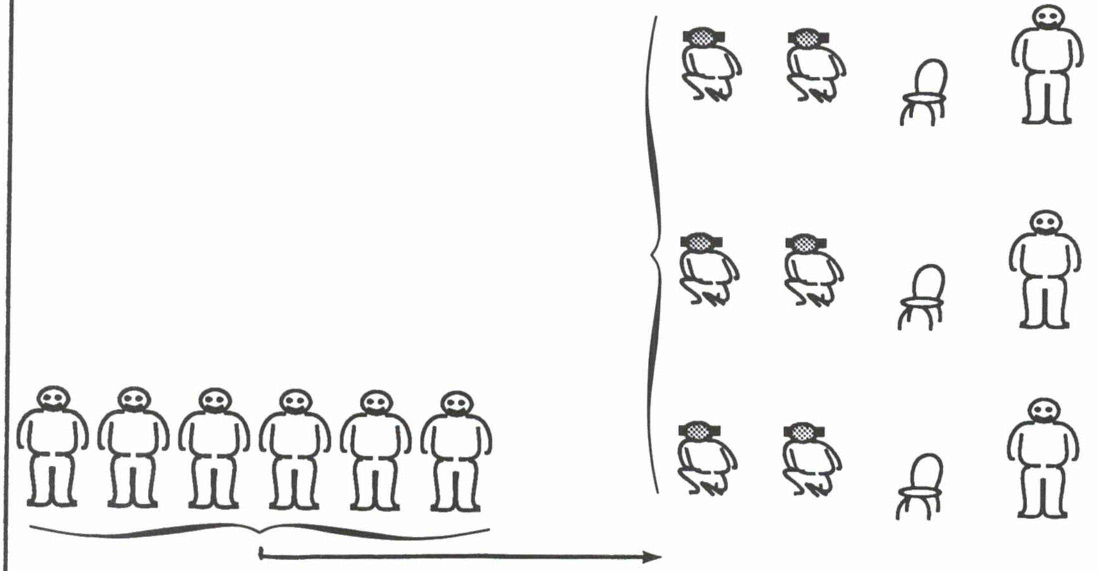


$x \qquad = \qquad 4$

④ $-\frac{2}{3}\,x = 1$

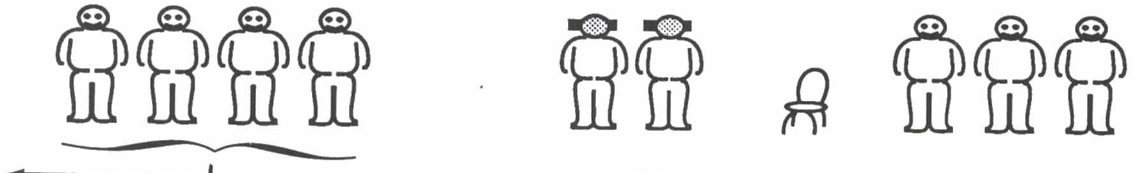
① Traduction de l'équation :

② Répétition de l'équation :



③ Les trois équations identiques sont rassemblées :

Les six élèves situés à gauche de la chaise réalisent le mouvement suivant : chaque fois qu'un élève se lève, deux autres sortent de scène pour obtenir :



$-2\,x \quad = \quad 3$

La résolution se poursuit alors selon le scénario déjà vu qui amène à

$x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{-3}{2}$ selon la mise en scène utilisée.

IV. - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

En présence d'équations du type $ax = b$, on peut noter que les élèves ont acquis le réflexe de la division de b par a même si a est fractionnaire. Par exemple pour l'équation 4, ils écriront spontanément $x = \dfrac{1}{-\frac{2}{3}}$

Les élèves ne savent pas forcément simplifier une écriture du type $\dfrac{1}{-\frac{2}{3}}$

La mise en scène décrite permet d'obtenir $x = -\dfrac{3}{2}$ par le biais d'une multiplication par 3 suivie d'une division par 2.

Par rapprochement des résultats, on a : $\dfrac{1}{-\frac{2}{3}} = -\dfrac{3}{2}$

b) après la séance :

Résous les équations :

① $3\,x = \dfrac{1}{2}$

② $\dfrac{1}{3}\,x = 2$

③ $\dfrac{3}{2}\,x = 1$

④ $\dfrac{5}{4}\,x = 5$

⑤ $\dfrac{2}{5}\,x = 3$

⑥ $-3\,x = 5$

⑦ $\dfrac{1}{2}\,x = -2$

⑧ $-\dfrac{2}{3}\,x = 1$

⑨ $-\dfrac{1}{5}\,x = -2$

⑩ $-\dfrac{3}{8}\,x = 6$

Dans la logique de la séance décrite, on accepte comme bonne réponse par exemple pour l'équation ① : $x = \dfrac{\frac{1}{2}}{3}$

On peut comparer ce résultat à celui obtenu par la méthode "théâtrale" qui donne :

$$\begin{cases} 3\,x = \dfrac{1}{2} \\ 3\,x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$6\,x = 1$$

$$x = \dfrac{1}{6}$$

Par rapprochement des résultats : $\dfrac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}$, Il est intéressant de noter que les deux méthodes émergent dans la classe et que donc le rapprochement des résultats n'est pas artificiel.

10ème séance

I - OBJECTIF :

Rapprochement de résultats permettant de retravailler la division par une fraction.

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $\frac{1}{4}x = 1$

② $\frac{3}{2}x = 1$

③ $\frac{1}{2}x = -2$

Cette séance doit permettre de systématiser les résultats obtenus à la fin de la 9ème séance.

ex : $\frac{1}{-\frac{2}{3}}$ s'obtient par la résolution mathématique faite avant la mise en scène qui conduit à $-\frac{3}{2}$ donc $\frac{1}{-\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}$

III - REALISATION THEATRALE :

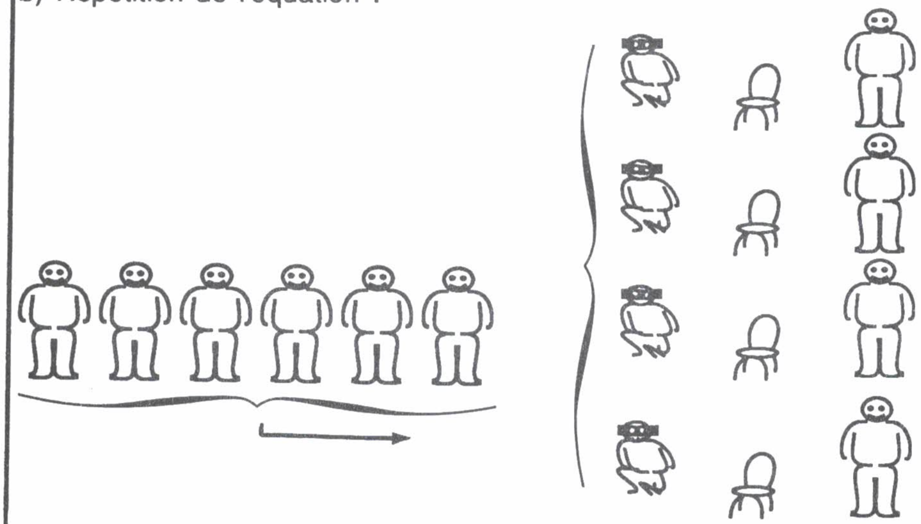
$$\boxed{\frac{1}{4}\,x = 1}$$

1 - Mise en place de $\frac{1}{4}\,x = 1$.

a) traduction de l'équation :

$$\frac{1}{4}\,x \qquad = \qquad 1$$

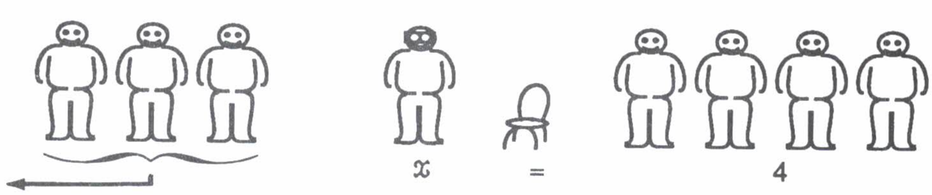
b) Répétition de l'équation :



c) Les quatre équations identiques sont rassemblées.
Réalisation pratique : les 4 chaises sont empilées

$$\frac{4x}{4} \qquad = \qquad 4$$

A gauche de la chaise, un élève se lève pendant que les trois autres quittent la scène pour obtenir :



$$x \qquad = \qquad 4$$

Mathématiquement, la résolution conduit à : $x = \dfrac{1}{\frac{1}{4}}$

Par rapprochement des résultats on obtient : $\dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 4 = 1 \times 4$

"Pour diviser 1 par $\frac{1}{4}$, on multiplie 1 par 4 qui est l'inverse de $\frac{1}{4}$"

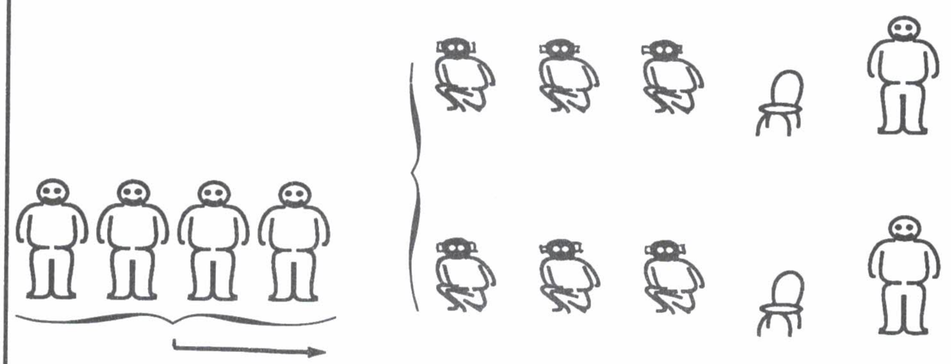
$$\boxed{\frac{3}{2}\,x = 1}$$

2 - Mise en place de $\frac{3}{2}\,x = 1$

a) Traduction de l'équation :

$\frac{3}{2}\,x \qquad = \qquad 1$

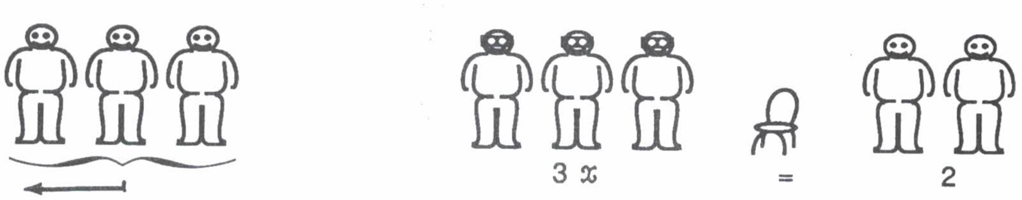
b) Répétition de l'équation :



c) Les deux équations identiques sont rassemblées :

$\frac{6x}{2} \qquad = \qquad 2$

A gauche de la chaise, un élève se lève pendant qu'un autre quitte la scène pour obtenir:



$3\,x \qquad = \qquad 2$

La résolution se poursuit alors selon le schéma déjà vu qui amène à : $x = \frac{2}{3}$

Mathématiquement, la résolution conduit à : $x = \frac{1}{\frac{3}{2}}$

Par rapprochement des résultats on obtient : $\frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3}$

"Pour diviser 1 par $\frac{3}{2}$ on multiplie 1 par $\frac{2}{3}$ qui est l'inverse de $\frac{3}{2}$"

$$\boxed{\frac{1}{2}\,x = -\,2}$$

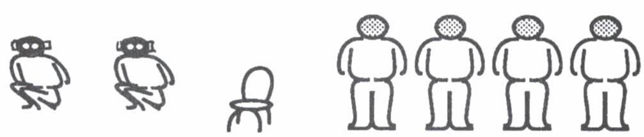
3 - Mise en place de $\frac{1}{2}\,x = -\,2$

a) Traduction de l'équation :

$\frac{1}{2}\,x \quad = \quad -2$

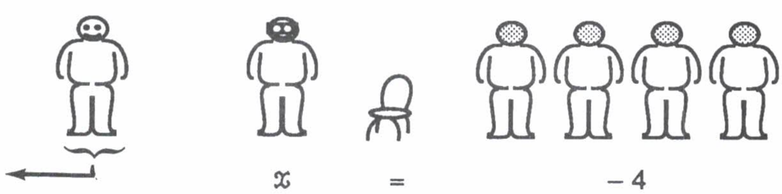
b) Répétition de l'équation :

c) Les deux équations sont rassemblées dans un même plan frontal :



$\frac{2}{2}\,x \quad = \quad -4$

A gauche de la chaise, un élève se lève pendant que l'autre quitte la scène pour obtenir :



$x \quad = \quad -4$

Mathématiquement la résolution conduit à : $x = \dfrac{-2}{\frac{1}{2}}$

Par rapprochement des résultats on obtient : $\dfrac{-2}{\frac{1}{2}} = -\,4 = -\,2 \times 2$

"Pour diviser $-\,2$ par $\frac{1}{2}$, on multiplie $-\,2$ par 2 qui est l'inverse de $\frac{1}{2}$"

On peut faire remarquer au passage que le produit de $-\,2$ par 2 est un nombre négatif.

IV. - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

On vérifie, comme à la fin de la séance 9, que la résolution mathématique de $a\,x = b$ sous la forme $x = \frac{b}{a}$ quel que soit a est acquise. Le théâtre permet la simplification du résultat lorsque a est fractionnaire et par rapprochement des deux résultats, on introduit la règle : "Pour diviser un nombre par une fraction, on multiplie ce nombre par l'inverse de la fraction".

Chemin faisant, la multiplication des relatifs se dégage implicitement des différents tableaux théâtraux : ainsi, pour l'équation 3, il ressort nettement que $-\ 2 \times 2 = -\ 4$.

b) après la séance :

<u>1er rapide</u>

effectue les calculs :

① $\dfrac{\frac{1}{2}}{3} =$

② $\dfrac{2}{\frac{1}{3}} =$

③ $\dfrac{1}{\frac{3}{2}} =$

④ $\dfrac{5}{\frac{5}{4}} =$

⑤ $\dfrac{3}{\frac{2}{5}} =$

⑥ $\dfrac{-\ 2}{\frac{1}{2}} =$

⑦ $\dfrac{1}{-\frac{2}{3}} =$

⑧ $\dfrac{-\ 2}{\frac{-\ 1}{5}} =$

⑨ $\dfrac{6}{\frac{-\ 3}{8}} =$

⑩ $\dfrac{\frac{-\ 5}{4}}{-\ 3} =$

<u>2ème rapide</u>

résous les équations :

① $\frac{1}{4}\,x = 1$

② $\frac{3}{2}\,x = 1$

③ $\frac{1}{2}\,x = -\ 2$

④ $3\,x = \frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{1}{3}\,x = 4$

⑥ $-\ 5\,x = \frac{1}{5}$

⑦ $-\frac{3}{2}\,x = -\ 2$

⑧ $-\ 3\,x = -\ \frac{4}{3}$

⑨ $7\,x = -\ \frac{7}{8}$

⑩ $-\ \frac{4}{7}\,x = -\ 9$

11ème séance

I - OBJECTIF :

"Des fractions partout".

II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $\frac{1}{4} x = -1$

② $-\frac{2}{3} x = 3$

③ $\frac{1}{2} x = \frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{2} x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{1}{3} x + \frac{1}{5} = -\frac{4}{5} - \frac{4}{3} x$

Les équations ① et ② sont une révision de la 10ème séance. Les mises en scène ne posent pas de problème.

Dans les équations ③, ④ et ⑤, on utilise les fractions dans tous les termes.

III - REALISATION THEATRALE :

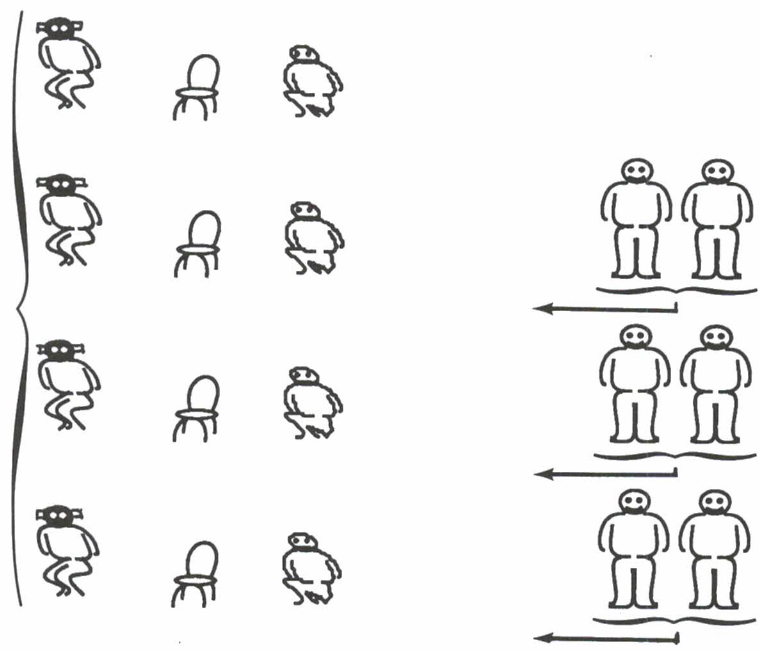
Pour les équations ① et ②, se reporter à la séance 10 en n'oubliant pas le rapprochement des résultats obtenus mathématiquement et par le théâtre.

$$\boxed{③\ \frac{1}{2} x = \frac{1}{4}}$$

La mise en scène choisie correspond à une multiplication par 4.

a) traduction de l'équation : $\frac{1}{2}\ x = \frac{1}{4}$

b) Répétition (quatre fois) de l'équation :



c) Les quatre équations identiques sont rassemblées :

d) la simplification donne l'équation : $2\ x = 1$, qui se résoudra ensuite comme $2\ x = 5$ ...

ce qui se traduit par :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\ x &= \frac{1}{4} \\
\frac{1}{2}\ x \times 4 &= \frac{1}{4} \times 4 \\
\frac{4}{2}\ x &= \frac{4}{4} \\
2\ x &= 1 \\
x &= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Deux autres méthodes sont exploitées mathématiquement :

1 - On multiplie par 2 pour obtenir :

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}x \times 2 = \frac{1}{4} \times 2$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Par rapprochement des deux méthodes, on peut rappeler que $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2 - On divise par $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}$$

Diviser par $\frac{1}{2}$, c'est multiplier par l'inverse de $\frac{1}{2}$ qui est 2 donc :

$$x = \frac{1}{4} \times 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Pour l'équation ④, on ne fait pas de mise en scène. La méthode de résolution est libre et on obtient deux possibilités :

$$\boxed{④ \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}}$$

1 - On multiplie par 2 tous les termes :

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}x \times 2 + \frac{1}{3} \times 2 = -\frac{2}{3} \times 2$$

$$x + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{6}{3}$$

$$x = -2$$

2 - On transpose d'abord :

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$
$$\frac{1}{2}x = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{2}x = -1$$
$$x = \frac{-1}{\frac{1}{2}}$$
$$x = -2$$

Remarque : Certains élèves transposent différemment :

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2}x$$
$$1 = -\frac{1}{2}x$$
$$\frac{1}{2}x = -1$$
$$x = \frac{-1}{\frac{1}{2}}$$
$$x = -2$$

Bien que la méthode ne soit pas la plus habile, elle prouve la maîtrise du calcul avec fractions. Pour l'équation ⑤, pas de mise en scène et plus de 50 % des élèves réussissent avec aisance...

IV. - REACTIONS DES ELEVES

a) pendant la séance :

A ce stade, on sent que la mise en scène effective devient superflue et que le théâtre a permis à chaque élève de trouver la méthode qui lui convient le mieux.

b) après la séance :

1er rapide

Résous les équations :

① $\frac{1}{2}x = -3$

② $\frac{1}{3}x = \frac{1}{7}$

③ $\frac{2}{5}x = -\frac{1}{2}$

④ $-\frac{3}{4}x = \frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{3}{2}x = -\frac{5}{4}$

⑥ $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

2ème rapide

Résous les équations :

① $x - 1 = -3$

② $x - 2 + 1 = 2 - 3$

③ $-x + 1 + 2x = 4 - 5$

④ $x - 3 - 2x = 2$

⑤ $-2x - 1 = -3x - 2$

⑥ $3x + 2 = -x + 3$

⑦ $\frac{5}{4}x - 1 = 3$

⑧ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{3} = -\frac{1}{4}x$

⑨ $\frac{7}{3}x + \frac{2}{5} = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$

⑩ $\frac{1}{7}x - \frac{5}{8} = \frac{11}{8} + \frac{3}{7}x$

⑦ $3x + 2 = -x + 1$

⑧ $3x = \frac{1}{2}$

⑨ $-\frac{2}{3}x = 1$

⑩ $-\frac{3}{4}x = -\frac{3}{7}$