Université HENRI POINCARÉ
NANCY 1
I.R.E.M. DE LORRAINE

17 fiches de

CALCUL FRACTIONNAIRE

en 4ème

Programme 1997

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 2001
n° de la publication : 2-85406-170-5
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

SOMMAIRE

Autour de la définition des quotients	1
Utilisation des multiples	2
Quotients avec des relatifs	3
Comparaison et classement de quotients	4
Utilisation des diviseurs	5
Multiplication de quotients	6
Multiplication de quotients (suite)	7
Division de quotients	8
Sommes algébriques de quotients	9
Sommes algébriques de quotients (suite)	10
Calculs numériques	11
Premiers calculs algébriques	12
D'une égalité de quotients à l'autre	13
Quotients et équations	14
Rapports de mesures	15
Quotients et géométrie	16
Diverses utilisations de quotients	17

QUOTIENTS : AUTOUR DE LA DEFINITION

Rappel :

a, b et c sont 3 nombres non nuls ; b est le quotient de a par c ou c est le quotient de a par b } signifie que a est le produit de b par c

$b=\frac{a}{c}$ ou $c=\frac{a}{b}$ signifie que $a=b\times c$

1) A partir de l'égalité donnée, **écrire deux nouvelles égalités** sous la forme demandée :

$b=\frac{a}{c}$	$9=\frac{63}{7}$				$k=\frac{1}{v}$		$f=\frac{3}{h}$
$a=bc$		$12=3\times 4$		$x=5y$		$p=1\times p$	
$c=\frac{a}{b}$			$v=\frac{d}{t}$				

2) **Compléter les égalités** suivantes :

$\frac{9}{3}=\dots$ $\quad 5=\frac{\dots}{12}$ $\quad \frac{37}{\dots}=1$ $\quad 25=\frac{\dots}{1}$ $\quad 4=\frac{\dots}{4}$ $\quad 11=\frac{\dots}{5}$

$\frac{28}{7}=\dots$ $\quad 12=\frac{\dots}{6}$ $\quad \frac{54}{6}=\dots$ $\quad 1=\frac{\dots}{3}$ $\quad 2{,}5=\frac{\dots}{4}$ $\quad \frac{26}{10}=\dots$

$1{,}23=\frac{\dots}{100}$ $\quad 0{,}8=\frac{80}{\dots}$ $\quad 9{,}5=\frac{\dots}{2}$ $\quad \dots=\frac{11}{1}$ $\quad 0{,}2=\frac{\dots}{5}$ $\quad 0{,}5=\frac{\dots}{2}$

3) **Compléter les égalités** par un produit :

$\frac{x}{4}=9$ alors $x=9\times 4$

$\frac{x}{4}=7{,}5$ alors $x=$

$\frac{x}{4}=\frac{7}{5}$ alors $x=\frac{7}{5}\times\dots$

$\frac{x}{4}=\frac{5}{11}$ alors $x=$

$\frac{a}{7}=8$ alors $a=8\times 7$

$\frac{a}{7}=8{,}2$ alors $a=$

$\frac{a}{7}=\frac{9}{11}$ alors $a=$

$\frac{a}{9}=\frac{10}{13}$ alors $a=$

$\frac{b}{\pi}=9$ alors $b=9\times\pi$

$7{,}1=\frac{k}{14}$ alors $k=$

$\frac{y}{41}=\frac{8}{5}$ alors $y=$

$\frac{c}{12}=\frac{5}{11}$ alors $c=$

4) Comme dans l'exercice précédent, **écrire l'égalité** qui permet de calculer la valeur de la lettre.

$\frac{a}{3}=17$ alors $a=17\times 3$ $\qquad \frac{b}{9}=1{,}3$ $\qquad 12=\frac{e}{4}$

$3{,}5=\frac{p}{2}$ alors $p=\quad\times$ $\qquad \frac{5}{12}=\frac{r}{2}$ $\qquad \frac{g}{7}=\frac{2}{13}$

$\frac{k}{6}=\frac{7}{13}$ alors $\qquad 3{,}2=\frac{m}{3}$ $\qquad \frac{y}{14}=\frac{6}{7}$

QUOTIENTS : UTILISATION DES MULTIPLES

1) Vocabulaire

Compléter le tableau suivant le modèle :

12 = 4 x 3	12 est multiple de 4 12 est multiple de 3	4 est un diviseur de 12 3 est un diviseur de 12	12 est divisible par 4 12 est divisible par 3
42 = 7 x 6			
55 = 11 x...	55 est multiple de 11 55 est multiple de		
40 = 8 x ...			40 est divisible par 8 40 ....
54 = ... x ...			

Complète la liste des multiples de 12 commencée : 12 , 24 , ..., 84

Parmi ces multiples : Quels sont les multiples de 3 ?
Quel est le plus petit multiple de 9 ?
Quel nombre est multiple de 15 ?

Existe-t-il un nombre multiple de 12 qui soit multiple de 40 ?

2) Une utilisation des multiples : mettre au même dénominateur

Rappels : – b et k sont deux nombres non nuls : $\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k}$

– Pour passer du quotient $\frac{a}{b}$ au quotient $\frac{a\times k}{b\times k}$, on multiplie numérateur et dénominateur par un même nombre k non nul.

a) Compléter les égalités suivantes :

$\frac{5}{3}=\frac{}{12}$ $\frac{1}{6}=\frac{}{18}$ $\frac{3}{7}=\frac{}{49}$ $\frac{5}{8}=\frac{}{24}$ $\frac{2}{11}=\frac{}{55}$ $\frac{7}{6}=\frac{}{48}$

b) On veut mettre au même dénominateur $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$ et $\frac{11}{12}$.

Ce dénominateur doit être un multiple de ...., de .... et de .... .
On commence la liste des multiples du plus grand dénominateur 12 : 12 , 24 , ...
Parmi ceux- ci, on cherche le plus petit nombre qui est multiple des deux autres ; le multiple commun est ..... car : 60 = ...× .... ; 60 = ...×.... et 60 = ... × ....

On obtient alors : $\frac{40}{60}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{55}{60}$

c)Mettre, pour chaque série**, les quotients au même dénominateur**.

$\frac{5}{3}$ et $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{16}$ et $\frac{11}{8}$ $\frac{7}{3}$; $\frac{4}{9}$ et $\frac{1}{6}$ $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{10}$ et $\frac{13}{15}$

QUOTIENTS : AVEC DES RELATIFS

Signe d'un quotient

a) On sait que : $(-3)\times 4=-12$: on en déduit que : $\frac{-12}{4}=-3$

de même, comme $(-3)\times(-4)=12$ alors $\frac{12}{-4}=-3$

et enfin on savait que : $-\frac{12}{4}=-3$

On retiendra donc que : $\boxed{-3=-\frac{12}{4}=\frac{-12}{4}=\frac{12}{-4}}$

Remarque : on privilégiera la forme où le signe est devant le quotient.

b) On sait que : $3\times 4=12$: on en déduit que : $\frac{12}{4}=3$

de même, comme $(-3)\times 4=-12=3\times(-4)$ alors $\frac{-12}{-3}=4$ et $\frac{-12}{-4}=3$

ou alors : $\frac{-12}{-3}=\frac{(-12)\times(-1)}{(-3)\times(-1)}=\frac{12}{3}=4$ et $\frac{-12}{-4}=\frac{(-12)\times(-1)}{(-4)\times(-1)}=\frac{12}{4}=3$

On retiendra donc que : $\boxed{3=\frac{12}{4}=\frac{-12}{-4}}$ et $\boxed{4=\frac{12}{3}=\frac{-12}{-3}}$

c) $-\frac{2}{3}=(-1)\times\frac{2}{3}=\frac{(-1)\times 2}{3}=\frac{-2}{3}=\frac{(-2)\times(-1)}{3\times(-1)}=\frac{2}{-3}$

Conclusion : $\boxed{-\frac{2}{3}=\frac{-2}{3}=\frac{2}{-3}}$

Généralisation : $\boxed{-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b} \text{ et } \frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}}$

Exercices

a) Compléter les égalités suivantes :

$\frac{9}{3}=\ldots$ $\quad -5=\frac{\ldots}{12}$ $\quad \frac{37}{\ldots}=1$ $\quad 25=\frac{\ldots}{-1}$ $\quad 4=\frac{\ldots}{-4}$ $\quad 11=\frac{\ldots}{5}$

$\frac{-28}{-7}=\ldots$ $\quad 12=\frac{\ldots}{6}$ $\quad \frac{54}{-6}=\ldots$ $\quad -1=\frac{\ldots}{3}$ $\quad -2{,}5=\frac{\ldots}{-4}$ $\quad \frac{26}{10}=\ldots$

$1{,}23=\frac{\ldots}{100}$ $\quad 0{,}8=\frac{-80}{\ldots}$ $\quad -9{,}5=\frac{\ldots}{2}$ $\quad \ldots=\frac{11}{-1}$

b) Pour chaque série, mettre les quotients au **même dénominateur** :

$\frac{7}{3}$ et $-\frac{5}{9}$

$-\frac{1}{4}$ et $-\frac{3}{5}$

$\frac{-3}{4}$ et $-\frac{2}{7}$

$\frac{8}{3}$, $-\frac{1}{4}$ et $-\frac{5}{6}$

QUOTIENTS : COMPARAISON ET CLASSEMENT

1) Classement de quotients de même numérateur

a)

-1 0 1

Place sur la droite les nombres : $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{18}$, $-\frac{1}{9}$, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$

Ecrire ces nombres par ordre croissant (utiliser le signe <).

b) Ecrire les quotients par ordre décroissant : $-\frac{13}{5}$, $\frac{13}{7}$, $-\frac{13}{14}$, $\frac{13}{13}$, $\frac{13}{8}$, $-\frac{13}{2}$, $\frac{13}{9}$

A l'aide de la calculatrice, vérifier l'ordre de ces quotients.

2) Classement de quotients de même dénominateur

a)

-1 0 1

Place sur la droite les nombres : $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{7}{3}$, $\frac{13}{3}$, $\frac{10}{3}$, $-\frac{5}{3}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{14}{3}$, 1

Ecrire ces nombres par ordre croissant. (utiliser le signe <)

b) Ecrire les quotients par ordre décroissant : $-\frac{4}{9}$, $\frac{11}{9}$, $-\frac{17}{9}$, $\frac{15}{9}$, 1, $-\frac{2}{9}$, $\frac{12}{9}$

A l'aide de la calculatrice, vérifier l'ordre de ces quotients.

3) Classement de quotients

a) Pour comparer des quotients, on écrit des quotients de même dénominateur, égaux aux quotients donnés. Exemple : $\frac{7}{4}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{7}{5}$ et $\frac{5}{3}$

b) Chercher un multiple de 4, 6, 5 et 3 : …… ; compléter : $\frac{7}{4} = -$ $\frac{9}{6} =$ $\frac{7}{5} =$ $\frac{5}{3} =$

c) Ecrire les quotients donnés dans l'ordre croissant .

d) A l'aide de la calculatrice, vérifier l'ordre de ces quotients.

Exercice : Au dos de la feuille, classer les deux séries de nombres :

$\frac{2}{3}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{9}$

$-\frac{11}{4}$; $\frac{15}{16}$; 3 ; $\frac{25}{8}$; 1 et $-\frac{3}{2}$

QUOTIENTS : UTILISATION DES DIVISEURS

Rappel : b et k sont deux nombres non nuls : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$

Pour passer du quotient $\frac{a \times k}{b \times k}$ au quotient $\frac{a}{b}$, on divise numérateur et dénominateur par un même nombre k non nul.

Exercices :

1) Compléter les égalités

$\frac{15}{35} = \frac{\ }{7}$ $\qquad -\frac{28}{21} = -\frac{4}{\ }$ $\qquad \frac{12}{8} = \frac{\ }{2}$ $\qquad -\frac{9}{33} = -\frac{\ }{11}$ $\qquad \frac{13}{65} = \frac{1}{\ }$

2) Simplifier les quotients

Si c'est nécessaire, commencer par réécrire numérateur et dénominateur sous forme d'un produit de facteurs, en faisant apparaître au moins un facteur commun.

$\frac{35}{49} =$ $\qquad -\frac{12}{8} =$ $\qquad -\frac{15}{42} =$

$\frac{14}{16} =$ $\qquad -\frac{20}{80} =$ $\qquad \frac{18}{33} =$

$\frac{42}{36} =$ $\qquad \frac{98}{28} =$ $\qquad -\frac{56}{72} =$

3) Classer des quotients

a)On veut comparer ces quotients.

♦ Simplifier le plus possible :

$\frac{75}{100} =$ $\qquad \frac{45}{36} =$ $\qquad \frac{66}{24} =$ $\qquad \frac{14}{8} =$

$\frac{30}{120} =$ $\qquad \frac{60}{16} =$ $\qquad \frac{25}{20} =$

♦ Ecrire les quotients donnés dans l'ordre croissant.

b)Même travail avec :

$-\frac{7}{84}\ ;\ \frac{11}{121}\ ;\ -\frac{14}{28}\ ;\ \frac{24}{72}\ ;\ \frac{13}{65}\ ;\ -\frac{6}{42}\ ;\ \frac{3}{12}$

QUOTIENTS : MULTIPLICATION

1) Produit d'un entier par un quotient

Rappel : $7\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{7\times3}{5}=-\frac{21}{5}$ $\quad\left(-\frac{7}{9}\right)\times5=-\frac{7\times5}{9}=-\frac{35}{9}$ $\quad-\frac{1}{8}\times(-5)=\frac{1\times5}{8}=\frac{5}{8}$

$2\times\left(-\frac{7}{8}\right)=-\frac{2\times7}{8}=-\frac{2\times7}{2\times4}=-\frac{7}{4}$ car on a pensé à simplifier.

$$\boxed{c\neq0\ ,\ a\times\frac{b}{c}=\frac{a\times b}{c}\quad \text{et}\quad \frac{d}{c}\times k=\frac{d\times k}{c}}$$

2) Produit de deux quotients

$\frac{5}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{2\times7}=\frac{15}{14}$ $\quad\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{9}{10}=-\frac{3\times9}{7\times10}=-\frac{27}{70}$ $\quad\frac{2}{7}\times\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{2\times6}{7\times7}=-\frac{12}{49}$

$\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{15}{14}\right)=\frac{7\times15}{3\times14}=\frac{7\times3\times5}{3\times2\times7}=\frac{5}{2}$ car on a pensé à simplifier.

$$\boxed{b\neq0\ ,\ d\neq0\ ;\ \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$

3) Exercices

Calculez les expressions données, sans oublier de simplifier quand c'est possible :

$\frac{3}{4}\times5$

$-\frac{7}{2}\times(-4)$

$\frac{5}{6}\times9$

$3\times\left(-\frac{11}{9}\right)$

$(-8)\times\frac{9}{16}$

$3\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$-\frac{5}{7}\times7$

$-\frac{1}{13}\times(-13)$

$10\times\left(-\frac{12}{25}\right)$

$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$

$\frac{3}{2}\times\left(-\frac{7}{2}\right)$

$\left(-\frac{11}{9}\right)\times\left(-\frac{9}{8}\right)$

$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{3}$

$\frac{8}{7}\times\frac{21}{16}$

$\frac{6}{5}\times\frac{25}{3}$

$\frac{8}{35}\times\left(-\frac{7}{64}\right)$

$\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{2}\times\frac{6}{11}$

$-\frac{5}{18}\times\frac{27}{10}\times(-4)$

QUOTIENT : MULTIPLICATION

En commençant par déterminer le signe de chaque produit, calculer et simplifier quand c'est possible :

$A=\frac{4}{3}\times\frac{2}{5}$

$B=\frac{1}{6}\times(-\frac{5}{7})$

$C=-\frac{2}{3}\times(-\frac{11}{4})$

$D=\frac{7}{9}\times\left(-\frac{9}{7}\right)$

$E=-\frac{4}{3}\times(-\frac{9}{4})$

$F=\frac{5}{6}\times(-12)$

$G=\frac{5}{3}\times\frac{7}{2}\times\frac{22}{35}$

$H=-\frac{3}{7}\times(-\frac{21}{5})\times(-\frac{4}{3})$

$I=-\frac{7}{18}\times\frac{8}{21}\times(-9)$

$J=\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}\times\frac{-15}{4}\times\frac{4}{7}$

$K=-\frac{7}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{-5}{21}$

QUOTIENTS : DIVISION

1) Inverse

Compléter les égalités suivantes par une fraction.

$4\times.... = 1$ $\quad$ $3\times.... = 1$ $\quad$ $10\times.... = 1$

4 est l'inverse de …. $\quad$ 3 est l'inverse de …. $\quad$ 10 est l'inverse de ….

…. est l'……….de 4 $\quad$ …. est ………..de 3 $\quad$ ….est……………..de 10

Même travail à compléter :

$0{,}01\times.... = 1$ $\quad$ $\frac{5}{4}\times.... = 1$ $\quad$ $-\frac{2}{3}\times.... = 1$

0,01 est l'inverse de $\quad$ $\frac{5}{4}$ est……………… $\quad$ $-\frac{2}{3}$ est ………………

…. est l'inverse…….. $\quad$ … est l'……………… $\quad$ …. est l'……………

Retenons : Si a≠0 et b≠0, $a\times\frac{1}{a} = 1$ et $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a} = 1$, on dit que :

$\frac{1}{a}$ est l'inverse de a $\quad$ ou $\quad$ a est l'inverse de $\frac{1}{a}$ $\quad$ ou $\quad$ a et $\frac{1}{a}$ sont inverses

$\frac{a}{b}$ est l'inverse de $\frac{b}{a}$ $\quad$ ou $\quad$ $\frac{b}{a}$ est l'inverse de $\frac{a}{b}$ $\quad$ ou $\quad$ $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont inverses

2) Découvrons

$21 : 7 = 3$ $\quad$ et $\quad$ $21\times\frac{1}{7} = ...$ $\quad$ donc $21 : 7 =$

$63\times\frac{2}{3} = 42$ alors $42 : \frac{2}{3} = 63$ $\quad$ et $\quad$ $42\times\frac{3}{2} =$ $\quad$ donc $42 : \frac{2}{3} =$

$\frac{15}{28}\times\frac{4}{3} = \frac{5}{7}$ alors $\frac{5}{7} : \frac{4}{3} = ...$ $\quad$ et $\quad$ $\frac{5}{7}\times\frac{3}{4} = ...$ $\quad$ donc $\frac{5}{7} : \frac{4}{3} = \frac{5}{7}.........$

d'où la règle :

ex : $\quad -5 : \frac{7}{3} = -5\times\frac{3}{7} = -\frac{15}{7}$ $\quad$ $\frac{-2}{-\frac{1}{3}} = -2 : \left(-\frac{1}{3}\right) = -2\times(-3) = 6$ $\quad$ $\frac{\frac{9}{7}}{5} = \frac{4}{9} : \frac{7}{5} = \frac{4}{9}\times\frac{5}{7} = \frac{20}{63}$

3) Exercice : Au dos de la feuille, transformer les divisions en multiplications puis effectuer (simplifier d'abord….)

$\frac{3}{4} : \frac{6}{5}$ $\quad$ $-\frac{8}{3} : 2$ $\quad$ $\frac{5}{3} : \frac{5}{3}$ $\quad$ $2 : \frac{8}{3}$

$-\frac{9}{8} : \frac{4}{9}$ $\quad$ $-\frac{4}{7} : \frac{-8}{21}$ $\quad$ $\frac{8}{15} : \frac{12}{25}$ $\quad$ $\frac{14}{5} : \left(-\frac{21}{65}\right)$

$\frac{\frac{17}{-12}}{\frac{-34}{27}}$ $\quad$ $\frac{-9}{\frac{11}{6}}$ $\quad$ $\frac{\frac{28}{27}}{\frac{35}{9}}$ $\quad$ $\frac{-9}{\frac{7}{3}}$

QUOTIENTS : SOMMES ALGEBRIQUES

Exemples: $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$ / $\frac{7}{9}-\frac{11}{9}=-\frac{4}{9}$ / $2+\frac{5}{7}=\frac{2\times 7}{7}+\frac{5}{7}=\frac{14+5}{7}=\frac{19}{7}$

$\frac{12}{5}-\frac{7}{10}=\frac{24}{10}-\frac{7}{10}=\frac{17}{10}$

Rappels: - On n'ajoute ou ne retranche que des fractions de même dénominateur.
- On simplifie le résultat quand c'est possible.

1) Calculer et simplifier les sommes algébriques qui suivent.

$A=\frac{7}{3}+\frac{5}{3}$	$B=\frac{12}{5}-\frac{2}{5}$	$C=\frac{9}{4}+\frac{1}{4}$	$D=\frac{15}{7}-\frac{20}{7}$
$E=\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$	$F=\frac{11}{15}-\frac{2}{3}$	$G=\frac{4}{3}+\frac{5}{12}$	$H=\frac{3}{20}-\frac{7}{5}$
$J=2+\frac{5}{7}$	$K=\frac{3}{4}+3$	$L=1-\frac{5}{9}$	$M=\frac{16}{6}-4$

2) Même exercice que le précédent mais il est possible de faire des regroupements astucieux dans certains calculs avant de réduire au même dénominateur.

$N=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}+\frac{3}{7}$	$P=\frac{7}{9}+\frac{1}{9}-\frac{5}{9}$	$R=\frac{11}{8}-\frac{17}{8}+\frac{3}{8}$
$S=\frac{7}{15}-\frac{8}{15}-\frac{4}{15}$	$T=\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{11}{6}$	$U=\frac{1}{5}-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$
$V=\frac{7}{9}+2-\frac{8}{3}$	$W=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}$	$X=-\frac{4}{21}+\frac{13}{7}+\frac{4}{21}-\frac{2}{14}$

QUOTIENTS : SOMMES ALGEBRIQUES

Rappels: -On n'ajoute ou ne retranche que des fractions de même dénominateur.
-On simplifie le résultat quand c'est possible.

Exemples: $\frac{11}{5}-\frac{7}{10}+1=\frac{22}{10}-\frac{7}{10}+\frac{10}{10}=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$

$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{2\times4}{3\times4}+\frac{5\times3}{4\times3}=\frac{8}{12}+\frac{15}{12}=\frac{23}{12}$

$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{7}{6}=\frac{3\times15}{4\times15}+\frac{2\times12}{5\times12}-\frac{7\times10}{6\times10}=\frac{45}{60}+\frac{24}{60}-\frac{70}{60}=\frac{45+24-70}{60}=\frac{-1}{60}=-\frac{1}{60}$

Exercices :

1) Calculer et donner le résultat le plus simple possible (ne pas oublier que, dans certains cas, on peut faire des regroupements astucieux).

$A=\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$	$B=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{5}\right)$
$C=3+\left(\frac{-3}{4}\right)$	$D=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{4}{7}+\frac{1}{4}$
$E=-\frac{4}{3}+\frac{1}{7}$	$F=\frac{2}{3}-\left(\frac{-1}{-2}\right)-\frac{1}{6}$
$G=\frac{-17}{2}-1+\frac{2}{3}$	$H=\frac{7}{9}-\frac{4}{3}+\frac{5}{2}-1$

2) Même exercice que le précédent .

$J=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}$	$K=-\frac{5}{4}-\frac{1}{3}+\frac{5}{4}+\frac{4}{9}$
$L=\frac{1}{5}-\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)$	$M=\frac{2}{5}+\frac{3}{2}-\frac{1}{4}$
$N=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}$	$P=\frac{4}{7}-\frac{2}{11}-(-1)$
$R=\frac{1}{3}+\left(\frac{-7}{-12}\right)-\frac{8}{15}$	$S=-\frac{4}{3}+\frac{1}{2}-\left(\frac{-2}{3}\right)$
$T=\frac{3}{4}+\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{3}{4}+\frac{4}{3}$	$U=\frac{3}{10}+\frac{2}{15}+\frac{1}{12}-1$

QUOTIENTS : CALCULS NUMERIQUES

Effectuer les calculs proposés en pensant aux simplifications et aux priorités opératoires.

$A=\frac{7}{8}-\frac{1}{4}\times\frac{5}{2}$	$B=\frac{7}{4}-\frac{2}{5}\times\frac{7}{8}$
$C=\left(\frac{7}{4}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{7}{8}$	$D=\frac{18}{15}:\frac{9}{4}+\frac{7}{15}$
$E=\dfrac{7-\frac{2}{3}}{7+\frac{2}{3}}$	$F=\frac{5}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{25}{6}$
$G=18-16:\frac{4}{7}$	$H=\dfrac{1}{\frac{7}{10}-\frac{9}{5}}$
$J=\frac{4}{9}-\frac{13+3}{13-3}$	$K=\left(\frac{11}{3}+\frac{2}{6}\right):\left(\frac{11}{6}-\frac{5}{3}\right)$
$L=\left(\frac{7}{6}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{-5}{2}\right)$	$M=\frac{5}{3}\times\frac{12}{7}-\left(-\frac{4}{21}\right)$

QUOTIENTS : PREMIERS CALCULS ALGEBRIQUES

1) Calculer les expressions données.

Pour $x=\frac{2}{3}$ $4x=$ $-6x=$	Pour $x=-\frac{3}{4}$ $5x=$ $-7x=$	Pour $x=\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}x=$ $-\frac{15}{7}x=$

Pour $x=\frac{2}{3}$ $A=4x+\frac{5}{3}$	Pour $x=-\frac{5}{2}$ $B=6x+5$
Pour $x=-7$ $C=\frac{5}{14}x-\frac{13}{2}$	Pour $x=\frac{5}{6}$ $D=\left(9x-\frac{7}{4}\right):2$

2) Transformer les écritures.

Exemple : $\frac{17}{6}x+\frac{1}{6}x-\frac{5}{6}x=\left(\frac{17}{6}+\frac{1}{6}-\frac{5}{6}\right)x=\frac{17+1-5}{6}x=\frac{13}{6}x$

$E=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}x$	$F=\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}x+x$
$G=\frac{5}{6}x+\frac{5}{18}x-\frac{4}{9}x$	$H=\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{3}x\right)\times 2$
$J=\left(\frac{5}{11}x-\frac{7}{11}x\right):\frac{4}{5}$	$K=\frac{7}{4}x+5-\frac{3}{4}x$

QUOTIENTS : D'UNE EGALITE A L'AUTRE

Premier exemple

On considère les quotients $\frac{5}{6}$ et $\frac{10}{12}$.

1)Justifier l'égalité de ces quotients.

2)Comparer 5×12 et 6×10.

3)Comparer : $\frac{5}{10}$ et $\frac{6}{12}$

$\frac{10}{5}$ et $\frac{12}{6}$

$\frac{6}{5}$ et $\frac{12}{10}$

A partir d'une égalité de deux quotients, on peut en déduire .... autres égalités.

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{\frac{5}{6}=\frac{10}{12}} \arrow[d, shift left] & \\
\boxed{\frac{5}{10}=-} \arrow[r, shift left] & \boxed{5\times12=\ \times} \arrow[l, shift left] \arrow[r, shift left] \arrow[u, shift left] \arrow[d, shift left] & \boxed{\frac{12}{6}=-} \arrow[l, shift left] \\
 & \boxed{\frac{6}{5}=-} \arrow[u, shift left] &
\end{tikzcd}$$

Autre exemple et généralisation :

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{\frac{6}{16}=\frac{3}{-}} \arrow[d, shift left] & \\
\boxed{\frac{6}{3}=-} \arrow[r, shift left] & \boxed{6\times8=16\times3} \arrow[l, shift left] \arrow[r, shift left] \arrow[u, shift left] \arrow[d, shift left] & \boxed{\frac{8}{16}=-} \arrow[l, shift left] \\
 & \boxed{\frac{16}{6}=-} \arrow[u, shift left] &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}} \arrow[d, shift left] & \\
\boxed{\frac{a}{c}=\frac{b}{d}} \arrow[r, shift left] & \boxed{a\times d=b\times c} \arrow[l, shift left] \arrow[r, shift left] \arrow[u, shift left] \arrow[d, shift left] & \boxed{\frac{d}{b}=\frac{c}{a}} \arrow[l, shift left] \\
 & \boxed{\frac{b}{a}=\frac{d}{c}} \arrow[u, shift left] &
\end{tikzcd}$$

Exercice : Transformer ces égalités de quotients en autres égalités :

	Par l'échange des « moyens »	Par l'échange des « extrêmes »	Par l'écriture des inverses	Produits égaux
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$	$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$	$a\times d=b\times c$
$\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$				
	$\frac{7}{2}=\frac{5}{x}$			
			$\frac{3}{p}=\frac{8}{9}$	
				$3\times y=x\times5$

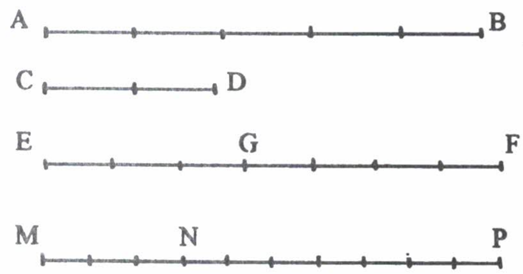
QUOTIENTS ET EQUATIONS

Dans les équations suivantes écrites sous la forme d'une égalité de quotients, il faut chercher le nombre x c'est-à-dire la solution de l'équation.
Plusieurs techniques sont possibles ; deux sont proposées en exemple.

Equation	Résolution		Vérification	Solution de l'équation
Ex 1 : $\frac{4}{x}=\frac{7}{5}$	On écrit les produits égaux	$7x=4\times5$ ou $x=\frac{20}{7}$	$\frac{4}{\frac{20}{7}}=4\times\frac{7}{20}=\frac{4\times7}{4\times5}=\frac{7}{5}$	$\frac{20}{7}$
Ex 2 : $\frac{x}{8}=\frac{2}{3}$	On utilise la définition du quotient	$x=\frac{2}{3}\times8$ ou $x=\frac{16}{3}$	$\frac{\frac{16}{3}}{8}=\frac{16}{3}\times\frac{1}{8}=\frac{2\times8}{3\times8}=\frac{2}{3}$	$\frac{16}{3}$
$\frac{x}{7}=\frac{5}{6}$				
$\frac{f}{55}=\frac{2}{11}$				
$\frac{9}{k}=\frac{11}{5}$				
$\frac{8}{13}=\frac{y}{5}$				
$\frac{6}{8}=\frac{h}{4}$				
$\frac{17}{b}=\frac{1}{3}$				
$\frac{11}{4}=\frac{33}{a}$				
$\frac{10}{t}=\frac{8}{12}$				
$\frac{1}{d}=\frac{12}{7}$				
$\frac{z}{4}=\frac{8}{9}$				

QUOTIENTS : RAPPORTS DE MESURES

1) Longueurs



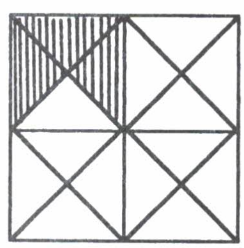
$\frac{AB}{CD} = -$ ou $AB = - \times CD$

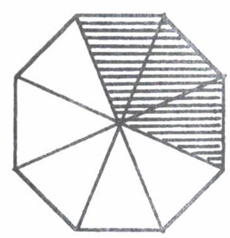
$\frac{EG}{EF} = -$ ou $EG = - \times EF$

$\frac{MP}{MN} = -$ ou $MP = - \times MN$

✶si $\frac{KL}{KR} = \frac{2}{3}$ et $KL = 7$, calcule KR

2) Aires





A : aire totale du carré
A' : aire hachurée

$\frac{A'}{A} = -$ ou $A' = - \times A$ ou $A = - \times A'$

✶ *si* A =15 m² ; calcule A'
✶ *si* A' = 9 m² ; calcule A

S : aire totale de l'octogone
S' : aire hachurée

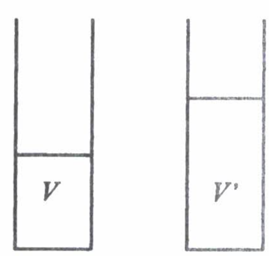
$\frac{S}{S'} = -$ ou $\frac{S'}{S} =$

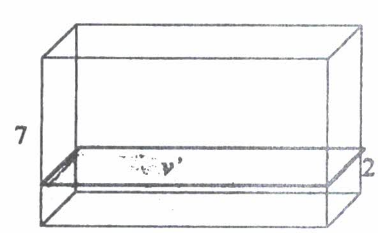
✶ *si* S =60 cm² ; calcule S'
✶ *si* S' =3,5 m² ; calcule S

3) Volumes

$\frac{V}{V'} = -$ ou $\frac{V'}{V} =$

✶ *si* V = 42 cm³ ; calcule V'
✶ *si* V' = 7,2 dm³ ; calcule V





v : volume total du pavé droit
v' : volume du liquide
h : hauteur du pavé droit
h' : hauteur du liquide

$\frac{v}{v'} = \frac{h}{h'} = -$ ou $\frac{v'}{v} = -$

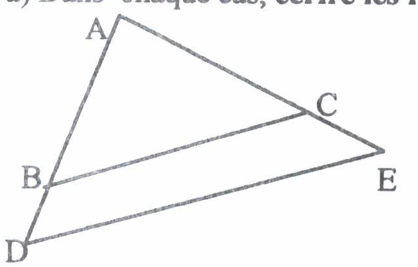
✶ *si* v =150 cm³ ; calcule v'
✶ *si* v'= 84 dm³; calcule v

QUOTIENTS ET GEOMETRIE

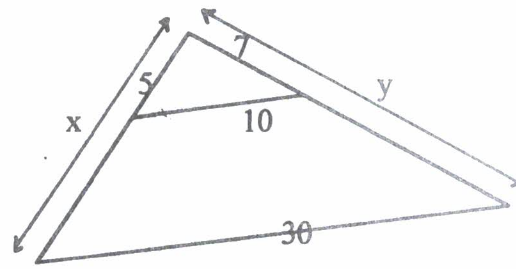
1) Situation de Thalès

Dans chaque figure, il y a deux côtés parallèles.

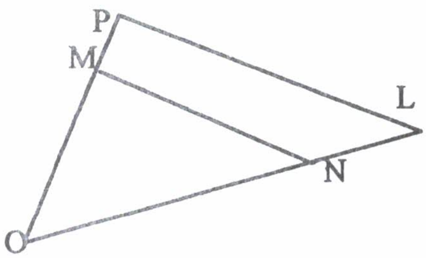
a) Dans chaque cas, **écrire les rapports égaux**.



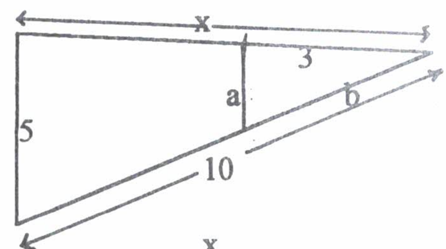
$\frac{AB}{AD} = - = -$



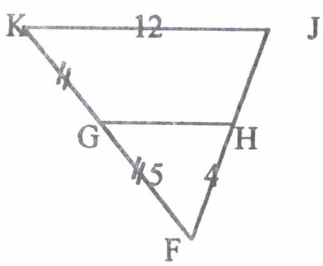
$\frac{5}{x} = - = -$



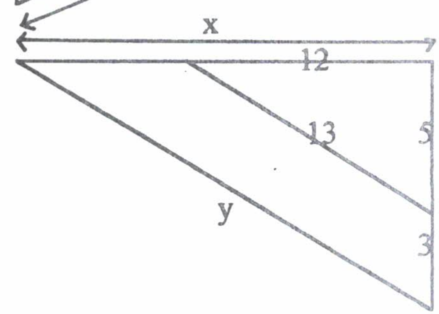
– = – = –



– = – = –



– = – = –

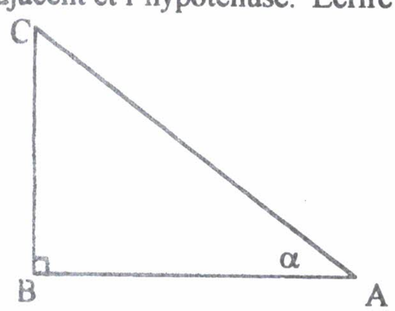


– = – = –

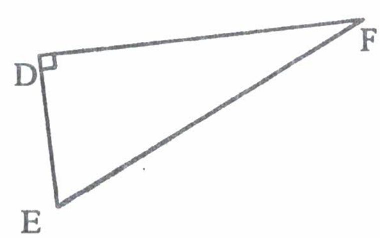
b) On peut prolonger cet exercice avec le calcul des longueurs inconnues dans chaque figure ….

2) Cosinus

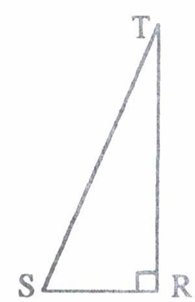
Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le rapport des longueurs entre le côté adjacent et l'hypoténuse. Ecrire les cosinus demandés.



$\cos(\widehat{\alpha}) =$

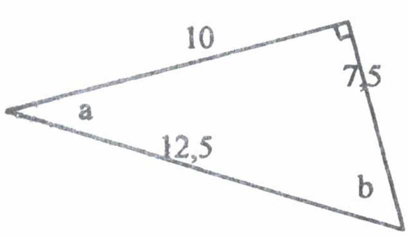


$\cos(\widehat{DEF}) =$



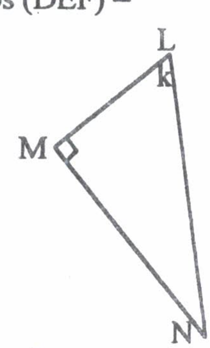
$\cos(\widehat{STR}) =$

$\cos(\widehat{TSR}) =$

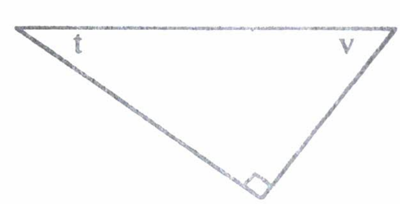


$\cos(\hat{a}) =$

$\cos(\hat{b}) =$



$\cos(\hat{k}) =$



$\cos(\hat{t}) =$

$\cos(\hat{v}) =$

(prendre la règle graduée ….)

UTILISATIONS DE QUOTIENTS

Les exercices qui suivent sont choisis dans différents domaines du programme et peuvent être résolus grâce au calcul fractionnaire vu dans les fiches précédentes.

VITESSE

a) ***Conversion de durée***

$\frac{2}{3}h = \ldots\ldots\ldots \text{min}$ $\quad \frac{3}{2}h = \ldots\ldots\ldots\ldots \text{min}$ $\quad \frac{1}{6}h = \ldots\ldots\ldots \text{min}$ $\quad 0{,}1h = \ldots\ldots\ldots \text{min}$ $\quad 2{,}5h = \ldots\ldots \text{min}$

$20\,\text{min} = -h$ $\quad 30\,\text{min} = -h$ $\quad 5\,\text{min} = -h$ $\quad 36s = -h$

b) ***Calcul de vitesse***

Distance d	180 km	3 km	540 m
Temps t	3h 20min	6 min	10 min
Vitesse v	km/h	km/h	km/h

c) ***Problème***
Une voiture qui roule régulièrement a parcouru 91 km en 1h10min.
Combien aura-t-elle parcouru au bout de 2h ?

MASSE VOLUMIQUE

a) ***La masse volumique d'un corps***, notée **m**, est le quotient de la masse **M** de ce corps par son volume **V**. $\quad m = \frac{M}{V}$

1) Lorsque M est en kg et V en m^3, dans quelle unité m est-elle exprimée ?

2) Les unités étant celles du 1), compléter le tableau en arrondissant au dixième (si c'est utile).

	sucre	mercure	glace
m	$1{,}6\times10^3$	$13{,}6\times10^3$	
M	1		2×10^{-2}
V		0,5	$21{,}7\times10^{-2}$

b) Problème
Un mélange de fer et d'aluminium a un volume de 300cm^3 ; 30% de ce volume est constitué par le fer.
◆Calculer le volume de fer et le volume de l'aluminium contenu dans ce mélange.
◆La masse volumique du fer est 7860 kg/ m^3 et celle de l'aluminium est de 2750 kg/ m^3.
Quelle est la masse de ce mélange ?

STATISTIQUE ET PROPORTIONNALITE

La criminalité en France

Compléter le tableau suivant, sachant que l'on choisit pour base l'indice 100 comme indice de criminalité en 1975.

année	Nombre de crimes et délits	indice
1975	1 912 327	100
1980	2 627 508	
1985	3 579 194	
1988	3 132 694	

En déduire le pourcentage d'augmentation de la criminalité entre 1975 et 1980.
Puis entre 1975 et 1985.

TITRE : 17 fiches de calcul fractionnaire en 4ème

AUTEURS : - GIMMILLARO Martine
- MAUREL Catherine
- REGNARD Annick

PUBLIC VISE : Elèves ; enseignants
Age : 13-14 ans
Niveau : 4ème

RESUME : Le document s'adresse aux élèves de 4ème, dans la continuité du travail fait sur les fractions en 6ème et 5ème (voir les parutions IREM sur ce sujet), en conformité avec les programmes parus en 1997.

C'est une reprise du fichier « Quotients 4ème et 3ème » qui visait deux niveaux et qui devient un outil plus adapté à un seul niveau.

Il a pour objectif de renforcer le sens donné aux quotients les années précédentes ainsi que la maîtrise des règles nécessaires au calcul fractionnaire.

THEMES ABORDES :

- Quotients de nombres relatifs
- Comparaison et classement
- Produit de quotients
- Division de quotients
- Somme de quotients
- Quotients et équations
- Applications géométriques et autres ...

MOTS CLES : aire-calcul-classement-conversion-cosinus-dénominateur-diviseur-division-durée-égalité-fraction-longueur-multiple-multiplication-numérateur-ordre-pourcentage-produit-quotient-rapport-relatif-réduction-simplifier-somme-Thalès-vitesse-volume.