université HENRI POINCARÉ NANCY 1

I.R.E.M. DE LORRAINE

44 FICHES

DE

CALCUL NUMERIQUE ET ALGEBRIQUE

EN 3EME

Programme1998

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 1999
n° de la publication : 2-85406-164- 0
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

LE CALCUL ALGEBRIQUE ...... POURQUOI ?

Résoudre un problème c'est d'abord **l'interpréter** et **le plus souvent** le traduire par une ou plusieurs égalités. Dans ces égalités, certains nombres sont connus, même s'ils sont exprimés par des lettres (en général : les lettres a, b, c, ...) et d'autres sont inconnus : ils sont en général exprimés par des lettres x, y, z, t, ...
Ces égalités sont appelées des EQUATIONS.

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes les valeurs** du ou des nombres inconnus qui vérifient la ou les égalités données.

Equations
Nous avons rencontré des équations en classe de 5ème et de 4ème.
Elles étaient de la forme : $x + b = c$
$ax = c$
$ax + b = c$ (x est l'inconnue
a, b, c sont des nombres connus)

Equations - produits :
De nombreuses équations ont une forme très différente ; cependant, souvent, elles peuvent être transformées (en appliquant les propriétés des 4 opérations : + , - , × , **:**) de manière à ce que leur résolution fasse appel en final à l'un des 4 types vus. Mais il est alors indispensable de vérifier que la ou les solutions trouvées vérifient les égalités de départ.

Le Calcul algébrique a pour objectif premier de permettre ces transformations en toute sécurité.

CONTENU DU DOCUMENT

Afin de mettre en place assez rapidement des automatismes, les fiches n'utilisent pratiquement que des entiers relatifs.

★ Calcul numérique sur les entiers (+, -, x, puissances, priorités)
fiches 1 à 8
★ Sommes et produits algébriques.
fiches 9 à 16
★ Produits remarquables : développement.
fiches 17 à 23
★ Equations simples à une inconnue.
fiches 24 à27
★ Equations - produits avec la nécessité de factoriser.
fiches 28 à 33, 41 et 42
★ Produits remarquables : factorisation.
fiches 34 à 42
★ Quelques exercices de brevet.
fiches 43 et 44

* La mise en équation d'un problème fait l'objet du fascicule de l'IREM de Lorraine : **Algébrisation**.
* Des fiches numériques du même type complètent le travail avec d'autres nombres dans deux fichiers de l'IREM de Lorraine : **Les racines carrées au collège** et **Des quotients**.

ADDITION - SOUSTRACTION	1

Exemples :

$(+15)$	$+$	$(+7)$	$=$	$15+7$	$=$	22	$(+17)$	$-$	$(+8)$	$=$	$17-8$	$=$	9
$(+12)$	$+$	(-9)	$=$	$12-9$	$=$	3	$(+17)$	$-$	(-24)	$=$	$17+24$	$=$	41
$(+20)$	$+$	(-27)	$=$	$20-27$	$=$	-7	$(+17)$	$-$	$(+20)$	$=$	$17-20$	$=$	-3
(-5)	$+$	$(+12)$	$=$	$-5+12$	$=$	7	(-12)	$-$	$(+4)$	$=$	$-12-4$	$=$	-16
(-8)	$+$	$(+3)$	$=$	$-8+3$	$=$	-5	(-12)	$-$	(-9)	$=$	$-12+9$	$=$	-3
(-15)	$+$	(-9)	$=$	$-15-9$	$=$	-24	(-12)	$-$	(-20)	$=$	$-12+20$	$=$	8

A - Calcule

$(+7)+(-9)+3$
$(-5)-(-2)+(-4)$
$(-3)+(-5)-(-2)$
$-3-5-2$
$-4+2-7+3$
$-9-5+4-2$
$-5+9-3+4$
$3-4-3+4$
$-3-5+2+4$
$7-2-5-2$

$-3+2-(-3)-2$
$-5-(-5)-(-2)$
$13-2-9-4$
$9-3+6-2$
$-7-2-4-5$
$13-9-7-6+9$
$-8-6-3-4+10$
$5-9+8-7+2$
$-4-(-11)-5$
$-2-8+3+7-13$

B - Calcule les expressions suivantes dans chacun des cas :

1er cas : $a = 6$ $b = -3$ $c = 11$

2ème cas : $a = -8$ $b = -2$ $c = -5$

	1er cas	**2ème cas**
$a+b+c$		
$a+b-c$		
$a-b+c$		
$-a+b+c$		
$a-b-c$		
$-a-b-c$		
$-a-b+c$		
$-a+b-c$		

ADDITION - SOUSTRACTION - PARENTHESES

Exemples : *On effectue d'abord les calculs indiqués dans les parenthèses*

$10 + (8-11) - (4-9) = 10 + (-3) - (-5) = 10-3+5 = 12$

$(7-12) + (-8+5) = (-5) + (-3) = -5 - 3 = -8$

$(7-3) - (11-8) = 4-3 = 1$

A - Effectue les calculs suivants en respectant bien les parenthèses

$4 + (2-8) + (5+2-10)$
$2 - (2-9) + (1-9+4)$
$(2-3) - (4-5) + (6-7)$
$(-100+10) - (-200+20)$
$(9-6) - (3-6+2) + (9-11)$
$(3-5) - (7-9) + (11-13) - (1+3)$
$5 - [3-(4-7)]$
$13 - [2-(19+3)]$
$3 - [4-(5+7)] - (2-5)$
$[7 - (4-9)] - [6-(10+2)]$

B - Il faut calculer l'expression donnée sachant que :

$a = -2$ $b = 3$ $c = -7$

$(a+b)-(b-c)+(a+c)$	$(-2+3)-[3-(-7)]+[-2+(-7)] =$	$1-10+(-9) =$	-18

De la même façon, calcule les expressions suivantes sachant que $a = -8$, $b = 5$ et $c = -4$

$(a+b)-(b-c)+(a+c)$			
$(a+b+c)-(c-a-b)$			
$(a-7)+(b-9)-(c+1)$			
$(4-a)+(2-b)-(8-c)$			
$(a+b-4)-(a-c+2)$			

PRODUIT

Outil : Pas de calculatrice

Exemples :

$3 \times (-5) = -15$ $\qquad$ $8 \times (-8) = -64$

$(-10) \times 7 = -70$ $\qquad$ $(-4) \times (-3) = 12$

Rappel : $\quad$ *$3a$ signifie $3 \times a$*

$-4a$ signifie $(-4) \times a$

A - Calcule

$(-4) \times 9 =$	$7 \times (-5) \times 2 =$	$5 \times 7 \times (-2) \times 10 =$
$6 \times (-8) =$	$4 \times (-3) \times (-10) =$	$19 \times (-4) \times 7 \times 0 =$
$-8 \times (-7) =$	$(-2) \times 25 \times 0 =$	$(-2) \times 2 \times (-3) \times 3 =$
$(-25) \times (-1) =$	$(-3) \times 2 \times (-7) =$	$(-6) \times (25) \times 2 \times (-4) =$
$0 \times (-11) =$	$(-5) \times (-2) \times (-8) =$	$(-5) \times (-4) \times (-2) \times (-3) =$

B - ex : Je calcule $7x$ pour $x = -5$: $\qquad$ $7x = 7 \times (-5) = -35$

Calcule les expressions données dans chaque cas :

1er cas : $x = 5$		**2ème cas : $x = -3$**		**3ème cas : $x = 7$**		**4ème cas : $x = -10$**	
$3x$		$2x$		$-2x$		$3x$	
$-2x$		$-3x$		$4x$		$-5x$	
$4x$		$5x$		$-5x$		$-9x$	
$-5x$		$-4x$		$9x$		$7x$	
$-x$		$-x$		$-x$		$-x$	
$8x$		$7x$		$-10x$		$15x$	
$11x$		$-8x$		$11x$		$-2x$	
$-12x$		$15x$		$-20x$		$-7x$	

LES PUISSANCES

Exemples :

$7^2 = 7 \times 7$ $\quad 7^2 = 49$

$8^3 = 8 \times 8 \times 8$ $\quad 8^3 = 512$

$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$ $\quad (-4)^3 = -64$

$(-6)^2 = (-6) \times (-6)$ $\quad (-6)^2 = 36$

Attention aux signes !

a = 7	a = − 5	a = 7	a = − 5	a = 7	a = − 5
$a^2 = 7^2$	$a^2 = (-5)^2$	$(-a)^2 = (-7)^2$	$(-a)^2 = 5^2$	$-a^2 = -7^2$	$-a^2 = -(-5)^2$
$a^2 = 7 \times 7$	$a^2 = (-5) \times (-5)$	$(-a)^2 = (-7) \times (-7)$	$(-a)^2 = 5 \times 5$	$-a^2 = -7 \times 7$	$-a^2 = -[(-5) \times (-5)]$
$a^2 = 49$	$a^2 = 25$	$(-a)^2 = 49$	$(-a)^2 = 25$	$-a^2 = -49$	$-a^2 = -25$

Ex 1 : Effectue les calculs suivants : indique le calcul effectué dans la 1ère colonne
écris directement le résultat dans les autres

$(-6)^3 =$ $\quad =$	$4^3 =$	$-5^4 =$
$30^4 =$ $\quad =$	$7^2 =$	$(-2)^5 =$
$(-800)^3 =$ $\quad =$	$(-9)^2 =$	$(-3)^4 =$

Ex : 2 : Complète les tableaux suivants. Dans la 1ère ligne, remplace la lettre par sa valeur.
Dans la deuxième ligne, écris le résultat.

a	a^4	$(-a)^2$	$(-a)^5$	$-a^3$	$-a^2$
3					
résultat					

b	b^2	$(-b)^3$	$-b^4$	$(-b)^2$	$-b^3$
−5					
résultat					

c	c^4	$-c^2$	$(-c)^6$	$-c^4$	$(-c)^3$
1					
résultat					

d	d^3	$-d^2$	$(-d)^4$	d^6	$-d^5$
−2					
résultat					

x	x^4	x^7	$(-x)^3$	$-x^2$	$-x^5$
−1					
résultat					

y	y^2	y^5	$(-y)^3$	$-y^2$	$-y^4$
0					
résultat					

PUISSANCES DE 10

Rappels :

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$ n est l'exposant

$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ 10^n et 10^{-n} sont des inverses.

Par convention, $10^0 = 1$ / $10 = 10^1$ / $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

Règles de calcul : n, m, p étant des nombres entiers positifs ou négatifs,

$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$ $10^n : 10^p = 10^{n-p}$ $(10^n)^p = 10^{n \times p}$

① Ecrire ces nombres sous la forme 10^m, m étant positif ou négatif :

100 / 0,001 / 10000 / 0,1 / 1 million / 10 milliards / 1 millionième

0,0001 / 1000 / 1 milliardième / $\frac{1}{10000}$

② Exprimer ces produits sous la forme d'une puissance de 10 :

$10^2 \times 10^4$ $100 \times 10^{-4} \times 10^2$

$10^3 \times 10 \times 10^2$ $10^5 \times 10^9 \times 10^{-10}$

$10^{-2} \times 10^4$ $(10^{-1})^2 \times 10^3$

$10^6 \times 10^{-3} \times 10$ $10^4 \times 10^{-6} \times 10^7 \times 10^3$

③ Exprimer ces quotients sous forme d'une puissance de 10

$\frac{10^4}{10^3} =$ $\frac{10^8}{10^7} =$ $\frac{10^{-7}}{10^{-6}} =$

$\frac{10^7}{10} =$ $\frac{10^4}{10^{-1}} =$ $\frac{10}{10^{-4}} =$

$\frac{10^6}{10^8} =$ $\frac{10^{-3}}{10} =$ $\frac{10^{20}}{(10^9)^2} =$

④ Faire les calculs demandés ; mettre la réponse sous la forme 10^p puis l'écrire sous la forme d'un décimal.

$\frac{10^2 \times 10^3}{10} =$ $\frac{10^{-1} \times 10^3}{10^{-4}} =$

$\frac{10}{10^{-2}} \times \frac{10^{-2}}{10^3} =$ $\frac{10^6}{10^2 \times 10^3} =$

$\frac{10^6 \times 10^{-9}}{10^2 \times 10^3} =$ $\left(\frac{10^6}{10^2 \times 10^3}\right)^2 =$

$\frac{10^{-4}}{10^{-2} \times 10^{-2}} =$ $\frac{10^{-2}}{10^3 \times 10} =$

$\frac{(10^2)^2}{10^{-2} \times 10^{-2}} =$ $\frac{10^{-3} \times 10^4}{10^6} =$

$\frac{10^{-3} \times 10^{-2}}{10^{-5}} =$ $\frac{(10^3)^2 \times 10^{-6}}{10^{4 \times 2}} =$

PRODUIT - CHANGEMENT D'ECRITURE

Exemple 1 : *Par souci d'économie, les écritures suivantes sont équivalentes :*

$a \times b$ s'écrit ab, on peut écrire $a \times b = ab$
$a \times 5 = 5 \times a = 5a$
$2 \times 4a = 2 \times 4 \times a = 8 \times a = 8a$
$3a \times 5b = 3 \times a \times 5 \times b = 3 \times 5 \times a \times b = 15ab$
$3a \times a = 3a^2$
$3a \times 5a = 15a^2$

Attention : on n'écrira pas $\underline{a5}$ mais $\underline{5a}$

Exercice 1 : Contracter l'écriture des produits suivants selon les exemples :

$2 \times a \times b =$	$5x \times y =$	$y \times (-3x) =$	$5a \times 3b =$
$a \times 3 \times c =$	$3x \times 2y =$	$6a \times (-5) =$	$9a \times 7b \times a =$
$5a \times a =$	$4x \times 4x =$	$-x \times 8x =$	$x \times 2x \times 3a =$

Exercice 2 : Compléter les égalités suivantes :

A –
$10ax = \ldots\ldots\ldots\ldots \times x$
$10ax = a \times \ldots\ldots\ldots$
$10ax = \ldots\ldots\ldots\ldots \times 2a$

$15a^2b = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times b$
$15a^2b = 5a \times \ldots\ldots\ldots\ldots$
$15a^2b^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times 3b$

B –
$6ab = b \times \ldots\ldots$
$12xy = 2x \times \ldots\ldots$
$9ac = a \times \ldots\ldots$

$16xy = (-8) \times \ldots\ldots$
$-20ab = (-4a) \times \ldots\ldots$
$15xy = 3y \times \ldots\ldots$

$21x^2y = 3x \times \ldots\ldots$
$10ax^2 = 5ax \times \ldots\ldots$
$-14a^2b = 2b \times \ldots\ldots$

Exercice 3 : compléter le tableau suivant :

	$a = 2$	$a = -3$	$x = 4$	$x = 2$	$x = 0$	$a = 2$ et $x = 3$
$10ax$						
$5a^2x$						

Exercice 4 : Calculer pour $x = -2$ et $a = 3$ les nombres suivants :

$7ax =$	$3ax^2 =$	$-4ax^2 =$
$5a^2x =$	$-2ax =$	$10a^2x^2 =$

UNE PUISSANCE DANS UN CALCUL	

Calculs contenant des puissances : *Lorsqu'il n'y a pas de parenthèses, le calcul des puissances a priorité sur les autres opérations.*

Exemples :

$5 \times 2^3 = 5 \times 8$ $5 \times 2^3 = 40$	$6 + 4^2 = 6 + 16$ $6 + 4^2 = 22$	$(9-4)^2 = 5^2$ $(9-4)^2 = 25$	$2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 2 \times 49 - 4 \times 8$ $2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 98 - 32$ $2 \times 7^2 - 4 \times 2^3 = 66$

Complète les tableaux suivants. Dans la 1ère ligne, remplace la lettre par sa valeur.
Effectue les calculs dans la 2ème ligne

x	$3x^2$	$(-2x)^3$	$5 - 2x^2$	$(7 - x)^2$	$(x - 5)^2$	$3 - x^2$	$8 + 2x^3$
4							
résultat							

y	$6y^3$	$(-5y)^2$	$-y^4 + 9$	$2 - 3y^2$	$(y + 5)^2$	$(8 - y)^3$	$1 - y^5$
-2							
résultat							

a	$3a^4$	$7 - a^3$	$(a - 8)^2$
1			
résultat			

b	$2b^3$	$(b - 5)^2$	$6 - 3b^4$
0			
résultat			

c	$4c^2$	$(c + 4)^5$	$3 - c^3$
-5			
résultat			

d	$8d^3$	$(4 - d)^2$	$5 - 3d^4$
-1			
résultat			

PRIORITES DANS LES CALCULS

Exemples : *Lorsque* $y = -2$, *calculer* $A = 5(y-1)^2 - 3(4y+7)^3$

1°) On remplace y par (– 2) $A = 5 \times (-2-1)^2 - 3 \times [4 \times (-2) + 7]^3$

2°) On effectue les calculs indiqués entre parenthèses $A = 5 \times (-3)^2 - 3 \times (-8+7)^3$

et crochets $A = 5 \times (-3)^2 - 3 \times (-1)^3$

3°) Lorsqu'il n'y a plus de parenthèses :

- *on calcule d'abord les puissances* $A = 5 \times 9 - 3 \times (-1)$
- *on effectue ensuite les multiplications* $A = 45 - (-3)$
- *on calcule la somme algébrique obtenue* $A = 45 + 3$ $\quad$ $\mathbf{A = 48}$

Calculer pour $a = 5$ **$A = 2a^3 - 3a^2$**	Calculer pour $b = -4$ **$B = (5b)^2 + 7b^3$**
Calculer pour $c = 2$ **$C = (4c - 9)^4$**	Calculer pour $d = -1$ **$D = 12^2 - (8 - 3d)^2$**
Calculer pour $x = 3$ **$E = -2x^3 + 6x^2 - 8x + 13$**	Calculer pour $y = -2$ **$F = 2y^4 + y^3 - (3y)^2 + 4y$**
Calculer pour $x = -1$ **$G = (5x)^3 - 9x^2 - 8x + 17$**	Calculer pour $t = -3$ **$H = (t - 5)^2 - 6(t + 1)$**
Calculer pour $u = 4$ **$K = (2u + 3)^2 + 9(5 - 4u)$**	Calculer pour $v = -5$ **$J = 2(3v + 8)^2 - 6(9 + 2v)^3$**

SOMMES ALGEBRIQUES SIMPLES

Exemples : $3a + 5a$ signifie $3 \times a + 5 \times a$
peut s'écrire $(3+5)\,a$
équivaut à $8\,a$

Expression donnée	*Transformation*	*Ecriture simplifiée*	*Calcul numérique effectué*
$A = -3x + 5x - 6x$	$(-3+5-6)\,x$	$A = -4x$	$-3+5-6=-4$
$B = -2y + 7y - 3y + 12y$	$(-2+7-3+12)\,y$	$B = 14y$	$-2+7-3+12 = 14$

I - Réduire les expressions suivantes en écrivant les étapes intermédiaires

Expression donnée	*Transformation*	*Ecriture simplifiée*	*Calcul numérique effectué*
$C = 3x + 2x - 9x$			
$D = -2x + 5x - 7x$			
$E = 4x - 3x - 2x$			
$F = 7x - 9x + 2x - 3x$			
$G = 3a - 2a + 5a - 7a$			

II - Donner l'écriture simplifiée des expressions suivantes : utiliser le brouillon pour écrire les étapes intermédiaires si elles sont nécessaires.

	écriture simplifiée		écriture simplifiée
1) $-4y + 2y - 3y + y$		11) $-7x + 3x - 3x + 7x$	
2) $2x + 7x - 4x$		12) $2a - 3a - 5a + a$	
3) $5y - 7y - 2y + 5y$		13) $7a - 5a - 2a - a$	
4) $-3y + 9y - 6y$		14) $-a - a + a$	
5) $-4x - 5x - 2x + 15x$		15) $5y + 7y - 5y + 7y$	
6) $-3a - 2a - 3a - 4a$		16) $3y - 2y + 5y - 4y$	
7) $-5x - 2x - 7x - 8x$		17) $-9u - 5u + 16u - u$	
8) $5a - 2a - 3a - 4a$		18) $3x - x + 2x - x$	
9) $-3a - 2a + 7a - a$		19) $-2y + 7y - 5y$	
10) $9x - 2x - 9x + 3x$		20) $8x - 5x + x - 3x$	

Chercher des exercices du même type dans le manuel.

# SOMMES ALGEBRIQUES : REGROUPEMENT DES TERMES	10

Exemples : *On peut ainsi simplifier les expressions*

Expression initiale	*Transformation de l'écriture*	*Ecriture simplifiée*
$A = 2b - 5 - 6b + 7$	$2b - 6b \quad - 5 + 7$	$A = -4b + 2$
$B = y - 11x - 2y - 9x + 5y$	$y + 5y - 2y \quad - 11x - 9x$	$B = 4y - 20x$

Attention : on ne peut pas simplifier les expressions suivantes :

$2a + 3$; $5 - 4b$; $4x - 2y$; .... etc

Réduire l'écriture des expressions suivantes en indiquant les regroupements de termes effectués

Expression	Transformation	Ecriture simplifiée
$A = 5a - 3 + 4a + 2 - 3a - 1$		A =
$B = 2 - 3x - 3 + x - 5$		B =
$C = -4 - 3b - 2b + 1 - 2 - 3b$		
$D = 5y - 2 + 3y + 4 - 6y + 4$		
$E = -4t - 2 - 3t - t + 5$		
$F = 2r - 9 - 8r + 5 - r - 1$		
$G = -x + 2 - x - 1 + x - 3x$		
$H = 5x - 3y + 4x + 2y - 3x - y$		
$I = -4c - 3d - 2c + d - 2d + 3c$		
$J = 2t - 3v - 3v - 2t + 7t$		
$K = 3a + 4 - 2b - 7 - 6a + 5b$		
$L = 2x - y - 5x - y - 3y + 2x$		
$M = -7 + 4x - 3x + 1 - 2x$		
$N = 5a - 3b - 9 + 6b - a + 2 - 8a$		
$P = -5x + 2y + 3x + 1 - 4y$		

Chercher des exercices du même type dans le manuel.

CHANGEMENT D'ECRITURE : PARENTHESES

Rappel :

Dans tous les cas, lorsqu'un terme n'est précédé d'aucun signe, on considère que le signe + est sous-entendu. De même entre une parenthèse et son 1er terme.

Dans une suite d'additions et de soustractions, on peut, *(sans changer le résultat du calcul de l'expression)* supprimer les parenthèses sous certaines conditions.

Ex. $21 + (10 + 7)$	$21 + 10 + 7$	$21 - (10 + 7)$	$21 - 10 - 7$
$21 + 17$	$31 + 7$	$21 - 17$	$11 - 7$
38	38	4	4

donc $21 + (10 + 7) = 21 + 10 + 7$

donc $21 - (10 + 7) = 21 - 10 - 7$

Retenons :

* Dans une expression algébrique, on peut, *sans changer le résultat*, supprimer les parenthèses précédées du signe +

$a + (b + c) = a + b + c$

$a + (b - c) = a + b - c$

$a + (b - c + d) = a + b - c + d$

$a + (- b - c - d) = a - b - c - d$

* Lorsque les parenthèses sont précédées du signe −, on peut supprimer les parenthèses et le signe − en changeant les signes de chaque terme à l'intérieur de ces parenthèses.

$a - (b + c) = a - b - c$

$a - (b - c) = a - b + c$

$a - (-b - c) = a + b + c$

$a - (-b + c - d) = a + b - c + d$

* Quand il y a parenthèses et crochets, on les supprime successivement en commençant par l'intérieur.

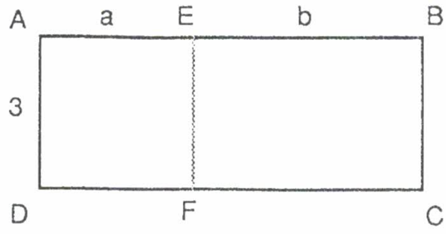
$$2x - [5x - (4x - 2)] = 2x - [5x - 4x + 2] = 2x - 5x + 4x - 2 = x - 2$$

Pour simplifier l'écriture des sommes algébriques données, supprimer les parenthèses (et les crochets).

$A = 12 + (8 - b)$	$A =$
$B = (6 - c) - (12 + c)$	$B =$
$C = (2x - 1) + (4x - 2) - (3x - 1)$	$C =$
$D = -(1 + 3x) - (2x + 1) - (4x - 2)$	$D =$
$E = (-3x + 2y - 2) - (-2y - x + 3) + (-x - y - 7)$	$E =$
$F = 5x - (y + 2x - 8) + y - (-4y - 2x - 3) + 2x$	$F =$
$G = [2 + (3x + 2y - 6)] + [9 - (4x - y - 2)]$	$G =$
$H = 7 - [5x - (3y - 4)] - [x - (y - 2)] + 3x$	$H =$
$I = [(5x + 2) - (2x + 3)] - [(3x - 4) - (y - 7)]$	$I =$
$J = 7 - [(2x - 3) - 2 - (x + 1)] - (-7x - 20)$	$J =$

DEVELOPPEMENT

Exemple :

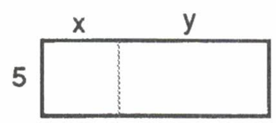


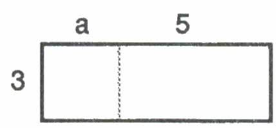
On peut calculer l'aire du rectangle par 2 méthodes différentes :

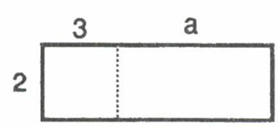
AD × AB ou AD × AE + BC × EB

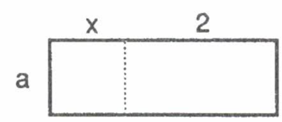
soit $3\,(a + b) = 3a + 3b$

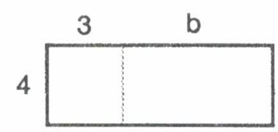
① En utilisant le dessin géométrique, donner les différentes écritures de l'aire du grand rectangle.

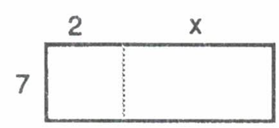












② En faisant de même, développer les produits suivants, c'est-à-dire les écrire sous forme d'une somme.

$5\,(a + 3) =$

$4\,(x + 2) =$

$a\,(b + 4) =$

$3\,(x + y) =$

$x\,(2 + a) =$

$4\,(a - 1) =$

$2\,(3 - x) =$

$a\,(x - 2) =$

$3\,(-1 + x) =$

$x\,(2 - a) =$

③ Développer et donner l'écriture la plus simple possible.

$2x\,(3 + x) =$

$2a\,(b - 7) =$

$3x\,(9 + x) =$

$3a\,(2a - 5b) =$

$6x^2\,(1 - x) =$

$2a\,(4a - 5b - 1) =$

PRODUITS

Développer un produit :

$$4(x+3) = 4 \times x + 4 \times 3 = 4x + 12$$
$$x(5-2x) = x \times 5 - x \times 2x = 5x - 2x^2$$

$$-4a(a+b-5) = (-4a) \times a + (-4a) \times b - (-4a) \times 5$$
$$-4a(a+b-5) = -4a^2 + (-4ab) - (-20a)$$
$$-4a(a+b-5) = -4a^2 - 4ab + 20a$$

1 - Développer les produits suivants :

$4(x+7) =$	$3(2x-3y+5) =$	$2a(4a+5b-1) =$
$a(b+2) =$	$a(2a+5b-9) =$	$-3y(y-x+5) =$
$x(6-x) =$	$2a(3-2x+y) =$	$-5b(a+b-c) =$
$3(2x+7) =$	$-5x(x-y+4) =$	$-2x(5x-2y+9) =$
$-2(4-x) =$	$x(3x-2y+3) =$	$5y(2x+4-3a) =$

2 - Exemple :

L'expression A a 3 termes :

$A = 5(x+2) + 3(4x-1) - 2(x+3)$ ↓ *on isole chaque terme avec des corchets*

$A = [5(x+2)] + [3(4x-1)] - [2(x+3)]$ ↓ *on développe les produits entre crochets*

$A = [5x+10] + [12x-3] - [2x+6]$ ↓ *on supprime les crochets*

$A = 5x + 10 + 12x - 3 - 2x - 6$ ↓ *on simplifie l'écriture de l'expression*

$A = 15x + 1$

Faire le même travail avec :

$A = 4(x+3) + 2(x-5)$

$B = 5(3x+2) + 3(x-9)$

$C = 9(a+b-1) + 3(3a+5)$

$D = 15(y+2) + 3(9y-2) - 7y$

$E = 2(a+3) - 5(b+4)$

$F = 3(x-2) - 6(2x-3)$

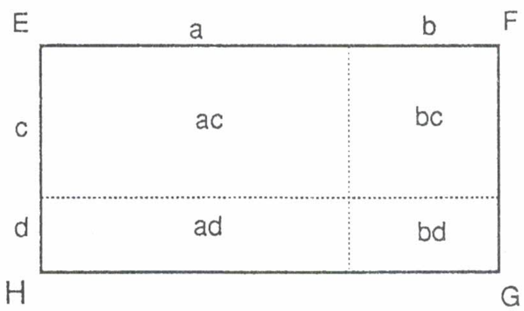
$G = -2(x+6) - 3(2x-7) + 5(3x+4)$

$H = -3x(x+2) - 2x(-x-1) - 4x(5-x)$

$I = -5(z-2) - 2z - 3(z+4)$

$J = 3(x-y+1) - 2(-x+y-1) + 3(x-3y-2) - 2(-x-y-3)$

PRODUIT DE DEUX SOMMES



A = aire du rectangle EFGH = Longueur × largeur
ou
somme des aires des 4 rectangles

$A = (a+b)\ (c+d)$
$A = ac + ad + bc + bd$

On a donc : $\boxed{(a+b)\ (c+d) = ac + ad + bc + bd}$

$(a+b)\ (c+d) = ac + ad + bc + bd$

Remarque : $(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b)$

Développer les produits suivants.

Réduire les sommes obtenues lorsque c'est possible

$(a+2)\ (b+3)$

$(a+5)\ (b+2)$

$(x+2)\ (y+8)$

$(a+t)\ (t+6)$

$(2a+3)\ (b+5)$

$(2x+1)\ (3x+8)$

$(3a+4)\ (2b+1)$

$(3+2x)\ (5x+3)$

$(8x+9)\ (8x+2)$

$(4+3x)\ (1+x)$

$(x+2)\ (4-2x+3y)$

$(2x+3)^2$

$(4+5x)^2$

DEVELOPPEMENT D'UN PRODUIT

Développer et réduire les expressions suivantes :

$E = (a+2)\ (b-5) = (a+2)\ [b+(-5)]$

$= a \times b + a \times (-5) + 2 \times b + 2 \times (-5)$

$= ab - 5a + 2b - 10$

$F = (2b-1)\ (3b-4) = 2b \times 3b + 2b \times (-4) + (-1) \times 3b + (-1) \times (-4)$

$= 6b^2 - 8b - 3b + 4$

$= 6b^2 - 11b + 4$

$G = (-2y+1)\ (y-4) = -2y^2 + 8y + y - 4$

$= -2y^2 + 9y - 4$

$(a+4)\ (a+7)$	$=$
$(x+2)\ (x-6)$	$=$
$(2t-1)\ (3t-4)$	$=$
$(2-u)\ (5u+3)$	$=$
$(2a+4)\ (5-3a)$	$=$
$(a-2b)\ (a-3b)$	$=$
$(2x+y)\ (x-3y)$	$=$
$(1-x)\ (1+x+x^2)$	$=$
$(2x-3)^2$	$=$
$(2x+1)^2$	$=$
$(3x+2)\ (3x-2)$	$=$
$(x-1)\ (2x+3)$	$=$
$(5x-1)\ (5x+1)$	$=$
$(3x-2)^2$	$=$
$(2x+5)^2$	$=$

DEVELOPPEMENT DANS UN CALCUL

Développer une expression :

$A = (3y-1)(y-4) - (3y-1)(5-y)$ ✓ on isole chaque terme entre crochets

$A = [(3y-1)(y-4)] - [(3y-1)(5-y)]$ ✓ on développe les produits entre crochets

$A = [3y^2 - y - 12y + 4] - [15y - 3y^2 - 5 + y]$ ✓ on supprime les crochets

$A = 3y^2 - y - 12y + 4 - 15y + 3y^2 + 5 - y$ ✓ on simplifie l'écriture de l'expression

$A = 6y^2 - 29y + 9$

Faire le même travail avec :

$B = (x+3)(x-4)$

$C = (x-4)(-3x+2)$

$D = (-x+5)(x+5)$

$E = -2x(3-x)$

$F = 7(x+3) + (x+2)(x-4)$

$G = (x-4)(3x-2) - 5(x-3)$

$H = (5x-4)(3x+7) + (4x-2)(5x+9)$

$I = 2x(3x+1) - (x+4)(4x-5)$

$J = (x-1)(2x+1) + 3x(5-6x)$

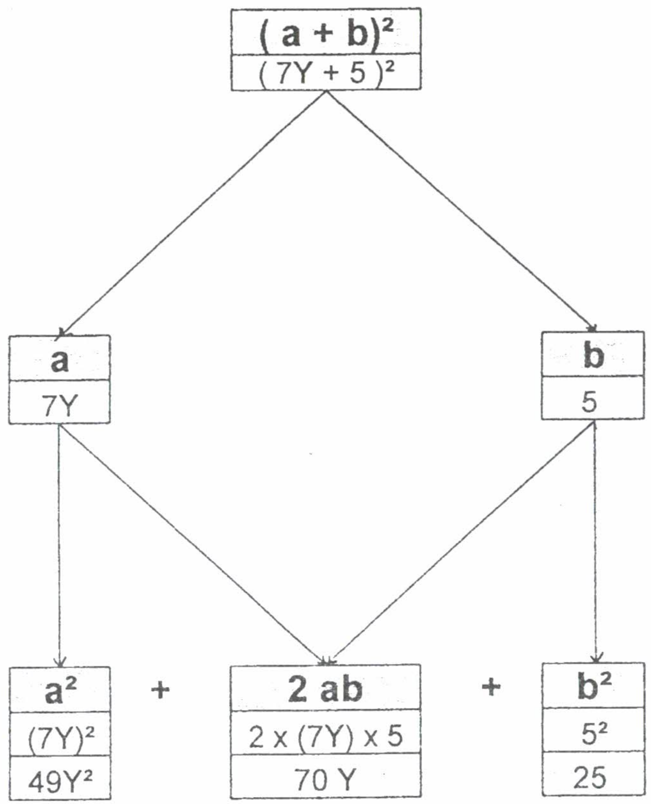
$K = (a+3)(2a+1)(4-3a)$

$L = 2(a+1)(a-4) + 5(a-1)(a-3)$

$M = 3(2a-5) - 7a(2-a)$

$N = (x+1)(3-x)(2x+1)$

DEVELOPPEMENT : exemple

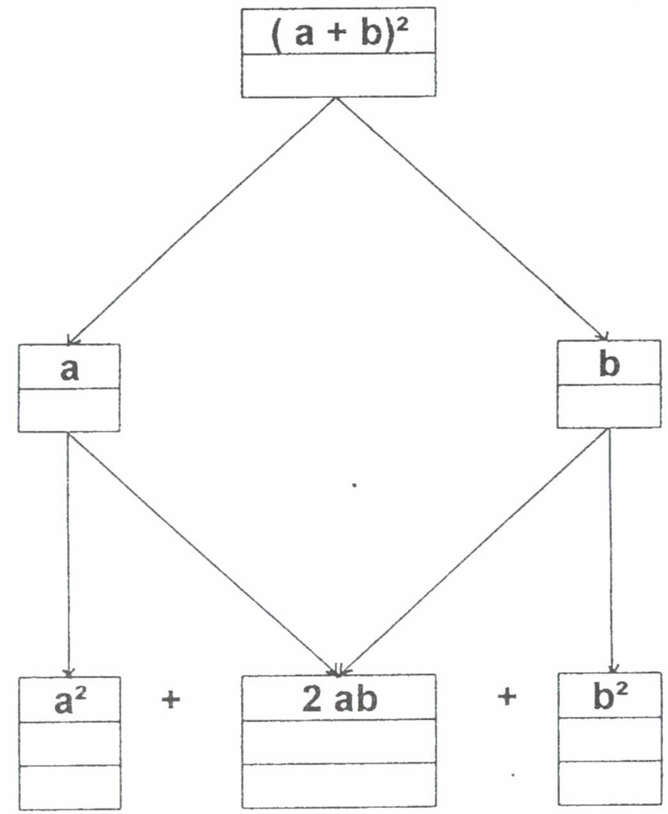


$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(7Y+5)^2 = 49Y^2 + 70Y + 25$$

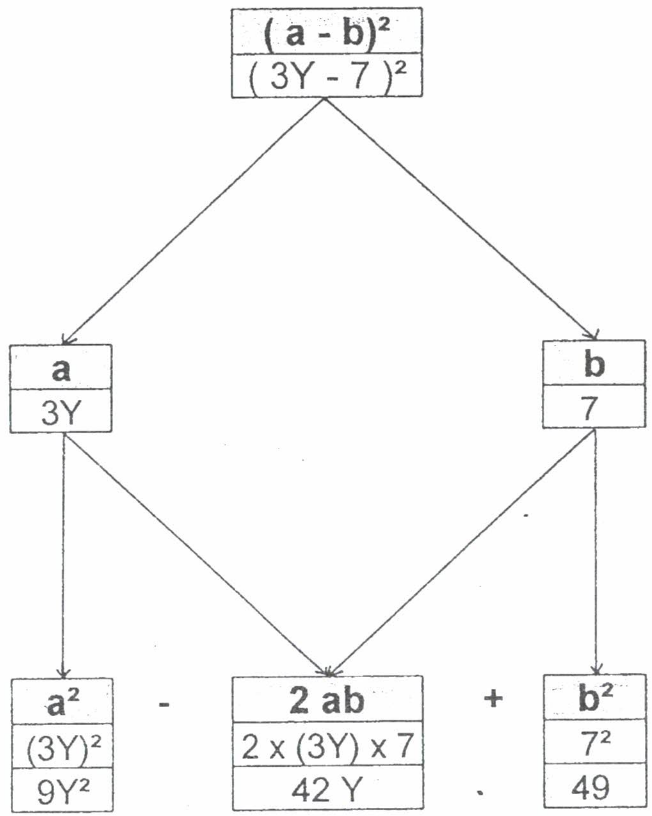
DEVELOPPEMENT : fiche outil

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

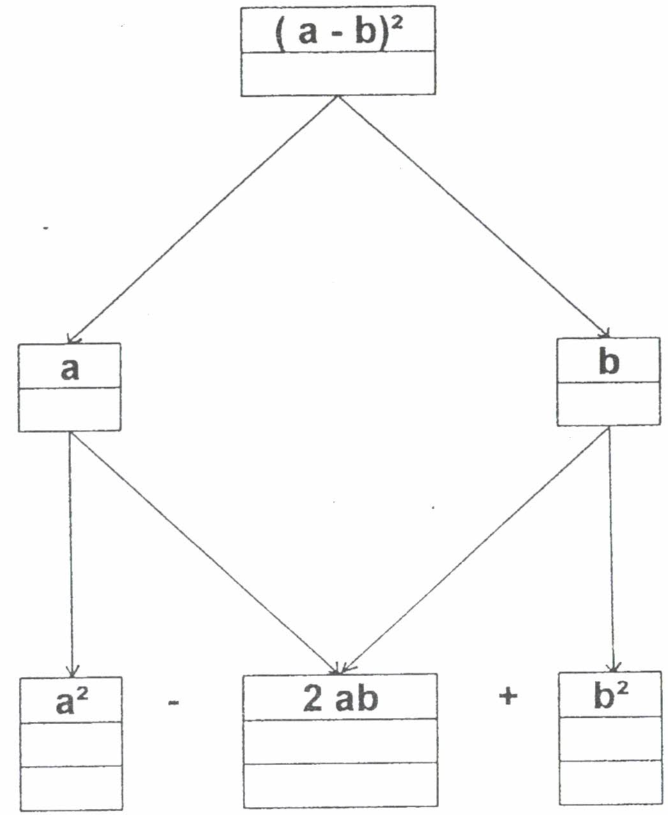
DEVELOPPEMENT : exemple



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(3Y - 7)^2 = 9Y^2 - 42Y + 49$$

DEVELOPPEMENT : fiche outil

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

DEVELOPPEMENT : exemple

$(a - b)(a + b)$ ou $(a + b)(a - b)$
$(2x + 5)(2x - 5)$

a		b
$2x$		5

a^2	-	b^2
$(2x)^2$		5^2
$4x^2$		25

$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
$(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

DEVELOPPEMENT : fiche outil

Découper les cases blanches ; placer la fiche sur une feuille de brouillon et utiliser la comme une fiche à trous.

$(a - b)(a + b)$ ou $(a + b)(a - b)$

a		b

a^2	-	b^2

$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

DEVELOPPEMENT

Autre fiche outil

1° CAS

$(a + b)^2$

a^2 + $2\,ab$ + b^2

$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$

2°CAS

$(a - b)^2$

a^2 - $2\,ab$ + b^2

$(a - b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$

3° CAS

$(a - b)(a + b)$ ou $(a + b)(a - b)$

a^2 - b^2

-

-

$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

① CARRE D'UNE SOMME : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

	Carré	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(3x+5)^2$	$(3x)^2 + (2 \times 3x \times 5) + 5^2$	$9x^2 + 30x + 25$
2	$(x+y)^2$		
3	$(x+7)^2$		
4	$(5x+3)^2$		
5	$(2x+4)^2$		
6	$(3x+5)^2$		
7	$(4+y)^2$		
8	54^2 ou $(50+4)^2$		

② CARRE D'UNE DIFFERENCE : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

	Carré	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(5x-7)^2$	$(5x)^2 - (2 \times 5x \times 7) + 7^2$	$25x^2 - 70x + 49$
2	$(x-1)^2$		
3	$(9-2x)^2$		
4	$(3a-6)^2$		
5	$(m-p)^2$		
6	$(2x-5)^2$		
7	$(4x-3)^2$		
8	48^2 ou $(50-2)^2$		

③ PRODUIT D'UNE SOMME PAR LA DIFFERENCE DE MEMES TERMES

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ou $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

	Produit	Forme intermédiaire	Forme développée
1	$(2x+6)(2x-6)$	$(2x)^2 - 6^2$	$4x^2 - 36$
2	$(x+1)(x-1)$		
3	$(x+y)(x-y)$		
4	$(x+4)(x-4)$		
5	$(3x-5)(3x+5)$		
6	$(m+p)(m-p)$		
7	$(7+4x)(7-4x)$		
8	$(100+3)(100-3)$		

PRODUITS REMARQUABLES

Voici trois écritures équivalentes d'une même expression :

1ère forme d'écriture	2ème forme d'écriture	3ème forme d'écriture
$(a+b)^2$	$(a+b)(a+b)$	$a^2+2ab+b^2$
$(3x+5)^2$	$(3x+5)(3x+5)$	$9x^2+30x+25$
$(a-b)^2$	$(a-b)(a-b)$	$a^2-2ab+b^2$
$(2x-7)^2$	$(2x-7)(2x-7)$	$4x^2-28x+49$
$(a+b)(a-b)$	$(a-b)(a+b)$	a^2-b^2
$(x-9)(x+9)$	$(x+9)(x-9)$	x^2-81

Compléter le tableau suivant :

1ère forme d'écriture	2ème forme d'écriture	3ème forme d'écriture
$(3x+4)^2$		
$(x-7)^2$		
	$(3a-5)(3a-5)$	
	$(7+x)(7+x)$	
	$(2a-3)(2a+3)$	
		$x^2+2xy+y^2$
		$9a^2-4$
		$16-8x+x^2$
$(12+x)(12-x)$		
	$(8z+11)(8z-11)$	

Et maintenant utiliser ces écritures pour du calcul rapide :

calcul à faire	2ème écriture	3ème écriture	réponse
ex : 101^2	$(100+1)(100+1)$	$100^2+2\times100\times1+1^2$	$101^2=10201$
29^2			
51×49			
	$(100-2)(100-2)$		
	$(100+5)(100-5)$		
		$60^2-2\times60\times1+1$	
88×92			
	$(50+5)(50+5)$		

PRODUITS REMARQUABLES

Forme factorisée	$(a+b)^2$	$(a-b)^2$	$(a+b)(a-b)$
Forme développée	$a^2+2ab+b^2$	$a^2-2ab+b^2$	a^2-b^2

① Développer les produits suivants :

1	$(x+2)^2 =$	7	$(7x-9)(7x+9)=$
2	$(x-5)^2 =$	8	$(x-1)^2 =$
3	$(x+2)(x-2)=$	9	$(2x+1)^2 =$
4	$(2a+3)^2 =$	10	$(2a+5)(2a-5)=$
5	$(3b-5)^2 =$	11	$(3a-b)(3a+b)=$
6	$(5x+4)(5x-4)=$	12	$(5+2b)^2 =$

② Compléter les identités remarquables suivantes :

1	$9x^2$ +......+...... = (..... +5)^2	7	$64a^2$ - ...... = (...... + 7)(...... - ......)
2	$4x^2$-...... + 81 = (...... - ......)^2	8	...... - 1 = (...... + 13c)(...... - ......)
3	...... +16x + ... = (x+ ......)^2	9	...... + 24x + ... = (...... + ...)^2
4	...... -12x + 4 = (...... - ......)^2	10	...... + 24x + ... = (...... + ...)^2
5	(5a + ...)^2 = ... + ... + 9	11	...... + 24x + ... = (...... + ...)^2
6	(3b - ......)^2 = 16 - ...... + ...	12	...... + 24x + ... = (...... + ...)^2

③Développer en utilisant un produit remarquable chaque fois que c'est possible:

1	$(4d+5)(4d+5) =$	7	$(2+b)(2-b) =$
2	$(2-3x)(2+3x) =$	8	$(5r-3)(5r-\ ) =$
3	$(3z+2)(3z-1) =$	9	$(6u+7)(7u-6) =$
4	$(4+y)(y-4) =$	10	$(2f+7)(7+2f) =$
5	$(5-2a)(5-3a) =$	11	$(5x+2)(5x+4) =$
6	$(3x+4)(3x-4) =$	12	$(k-7)(7-k) =$

VERS LES EQUATIONS

EGALITE VRAIE ou NON ?

Prenons l'égalité : $3x + 5 = 2x - 6$ et pour x les valeurs -11 et 7

$3x + 5 = 3 \times (-11) + 5$ $= -33 + 5$ $= -28$	$2x - 6 = 2 \times (-11) - 6$ $= -22 - 6$ $= -28$	$3x + 5 = 3 \times 7 + 5$ $= 21 + 5$ $= 26$	$2x - 6 = 2 \times 7 - 6$ $= 14 - 6$ $= 8$

L'égalité $3x + 5 = 2x - 6$ est vérifiée pour $x = -11$ — l'égalité $3x + 5 = 2x - 6$ n'est pas vraie pour $x = 7$

On dit aussi que -11 est solution de l'équation $3x + 5 = 2x - 6$

① **a) Est-ce que l'égalité $3x - 10 - x + 6 = 2x + 5$ est vérifiée pour les valeurs -7 et -3 ?**

$x = -7$		$x = -3$	
$A = 3x - 10 - x + 6$	$B = 2x + 5$	$A = 3x - 10 - x + 6$	$B = 2x + 5$
L'égalité A . . . . B . . . . pour $x = -7$		L'égalité A . . . . B . . . . pour $x = -3$	

b) Est-ce que 4 vérifie cette égalité $8x + 7 = 2(4x + 3) + 1$? et -3 ? et 10 ?

$x = 4$		$x = -3$		$x = 10$	
$A = 8x + 7$	$B = 2(4x + 3) + 1$	$A = 8x + 7$	$B = 2(4x + 3) + 1$	$A = 8x + 7$	$B = 2(4x + 3) + 1$
L'égalité A . . . . . B . . . . . . pour $x = 4$		L'égalité A . . . . . B . . . . . . pour $x = -3$		L'égalité A . . . . . B . . . . . . pour $x = 10$	

② Ce travail est à faire sur une autre feuille.

a) Parmi les valeurs suivantes : -3 ; 4 ; 0, y en a-t-il- qui vérifient l'égalité $3x + 1 = 4(x - 1) + 3 - x$?

b) Parmi les valeurs suivantes : -2 ; 1 ; 0 ; 2, y en a-t-il- qui vérifient l'égalité $7x - 5 = 9x - 1$?

c) Parmi les valeurs suivantes : -2 ; -1 ; 0 ; 1, y en a-t-il- qui vérifient l'égalité $(x + 1)(x - 1) + 1 = x^2$?

d) Parmi les valeurs suivantes : -5 ; 2 ; 0 ; 5, y en a-t-il- qui vérifient l'égalité $7x + 5 = 3(2x + 1) + x$?

EQUATIONS SIMPLES

Rappel : Résoudre une équation, c'est chercher les valeurs numériques que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

Equations simples :

si $x + b = 0$
ou
si $b + x = 0$ alors $x = -b$

si $x - d = 0$
ou
si $d - x = 0$ alors $x = d$

Pour se ramener à ces modèles, on doit déplacer certains termes d'un membre dans l'autre.

* Lorsqu'un terme change de membre, on change le signe de ce terme.

ex : $x + 4 = 7$ $\qquad$ $x + 4 - 7 = 0$
$2x = x + 5$ $\qquad$ $2x - x - 5 = 0$

* Lorsqu'un membre n'est précédé d'aucun signe, on considère que le signe + est sous-entendu.

ex : $7 = x - 4$ $\qquad$ $7 - x + 4 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

Equation	Transformation	Solution	Vérification de l'égalité pour la valeur de x trouvée	
ex : $3x + 5 = 2x - 6$	$3x + 5 - 2x + 6 = 0$ $3x - 2x + 5 + 6 = 0$ $x + 11 = 0$	$x = -11$	$3x + 5$ $-33 + 5$ -28	$2x - 6$ $-22 - 6$ -28
ex : $x + 4 = 2x + 1$	$x + 4 - 2x - 1 = 0$ $x - 2x + 4 - 1 = 0$ $-x + 3 = 0$	$x = 3$	$x + 4$ $3 + 4$ 7	$2x + 1$ $6 + 1$ 7
$z + 14 = -2$				
$5 - x = 3$				
$y - 7 = 3$				
$7 - 3x = 15 - 4x$				
$y + 7 = 2y - 1$				
$11x - 3 = 14x + 4 - 4x$				
$5y - 7 = y - 2 + 3y$				
$-a - 7 = 3 - 2a + 4$				
$-5z = 4z - 8 - 10z$				
$3x - 5 = 2x - 8$				

EQUATION : ax = b

Rappel : si $ax = b$ (avec $a \neq 0$) alors $x = \frac{b}{a}$

Exemples :

Soit l'équation $3x - 6 = 0$
On peut écrire $3x = 6$
soit $x = \frac{6}{3}$
$x = 2$
vérification : $3 \times 2 - 6 = 6 - 6 = 0$
La solution est 2

$2x + 5 = 0$
$2x = -5$
$x = \frac{-5}{2}$
$x = -2,5$
vérification : $2 \times (-2,5) + 5 = -5 + 5 = 0$
La solution est -2,5

$5x = 15$ Résolution : Vérification :	$4x - 20 = 0$ Résolution : Vérification :
$-2x = -14$	$3x = 21$
$9x = 0$	$7x - 2 = 0$
$-8x = 0$	$5x = -3$
$-10x = 25$	$-4x + 5 = 0$
$2x + 14 = 0$	$5x - 8 = 0$

Exemple *1* : Résoudre : $7x+5=3x-7$

$7x+5=3x-7$

$7x-3x=-7-5$

$4x=-12$

$x=\frac{-12}{4}$

$x=-3$

l'équation a une solution : -3

Exemple *2* : Résoudre : $3(x+4)=7x-5$

$3(x+4)=7x-5$

$3x+12=7x-5$

$3x-7x=-5-12$

$-4x=-17$

$x=\frac{-17}{-4}$

$x=\frac{17}{4}$

L'équation a une solution : $\frac{17}{4}$ ou 4,25

Exercice 1 : Résoudre les équations :

$7x-28=3x$

$-2x+7=9x+40$

Exercice 2 : Résoudre les équations qui suivent :

$56+8x=0$

$2x-9=6-3x$

$-3x-20=8x+13$

$-5+4x-6=-2x+1+3x$

$2(x+9)=5x+1$

$3-7(x-1)=-10x$

$6+4(3-2x)=5(x+3)-7x$

EQUATIONS - PRODUITS 28

① Reconnaissance des facteurs d'un produit

produit	nombre facteurs	identification des facteurs			produit	nombre facteurs	identification des facteurs		
$3x$	deux	3	x		$(x+4)(x-7)$				
$5(x-3)$					$-6x(3-x)$				
$4x(x+7)$					$(x-4)^2$				
$-7x$					$5(1-x)(2x+7)$				
$11x^2$					$2(5-3x)^2$				

② Propriétés

Dans un produit de plusieurs facteurs, si l'un des facteurs est nul alors le produit est nul.

Pour tout nombre a, $a \times 0 = 0$

Si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul.

a et b sont deux nombres, si $a \times b = 0$ *alors* $a = 0$ *ou* $b = 0$

③ Equation - produit

Une équation du type $(x + 4)(3x + 6) = 0$ où le premier membre est un produit est appelée équation - produit.

Son second membre étant nul, pour la résoudre, on utilise les propriétés ci-dessus.

Résoudre : $(x - 4)(3x + 6) = 0$

a) On repère les facteurs $(x - 4)$; $(3x + 6)$

b) On annule chaque facteur $x - 4 = 0$ $3x + 6 = 0$

c) On résout chaque équation $x = 4$ $3x = -6$

$x = -2$

d) On vérifie. $(4 - 4)(3\times4 + 1) = 0 \text{ x } 13 = 0$ $(-2 - 2)(3\times(-2) + 6) = -4 \times (-6 + 6) = 0$

e) On conclut L'équation a deux solutions :4 et -2

④ Résoudre les équations :

$(x + 2)(3 - x) = 0$	$-5x(7 - x) = 0$
$(5x + 5)(-x - 7) = 0$	$(2x + 9)(12 - 3x) = 0$

⑤ Sur une autre feuille, résoudre :

$2x(x - 7) = 0$ $(3x + 2)(2x - 3) = 0$ $(1 - x)(2x - 1) = 0$ $(x + 9)^2 = 0$

$(x + 6)(5 - x)(2x - 14) = 0$

① Compléter les tableaux qui suivent en donnant à x la valeur de chaque colonne :

Calculer	avec $x = 0$	avec $x = 2$	avec $x = -4$	avec $x = 7$	avec $x = -5$
$3(x - 7)$					
$3x - 21$					
$5(x + 4)$					
$5x + 20$					
$x(3x - 6)$					
$3x^2 - 6x$					
$2x(x + 5)$					
$2x^2 + 10x$					

② Les quatre expressions qui suivent sont sous la forme .... ; développer A, B, C et D.

$A = 3(x - 7)$	$B = 5(x + 4)$	$C = x(3x - 6)$	$D = 2x(x + 5)$
$A =$	$B =$	$C =$	$D =$

③ Résoudre les équations qui suivent :

Equation	Résolution	Solution(s)
forme factorisée $3(x - 7) = 0$		
forme développée $3x - 21 = 0$		
forme factorisée $5(x + 4) = 0$		
forme développée $5x + 20 = 0$		
forme factorisée $x(3x - 6) = 0$		
forme développée $3x^2 - 6x = 0$		
forme factorisée $2x(x + 5) = 0$		
forme développée $2x^2 + 10x = 0$		

Recherche du facteur commun puis factorisation.
Le facteur commun peut être un nombre, une lettre ou un produit formé par un nombre et des lettres.

① Factoriser les expressions suivantes en observant les quatre exemples :

$A=3x-21$ $A=3\times x-3\times 7$ $A=3(x-7)$	$B=xy+3x$ $B=x\times y+x\times 3$ $B=x(y+3)$	$C=2x^2+10x$ $C=2x\times x+2x\times 5$ $C=2x(x+5)$	$D=8a^2-12a+4$ $D=4\times 2a^2-4\times 3a+4\times 1$ $D=4(2a^2-3a+1)$
$E=5x+20$	$F=9c^2+7c$	$G=10y^2-15y$	$H=2x^2+10x-8$
$I=70a-21$	$J=3x+12x^2$	$K=8x^2-4x$	$L=5b^2-10b+15$

② Résoudre les équations suivantes en factorisant si nécessaire.

équation	factorisation	résolution	solution(s)	vérification
$4x+12=0$				
$3a-15=0$				
$x^2+7x=0$				
$6t-2t^2=0$				
$2a+9=0$				
$3y^2-10y=0$				
$x^2-15x=0$				
$30-6z=0$				
$7d^2-7d=0$				

EQUATIONS

① Compléter les tableaux :

Calculer	avec x = 5	avec x = 3	avec x = -2	avec x = 2
A = x (x - 3) + 2 (x - 3)				
B = (x - 3)(x + 2)				
C = (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1)				
D = (x - 3)(2x - 4)				

forme donnée	forme développée réduite	comparaison	remarque
A = x (x - 3) + 2 (x - 3)		A.....B	B est la forme .... de A
B = (x - 3)(x + 2)			
C = (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1)		C.....D	D est la forme .... de C
D = (x - 3)(2x - 4)			

② Résoudre les équations suivantes :

équation	résolution lorsque la forme le permet	solution(s)	vérification
forme donnée x (x - 3) + 2 (x - 3) = 0 forme développée x^2 - x - 6 = 0 forme factorisée (x - 3)(x + 2) = 0	-- --	-------------------- --------------------	-------------------- --------------------
forme donnée (x - 3)(x - 5) + (x - 3)(x + 1) = 0 forme développée .... forme factorisée	-- --	-------------------- --------------------	-------------------- --------------------

EQUATIONS

Recherche du facteur commun puis factorisation.
Le facteur commun peut être une expression (qui est dans une parenthèse)

Factoriser les expressions suivantes en observant les exemples.

$C = (x-3)(x-5) + (x-3)(x+1)$ $C = (x-3) \times (x-5) + (x-3) \times (x+1)$ $C = (x-3) \times [(x-5) + (x+1)]$ $C = (x-3)(x-5+x+1)$ $C = (x-3)(2x-4)$	$E = (x+4)^2 - 3(x+4)$ $E = (x+4) \times (x+4) - (x+4) \times 3$ $E = (x+4) \times [(x+4) - 3]$ $E = (x+4)(x+4-3)$ $E = (x+4)(x+1)$
$A = (x+3)(x+2) - (x+3)(3x-5)$	$B = (x+7)^2 + (x+7)(2x-3)$

Résoudre les équations suivantes en respectant la méthode proposée.

Equation	$(x-7)(2x+3) + (x-7)(3x-5) = 0$	$(x+5)^2 - (x+5)(4x-3) = 0$
Factorisation		
Résolution		
Solution(s)		

Equation	$8(2x-3) - (4x+5)(2x-3) = 0$	$7(5x-4) - (5x-4)^2 = 0$
Factorisation		
Résolution		
Solution(s)		

① Compléter le tableau qui suit en donnant à x la valeur inscrite dans chaque colonne :

Calculer	avec $x = 5$	avec $x = 9$	avec $x = -6$	avec $x = -11$	avec $x = -9$
$(x+6)^2$					
$x^2 + 12x + 36$					
$(x-5)^2$					
$x^2 - 10x + 25$					
$(x+9)(x-9)$					
$x^2 - 81$					
$(x+11)^2$					
$x^2 + 22x + 121$					

② A, B, C et D sont sous la forme .... ; développer les quatre expressions.

$A = (x+6)^2$	$B = (x-5)^2$	$C = (x+9)(x-9)$	$D = (x+11)^2$
$A =$	$B =$	$C =$	$D =$

③ Résoudre les équations qui suivent :

Equation	Résolution lorsque la forme le permet	Solution(s)
forme factorisée $(x+6)^2 = 0$		
forme développée $x^2 + 12x + 36 = 0$		
forme factorisée $(x-5)^2 = 0$		
forme développée $x^2 - 10x + 25 = 0$		
forme factorisée $(x+9)(x-9) = 0$		
forme développée $x^2 - 81 = 0$		
forme factorisée $(x+11)^2 = 0$		
forme développée $x^2 + 22x + 121 = 0$		

FACTORISATION : exemple 1 — Forme : $a^2 + 2ab + b^2$

Ecrire si possible $16\,y^2 + 70\,y + 81$ sous la forme $(a + b)^2$

$16\,y^2$	+	$70\,y$	+	81
a^2 : $4y \times 4y$		Ce terme est-il identique ?		b^2 : 9×9
a : $4y$		Si OUI — Si NON		b : 9

2 — $72y$
1 — $2 \times 4y \times 9$
2 ab

Si OUI $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Si NON je ne sais pas écrire $16\,y^2 + 70y + 81$ sous la forme $(a+b)^2$

$(4y + 9)^2 = 16\,y^2 + 72y + 81$

FACTORISATION : exemple 2 — Forme : $a^2 + 2ab + b^2$

Ecrire si possible $25\,y^2 + 30\,y + 9$ sous la forme $(a + b)^2$

$25\,y^2$	+	$30\,y$	+	9
a^2 : $5y \times 5y$		Ce terme est-il identique ?		b^2 : 3×3
a : $5y$		Si OUI — Si NON		b : 3

2 — $30y$
1 — $2 \times 5y \times 3$
2 ab

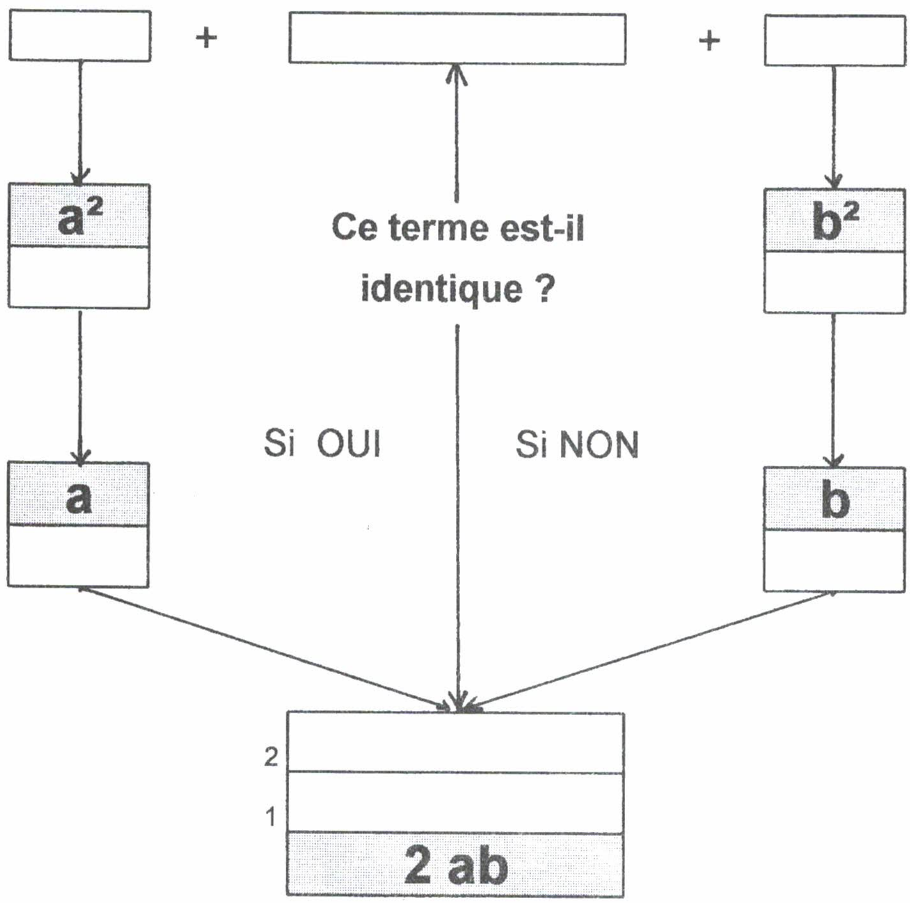
Si OUI $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$25y^2 + 30y + 9 = (5y + 3)^2$

Si NON je ne sais pas écrire ______ sous la forme $(a+b)^2$

______ = ______

Ecrire si possible sous la forme $(a + b)^2$



Si OUI $a^2 + 2\,ab + b^2 = (a + b)^2$

Si NON

je ne sais pas écrire sous la forme $(a+ b)^2$

=

FACTORISATION : exemple 1 — Forme : $a^2 - 2ab + b^2$

Ecrire si possible $9y^2 - 24y + 16$ sous la forme $(a - b)^2$

$9y^2$ - $24y$ + 16

a^2	Ce terme est-il identique ?	b^2
$3y \times 3y$		4×4
a	Si OUI / Si NON	b
$3y$		4

2	$24y$
1	$2 \times 3y \times 4$
	2 ab

Si OUI

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$9y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2$

Si NON

je ne sais pas écrire ______ sous la forme $(a - b)^2$

______ = ______

FACTORISATION : exemple 2 — Forme : $a^2 - 2ab + b^2$

Ecrire si possible $25y^2 - 39y + 16$ sous la forme $(a - b)^2$

$25y^2$ - $39y$ + 16

a^2	Ce terme est-il identique ?	b^2
$5y \times 5y$		4×4
a	Si OUI / Si NON	b
$5y$		4

2	$40y$
1	$2 \times 5y \times 4$
	2 ab

Si OUI

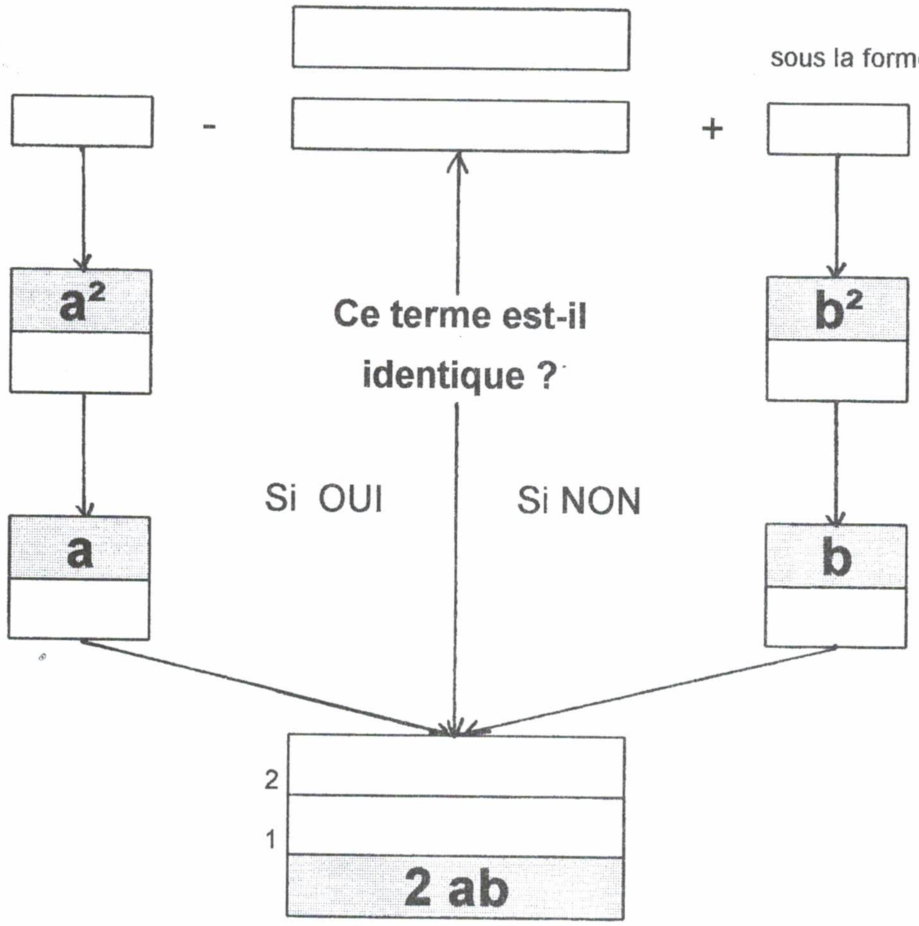
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Si NON

je ne sais pas écrire $25y^2 - 39y + 16$ sous la forme $(a - b)^2$

$(5y - 4)^2 = 25y^2 - 40y + 16$

Ecrire si possible sous la forme $(a - b)^2$



Si OUI $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

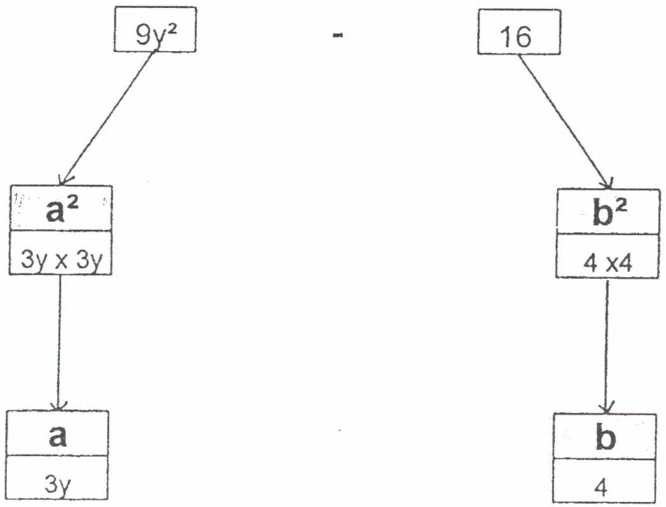
Si NON

je ne sais pas écrire sous la forme $(a - b)^2$

=

FACTORISATION : exemple — Forme : $a^2 - b^2$

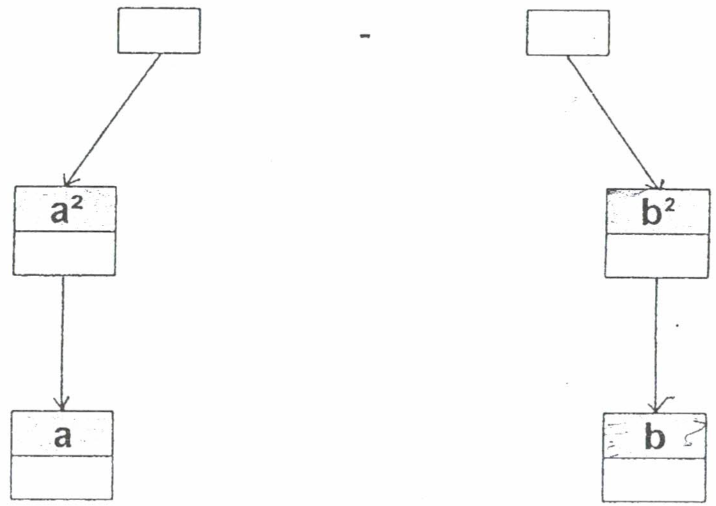
Ecrire si possible $9y^2 - 16$ sous la forme $(a + b)(a - b)$ ou la forme $(a - b)(a + b)$



$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (a + b)(a - b)$
$9y^2 - 16 = (3y - 4)(3y + 4) = (3y + 4)(3y - 4)$

FACTORISATION : fiche outil — Forme : $a^2 - b^2$

Ecrire si possible sous la forme $(a + b)(a - b)$ ou la forme $(a - b)(a + b)$



$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (a + b)(a - b)$

FACTORISATIONS : PRODUITS REMARQUABLES — 39

① Forme $a^2 + kab + b^2$

En utilisant la fiche outil 35, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a + b)^2$ si c'est possible.

$x^2+12x+9$	$16a^2+12a+4$
$4x^2+8x+4$	$9+48a+64a^2$
$25x^2 10x+1$	$25x^2+5x+1$
$9y^2+6y+1$	$121b^2+22b+1$

② Forme $a^2 - kab + b^2$

En utilisant la fiche outil 37, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a - b)^2$ si c'est possible.

$x^2-10x+25$	$100a^2-40a+4$
$9-12x+4x^2$	$9-18x+9x^2$
$25a^2-10a+1$	$y^2-24y+144$
$36y^2+1-6y$	$81-18b+b^2$

② Forme $a^2 - b^2$

En utilisant la fiche outil 38, factoriser les expressions suivantes sous la forme $(a - b)(a + b)$ si c'est possible.

$9y^2-16$	$9-(x-2)^2$
$49-25x^2$	$144-81y^2$
$121-b^2$	$x^2-(5+3x)^2$
$(x+1)^2-4$	$(2x-3)^2-36x^2$

PRODUITS REMARQUABLES

Méthode pour factoriser :

1) Reconnaître la forme d'un produit remarquable.
2) Associer la forme factorisée à la forme développée.
3) Identifier les termes de la forme factorisée.
4) Vérifier (en particulier le double produit).

① Factoriser les expressions suivantes :

1	$x^2 + 2x + 1 = (\quad + \quad)^2$	11	$9 - 30x + 25x^2 =$
2	$x^2 - 2x + 1 = (\quad - \quad)^2$	12	$169x^2 - 4 =$
3	$x^2 - 1 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$	13	$49x^2 + 28x + 4 =$
4	$x^2 + 4x + 4 = (\quad + \quad)^2$	14	$x^2 - 121 =$
5	$x^2 - 8x + 16 = (\quad - \quad)^2$	15	$36x^2 + 49 - 84x =$
6	$x^2 - 64 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$	16	$121x^2 - 220x + 100 =$
7	$9x^2 - 1 =$	17	$225 - 36a^2 =$
8	$4x^2 + 12x + 9 =$	18	$25x^2 - 10x + 1 =$
9	$64 - 25x^2 =$	19	$\pi^2 + 6\pi + 9$
10	$x^2 - 12x + 36 =$	20	$4x^2 - 25 =$

② Parmi les sommes suivantes, barrer celles qui ne sont pas le développement d'un produit remarquable. Factoriser les autres.

1	$x^2 + 4x + 1$	6	$-5 + b^2$
2	$12x + 4x^2 + 9$	7	$x^2 + 6x - 9$
3	$1 - 81a^2$	8	$25x^2 + 20x + 16$
4	$9x^2 - 32x + 25$	9	$49x^2 - 49 + 98x$
5	$36 + x^2$	10	$121 + 4x^2 - 22x$

FACTORISATIONS - EQUATIONS

Méthode de travail : *Pour résoudre une équation dont l'un des membres est nul, on factorise l'expression donnée dans l'autre membre afin de se ramener à un produit de facteurs nuls.*

Dans l'exercice donné, on factorisera en utilisant les identités remarquables ; la vérification sera effectuée sur un autre feuille.

Equation	Equation-produit	Résolution	Solution(s)
$x^2-2x+1=0$			
$x^2+12x+36=0$			
$4x^2-49=0$			
$9x^2+30x+25=0$			
$1-16x^2=0$			
$(2x+1)^2-4=0$			
$9-(x-6)^2=0$			
$16x^2-(7+x)^2=0$			

EQUATIONS - FACTORISATIONS

Rappel : Pour factoriser une expression, on peut :
- mettre en évidence un facteur commun
- reconnaître une identité remarquable.

(Les étapes de factorisation, résolution et vérification seront faites sur une autre feuille.)

Equation donnée	Equation produit correspondante	Solution(s)
A) $2x(x+3)-5(x+3)=0$		
B) $(x-4)(x+2)+(x-4)=0$		
C) $3(2x-1)-(5-x)(2x-1)=0$		
D) $(x+3)(x-4)+(x+3)(x+5)=0$		
E) $4x^2-12x=0$		
F) $(3x+2)(2x-1)-(3x+2)(5-x)=0$		
G) $(x-2)^2+(x-2)(3x+1)=0$		
H) $(2x+5)(x-3)-(2x+5)^2=0$		
I) $16x^2-49=0$		
J) $9x^2-(x-4)^2=0$		
K) $16x^2-24x+9=0$		
L) $25x^2-1=0$		
M) $64-(3x-7)^2=0$		
N) $36+12x+x^2=0$		

Amiens 98

On considère l'expression $E = (3x - 2)^2 - 16$
1) Développer et réduire E.
2) Factoriser E.
3) Résoudre l'équation $(3x + 2)(x - 2) = 0$

Bordeaux 98

1) a) Développer et réduire l'expression : $D = (2x + 5)(3x - 1)$
b) Développer et réduire l'expression : $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$
Application : déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs , $(x - 1)$, x et $(x + 1)$ dont la somme des carrés est 4802.

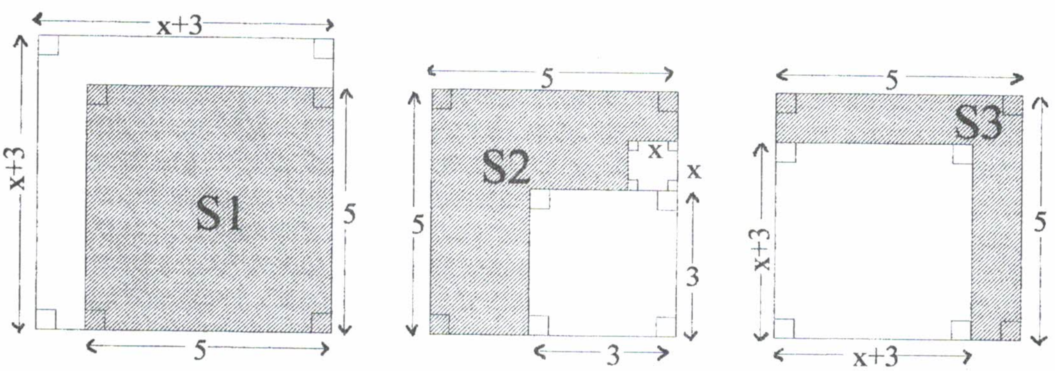
2) a) Factoriser l'expression : $F = (x + 3)^2 - (2x + 1)(x + 3)$
b) Factoriser l'expression : $G = 4x^2 - 100$
Application : déterminer un nombre positif dont le carré du double est égal à 100.

Groupe Est 98

On considère l'expression $E = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(4x - 5)$.
1) Développer et réduire l'expression E.
2) Factoriser l'expression E.
3) Calculer la valeur de E pour $x = \sqrt{5}$
(On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{5} + b$, où a et b sont des entiers relatifs.)
4) Résoudre l'équation : $(2x - 3)(x - 1) = 0$

Groupe Sud 98

a) Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire : $25 - (x + 3)^2$?



On pose $E = 25 - (x + 3)^2$.
b) Développer et réduire E.
c) Factoriser E.
d)Calculer E pour $x = \sqrt{2}$, puis en donner la troncature à 0,01 près.
e) Résoudre l'équation : $(2 - x)(x + 8) = 0$
Expliquer, en utilisant la question a, pourquoi l'une des solutions de l'équation était prévisible.

Nantes 98

On considère l'expression : $E = (3x - 1)^2 - 81$.

1) Calculer la valeur de E quand $x = 0$.

2) Calculer la valeur de E lorsque $x = \dfrac{10}{3}$

3) Factoriser E.

Poitiers 98

1) Factoriser : a) $9 - 12x + 4x^2$
   b) $(3 - 2x)^2 - 4$.

2) En déduire une factorisation de : $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4$.

3) Résoudre l'équation : $(1 - 2x)(5 - 2x) = 0$.

4) Montrer que pour $x = \dfrac{3}{2}$, E est un entier.

Lille 98

On considère l'expression $D = 4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 9)$

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser $4x^2 - 81$, puis factoriser D.

3) Résoudre l'équation $(2x + 9)(3x - 12) = 0$

Groupe est 97

1) a) Donner la solution positive de l'équation $x^2 = 576$.
   b) Développer et réduire l'expression $E = (3x - 4)^2 - (3x - 4)(3x - 3)$.

2) Résoudre l'équation $(x - 6)(3x - 93) = 0$

3) Factoriser l'expression $F = (x - 280)^2 - 8^2$.
On trouvera une expression de la forme $(x - b)(x - c)$.

Amérique du nord 97

On donne $E = (4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)^2$.

1) Montrer que E peut s'écrire $3(4x - 1)(-x + 2)$.

2) Calculer la valeur de E pour $x = \dfrac{1}{4}$ et pour $x = 0$.

3) Résoudre l'équation $E = 0$

Caen 98

On considère l'expression : $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$

1) Développer et réduire F.

2) Factoriser F.

3)Calculer F pour $x = -\dfrac{2}{3}$

Poitiers 95

On pose $E = (4x - 3)^2 + 6x(4 - x) - (x^2 + 9)$

a) Montrer que E est égal au carré de 3x.

b) Trouver les valeurs de x pour lesquelles $E = 144$.

c) Calculer la valeur de E pour $x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

TITRE : 44 Fiches de Calcul Numérique et Algébrique en 3ème

AUTEURS : GIMILLARO Martine

MAUREL Catherine

REGNARD Annick

TIHA Claude

PUBLIC VISE : Elèves - enseignants
Age : 14 - 15 ans
Niveau : 4ème / 3ème

RESUME : Le document est une remise à jour du fichier " 55 fiches de calcul algébrique en 3ème". Il est constitué de 44 fiches destinées aux élèves, en conformité avec le programme de 3ème paru en 1998.

Ce fichier a pour but de mettre en place les automatismes minimum pour maîtriser facilement le calcul en algèbre.

Les thèmes abordés sont : Calculs numériques avec les entiers.
Sommes et produits algébriques.
Identités remarquables : développement et factorisation.
Equations à une inconnue.

MOTS CLES :
addition - brevet - calcul littéral - calcul numérique - décimal - développement - développer - effectuer - égalité - entiers - équation - équation-produit - expression - facteur - factoriser - identités remarquables - inconnue - inverse - membre - multiplication - négatif - nombre - parenthèses -positif - priorité - produit - produit remarquable - puissance - quotient - réduire - relatif - résoudre - signe - simplifier - solution - somme - soustraction - terme - transformer