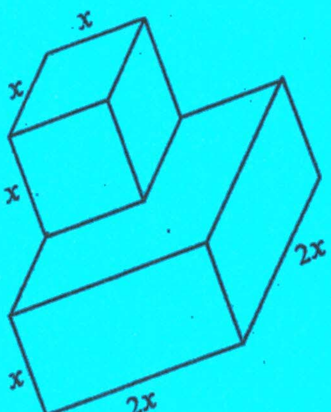
Université Henri Poincaré
NANCY 1
I.R.E.M. DE LORRAINE

CALCUL ALGEBRIQUE

EN 4EME

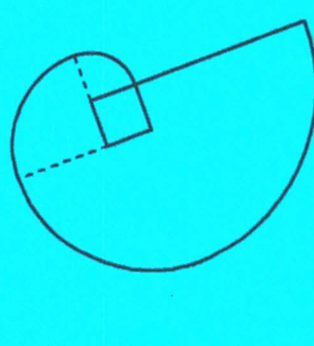


$$\begin{array}{r} 2x+3 \\ \times\ 3x+4 \\ \hline 8x+12 \\ 6x^2+9x \\ \hline 6x^2+17x+12 \end{array}$$

π

$2x^2$

x



UN PROLONGEMENT DU CALCUL NUMERIQUE
ET QUELQUES DETOURS GEOMETRIQUES

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 2001
n° de la publication : 2-85406-169-1
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

FAUT-IL SUPPRIMER L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGEBRE AU COLLEGE ?

Cette question a été le thème d'un groupe de discussion lors des journées nationales de l'A.P.M.E.P. à Gérardmer, en novembre 1999. Cette interpellation faisait suite à une tribune libre écrite par Daniel REISZ (IREM de Dijon) dans le bulletin n°419 de l'A.P.M.E.P. et intitulée : " A bas le calcul algébrique ". Notre groupe de recherche n'a pas tenté de répondre à la question posée à Gérardmer, et ne s'est pas, comme Daniel Reisz, posé la question de savoir à quel âge il était préférable d'aborder le calcul algébrique. Constatant que celui-ci figurait dans les programmes de collège, et constatant les difficultés des élèves, nous avons eu envie d'explorer quelques pistes peu fréquentées.

DEVELOPPER :

1- Etendre ce qui était plié ; déployer
2- Pour une bicyclette, avoir un développement de
3- Oter de son enveloppe
4- Transformer, au moyen de procédés chimiques, une image latente en une image visible
5- Assurer la croissance de ; donner toute son extension à; augmenter la puissance, l'étendue de
6- Assurer le développement d'un appareil, d'un produit
7- Exposer de matière détaillée

REDUIRE :

1- Ramener à une dimension, à une quantité moindre; diminuer la valeur, l'importance de
2- Reproduire en plus petit, avec les mêmes proportions
3- Ramener à un état plus élémentaire par une transformation

ORDONNER :

1- Mettre en ordre ; classer, ranger
2- Donner l'ordre de ; commander
3- En parlant d'un médecin, prescrire quelque chose dans une ordonnance
4- Consacrer par l'ordination

Ces définitions, glanées dans le Petit Larousse 1998 nous rendent perplexes. Enseignants de mathématiques, devons nous utiliser ces mots lors des temps d'apprentissage du calcul algébrique ? En considérant les "x" comme des nombres dont on ne connait pas la valeur, nous avons estimé ces mots inutiles lors de l'introduction du calcul algébrique. Nous avons pris appui sur les mots utilisés dans le calcul numérique, en utilisant au maximum les "règles" utilisées depuis l'école primaire, y rajoutant les priorités opératoires vues au collège. Le calcul algébrique est alors vu comme le prolongement du calcul numérique, et non comme une accumulation de règles nouvelles, peu justifiées et souvent vides de sens. Développer $(2x + 3)(5x +4)$ a peut-être peu d'intérêt, mais faire apparaître des liens entre les multiplications $(2x +3) \times (5x + 4)$ et 23×54 peut permettre d'expliquer quelque peu le fonctionnement du calcul algébrique.

Dans la brochure " Des décimaux en 6ème ", éditée par l'IREM de Lorraine, nous avons représenté les nombres par des segments et des polygones. Dans la Grèce antique, les membres de l' Ecole Pythagoricienne utilisaient des cubes, des carrés, des triangles, et d'autres polygones pour représenter les nombres entiers. Les rectangles étaient associés à des multiplications de deux nombres entiers (il nous reste les appellations de carré et de cube pour les puissances 2 et 3 d'un nombre ainsi que les écritures 21 x 29,7 ou 24 x 36 pour nommer certains rectangles...). Plus tard, les mathématiciens arabes, tels Al-Huvarism trouvaient des solutions d'équations en utilisant des mesures d'aires. Enfin, dans le "Traité de Géométrie théorique et pratique" par Eysséric et Pascal édité à Paris en 1864 par "F.Tandou et Cie, libraires éditeurs", nous pouvons lire : "Dans tout triangle rectangle le carré construit sur l'hypothénuse est équivalent à la somme des carrés construits sur les deux autres côtés" (c'est l'auteur de ces lignes qui souligne le mot "somme").

Considérant les expressions algébriques comme des écritures de nombres, nous avons, nous aussi, rencontré la géométrie lors de nos recherches.

Par ailleurs, les élèves ne font pas le lien avec le calcul algébrique lorsqu'ils doivent travailler avec des expressions écrites en fonction de π , comme cela était demandé dans le Brevet des Collèges 2000 de l'académie de Nancy-Metz. Il en est de même lors du travail avec les racines carrées. Cependant, dans ces deux cas, ne reste-t-on pas dans le cadre du calcul numérique ?

Les activités proposées dans cette brochure ont permis à nos élèves de ne pas être allergiques à ce type de calcul utilisant des lettres pour nommer des nombres ...

En étalant le travail sur l'année scolaire,

en réservant l'introduction du vocabulaire spécifique aux moments où nous pensons que les concepts seront assimilés (le plus important est il d'avoir compris le fonctionnement de la multiplication 23 x 65 , ou de savoir que 23 et 65 sont les facteurs de 23 x 65 ?),

en utilisant des segments, des polygones ou des solides comme images mentales,

en prenant systématiquement appui sur leurs connaissances en calcul numérique, nous pensons avoir ouvert des voies leur permettant de retrouver plus tard avec quelque réussite le calcul littéral dans des situations plus abstraites.

Alors, faut-il supprimer l'enseignement de l'algèbre au collège ?

Nous espérons que l'utilisation des activités proposées dans cette brochure aideront nos collègues à élaborer leur propre réponse à cette question.

QUELQUES REFLEXIONS A PROPOS D'UN EXTRAIT DE BREVET DES COLLEGES.

Extrait du Brevet des Collèges 1999. Académie de Nancy Metz.

On considère l'expression $F=(5x-3)(3x+2)-(5x-3)^2$

1) *Développer et réduire F.*
2) *Factoriser F.*
3) *Résoudre* $(-2x+5)(5x-3)=0$

MATHEMATIQUES 4° Collection HATIER page 111.

Conventions: On peut supprimer le signe "×" entre :
- *un nombre et une lettre*
- *un nombre et une parenthèse*
- *une lettre et une parenthèse*
- *deux lettres*
- *deux parenthèses*

Exemples :
$5\times a=5a \qquad 7\times(a+b)=7(a+b)$
$a\times(b+c)=a(b+c) \qquad (a+b)\times(c+d)=(a+b)(c+d)$

✱ La convention " on peut supprimer le signe × entre " devient rapidement une obligation en particulier chez les enseignants de 3° proposant des sujets.
Nous pouvons habituer nos élèves à prendre conscience de l'existence des produits . $F=(5x-3)\times(3x+2)-(5x-3)\times(5x-3)$

✱ Certains lecteurs regretteront la disparition du produit remarquable $(5x-3)^2$. Son emploi n'est pas une obligation, d'autres méthodes vues en 4° conviennent.

En 3°, il est temps de faire comprendre aux élèves que l'intérêt des produits remarquables n'est pas de calculer plus vite $(a+b)^2$; $(a-b)^2$ ou $(a+b)\times(a-b)$ [le gain de temps éventuel mériterait d'être évalué], mais de résoudre des équations comme $4x^2+4x+1$ $\quad x^2-2x+1$ ou x^2-25.

Les factorisations permettant d'obtenir une équation produit sont une étape amenant à la résolution de ses équations.

✱ Que signifie pour l'élève le mot " DEVELOPPER" ?

MATHEMATIQUES 4° Collection HATIER (page 113)
On <u>développe</u> en <u>réduisant les produits</u> et on <u>supprime les parenthèses</u>.

- Qu'est-ce que réduire les produits ?
- Quel contenu mathématique l'élève fait-il fonctionner lorsqu'il supprime des parenthèses ?

MATHEMATIQUES 4° Collection BORDAS (page 79)
<u>Développer un produit</u>, c'est l'écrire <u>sous forme d'une somme ou d'une différence</u>.

- l'élève qui a écrit $4 \times (x+2) = 4 \times (x+2) - 0$, a-t-il développé ?
- l'élève qui a écrit $4 \times (x+2) = 2 \times (x+2) + 2 \times (x+2)$, a-t-il développé ?

La plupart du temps, le mot "développer " est associé à la notion de <u>distributivité.</u>
Dans l'expression $4 \times (3+y) = 4 \times 3 + 4 \times y$, l'élève est-il persuadé que le nombre 4 " a été distribué" ?
Devant $(3 + y)$, il y avait un "4" et j'en retrouve deux dans l'expression $4 \times 3 + 4 \times y$ ...!
Combien d'élèves sont conscients que c'est une multiplication qui est distribuée et qu'en mathématiques, distribuer une multiplication dans une addition n'est pas la même chose que distribuer 4 caramels dans une classe de 16 garçons et 12 filles ...

✱ Et pourquoi ne pas faire fonctionner les concepts avant d'utiliser le vocabulaire spécifique du calcul algébrique ?
Je vais donc calculer : $(5x-3) \times (3x+2) - (5x-3) \times (5x-3)$

" x " est un nombre, $5x - 3$ et $3x + 2$ sont donc aussi des nombres.

Affirmer dès le départ que "x" est un nombre allège les éventuelles conventions d'écritures telles celles citées dans le manuel de la collection " TRIANGLE ".
Il serait alors judicieux d'expliquer pourquoi le signe " $\times$ " ne peut pas être supprimé dans la multiplication 4×3 alors qu'il peut l'être dans d'autres cas.

Affirmer dès le départ que "x" est un nombre permet de justifier que les règles du calcul numérique vont pouvoir s'appliquer ici.
Les multiplications sont prioritaires sur la soustraction.

Je vais donc calculer $(5x-3) \times (3x+2)$ et $(5x-3) \times (5x-3)$
J'utilise les deux méthodes rencontrées à l'école primaire pour multiplier deux entiers.

$$\begin{array}{r} 37\\ \times\ 28\\ \hline 296\\ +\ 74\\ \hline 1036 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} \times & 30 & +\ 7\\ \hline 20 & 600 & 140\\ \hline +\ 8 & 240 & 56 \end{array}$$

$37 \times 28 = 600 + 140 + 240 + 56$
$37 \times 28 = 1036$

$$\begin{array}{r} 5x - 3\\ \times\ 3x + 2\\ \hline 10x - 6\\ 15x^2 - 9x\\ \hline 15x^2 + x\ - 6 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} \times & 5x & +\ -3\\ \hline 3x & 15x^2 & -9x\\ \hline +\ 2 & 10x & -6 \end{array}$$

$(5x - 3) \times (3x + 2) = 15x^2 + 10x + (-9x) + (-6)$
$= 15x^2 + x - 6$

Lorsque je pose l'opération 37×28, le chiffre "4" de 74 indique des dizaines : je le place sous le chiffre 9 de 296 qui indique lui aussi des dizaines d'où l'apparition d'un décalage. (A l'école primaire, il est parfois noté 740 ou 74. au lieu de 74).
Pour des raisons semblables, le décalage apparaît lorsque je pose la multiplication $(5x - 3) \times (3x + 2)$.

Il peut être intéressant de montrer que dans une multiplication comme

$$\begin{array}{r} 2x+3 \\ \times\ 3x+4 \\ \hline 8x+12 \\ 6x^2+9x\quad\ \\ \hline 6x^2+17x+12 \end{array}$$

$\times$	$2x$ +	3
$3x$ +	$6x^2$	$9x$
4	$8x$	12

$$\begin{aligned}(2x+3)\times(3x+4) &= 6x^2+9x+8x+12 \\ &= 6x^2+17x+12\end{aligned}$$

le nombre x lorsqu'il est égal à 10 joue le rôle des dizaines et x^2 celui des centaines.

Un élève voulait poser la multiplication $(2x+3)\times(3x+4)$ un peu autrement :

$$\begin{array}{l} 2x+3 \\ \times\ \ 4+3x \\ \hline 6x^2+9x \\ \qquad\ \ 8x+12 \\ \hline 6x^2+17x+12 \end{array}$$

Question :
Où placer + 12 ?

L'élève a choisi la position indiquée ci-dessus.
Le décalage n'apparaît plus en position traditionnelle. Nous avons donc décidé de mettre les "x" avant les autres nombres, comme les dizaines sont placées avant les unités.

Continuons notre calcul extrait du Brevet des Collèges 1999 de l'académie de Nancy Metz.
Je calcule maintenant : $(5x-3)\times(5x-3)$.

$$\begin{array}{r} 5x-3 \\ \times\ 5x-3 \\ \hline -15x+9 \\ 25x^2-15x\quad\ \ \\ \hline 25x^2-30x+9 \end{array}$$

$\times$	$5x$ +	-3
$5x$ +	$25x^2$	$-15x$
-3	$-15x$	9

$$\begin{aligned}(5x-3)\times(5x-3). &= 25x^2+(-15x)+(-15x)+9 \\ &= 25x^2-30x+9\end{aligned}$$

Les multiplications sont effectuées, je peux soustraire

$$(5x-3)\times(3x+2)-(5x-3)\times(5x-3)=(15x^2+x-6)-(25x^2-30x+9)$$

Plutôt que de retirer les parenthèses (ce qui n'a guère de signification mathématique), nous allons transformer la soustraction en addition.

- Je sais que si des parenthèses entourent les termes d'une addition, je peux ne pas en tenir compte.
- En 5$^{\text{ème}}$, j'ai rencontré a - b = a + opp(b), ce qui me donne un moyen pour transformer ma soustraction en addition.

$$(15x^2+x-6)-(25x^2-30x+9)=(15x^2+x-6)+\text{opp}(25x^2-30x+9)$$

- Ajouter l'opposé d'une expression numérique, c'est ajouter les opposés de chaque terme de l'expression numérique.
- Prendre l'opposé d'un nombre, c'est changer son signe.

$$(15x^2+x-6)+\text{opp}(25x^2-30x+9)=(15x^2+x-6)+(-25x^2+30x-9)$$

- Je peux ne plus tenir compte des parenthèses. Il resterait à transformer $+(-25x^2)$ en $-25x^2$
(au lieu d'ajouter une perte, je soustrais un gain.)

$$(15x^2+x-6)+(-25x^2+30x-9)=15x^2+x-6-25x^2+30x-9$$

- Le mot " REDUIRE" correspond à faire les calculs possibles.

$$15x^2+x-6-25x^2+30x-9=-10x^2+31x-15$$

✱ la formule $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ n'est qu'un moyen mnémotechnique pour ceux qui auraient envie de faire la multiplication "de tête".

Il est évidemment souhaitable qu'à l'entrée en seconde, les élèves n'aient plus besoin de "poser" les opérations. Mais, ne vaut-il pas mieux que les élèves sachent ce qu'ils font lorsqu'ils rencontrent une technique de calcul ? Et poser les opérations n'a rien de déshonorant ...

✱ La question 2 de l'exercice du Brevet demande de factoriser F.

MATH 3ᵉ - Collection CINQ SUR CINQ- Hachette Education page 35.
Factoriser une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

- L'élève qui a écrit $4x^2 + 4x = 1 \times (4x^2 + 4x)$ a-t-il factorisé ?
- L'élève qui a écrit $\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{1}{3} \times (x^2 + 4x)$ a-t-il factorisé ?
- L'élève qui a écrit $4x^2 - 9 = 4 \times \left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ a-t-il factorisé ?
- L'élève qui aurait écrit $(5x-3) \times (3x+2) - (5x-3)^2 = x \times \left[\frac{(5x-3) \times (3x-2)}{x} - \frac{(5x-3)^2}{x}\right]$

aurait-il factorisé ?

Pour éviter ces "ambiguïtés", ne pourrait-on pas demander une factorisation aux élèves lorsque celle-ci présente quelque intérêt par rapport au problème posé ?

Ne pourrait-on, même un jour d'examen, proposer comme question :

Résoudre $(5x-3) \times (3x+2) - (5x-3)^2 = 0$?

Dans le cas où les étapes intermédiaires paraîtraient trop difficiles à un élève de $3^{\text{ème}}$, il resterait à proposer d'autres exercices nécessitant un peu de réflexion ...

LONGUEURS ET CALCUL ALGEBRIQUE

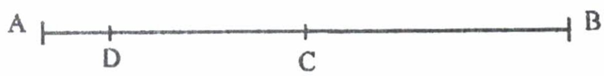
Exprime la longueur AB en fonction de x.

1) 

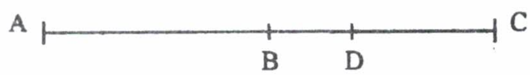
AB =

2) 

AC = x BD = 2
AB =

3) 

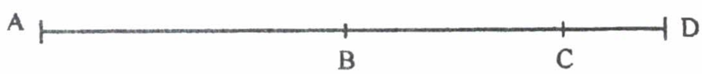
AD = x DC = 6 CB = AC
AB =

4) 

AC = x BD = 3 AB = BC
AB =

5) 

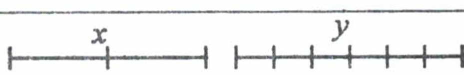
AD = x AB = BC BC = 4
AB =

6) 

AC = x CD = 4 AB = BD
AB =

En reportant des longueurs avec le compas, réalise des dessins semblables à ceux ci-dessus pour représenter les expressions algébriques :

1) $3x-1$
2) $2x+3$
3) $12-2x$
4) $2\times(x-1)$
5) $\dfrac{x}{2}+7$
6) $\dfrac{x+6}{2}$



Réalise de même des dessins pour les expressions algébriques :

1) $2y+x$
2) $y-x$
3) $x+\dfrac{y}{2}$
4) $\dfrac{x+y}{2}$
5) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{2y}{3}$
6) $3y-2x$

DEVELOPPER, C'EST MULTIPLIER (0).

Voici deux méthodes pour calculer **36 x 7**.

$$\begin{array}{r} 3\,6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 2\,5\,2 \end{array}$$

L'habitude de dire "7 fois 6 égale 42, je pose 2 et je retiens 4" fait oublier le fait qu'il s'agit de 4 dizaines qui seront ajoutées aux 21 dizaines obtenues lors du calcul de 7 x 3 dizaines.

x	30 +	6
7	210	42

et

$$\begin{array}{r} 2\,1\,0 \\ +\ \ 4\,2 \\ \hline 2\,5\,2 \end{array}$$

Cette deuxième méthode moins mécanique est très proche des représentations de l' Ecole Pythagoricienne associant figures géométriques et nombres.

x	x	x	x
x	x	x	x
x	x	x	x

12 est un nombre rectangulaire
12 = 4 x 3   12 = 3 x 4

x	x	x
x	x	x
x	x	x

9 est un nombre carré
9 = 3 x 3

Voici deux méthodes pour calculer **(3*x* + 6) x 7.**

"*x*" étant un nombre dont on ne connaît pas la valeur, utilisons ce que nous savons à propos du calcul numérique.

$$\begin{array}{r} 3x + 6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 21x + 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 2\,5\,2 \end{array}$$

Les 21*x* seront ajoutés à 42 comme les 25 dizaines sont ajoutées aux 2 unités

x	3x +	6
7	$21x$	42

$(3x + 6) \times 7 = 21x + 42$

x	30 +	6
7	210	42

(30 + 6) x 7 = 210 + 42

Dans le résultat $21x + 42$, l'opération prioritaire est 21 x x . Ne connaissant pas la valeur de "x", l'opération ne peut être continuée.
Nous écrirons donc le résultat de ($3x + 6$) x 7 sous la forme $21x + 42$.

Nous préférerons l'écriture $21x + 42$ à $42 + 21x$ car lorsque x est égal à 10, $21x$ est le nombre de dizaines et en référence à la numération décimale qui est une numération de position, nous écrirons les "x^2" puis les "x" puis les nombres non indiqués par des lettres, comme nous écrivons le chiffre des centaines puis le chiffre des dizaines puis le chiffre des unités.

Les écritures 3 x (12 + 2) = 3 x 12 + 3 x 2 ou $3x$ x ($12x + 2$) = $3x$ x $12x$ + $3x$ x 2 ne sont alors considérées que comme la manière de faire des opérations en ligne!

Exercices d'application :

Compléter les multiplications ci-dessous.

$$\begin{array}{rccc} & x & + & 2 \\ \times & & & 3 \\ \hline & \ldots\ldots & + & \ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & 2x & + & 4 \\ \times & & & x \\ \hline & \ldots\ldots & + & \ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & 5x & + & 1 \\ \times & & & x \\ \hline & \ldots\ldots & + & \ldots\ldots \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} & 3x & + & \ldots\ldots \\ \times & & & 4 \\ \hline & \ldots\ldots & + & 32 \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & \ldots\ldots & + & \ldots \\ \times & & & 6 \\ \hline & 30x & + & 36 \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} & 4x & + & 3 \\ \times & & & \ldots\ldots \\ \hline & 8x^2 & + & 6x \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c|c|} \times & 4x & 2 \\ \hline 7 & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline & \ldots\ldots & + \;\ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|c|} \times & 3x & 1 \\ \hline x & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline & \ldots\ldots & + \;\ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|c|} \times & 4x & 3 \\ \hline 3x & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline & \ldots\ldots & + \;\ldots\ldots \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c|c|} \times & 5x & \ldots\ldots \\ \hline 2 & \ldots\ldots & 12 \\ \hline & \ldots\ldots & + \;\ldots\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|c|} \times & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline 4 & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline & 8x & + \;4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|c|} \times & 2x & 3 \\ \hline \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \hline & 2x^2 & + \;3x \end{array}$$

$4\times(7x+6)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $3\times(x+6)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$x\times(x+2)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $x\times(3x+4)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

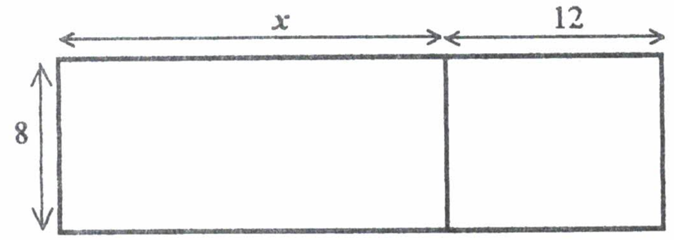
$2x\times(x+4)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $3x\times(3x+1)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

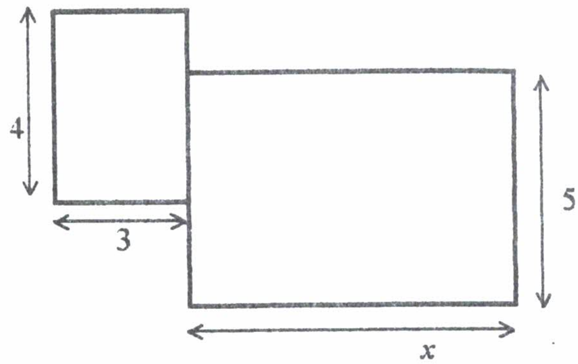
$\ldots\ldots\ldots\ldots\times(x+5)=6x+30$ $\qquad$ $\ldots\ldots\ldots\ldots\times(2x+1)=2x^2+x$

$8\times(\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots)=8x+24$ $\qquad$ $5\times(\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)=5x+5$

$x\times(\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots)=x^2+4x$ $\qquad$ $2x\times(\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots)=4x^2+2x$

DES AIRES, DES RECTANGLES
ET DU CALCUL ALGEBRIQUE (1)





Ces rectangles accolés ont pour aire : **$8 \times (x + 12)$**

c'est à dire **$8 \times x + 8 \times 12$**

c'est à dire **$8x + 96$**

Ces rectangles accolés ont pour aire :

$4 \times 3 + 5 \times x$

c'est à dire **$12 + 5x$**

1. En fonction de « x » exprime les aires des polygones dessinés ci-dessous.
(Simplifie au maximum tes expressions algébriques).

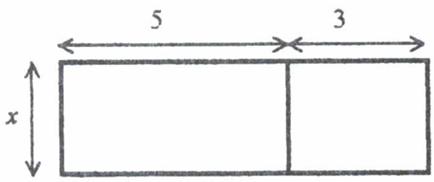


figure 1

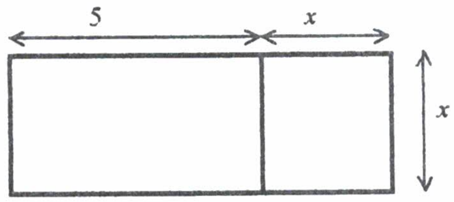


figure 2

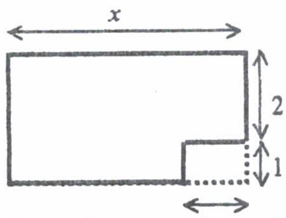


figure 3

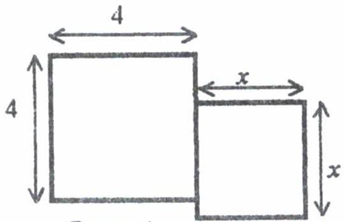


figure 4

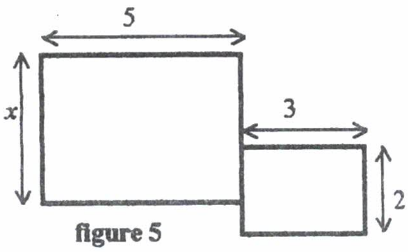


figure 5

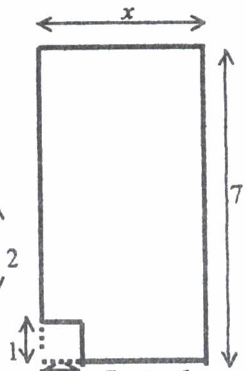


figure 6

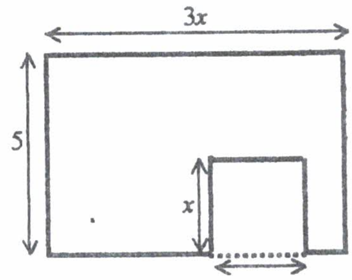


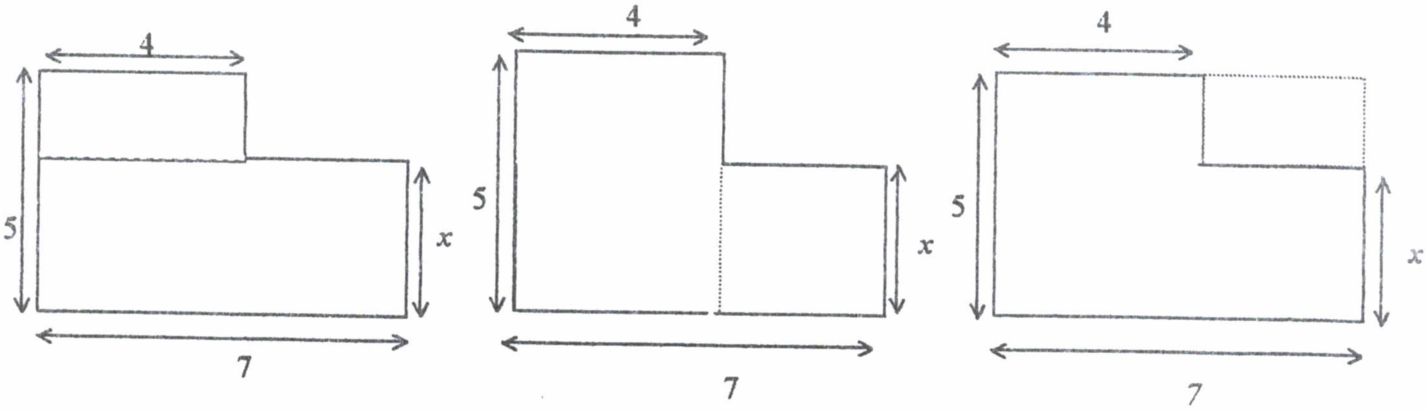
figure 7

2. Dessine des polygones ayant pour aire les expressions algébriques ci-dessous :

a) $4 \times (x+8)$	b) $12x + 15$	c) $4x^2$
d) $x^2 + 4$	e) $3(3 + x)$	f) $5(x+4) + 8$
g) $5x - 12$	h) $x^2 - 4$	i) $7(3 + x) - 6$

3. Dessine plusieurs polygones représentant $12x + 6$

DES AIRES, DES RECTANGLES
ET DU CALCUL ALGEBRIQUE (2)



1. En t'aidant de la méthode indiquée par les pointillés, exprime, en fonction de x l'aire du polygone.
2. Simplifie au maximum tes expressions algébriques et montre que ces trois expressions sont égales.
3. Reprends le même travail pour chacun des polygones ci-dessous.

figure 1

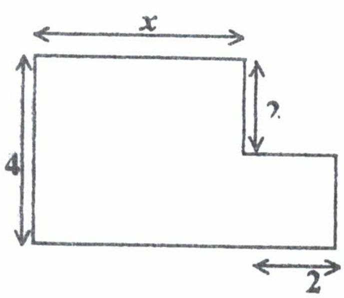


figure 2

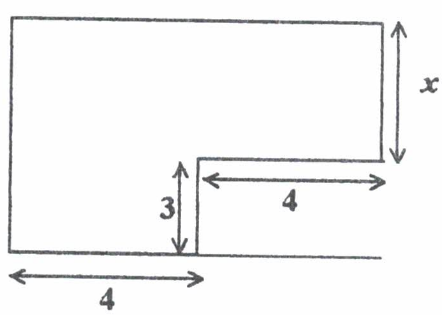


figure 3

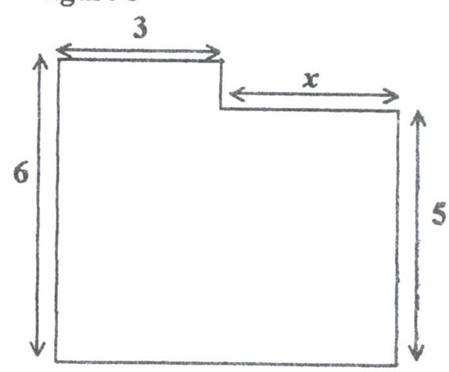


figure 4

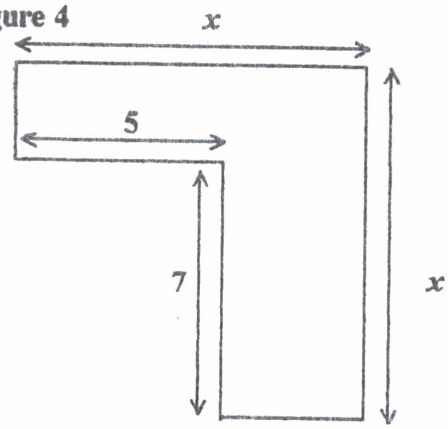
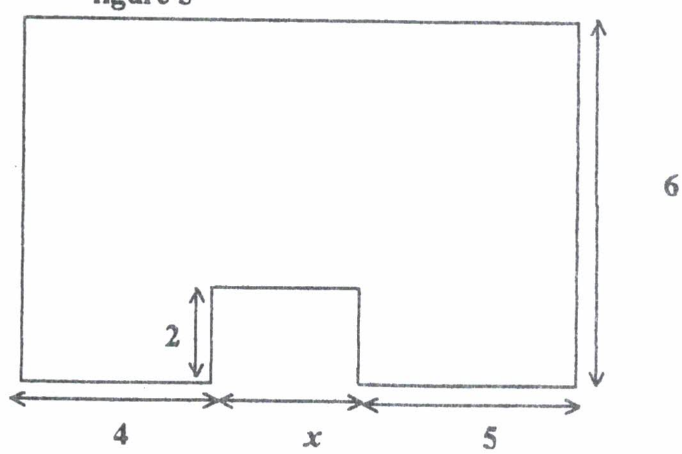


figure 5



TRAPEZE ET CALCUL ALGEBRIQUE

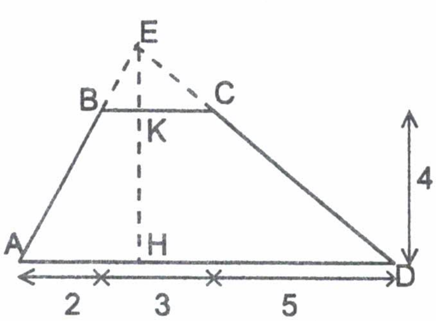
L'étude du trapèze a disparu depuis bien longtemps des programmes de Collège, cependant beaucoup d'élèves l'ayant rencontré à l'école primaire, nous n'hésitons pas à utiliser cette branche intéressante de la famille des quadrilatères.

Nous profitons de leur heureuse méconnaissance de la formule pour en calculer l'aire à l'aide de méthodes variées qui, à leur grande surprise donnent toutes le même résultat...

Trois séries d'activités sont proposées.

- La première n'utilisant que du calcul numérique peut être abordée en 5ème. Cependant, elle est très utile en 4ème pour revoir le fonctionnement de ce calcul.
- une deuxième série introduit une fois le nombre "x",
- une troisième série introduit à deux endroits le nombre "x" ce qui permet d'obtenir des résultats utilisant "x^2".

Dans chacune des trois séries, les propositions 3 et 3bis, 4 et 4bis, ... 9 et 9bis, permettent un partage des tâches à l'intérieur de groupes de deux élèves, car bien que les dessins proposés soient différents les expressions obtenues sont identiques.
Seules les propositions 9 et 9bis amènent des écritures différentes.
Dans les propositions 6 et 6bis, nous pouvons être amenés à utiliser le "deuxième théorème des milieux" pour justifier que la hauteur du parallélogramme KLMN est égale à 2.
Enfin, la dernière proposition découragera peut-être même les plus rapides ....
Voici ci-dessous une solution au problème posé utilisant des notions vues (mais difficilement assimilées!....) en 3ème.



Le triangle EAD est le triangle EBC dessiné à l'échelle 10/3. (ce point ne sera sûrement pas évident pour nos élèves de Collège.)

donc : Aire (EAD) = $(10/3)^2$ x Aire (EBC)

(AD x EH) : 2 = $(10/3)^2$ x (EK x BC) : 2

(10 x EH) : 2 = $(10/3)^2$ x (EK x 3) : 2

10 x (EK + 4) = $(10/3)^2$ x (EK x 3)

EK + 4 = 10/3 x EK

4 = 7/3 x EK donc EK = 12/7

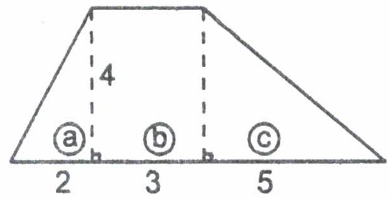
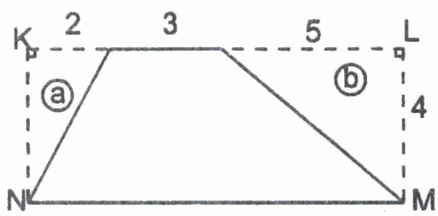
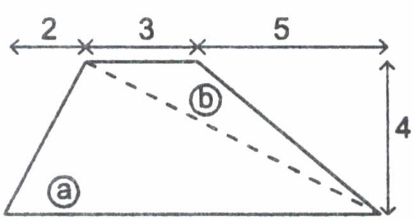
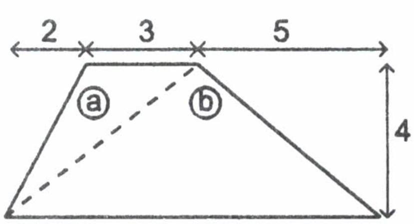
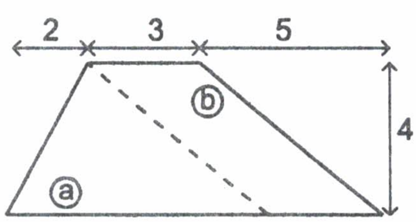
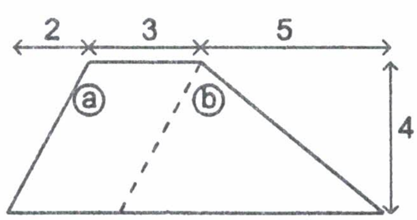
Aire (EBC) = (BC x EK) : 2 = (3 x 12/7) : 2 = 18/7

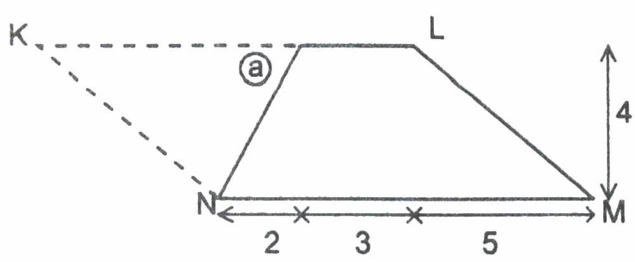
Aire (EAD) = (AD x EH) : 2 = [10 x (4+12/7)] : 2

Aire (EAD) - Aire (EBC) = 200/7 - 18/7 = 182/7 = 26

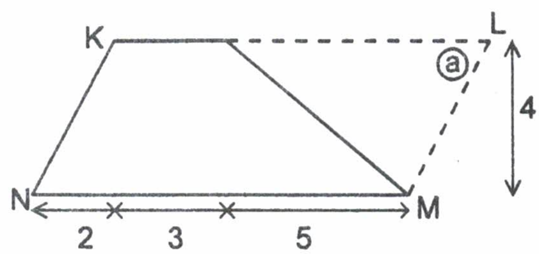
L'aire du trapèze est 26.

TRAPEZE ET CALCUL ALGEBRIQUE (0)

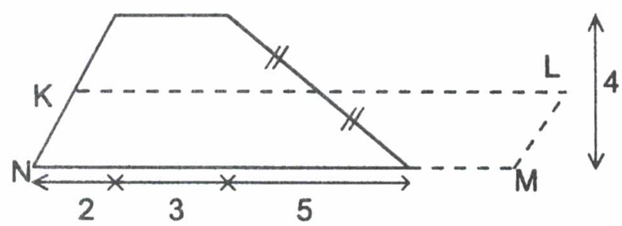
1		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "c" et de l'aire du rectangle "b". A =
2		L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du rectangle KLMN et la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
3		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
3 bis		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
4		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du triangle "a" et du parallélogramme "b". A =
4 bis		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du parallélogramme "a" et du triangle "b". A =

<table>
<tr>
<td>5</td>
<td>


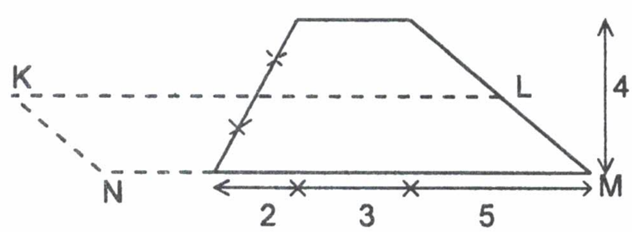
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l'aire du triangle "a".

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>5
bis</td>
<td>


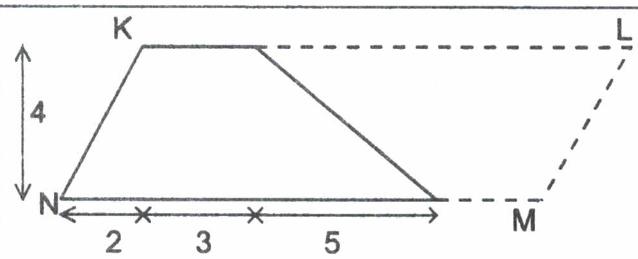
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l' aire du triangle "a".

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>


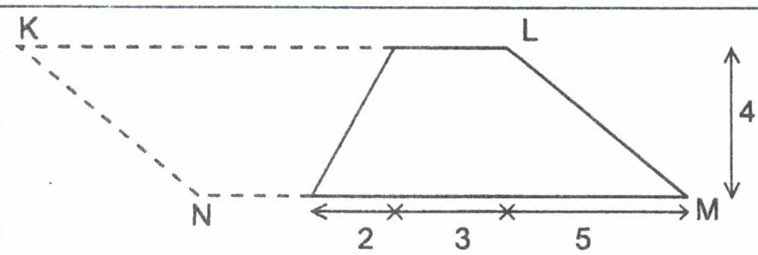
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>6
bis</td>
<td>


</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN.

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>


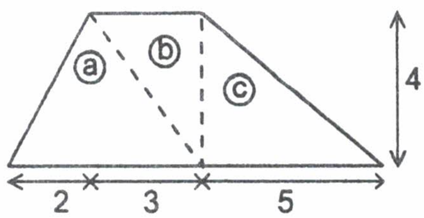
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>7
bis</td>
<td>


</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

A =</td>
</tr>
</table>

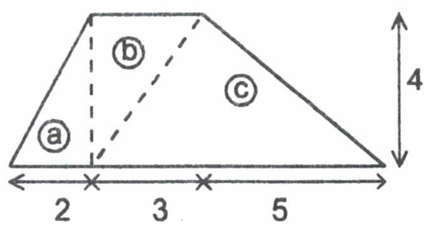
8



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =

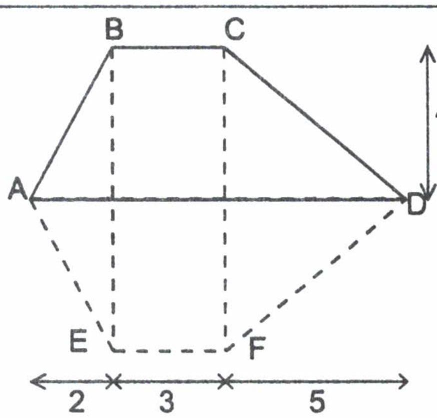
8 bis



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =

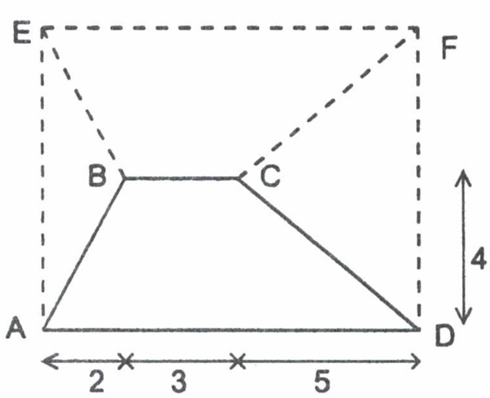
9



L'aire du trapèze est égale à la moitié de la somme des 'aires des triangles ABE, CFD et du rectangle BCFE.

A =

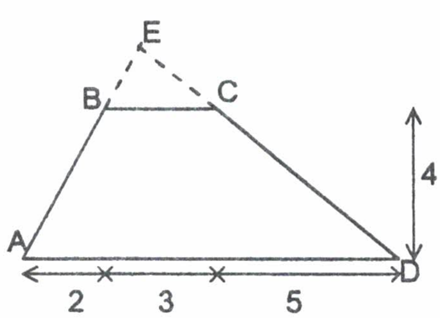
9 bis



L'aire du trapèze est égale à la moitié de la différence entre l'aire du rectangle AEFD et la somme des aires des triangles CFD et AEB.

A =

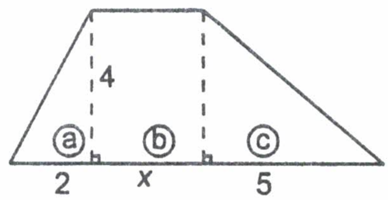
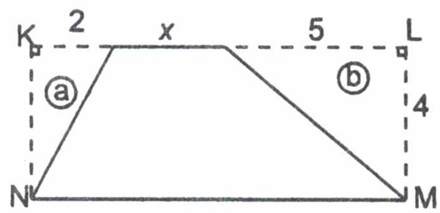
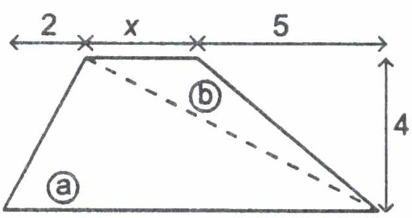
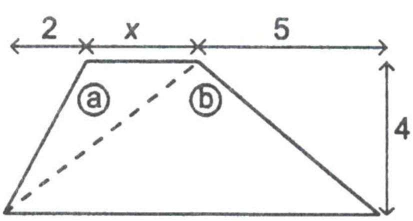
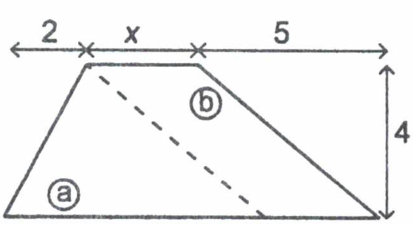
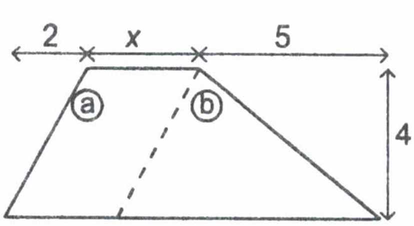
Pour les plus rapides !



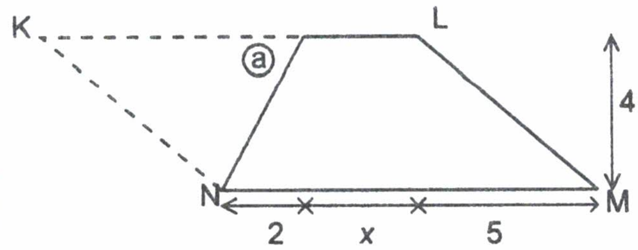
L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du triangle AED et l' aire du triangle BEC.

A =

TRAPEZE ET CALCUL ALGEBRIQUE (I)

1		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "c" et de l'aire du rectangle "b". A =
2		L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du rectangle KLMN et la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
3		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
3 bis		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b". A =
4		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du triangle "a" et du parallélogramme "b". A =
4 bis		L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du parallélogramme "a" et du triangle "b". A =

5

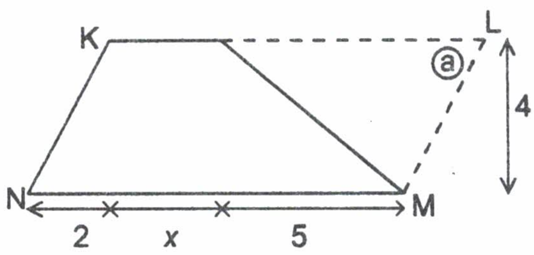


L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l'aire du triangle "a".

A =

---

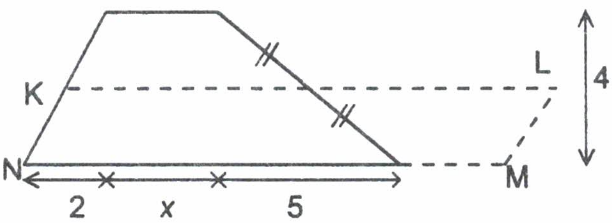
5 bis



L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l' aire du triangle "a".

A =

6

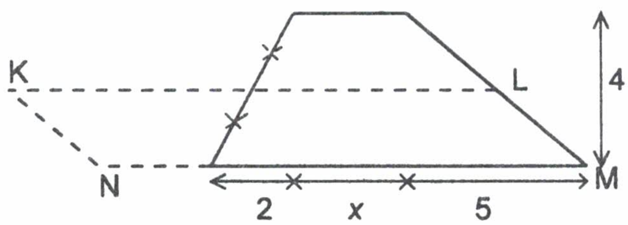


L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN

A =

---

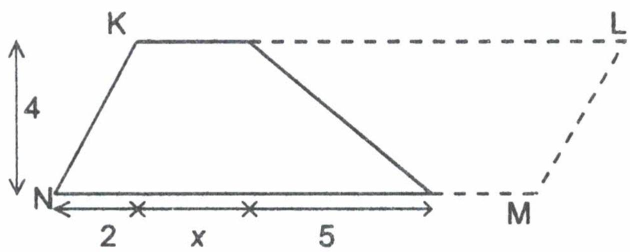
6 bis



L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN.

A =

7

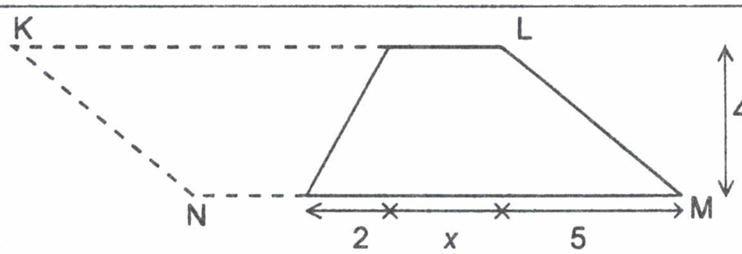


L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

A =

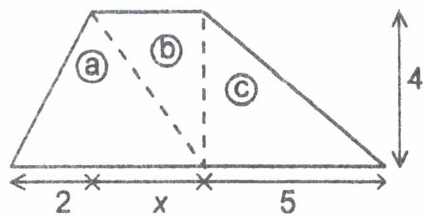
---

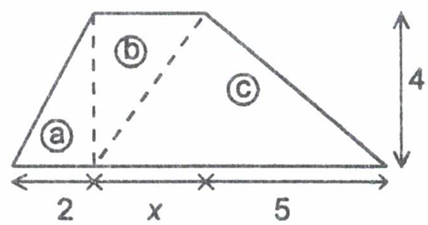
7 bis

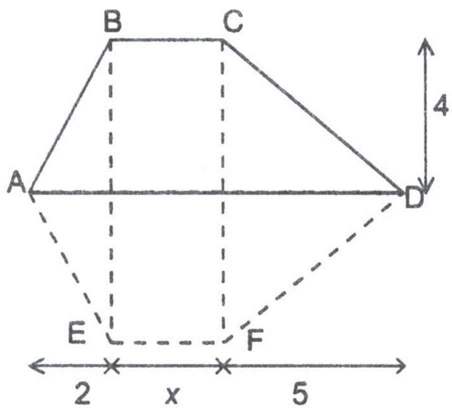


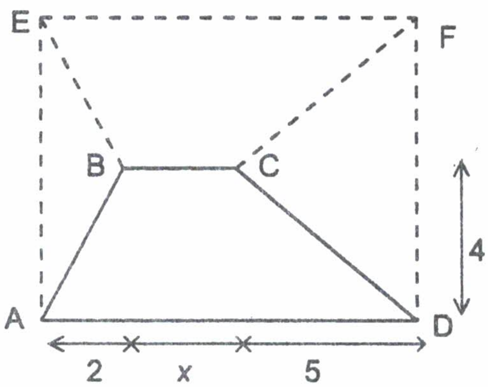
L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

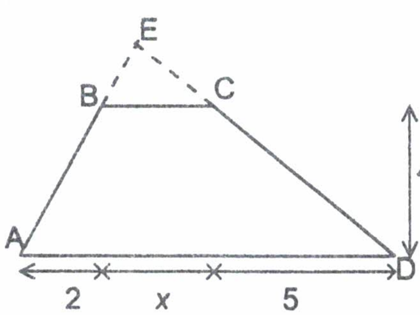
A =

<table>
<tr>
<td>8</td>
<td>
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>8 bis</td>
<td>
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la moitié de la somme des 'aires des triangles ABE, CFD et du rectangle BCFE.

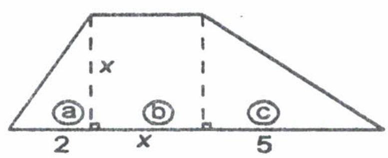
A =</td>
</tr>
<tr>
<td>9 bis</td>
<td>
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la moitié de la différence entre l'aire du rectangle AEFD et la somme des aires des triangles CFD et AEB.

A =</td>
</tr>
<tr>
<td>Pour les plus rapides !</td>
<td>
</td>
<td>L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du triangle AED et l' aire du triangle BEC.

A =</td>
</tr>
</table>

TRAPEZE ET CALCUL ALGEBRIQUE (2)

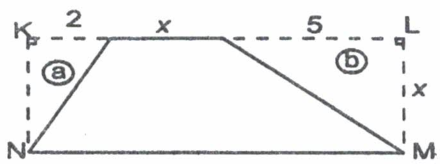
1



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "c" et de l'aire du rectangle "b".

A =

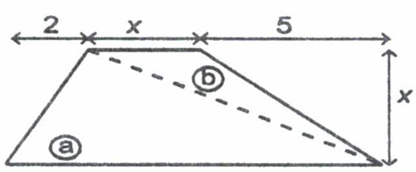
2



L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du rectangle KLMN et la somme des aires des triangles "a" et "b".

A =

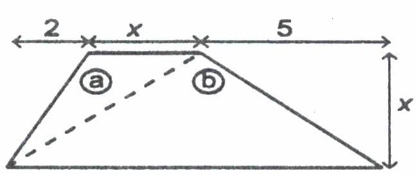
3



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b".

A =

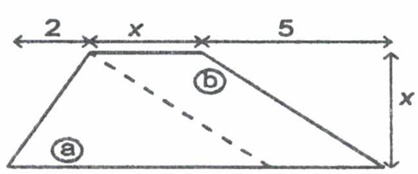
3 bis



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a" et "b".

A =

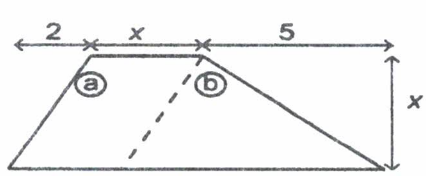
4



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du triangle "a" et du parallélogramme "b".

A =

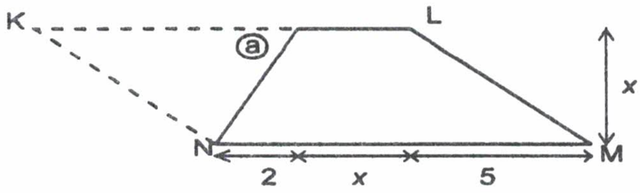
4 bis



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires du parallélogramme "a" et du triangle "b".

A =

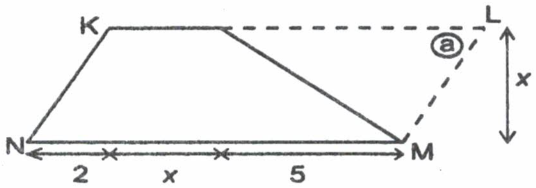
5



L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l' aire du triangle "a".

A =

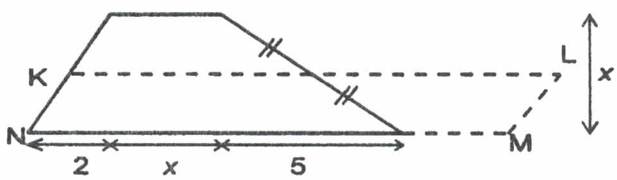
5 bis



L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du parallélogramme KLMN et l' aire du triangle "a".

A =

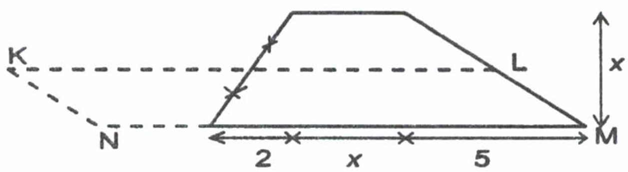
6



L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN

A =

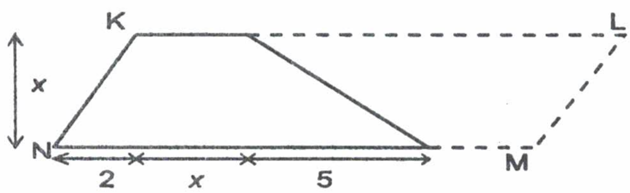
6 bis



L'aire du trapèze est égale à l'aire du parallélogramme KLMN.

A =

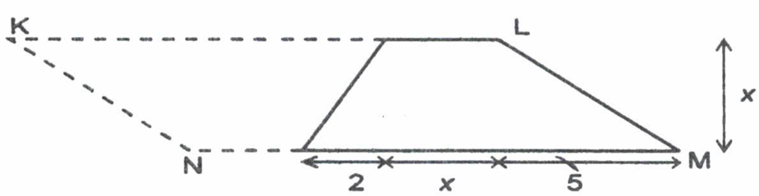
7



L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

A =

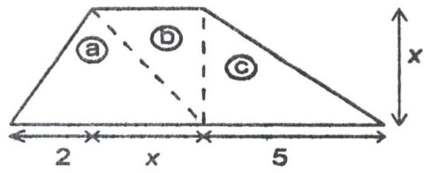
7 bis



L'aire du trapèze est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme KLMN.

A =

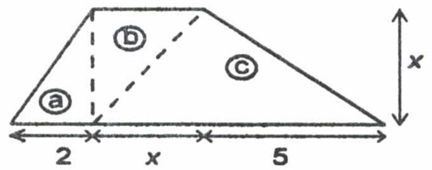
8



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =

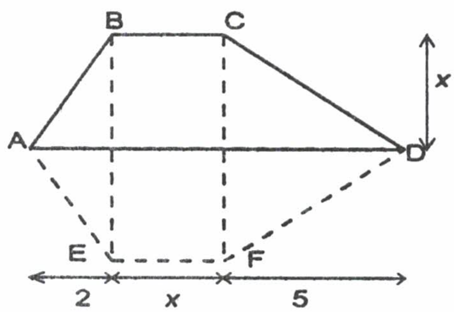
8 bis



L'aire du trapèze est égale à la somme des aires des triangles "a", "b" et "c".

A =

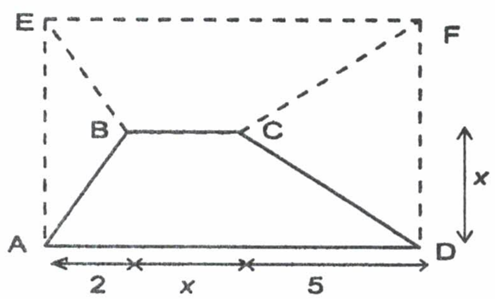
9



L'aire du trapèze est égale à la moitié de la somme des 'aires des triangles ABE, CFD et du rectangle BCFE.

A =

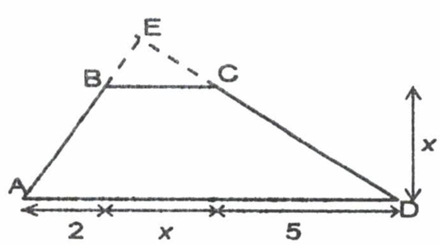
9 bis



L'aire du trapèze est égale à la moitié de la différence entre l'aire du rectangle AEFD et la somme des aires des triangles CFD et AEB.

A =

Pour les plus rapides !



L'aire du trapèze est égale à la différence entre l'aire du triangle AED et l' aire du triangle BEC.

A =

LONGUEURS, LARGEURS ET AIRES DE RECTANGLES.

① Trouve l'aire des trois rectangles ci-dessous :

Longueur	Largeur	Aire
$3x+5$	x	
$5x+1$	4	
$2x+6$	$3x$	

② Je connais l'aire des trois rectangles ci-dessous. Trouve leur largeur :

Longueur	Largeur	Aire
$2x+2$	……	$8x^2+8x$
$2x+5$	……	$2x^2+5x$
$4x+1$	……	$12x^2+3x$

③ Je connais l'aire des trois rectangles ci-dessous. Complète :

Longueur	Largeur	Aire
……	$2x$	$2x^2+4x$
……	4	$8x+16$
……	$3x$	$6x^2+12x$

④ Trouve l'aire des trois carrés ci-dessous :

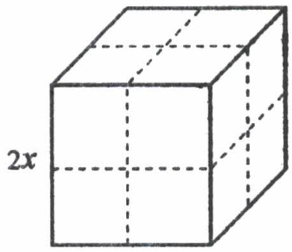
Côté	Aire
7	…………
$3x$	…………
$2x/3$	…………

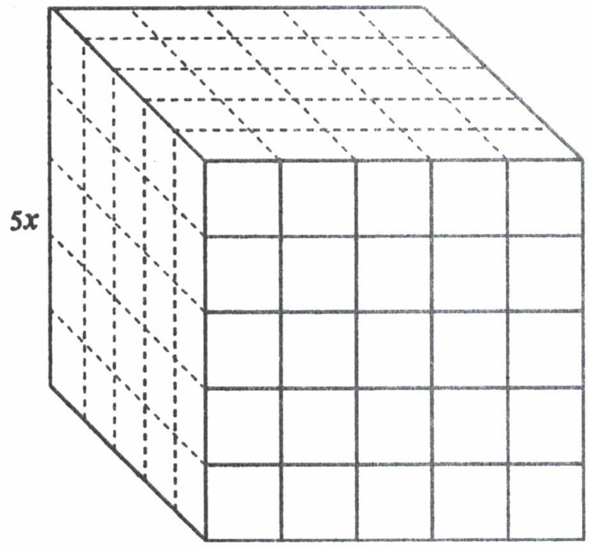
⑤ : Je connais l'aire des trois carrés ci-dessous. Trouve leur côté :

Côté	Aire
…………	900
………	$81x^2$
…………	$144x^2$

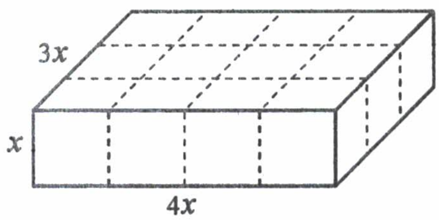
SOLIDES ET CALCUL ALGEBRIQUE (1)

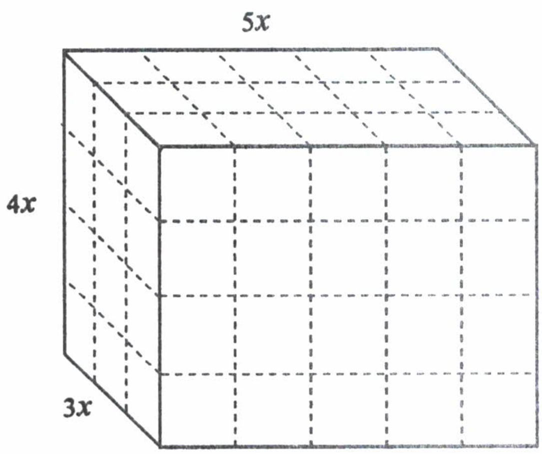
En fonction de x, exprime la longueur totale des arêtes, l'aire totale des faces puis le volume de ces cubes.





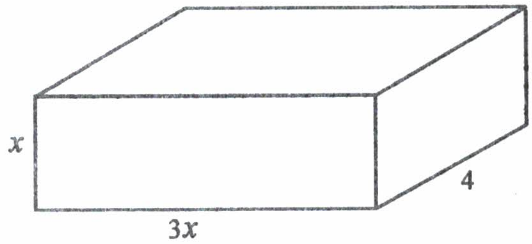
En fonction de x, exprime la longueur totale des arêtes, l'aire totale des faces puis le volume de ces parallélépipèdes rectangles.

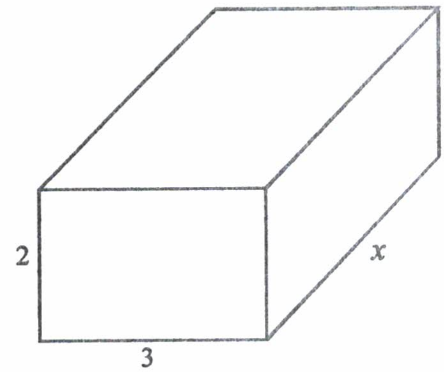


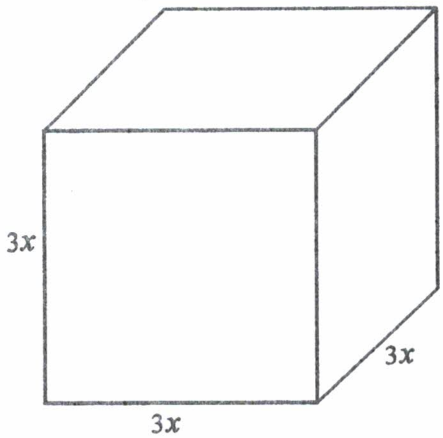


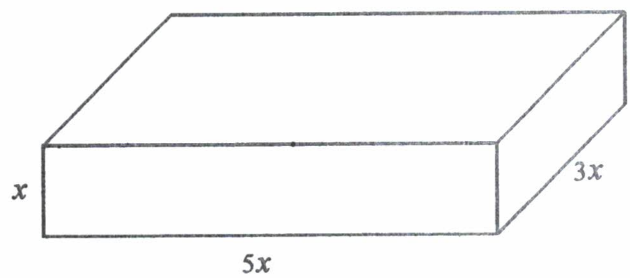
SOLIDES ET CALCUL ALGEBRIQUE (2)

En fonction de x, exprime la longueur totale des arêtes, l'aire totale des faces puis le volume de ces parallélépipèdes.

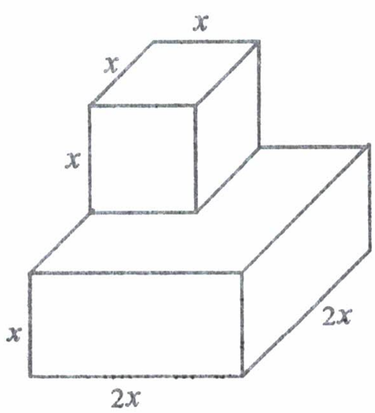


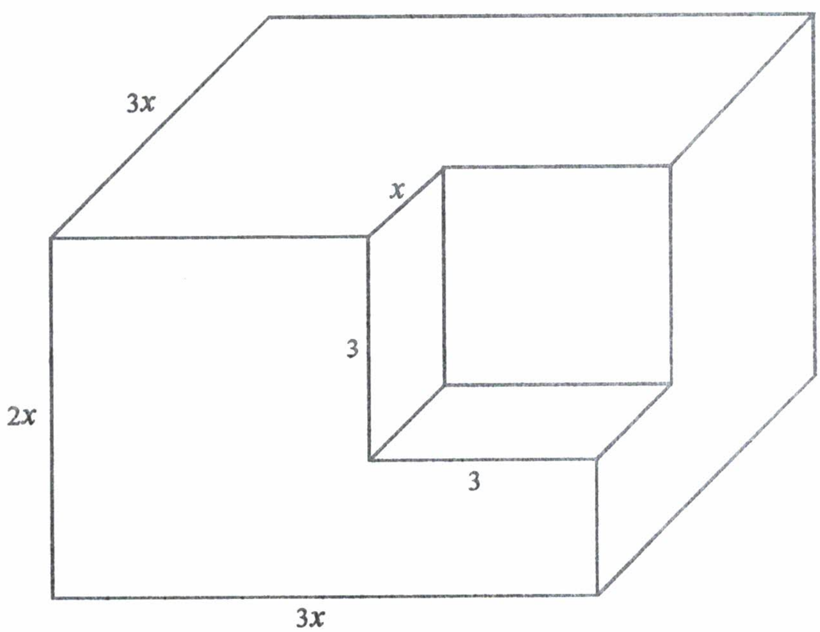




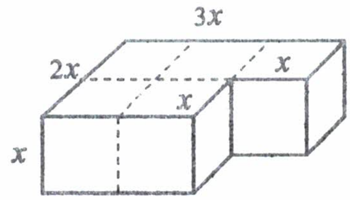


En fonction de x, exprime le volume de ces deux solides



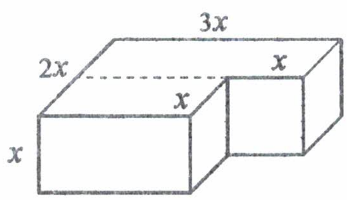


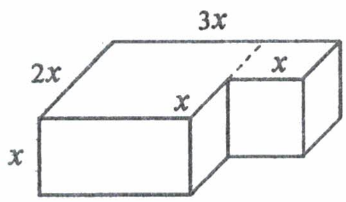
SOLIDES ET CALCUL ALGEBRIQUE (3)

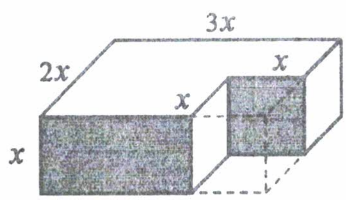


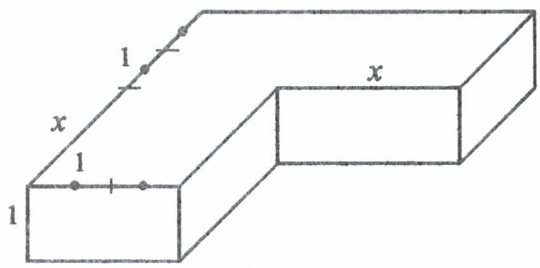
En fonction de x, exprime la longueur totale des arêtes, l'aire totale des faces de ce solide puis le volume.

En utilisant les méthodes suggérées par les pointillés, calcule le volume de ce solide.



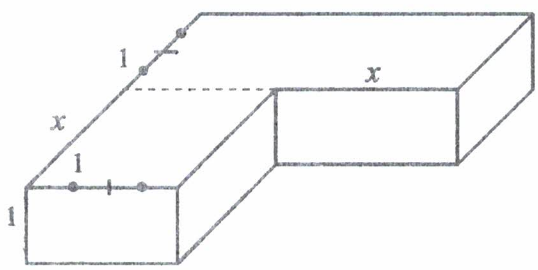


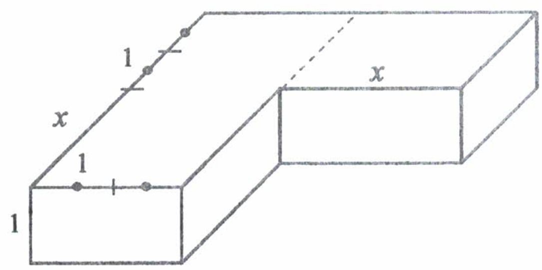


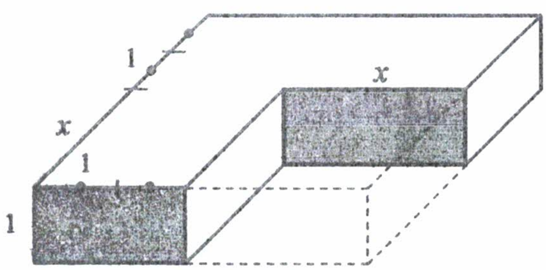


En fonction de x, exprime la longueur totale des arêtes et l'aire totale des faces de ce solide.

En utilisant les méthodes suggérées par les pointillés, calcule le volume de ce solide.



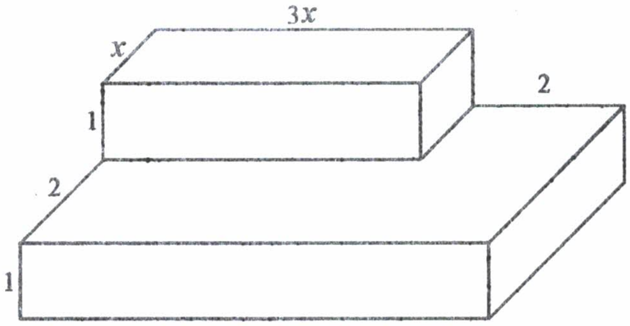


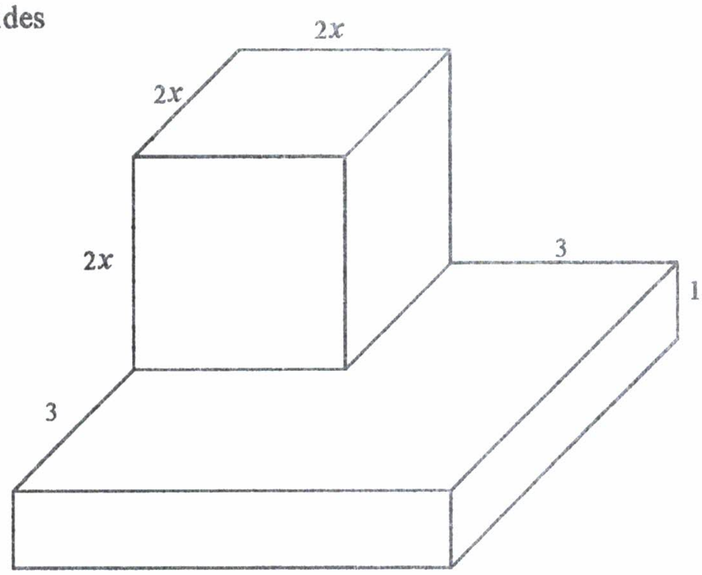


Pour l'enseignant : lors du dernier calcul, la double distributivité apparait

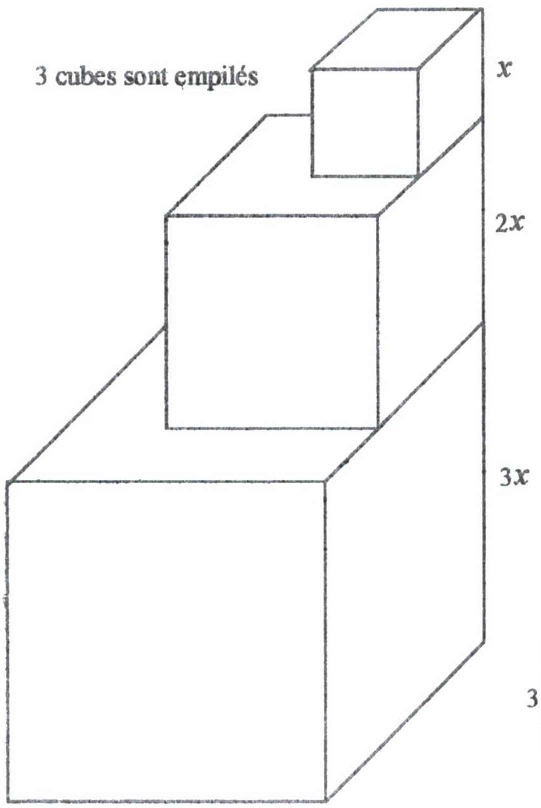
SOLIDES ET CALCUL ALGEBRIQUE (4)

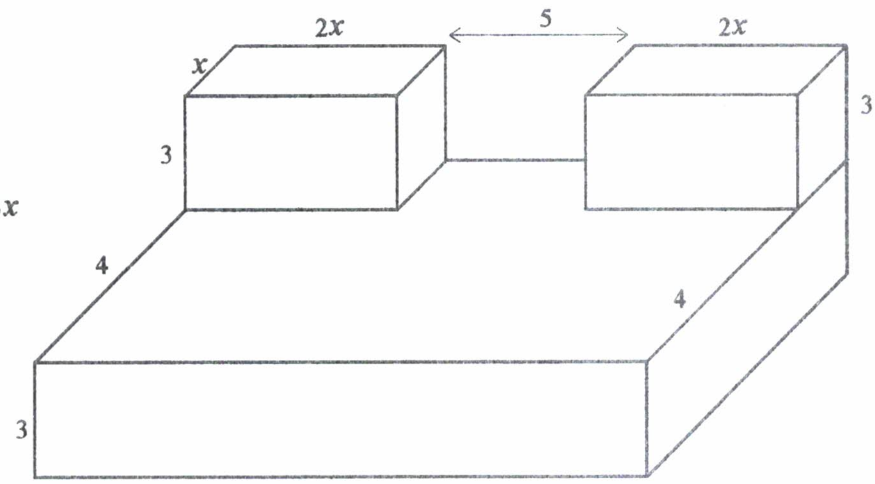
En fonction de x, exprime le volume de ces solides

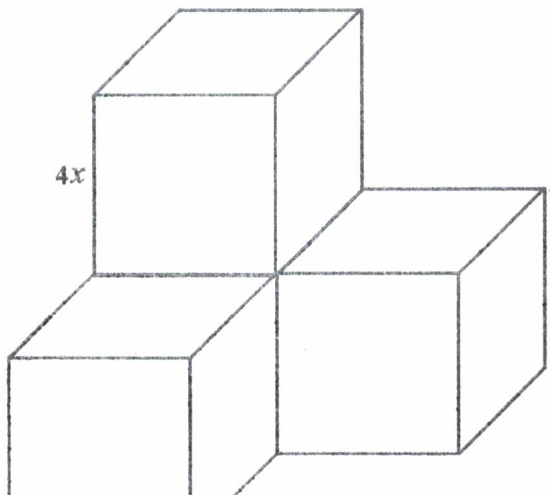




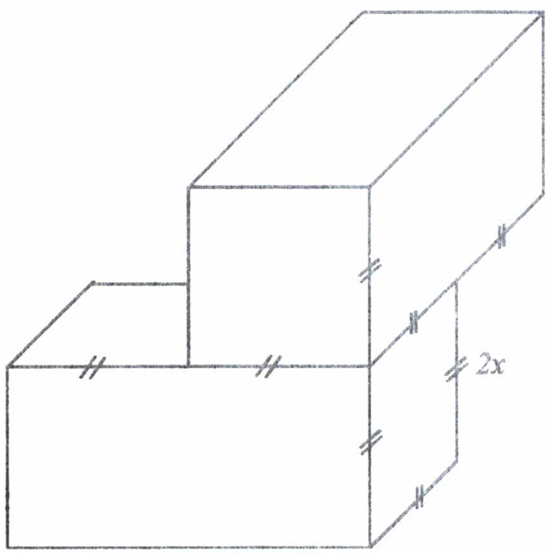
3 cubes sont empilés





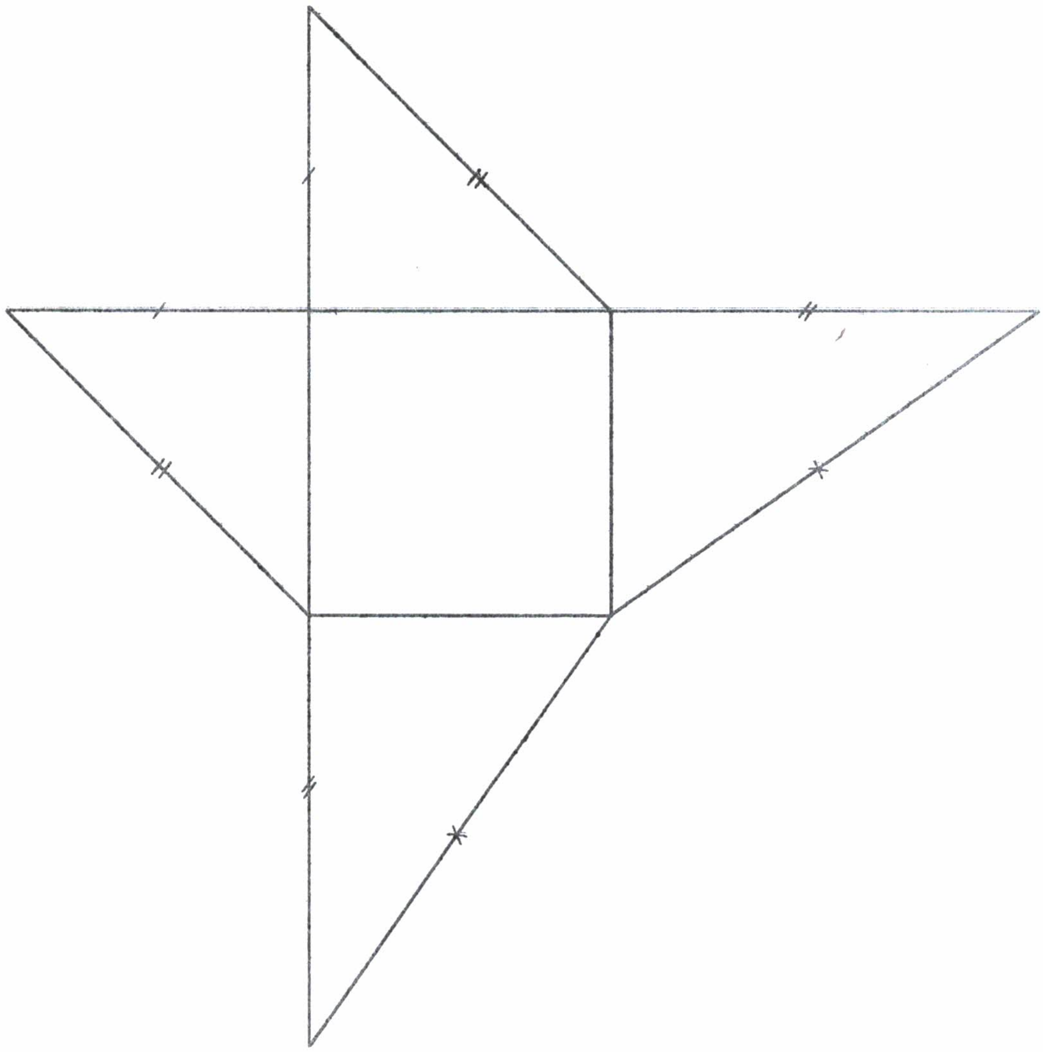


des cubes sont accolés



Pour l'enseignant : la double distributivité apparait

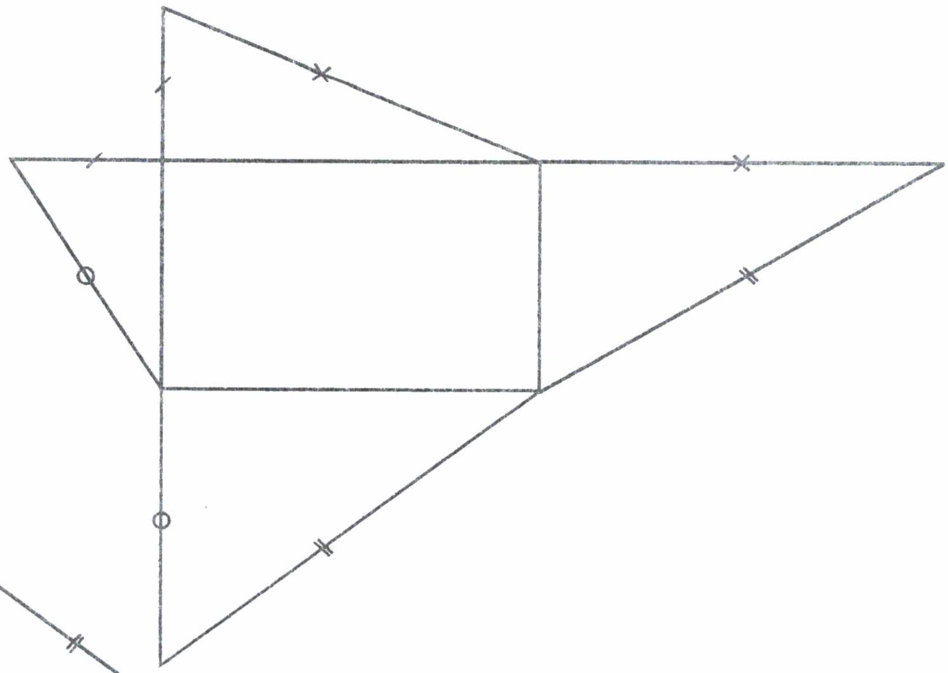
TROIS PYRAMIDES POUR UN CUBE

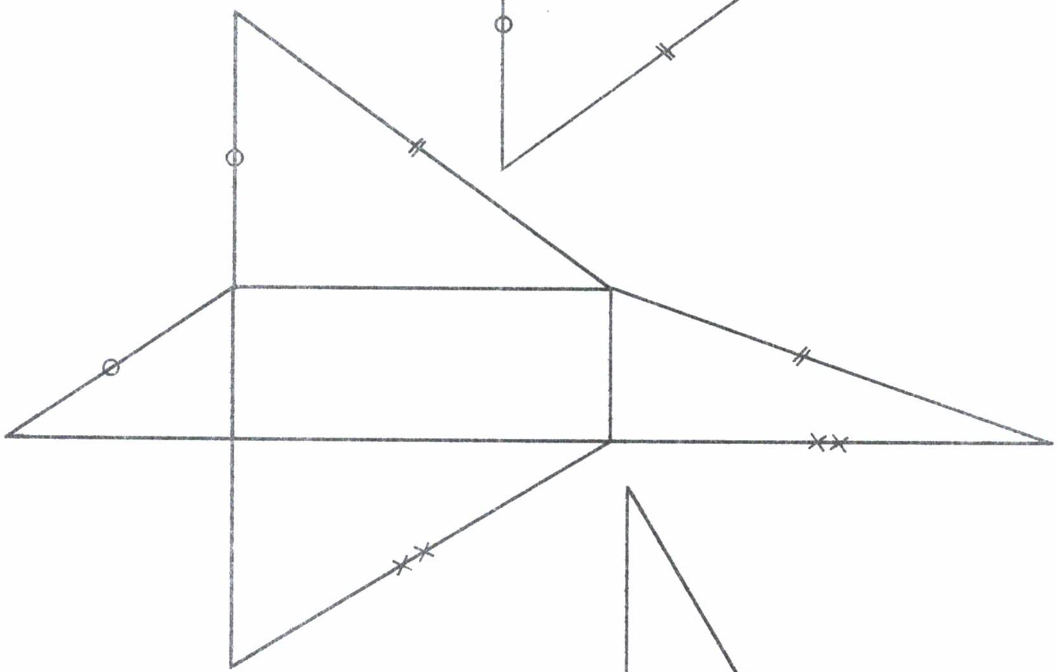


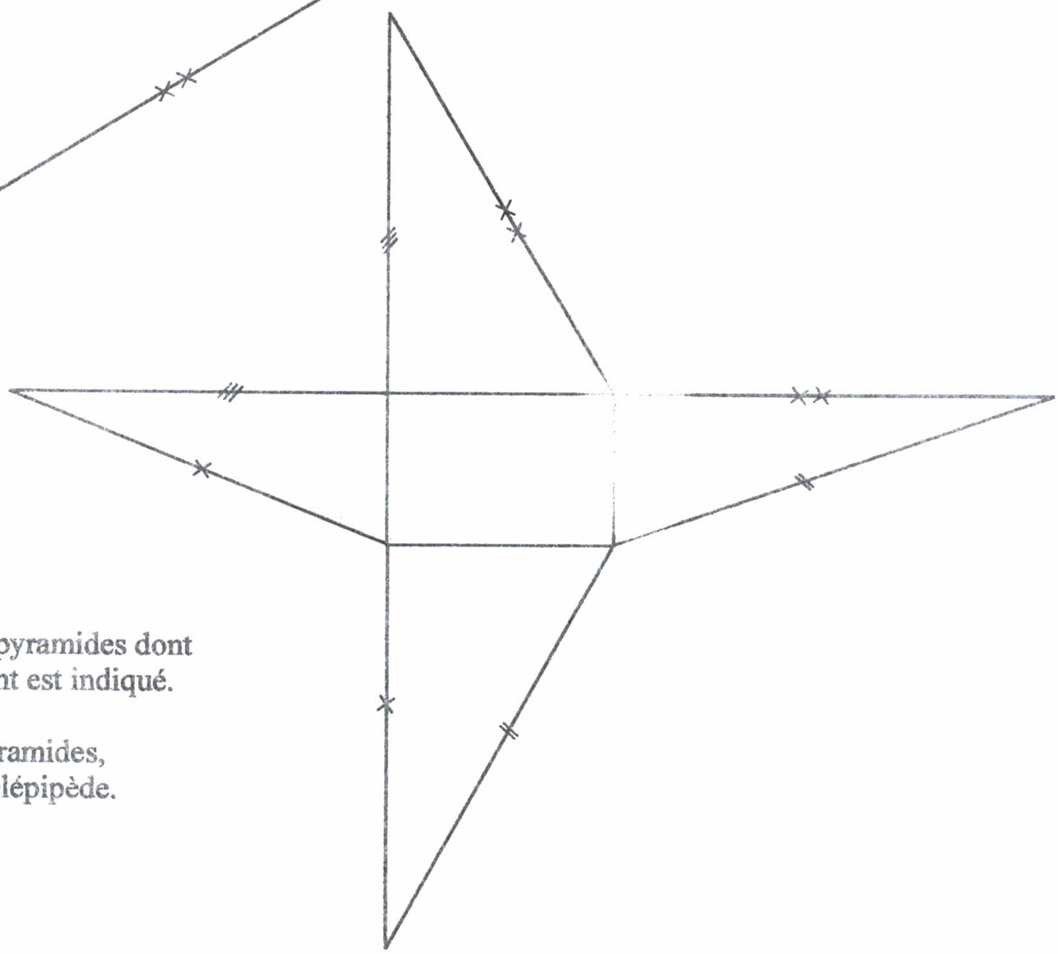
Réalise trois fois la pyramide dont un développement est dessiné ci-dessus

Avec les trois pyramides, réalise un cube

TROIS PYRAMIDES POUR UN PARALLELEPIPEDE



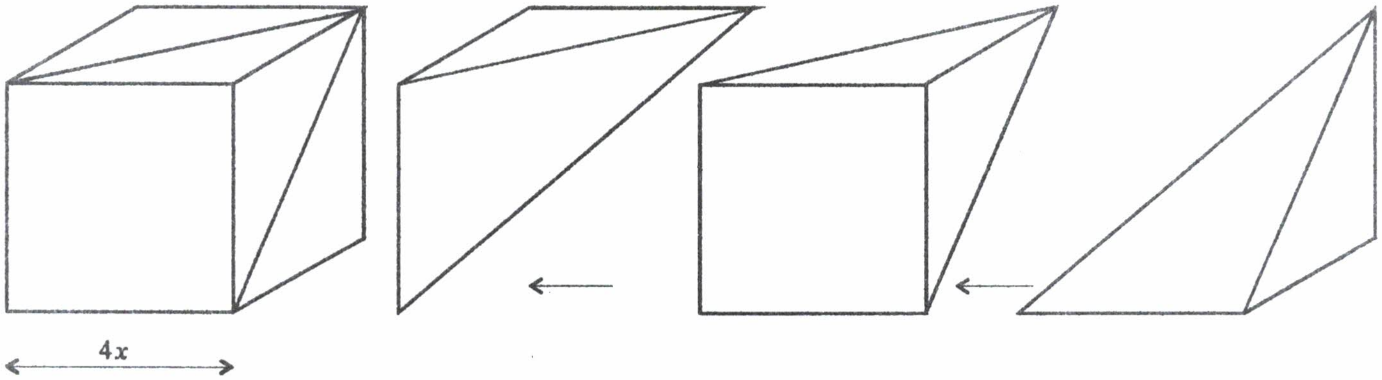




Réalise les trois pyramides dont
un développement est indiqué.

Avec les trois pyramides,
réalise un parallélépipède.

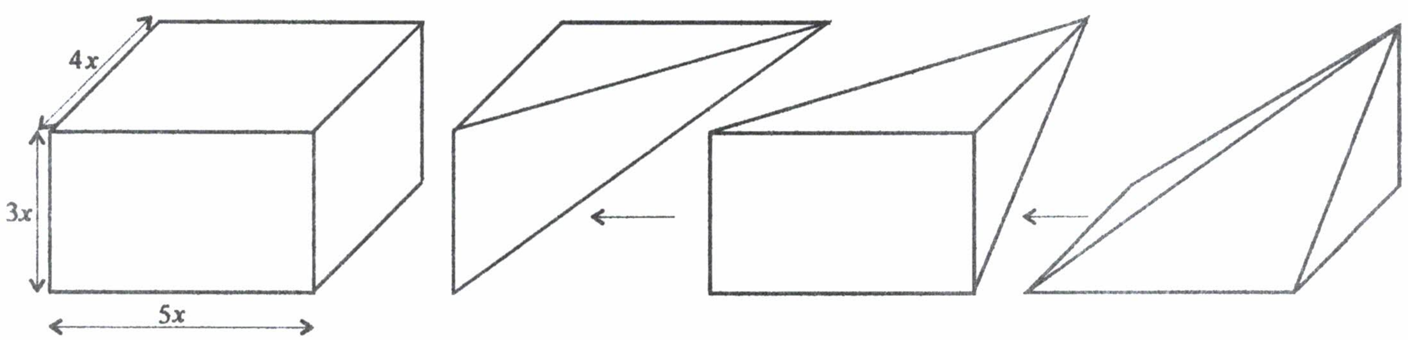
UN CUBE ET TROIS PYRAMIDES



Le cube a été découpé en trois pyramides.

1) Indique les dimensions connues dans les représentations en perspective des pyramides.
2) Indique les arêtes cachées et les angles droits des faces dont tu es sûr.
3) Hachure en vert les bases des pyramides.
   Colorie en rouge les hauteurs des pyramides.
4) Calcule en fonction de x le volume du cube.
   Calcule en fonction de x le volume de chacune des pyramides.

UN PARALLELEPIPEDE ET TROIS PYRAMIDES

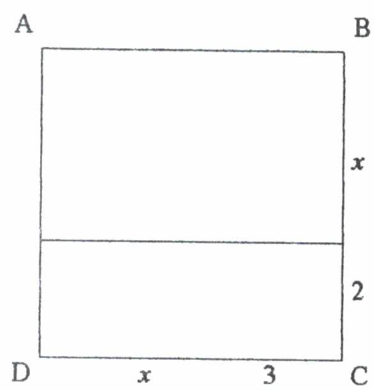


Le parallélépipède a été découpé en trois pyramides.

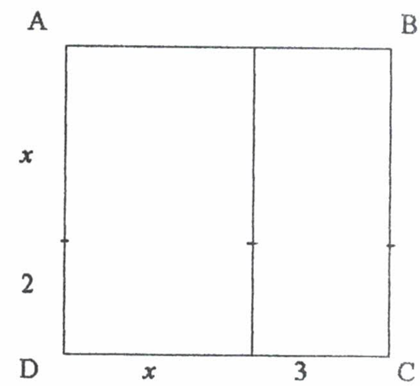
5) Indique les dimensions connues dans les représentations en perspective des pyramides.
6) Indique les arêtes cachées et les angles droits des faces dont tu es sûr.
7) Hachure en vert les bases des pyramides.
   Colorie en rouge les hauteurs des pyramides.
8) Calcule en fonction de x le volume du parallélépipède.
   Calcule en fonction de x le volume de chacune des pyramides.

DES AIRES DE RECTANGLES (1)

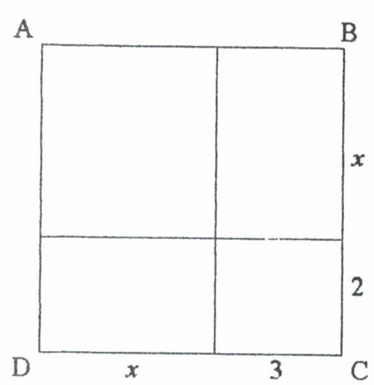
1) Calcule, en fonction de x, l'aire du rectangle ABCD en utilisant les quatre façons suggérées par les dessins ci-dessous.
Simplifie les écritures obtenues.



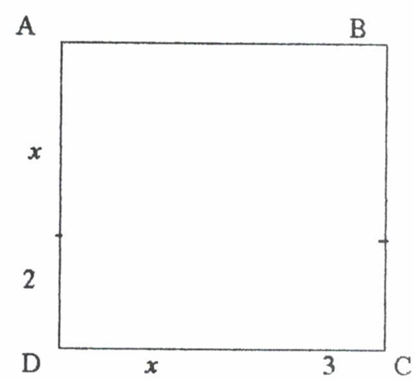
Aire totale des deux rectangles :



Aire totale des deux rectangles :

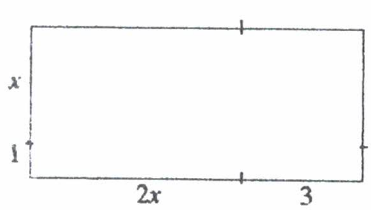


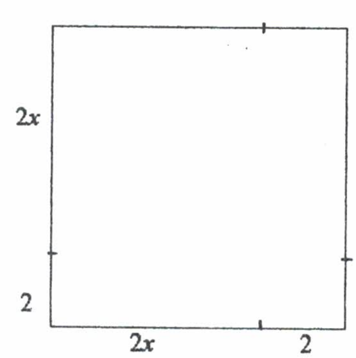
Aire totale des quatre rectangles :

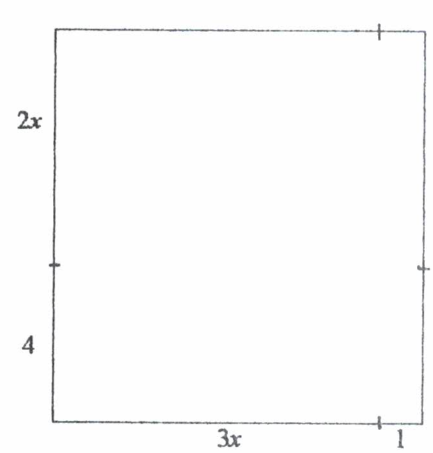


Aire du rectangle ABCD :

2) De même, calcule en fonction de x, l'aire des rectangles ci-dessous en utilisant les quatre méthodes de la question 1.







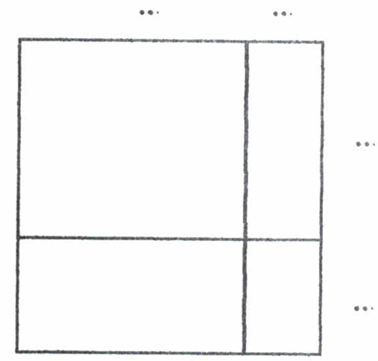
DES AIRES DE RECTANGLES (2)

3)

Pour l'aire totale des quatre rectangles, j'ai trouvé

$$x^2 + 2x + 3x + 6$$

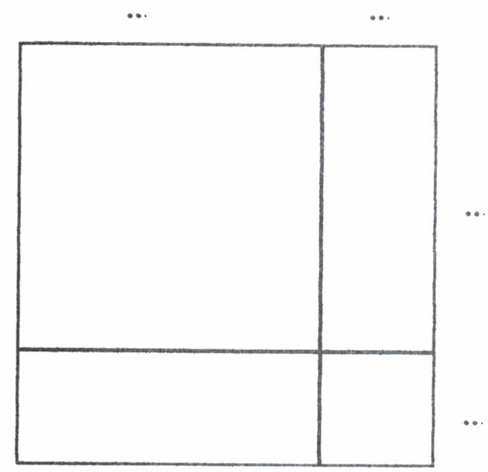
Complète le dessin ci-contre puis recalcule l'aire du rectangle en utilisant les trois autres méthodes de la question 1.
Simplifie tes calculs



Pour l'aire totale des quatre rectangles, j'ai trouvé

$$4x^2 + 6x + 6x + 6$$

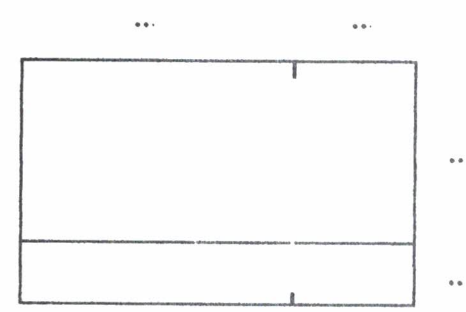
Complète le dessin ci-contre puis recalcule l'aire du rectangle en utilisant les trois autres méthodes de la question 1.
Simplifie tes calculs.



Pour l'aire totale des deux rectangles, j'ai trouvé

$$2x \text{ x } (3x + 4) + 2 \text{ x } (3x + 4)$$

Complète le dessin ci-contre puis recalcule l'aire du rectangle en utilisant les trois autres méthodes de la question 1.
Simplifie tes calculs.

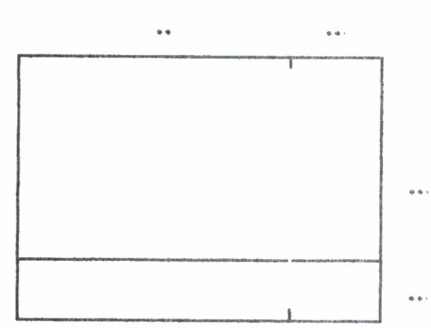


<u>POUR LES PLUS RAPIDES</u> :

Pour l'aire totale des deux rectangles, j'ai trouvé

$$(12x^2 + 9x) + (8x + 6)$$

Complète le dessin ci-contre puis recalcule l'aire du rectangle en utilisant les trois autres méthodes de la question 1.
Simplifie tes calculs.



DEVELOPPER
C'EST MULTIPLIER (1)

Développer $3 \times (x + 4)$ c'est multiplier $x + 4$ par 3 .

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3x + 12 \end{array}$$

X	x	+4
3	$3x$	+12

donc $3 \times (x + 4) = 3x + 12$

Développer $x \times (2x - 4)$ c'est multiplier $(2x - 4)$ par x

$$\begin{array}{r} 2x - 4 \\ \times \quad\quad x \\ \hline 2x^2 - 4x \end{array}$$

X	$2x$	-4
x	$2x^2$	$- 4x$

donc $x \times (2x - 4) = 2x^2 - 4x$

En utilisant les deux méthodes proposées ci-dessus, développe

1. $4 \times (3x + 1)$

$$\begin{array}{r} 3x + 1 \\ \times \quad\quad 4 \\ \hline \ldots\ldots\ldots \end{array}$$

X	$3x$	+1
4		

donc $4 \times (3x + 1) =$ ....

2. $2x \times (3x + 3)$

$$\begin{array}{r} 3x + 3 \\ \times \quad\quad 2x \\ \hline \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

X	...	...
...		

donc $2x \times (3x + 3) =$ ....

3. $4 \times (5x - 3)$

4. $2x \times (4x - 9)$

5. $-3x \times (4x + 4)$

6. $-x \times (-2x + 1)$

DEVELOPPER
C'EST MULTIPLIER (2)

Développer $(3x + 4) \times (2x + 3)$ c'est multiplier $(2x + 3)$ par $(3x + 4)$.

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ \times\ 3x + 4 \\ \hline 8x + 12 \\ 6x^2 + 9x \\ \hline 6x^2 + 17x + 12 \end{array}$$

x	$2x$	$+3$
$3x$	$6x^2$	$+ 9x$
$+4$	$+ 8x$	$+ 12$

donc $(3x + 4) \times (2x + 3) = 6x^2 + 8x + 9x + 12$
$= 6x^2 + 17x + 12$

Développer $(4x - 2) \times (x - 4)$ c'est multiplier $(x - 4)$ par $(4x - 2)$

$$\begin{array}{r} x - 4 \\ \times\ 4x - 2 \\ \hline - 2x + 8 \\ 4x^2 - 16x \\ \hline 4x^2 - 18x + 8 \end{array}$$

x	x	-4
$4x$	$4x^2$	$-16x$
-2	$-2x$	$+8$

donc $(4x -2) \times (x - 4) = 4x^2 - 16x -2x + 8$
$= 4x^2 - 18x + 8$

En utilisant les deux méthodes proposées ci-dessus, développe

1. $(3x +2) \times (x + 7)$

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \\ \times\ x + 7 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots\dots \end{array}$$

x	$3x$	$+2$
x		
$+7$		

donc $(3x + 2) \times (x + 7) =$ ....

2. $(x-3) \times (2x + 4)$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ \times\ \dots\dots\dots \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

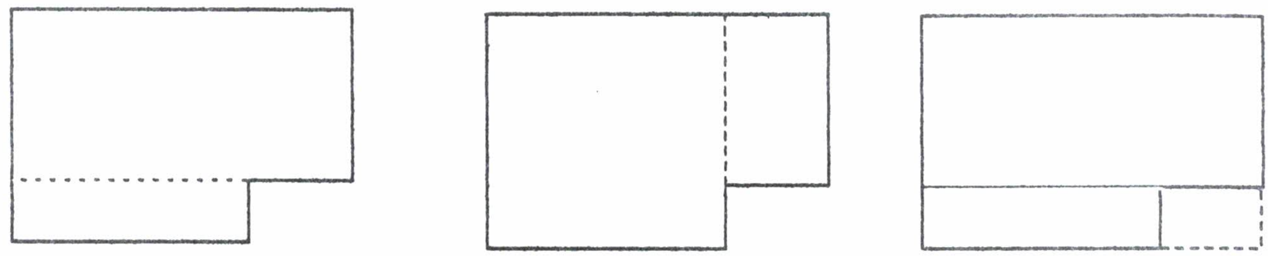
x	...	...
...		
...		

donc $(x - 3) \times (2x + 4) =$ ....

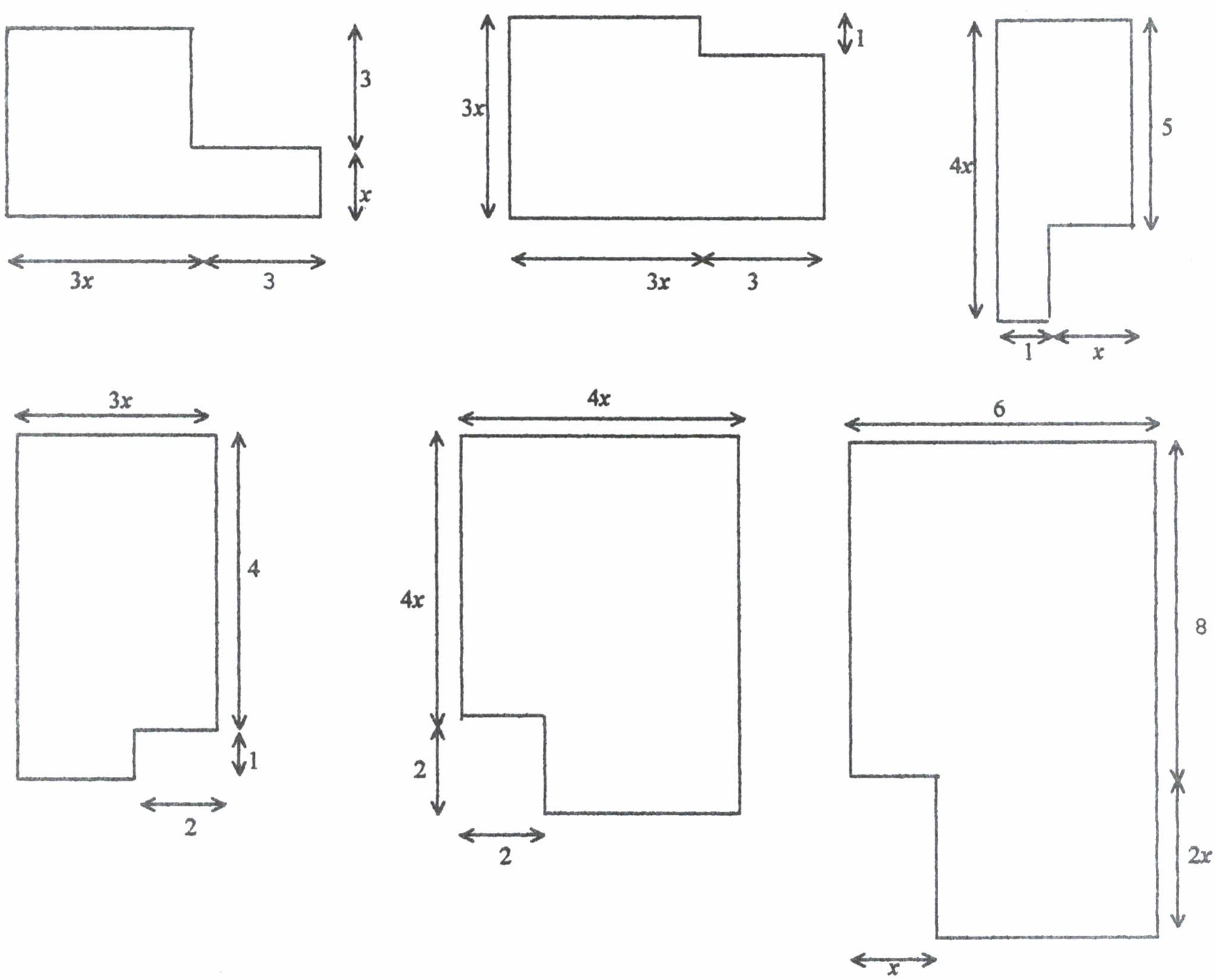
3. $(x+3) \times (3x - 4)$

4. $(3x - 2) \times (2x - 3) =$

POLYGONES
ET CALCUL ALGEBRIQUE (1)



Les pointillés, dans les figures ci-dessus, suggèrent trois méthodes différentes pour calculer l'aire du polygone.



En t'aidant des méthodes indiquées dans le cadre en haut de page, calcule l'aire des polygones de trois façons différentes.
Simplifie au maximum les expressions algébriques.

Remarque pour l'enseignant :
La double distributivité apparaît …

FACTORISER
C'EST RECONSTITUER UNE MULTIPLICATION QUI A ETE EFFECTUEE (1)

Factoriser $4x + 6$ c'est trouver une multiplication dont $4x + 6$ est le résultat.

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots \\ \times \quad \ldots\ldots \\ \hline 4x + 6 \end{array}$$

X	....	....
.....	$4x$ $2 \times 2x$	$+6$ 2×3

je peux écrire $4x + 6 = 2 \times (2x + 3)$

Factoriser $x^2 - 3x$ c'est trouver une multiplication dont $x^2 - 3x$ est le résultat.

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots \\ \times \quad \ldots\ldots \\ \hline x^2 - 3x \end{array}$$

X	....	....
....	x^2 $x \times x$	$-3x$ $-3 \times x$

je peux écrire $x^2 - 3x = x \times (x - 3)$

A/ En utilisant les deux méthodes proposées ci-dessus, factorise

1. $4x - 4$

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots \\ \times \quad \ldots\ldots \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

X	....	....
.....	$4x$	-4

je peux écrire $4x - 4 = \ldots \times (\ldots\ldots\ldots)$

2. $5x^2 - 3x$

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots \\ \times \quad \ldots\ldots \\ \hline 5x^2 - 3x \end{array}$$

X	....	....
....	$5x^2$	$-3x$

je peux écrire $5x^2 - 3x = \ldots \times (\ldots\ldots\ldots)$

B/ En utilisant une des deux méthodes proposées ci-dessus, factorise de plusieurs façons différentes

1. $6x^2 - 12$

2. $4x^2 + 4x$

3. $3x^2 - 12$

4. $9x^2 - 3x$

FACTORISER
C'EST RECONSTITUER UNE MULTIPLICATION QUI A ETE EFFECTUEE (2)

Factoriser $4x \times (x + 2) - 3 \times (x + 2)$ c'est trouver une multiplication
dont $4x \times (x + 2) - 3 \times (x + 2)$ est le résultat.

X	....	....
.....	$4x \times (x + 2)$	$- 3 \times (x + 2)$

Je peux écrire $4x \times (x + 2) - 3 \times (x + 2) = (\ldots\ldots\ldots\ldots) \times (\ldots\ldots\ldots)$

Factoriser $(3x + 2) \times (x - 3) + (3x + 2) \times (x + 7)$ c'est trouver une multiplication
dont $(3x + 2) \times (x - 3) + (3x + 2) \times (x + 7)$ est le résultat.

X	....	....
....	$(3x + 2) \times (x - 3)$	$+ (3x + 2) \times (x + 7)$

Je peux écrire $(3x + 2) \times (x - 3) + (3x + 2) \times (x + 7)) = (\ldots\ldots\ldots) \times [(\ldots\ldots) + (\ldots\ldots\ldots)]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

En utilisant la méthode proposée ci-dessus, factorise

1. $2x \times (2x + 7) - (x + 2) \times (2x + 7)$.

X	.....	....
....	$2x \times (2x + 7)$	$- (x + 2) \times (2x + 7)$

Je peux écrire $2x \times (2x + 7) - (x + 2) \times (2x + 7) = (\ldots\ldots\ldots) \times [\ \ldots\ldots + (\ldots\ldots\ldots)]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

2. $(x - 3) \times (2x + 3) + (x - 3) \times (x + 4)$

X	....	....
....	$(x - 3) \times (2x + 3)$	$+ (x - 3) \times (x + 4)$

Je peux écrire $(x - 3) \times (2x + 3) + (x - 3) \times (x + 4) = (\ldots\ldots\ldots) \times [(\ldots\ldots) + (\ldots\ldots\ldots)]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$
$= (\ldots\ldots\ldots) \times (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

3. $(4x + 2) \times (3x + 2) + (3x + 2) \times (x - 6)$

Equation	Opération ou chaîne d'opérations permettant de trouver le nombre x	Résultat		Equation	Opération ou chaîne d'opérations permettant de trouver le nombre x	Résultat
$2x = 10$				$3x = 10$		
$\frac{x}{6} = 7$				$\frac{x}{6} = \frac{1}{7}$		
$x + 8 = 10$				$x + \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$		
$x - 12 = 2$				$x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$		
$\frac{x+2}{3} = 5$				$\frac{x+1}{4} = -3$		
$2x - 6 = 4$				$2x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$		
$\frac{x}{2} + 1 = 6$				$\frac{x}{2} + 1 = \frac{5}{4}$		
$\frac{2x+1}{3} = 5$				$\frac{2x+1}{3} = \frac{1}{2}$		
$-x + 6 = 9$				$-x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$		
$\frac{2x}{3} + 1 = 4$				$\frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$		

DES EXPRESSIONS A TROUS VERS LES EQUATIONS

<u>Un premier exercice</u> :

Complétez l'expression suivante pour que l'égalité soit vraie :

$$\frac{3 \times \ldots + 3}{5} = 3$$

Il faut que 3 x … + 3 soit égal à 15
Il faut donc que 3 x … soit égal à 12
Il faut donc que 4 soit mis à la place des pointillés.

Je vérifie : $3 \times 4 = 12$
$12 + 3 = 15$
et $\frac{15}{5} = 3$

En utilisant cette démarche dès les premières années du collège, les élèves peuvent apprendre à compléter de telles expressions « à trous ».

En voici d'autres qui peuvent leur être proposées :

$3 \times (\ldots + 4) = 96$ $\qquad$ $\frac{\ldots}{8} + 5 = 13$

$\frac{5 \times (\ldots + 1)}{4} = 10$ $\qquad$ $(4 - \ldots) \times 5 + 1 = 11$

$\ldots \times 6 + 8 = 32$ $\qquad$ $\frac{60}{\ldots} + 24 = 36$

Sur le même principe, en voici d'autres pour lesquelles le nombre cherché n'est pas nécessairement un entier…

$5 \times (\ldots + 2) = 12$ $\qquad$ $4 \times \ldots + 7 = 17$

$60 : \ldots + 20 = 60$ $\qquad$ $\frac{5 \times (\ldots + 1)}{4} = 3$

$(17 - \ldots) \times 10 + 2 = 44$ $\qquad$ $(\ldots \times 4 - 12) \times 2 = 20$

D'autres exemples utilisant « des nombres à virgule » dans leur écriture peuvent être proposés.

Le fonctionnement de ce type d'exercices étant compris, il sera possible d'aborder la recherche des nombres « x » tels que :

1) $5 \times (x + 2) = 12$ $\qquad$ 2) $4x + 7 = 17$

3) $\frac{60}{x} + 20 = 60$ $\qquad$ 4) $\frac{5 \times (x + 1)}{4} = 3$

5) $(17 - x) \times 10 + 2 = 44$ $\qquad$ 6) $(4 x - 12) \times 2 = 10$

Le mot « équation » n'est à aucun moment prononcé. Il s'agit en quelque sorte d'un jeu numérique :

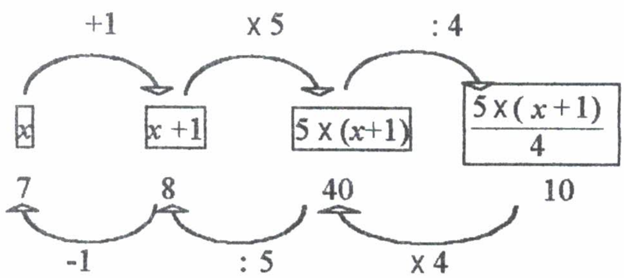
- J'écris une égalité numérique, par exemple $(8 \times 1{,}5 + 6) \times 2 = 36$

- J'efface le nombre 1,5. Je le remplace par des pointillés ou par une lettre.
  J'obtiens $(8 \times \ldots + 6) \times 2 = 36$
  $(8 \times x + 6) \times 2 = 36$ ou $(8x + 6) \times 2 = 36$

- Je propose ensuite aux élèves de retrouver le nombre effacé. (Pour la même égalité numérique j'aurais pu effacer d'autres nombres et obtenir d'autres jeux numériques.)

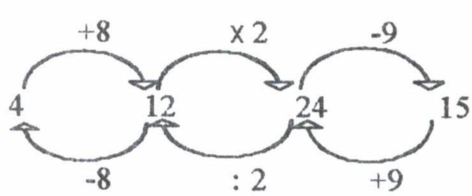
L'usage de la lettre « x » n'est sans doute pas une nécessité lors des premiers exemples.
L'usage de la lettre « n » (n comme nombre) fait moins peur aux élèves dans ces périodes d'apprentissage.

Examinons l'égalité $\frac{5 \times (x+1)}{4} = 10$



- A partir du nombre « x », j'ai construit l'expression $\frac{5 \times (x+1)}{4}$ en utilisant trois opérateurs
- Connaissant le résultat (10) espéré pour cette expression, j'ai réussi à « remonter » jusqu'à la valeur de « x » choisie au départ.

  Ce fonctionnement correspond aux schémas :
  $f : x \longmapsto f(x)$ recherche de l'image de x
  $f^{-1} : f(x) \longmapsto x$ recherche de l'antécédent par f^{-1}
  Très curieusement ces stratégies sont mises à profit chez certains de nos élèves et même parmi ceux en difficulté. Ils y trouvent peut-être des réminiscences de chaînes de calculs pratiquées à l'école primaire, permettant de repérer les liens entre additions et soustractions, ainsi qu'entre multiplications et divisions.



Plutôt que d'implanter tout de suite les règles à utiliser lors de la résolution d'équations, n'y aurait-il pas ici aussi une occasion de prendre appui sur des acquis du calcul numérique ?

> Des équations de la forme $f(x) = k$ sont alors résolues à l'aide de démarches ne faisant pas intervenir le calcul littéral, ce qui entre en concurrence avec les méthodes algébriques qui auraient été données dès la classe de 5ème pour des équations de la forme $ax = b$ et $a + x = b$.

L'apport fondamental du programme de 4ème est d'amener à la résolution d'équations qui ne sont pas de la forme $f(x) = k$.

Pour trouver la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que « $5x + 6 = 2x + 1$ » les méthodes issues du calcul numérique sont insuffisantes.
Dans les pages qui suivent des activités tournent autour de cet obstacle.

L'équation $-x + 2 = 2x - 2$ est étudiée.

- Après un premier tableau de valeurs, une valeur approchée d'une solution à 1 près apparaît. Mais cette solution est-elle unique ?

- Les résultats de ce premier tableau sont placés dans un repère. Des alignements de points apparaissent. Il est alors possible de trouver une valeur approchée plus précise d'un nombre « x » tel que $-x + 2 = 2x - 2$.
  En observant le graphique, les élèves se convainquent de l'unicité de la solution.

- Nous nous intéressons ensuite à l'écart entre $(-x + 2)$ et $(2x - 2)$.
  Pour qu'il y ait égalité entre $(-x + 2)$ et $(2x - 2)$, il faut que cet écart soit nul. Il n'était pas question d'utiliser des valeurs absolues, l'écart entre $(-x + 2)$ et $(2x - 2)$ est ici la différence entre ces deux nombres. La recherche d'une expression simplifiée de cet écart est une bonne occasion d'utiliser ce qui a été vu précédemment.
  Par essais-erreurs, l'écart se réduit et la précision pour « x » augmente.

- Cette méthode pourra être utilisée par des élèves plus rapides (ou plus âgés) pour tenter de résoudre des équations telles que $6x^2 - 2x = x + 2$.

<u>REMARQUE</u>

L'usage du tableur fait son entrée dans les programmes de collège : quel temps gagné pour remplir les tableaux de valeurs !
Quant aux représentations graphiques, prudence : les valeurs de x utilisées ne sont pas nécessairement régulièrement espacées.

IL RESTERA ENSUITE A L'ENSEIGNANT A MONTRER QUE LES METHODES DE RESOLUTION ALGEBRIQUE SONT UN APPORT INTERESSANT POUR LES EQUATIONS TELLES QUE $-x + 2 = 2x - 2$, CEPENDANT DES OBSTACLES DEMEURENT.

DEUX EXERCICES D'UN MANUEL SCOLAIRE

Les deux exercices ci-dessous sont extraits du livre
Mathématiques 4ème – Collection TRIANGLE – (HATIER)

n° 7 p. 80 :	La série de notes 12, 13, 8, 15, 6, x a pour moyenne 11. Quelle est la valeur de x ?

Une solution possible :

Pour que la moyenne des 6 notes soit 11 il faut que la somme totale des notes soit 66.
Or 12 + 13 + 8 + 15 + 6 = 54 . La note x cherchée est donc 12.

n° 12 p. 80 :	A un concours le coefficient de français est 3, celui de mathématiques est 4. Quatre candidats ont exactement 12 de moyenne à ce concours. a) Emilie a 15 en français. Quelle est sa note en mathématiques ? b) Anne a 15 en mathématiques. Quelle est sa note en français ? c) Aline a les deux mêmes notes. Quelles sont ses notes ? d) Gaël a 7 points de moins en mathématiques qu'en français. Quelles sont ses deux notes.

Des solutions possibles :

a- Emilie a 15 en français. Cette note compte pour 15 + 15 + 15. Le total des coefficients des notes est 7, le total des notes est 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12, c'est à dire 84. La note de math. compte donc pour 84 – 45 = 39.
La note en math. est donc 39 : 4, c'est à dire 9,75.

b- Anne a 15 en math. Cette note compte pour 15 + 15 + 15 +15. Le total des coefficients est toujours 7, le total des notes est toujours 84. La note de français compte donc pour 84 – 60 soit 24.
La note de français est donc 24 : 3 = 8.

c- Si les deux notes sont les mêmes, les coefficients n'interviennent pas et les deux notes sont égales à 12

Pour ces trois premières questions, des raisonnements numériques amènent à la solution.
Ne pourrait-on conserver l'usage du calcul algébrique pour la dernière question, pour laquelle le cheminement numérique n'est pas évident. L'algèbre vient au secours et en complément du calcul numérique et n'est pas « LA » méthode à utiliser systématiquement.

d- Soit n la note de Gaël en mathématiques. Sa note en français est donc n + 7.
Sa moyenne est 12 donc

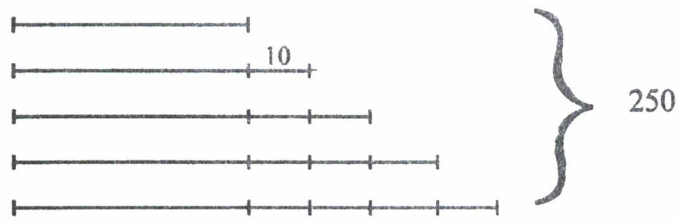
$$[3 \times (n + 7) + 4n] : 7 = 12$$
$$7n + 21 = 84$$
$$7n = 63$$
$$n = 9$$

La note de Gaël en mathématiques est 9.
Sa note en français est donc 16.

DES PROBLEMES RESOLUS A L'AIDE DE DESSINS

1) Tom a lu un livre de 250 pages en 5 jours. Chaque jour il a lu 10 pages de plus que la veille. Combien de pages a-t-il lues le premier jour ?

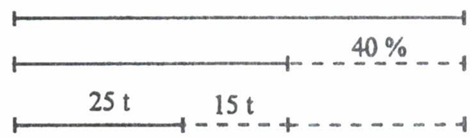
- ✱ Le premier jour, il a lu :
- ✱ Le deuxième jour, il a lu :
- ✱ Le troisième jour, il a lu :
- ✱ Le quatrième jour, il a lu :
- ✱ Le cinquième jour, il a lu :



J'observe les dessins et je trouve le nombre de pages lues le premier jour :

2) Un agriculteur vend 40 % de sa récolte de blé, puis 15 tonnes. Il lui en reste alors 25 tonnes. On appelle x la quantité de blé récoltée (en tonnes) .
Calculer cette quantité.

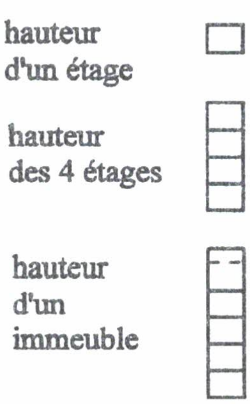
- ✱ Quantité de blé récoltée :
- ✱ Il en vend 40 %. Il lui reste :
- ✱ Il en vend de nouveau 15 tonnes
  Il lui reste alors :



J'observe les dessins et je trouve la quantité de blé récoltée :

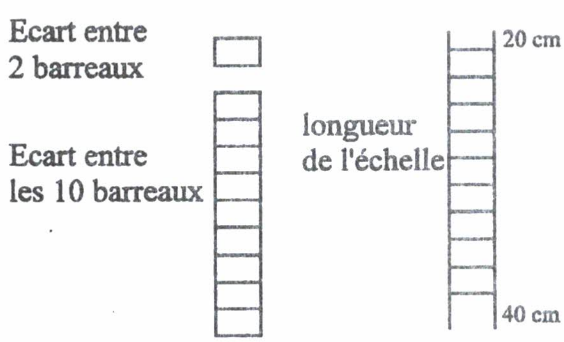
3) Un immeuble mesure 13 m de haut.
Il a 4 étages et le toit a une hauteur égale à 1,5 fois celle d'un étage.
Quelle est la hauteur x d'un étage (en mètres) ?

J'observe les dessins et
je trouve la hauteur d'un étage



4) Une échelle de 3,5 mètres comporte 10 barreaux. Le premier barreau est à 40 cm du sol, le dernier barreau est à 20 cm de l'extrémité supérieure.
Quel est l'écart x entre deux barreaux (en cm) ?

J'observe les dessins et je trouve l'écart entre deux barreaux :



Les 4 problèmes sont extraits de " Algébrisation 4ème " : IREM de Lorraine

DES NOMBRES A TROUVER POUR QUE DES EGALITES SOIENT VRAIES

Dans chacun des exemples suivants, trouve un nombre "x"tel que les égalités soient vraies.

1) $3x = 12$	$x = \ldots.$	2) $3x = 13$	$x = \ldots.$
3) $x + 8 = 12$	$x = \ldots.$	4) $x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$	$x = \ldots.$
5) $2x + 5 = 9$	$x = \ldots.$	6) $3x + 5 = 9$	$x = \ldots.$
7) $\frac{x}{3} = 6$	$x = \ldots.$	8) $\frac{x}{3} = \frac{1}{4}$	$x = \ldots.$
9) $\frac{x+1}{2} = 4$	$x = \ldots.$	10) $\frac{x+7}{3} = \frac{1}{2}$	$x = \ldots.$
11) $\frac{2x+1}{5} = 5$	$x = \ldots.$	12) $\frac{2x+2}{3} = \frac{1}{5}$	$x = \ldots.$

13) $-x + 2 = 2x - 2$

Cette 13ème égalité ne semble pas être du même type !

Nous allons essayer plusieurs méthodes pour trouver un nombre "x" tel que $-x + 2 = 2x - 2$

A) Faisons des essais :
   1) x est-il égal à 0 ?
   2) x est-il égal à 1 ?
   3) Faisons d'autres essais et indiquons nos résultats dans un tableau de valeurs.

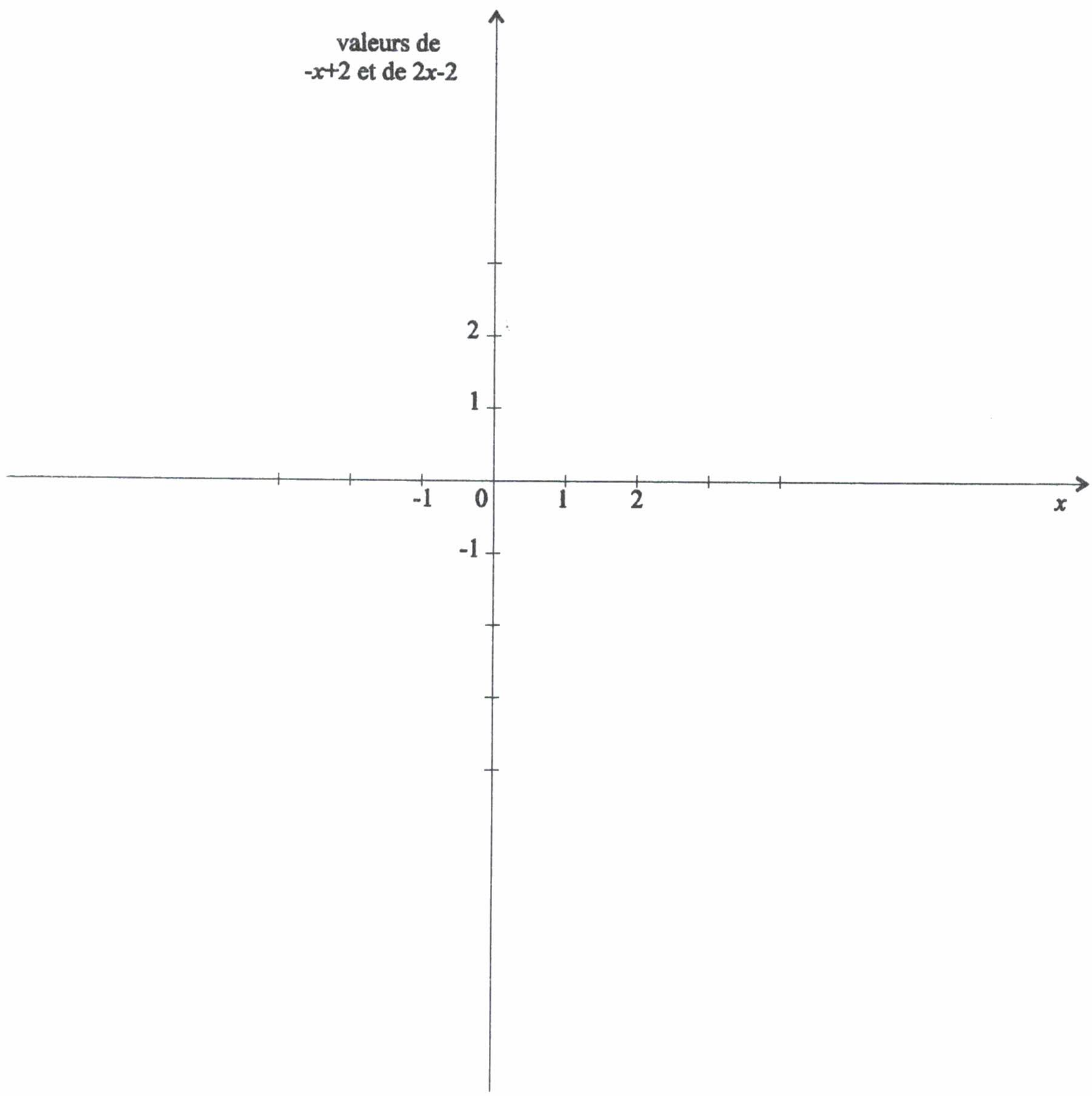
x	0	1	-1	2	-2			
$-x+2$								
$2x-2$								

Je peux alors trouver une valeur approchée à 1 près d'une valeur de "x"

$\ldots. < x < \ldots.$

Combien y a-t-il de nombres "x" qui conviennent ?

B) Plaçons les résultats de notre tableau dans un repère



Utilisons les valeurs du tableau de la question A).

Dans le repère ci-dessus, plaçons **en rouge** les points correspondant aux valeurs de –x+2 et **en vert** les points correspondant aux valeurs de 2x-2.

Combien y a-t-il de nombres "x" qui conviennent ?

Trouve un encadrement plus précis qu'à la question A)

....$\langle x \langle$....

C) Intéressons nous à l'écart entre $(-x+2)$ et $(2x-2)$

Pour savoir si $(-x+2)$ est égal à $(2x-2)$, je peux m'intéresser à la différence entre $(-x+2)$ et $(2x-2)$, c'est à dire à $(-x+2) - (2x-2)$.
Or $(-x+2) - (2x-2)$ peut se simplifier
$(-x+2) - (2x-2) =$
$(-x+2) - (2x-2) =$
$(-x+2) - (2x-2) =$

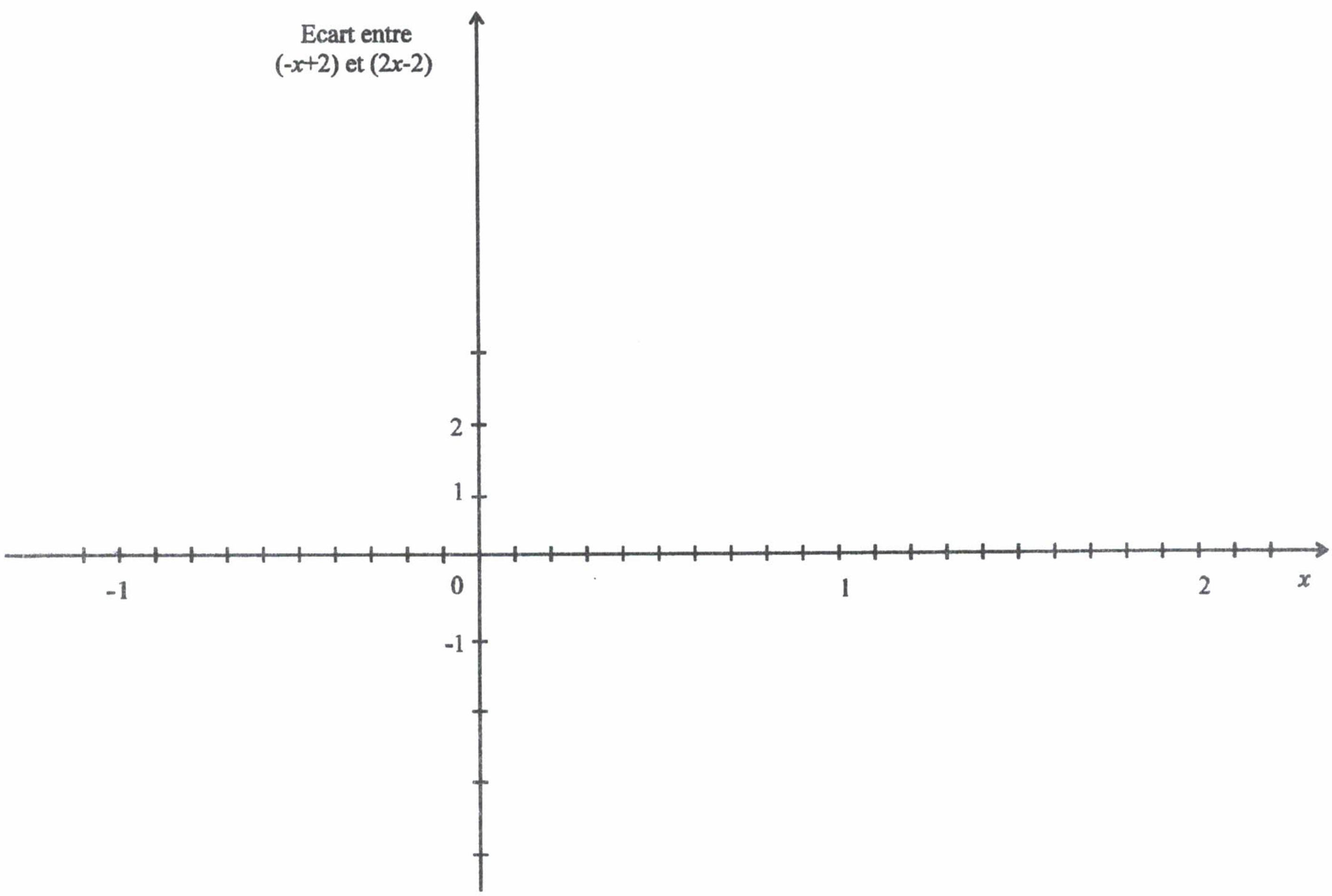
Je vais chercher les valeurs prises par cette expression simplifiée pour différentes valeurs de "x"

Lorsque cette expression (simplifiée) sera égale à 0, c'est à dire lorsque l'écart entre $(-x+2)$ et $(2x-2)$ sera égal à 0, j'aurai $(-x+2) = (2x-2)$

x	0	-1	1			
Ecart entre $(-x+2)$ et $(2x-2)$						

Complétons ce tableau pour être encore plus précis qu'à la question B) et trouvons un encadrement de x à 0,01 près

....$\langle x \langle$....



POUR LES ELEVES LES PLUS RAPIDES

Je voudrais connaître un nombre "x" tel que $6x^2 - 2x = x + 2$

Nous allons reprendre les méthodes vues précédemment :

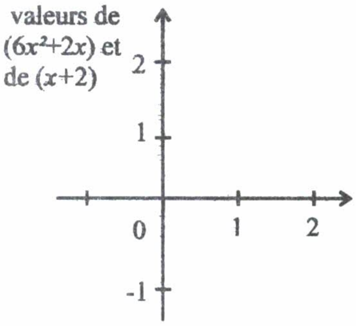
A) Faisons des essais :

1) x est-il égal à 0 ? x est-il égal à 1 ?
2) Faisons d'autres essais pour trouver une valeur approchée à 1 près d'une valeur de "x"

x	0	1	-1	2	-2			
$6x^2-2x$								
$x+2$								

à 1 près ....⟨ x ⟨....

B) Plaçons les résultats de notre tableau dans un repère



Utilisons les valeurs du tableau de la question A).
Dans un repère semblable à celui ci-contre, place en rouge les points correspondants aux valeurs de $6x^2-2x$ et en vert les points correspondant aux valeurs de $x+2$

Combien y a-t-il de nombres "x" qui conviennent ?

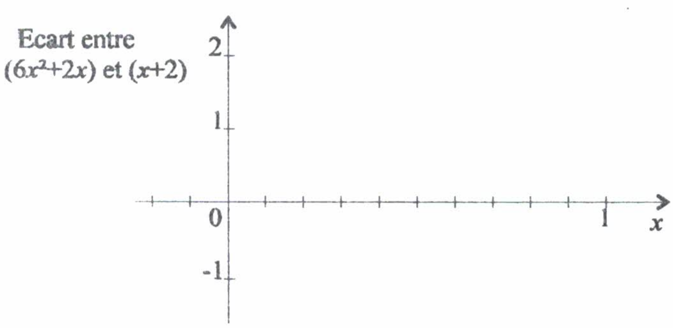
Trouve un encadrement de "x" plus précis. (Complète le tableau si nécessaire)

C) Intéressons nous à l'écart entre $6x^2-2x$ et $x+2$

$(6x^2-2x) - (x+2) =$
$(6x^2-2x) - (x+2) =$
$(6x^2-2x) - (x+2) =$

x		
Ecart entre $(6x^2-2x)$ et $(-x+2)$		

Construis un tableau semblable à celui-ci pour trouver un encadrement encore plus précis du (ou des) nombres(s) "x" solution(s).



Dans un repère semblable à celui-ci, place les points représentant les écarts entre $(6x^2-2x)$ et $(-x+2)$

D'AUTRES ACTIVITES

Pour clore cette brochure, nous vous proposons diverses activités: certaines sont classiques, d'autres le sont moins.

" Trois nombres et des opérations" est une version plus ouverte d'un type d'exercice présent dans beaucoup de manuels. Trouver un résultat précisé à l'avance rebute certains élèves, trouver le maximum de résultats différents est plus motivant. L'enseignant félicitera l'élève qui en a trouvé 5, ainsi que son voisin qui en a trouvé 7. Pour vérifier que les résultats sont différents, il faut aller "au bout des calculs". Nous avons généralisé ce "jeu" en le proposant avec des entiers relatifs (d'autre types d'entiers sont envisageables...), et avec des expressions algébriques. Celles ci n'étant que le prolongement des expressions numériques, il y a, dans cette activité, de nouveau le besoin de "développer", réduire" et "ordonner".

"Un devoir avec le Tangram" est une occasion d'allier géométrie, calcul numérique et utilisation d'un jeu. Ce type d'activité, déjà présent dans le manuel belge " Mathématiques 1, de question en question" (DIDIER HATIER), est envisageable avec d'autres puzzles, tel le puzzle de Saarlouis étudié dans une précédente brochure éditée par l'IREM de Lorraine.

"Equations" et "simplifications d'écritures algébriques" sont des habillages d'exercices qui pourraient être répétitifs. La motivation des élèves évolue car la finalité n'est plus de faire des calculs algébriques mais de retrouver le dessin caché. Un exercice de ce type avait été présenté il y a quelque temps par Bernard Bettinelli dans la revue "Petit x" de l'IREM de Grenoble.

"Un solide et des parallélépipèdes" est un énoncé de devoir pour nos élèves de 4ème mêlant vision de l'espace et calcul algébrique. La dernière question de la partie "A" a été proposée pour montrer tout l' intérêt de la validation de la solution obtenue par rapport au contexte du problème (une longueur ne peut pas être négative...).

"Surprenant" comporte trois exercices faits pour faire réagir les élèves. Le premier évoque un célèbre paradoxe. A propos des deux suivants, il sera peut-être très utile de faire sentir aux élèves qu'avant de se lancer dans les calculs, un peu de géométrie est parfois la bienvenue.

"En fonction de π" nous a semblé nécessaire au vu du problème proposé au Brevet des Collèges 2000 dans notre académie. Habituer les élèves à travailler avec π et n'utiliser les valeurs approchées qu'en fin de calcul ne pourra être que très utile pendant les années de lycée. Lors du calcul de la longueur de la spirale, les élèves seront confrontés au calcul de la somme des 100 premiers nombres entiers. Cela sera l'occasion de leur faire rencontrer la méthode entrevue par Gauss à l'âge de 8 ans ou de leur faire utiliser les nombres triangulaires chers aux Pythagoriciens.

TROIS NOMBRES ET DES OPERATIONS

A la place des pointillés, place deux des signes + , - , × (et éventuellement deux parenthèses).
Trouve le plus possible de résultats différents.

6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =

TROIS NOMBRES ET DES OPERATIONS

A la place des pointillés, place deux des signes + , - , × (et éventuellement deux parenthèses).
Trouve le plus possible de résultats différents.

6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =
6 ..... 4 ..... 3 =	-4 ..... 6 ..... (-2) =	5 ..... (-9) ..... (-4) =

TROIS EXPRESSIONS ALGEBRIQUES ET DES OPERATIONS

A la place des pointillés, place deux des signes + , - , $\times$ (et éventuellement deux parenthèses).
Trouve le plus possible de résultats différents.

$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =

TROIS EXPRESSIONS ALGEBRIQUES ET DES OPERATIONS

A la place des pointillés, place deux des signes + , - , $\times$ (et éventuellement deux parenthèses).
Trouve le plus possible de résultats différents.

$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =
$2x$ ..... $3x$ ..... 4 =	$(2x + 3)$ ..... $3x$ ..... 5 =

NEUF CARRES POUR UN CARRE (1)

En traçant les diagonales, partage chaque carré en triangles isocèles rectangles.

$2a^2-a-a^2$ $2a^2+2$ $2(a^2-1)$ $2a^2+a$	$-2+2a^2$ $2a^2+a$ $axa-ax1$ $2a^2+2$	$3a^2-2-a^2$ $2a^2-2+4$ $2a^2+a$ a^2-a
$a(a-1)$ $3a^2+a-a^2$ $2a^2+a$ $2a^2-2$	$2(a-1)(a+1)$ $2xaxa+2x1$ $2a^2+2$ a^2-a	$-a+a^2$ $2a^2-2$ $2a^2-a+2a$ $2a^2+2$
$2xaxa+2x1$ $2a^2-2$ a^2+a-2a $2a^2+a$	$a(2a+1)$ a^2-a $2xaxa-2x1$ $2a^2+2$	$2(a^2+1)$ a^2-a $2a^2+2-4$ $2a^2+2$

Chaque triangle contient alors une expression algébrique
Développe et réduis chacune de ces expressions,
ordonne les termes (si ce n'est pas déjà fait).
Tu dois alors constater que tu as obtenu quatre expressions différentes.
Colorie les triangles contenant des expressions égales avec la même couleur

Découpe ensuite les 9 carrés ci-dessus.
A l'aide des 9 pièces obtenues, reconstitue un carré en respectant la règle suivante :
"Deux bords qui se touchent doivent comporter,
l'un : une expression algébrique développée, ordonnée et simplifiée,
l'autre : une autre écriture de cette même expression algébrique;"

Si tu n'y arrives pas, place au-moins huit carrés.

NEUF CARRES POUR UN CARRE (2)

En traçant les diagonales, partage chaque carré en triangles isocèles rectangles.

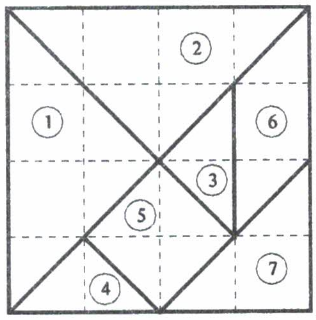
$(3x+6)(3x-6)$ $(2x+3)^2-24x$ $(4x-6)(4x-6)$ $4x^2+12x+9$	$(2x+3)^2-3(4x+15)$ $2(8x^2-24x+18)$ $9x^2-36$ $(2x+4)^2$	$4x^2-36$ $(2x-3)^2$ $2(2x^2+3)+3(4x+1)$ $2(2x^2+8x+8)$
$4x^2+16x+16$ $4(2x-3)^2$ $(2x+3)(2x+3)$ $4(x-3)(x+3)$	$4x^2-12x+9$ $(2x-3)^2+24x$ $9(x+2)(x-2)$ $4(x+2)^2$	$(2x+3)^2$ $4(x^2-9)$ $4(4x^2-12x+9)$ $(2x+3)(2x-3)-12x+18$
$2(2x^2-3)-3(4x-5)$ $(2x-3)^2+3(4x-15)$ $9(x^2-4)$ $4(x^2+3x+2{,}25)$	$(2x-4)(2x+4)$ $3(x^2+2)+6(x^2-7)$ $16x^2-48x+36$ $4(x-3)(x+3)$	$4(x^2+4x+4)$ $(2x+3)^2+5(x^2-2{,}4x-9)$ $(2x-3)(2x-3)$ $(4x-6)^2$

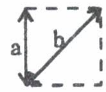
Chaque triangle contient alors une expression algébrique
Développe et réduis chacune de ces expressions,
ordonne les termes (si ce n'est pas déjà fait).
Tu dois alors constater que tu as obtenu six expressions égales.
Colorie les triangles contenant des expressions égales avec la même couleur

Découpe ensuite les 9 carrés ci-dessus.
A l'aide des 9 pièces obtenues, reconstitue un carré en respectant la règle suivante :
"Deux bords qui se touchent doivent comporter deux écritures différentes de la même expression algébrique."
Si tu n'y arrives pas, place au-moins huit carrés.

UN DEVOIR AVEC LE TANGRAM

❶ Voici le puzzle appelé tangram





Dessine chaque pièce du puzzle séparément, en prenant a = 2 cm

❷ Ecris la longueur des côtés de chaque pièce en fonction de "a" et "b" sur ces dessins.

❸Calcule le périmètre de chaque pièce en fonction de "a" et "b" (on appellera P_1 le périmètre de la pièce 1, etc…)

❹ On veut calculer l'aire de chaque pièce **en fonction de "a"** (recopie le tableau en le complétant)

Numéro de la pièce	1 ou 2	3 ou 4	5	6	7
Aire en comptant les carrés ou les demi carrés					
Ecriture simplifiée en fonction de "a"					
Aire en appliquant les formules					
Ecriture simplifiée en fonction de "a"					

Que constates- tu ?

❺ Calcule l'aire totale de toutes les pièces.
Qu'est-ce qui te permet d'affirmer que ton résultat est juste ?

❻ Avec toutes les pièces du puzzle, on peut faire :
☺ un rectangle
😐 un triangle rectangle
☹ un trapèze rectangle
☺ un parallélogramme
😐 etc…
Réalise un puzzle en papier et colle les pièces pour avoir une des figures citées précédemment.

EQUATIONS (1)

① Pour les 9 calculs ci-dessous, il s'agit de trouver la valeur à donner à la lettre "x" pour que l'égalité soit vraie.

1) $2x-3=-x+6$

2) $\dfrac{x}{4}+2=-\dfrac{x}{2}-4$

3) $\dfrac{3x-5}{2}=-1$

4) $\dfrac{x}{2}+1=\dfrac{1}{2}$

5) $x+6=3$

6) $2x-7=9$

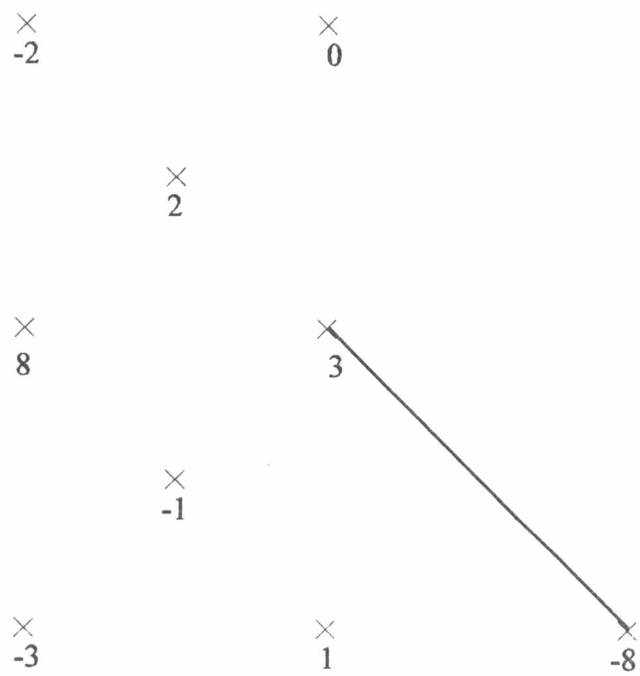
7) $\dfrac{4x-2}{3}=2$

8) $-5x-4=2x+10$

9) $\dfrac{3}{4}-3x=\dfrac{3}{4}+2x$

② Avec la règle, nous avons joint le point de départ "3" (solution de l'équation 1) au point "-8" (solution de l'équation 2).

Joins le point "-8" au point dont le nom est solution de l'équation 3 et ainsi de suite …
Relie également le dernier point obtenu avec le point de départ.



D'après une idée repérée dans la revue "Petit X" (IREM de Grenoble)

EQUATIONS (2)

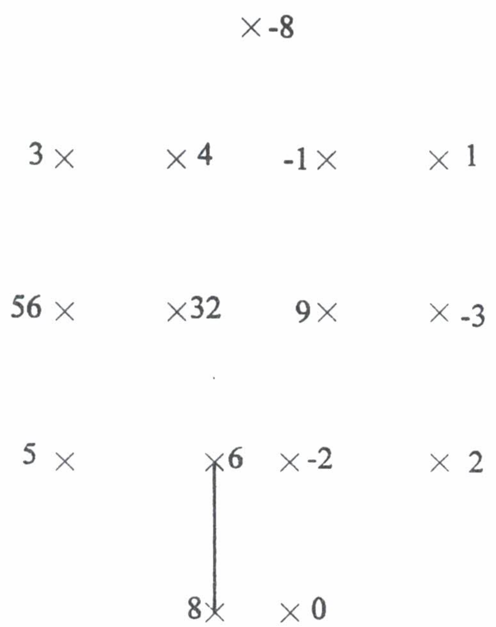
(le travail d'une stagiaire IUFM)

① Pour les 15 calculs ci-dessous, il s'agit de trouver la valeur à donner à la lettre "x" pour que l'égalité soit vraie.

1) $56 : x = 7$	6) $3x - 2 = 10$	11) $x + 9 = 6$
2) $48 - 2x = 36$	7) $3x - 5 = -2x + 10$	12) $2x - 9 = 9$
3) $4x\text{-}12\text{=}8$	8) $\frac{x}{8} + 1 = -\frac{x}{4} - 2$	13) $\frac{5x - 1}{3} = 3$
4) $100\text{-}2x\text{=}36$	9) $\frac{2x - 5}{3} = -1$	14) $6x - 2 = 2x - 10$
5) $x : 2 + 2 = 30$	10) $\frac{x}{4} + 1 = \frac{3}{4}$	15) $\frac{2}{3} - 2x = \frac{2}{3} + 2x$

② Avec la règle, nous avons joint le point de départ "8" (solution de l'équation 1) au point "6" (solution de l'équation 2).

Joins le point "6" au point dont le nom est solution de l'équation 3 et ainsi de suite …



D'après une idée repérée dans la revue "Petit X" (IREM de Grenoble)

SIMPLIFICATIONS D'ECRITURES ALGEBRIQUES

① Simplifie au maximum les 9 expressions algébriques ci-dessous

1) $(4x+2)+(2x+4)$

2) $(3x+2)-(3x-4)$

3) $(2x-4)+(-2x-2)$

4) $(-3x+1)+(-3x-1)$

5) $(4x-2)-(-2x-2)$

6) $(2x+1)+(-3x+5)$

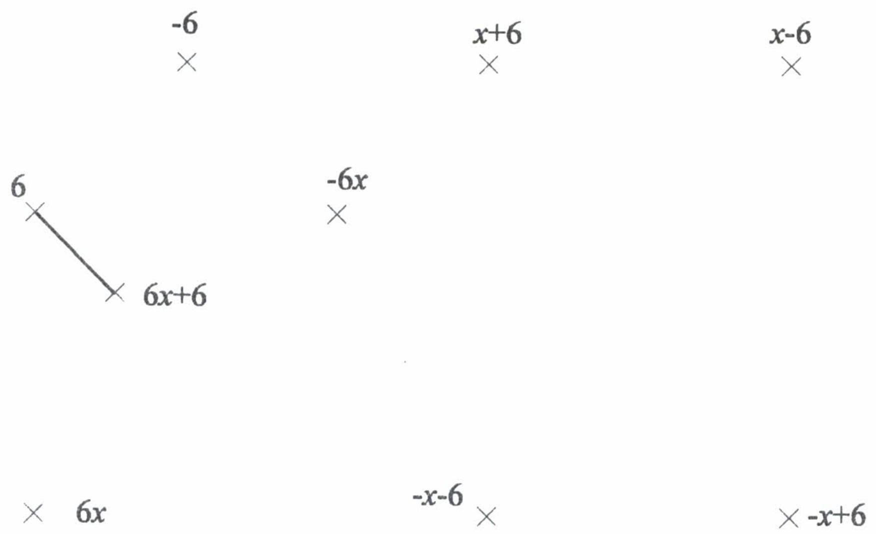
7) $(-3x-4)+(4x-2)$

8) $(2x+3)-(x-3)$

9) $(2x-1)-(3x+5)$

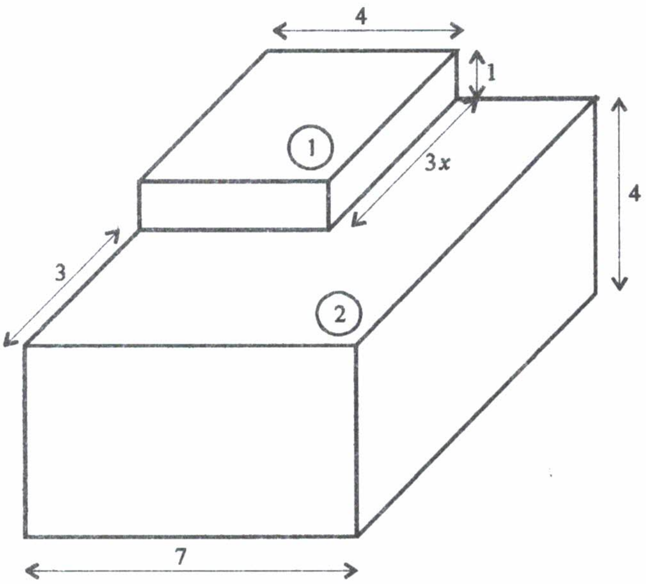
② Avec la règle, nous avons joint le point de départ "$6x+6$" (expression simplifiée n° 1) au point "6" (expression simplifiée n° 2).

Joins le point "6" au point dont le nom est expression simplifiée n° 3 et ainsi de suite …



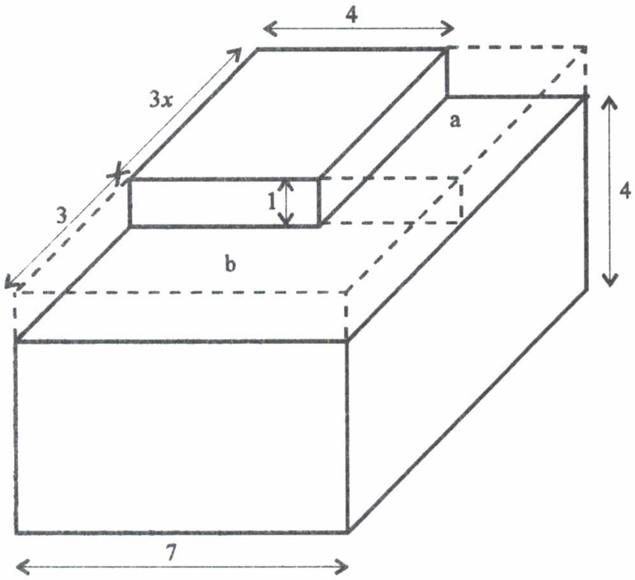
D'après une idée repérée dans la revue "Petit X" (IREM de Grenoble)

UN SOLIDE ET DES PARALLELEPIPEDES



A) Ce solide est formé de deux parallélépipèdes accolés.

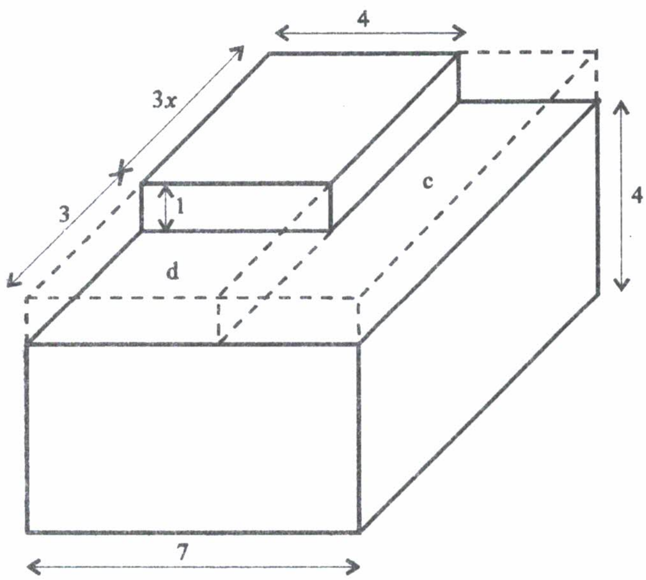
1) Pour chacun d'eux, indique la longueur, la largeur et la hauteur.
2) Calcule le volume de chacun d'eux puis le volume total.
3) Calcule le volume du solide lorsque $x = 3$.
4) Pour quelle valeur de x le volume du solide est-il égal à 200 ?
5) Pour quelle valeur de x le volume du parallélépipède ① est-il égal au dixième du volume du parallélépipède ② ?
6) Pour quelle valeur de x le volume du parallélépipède ② est-il égal à 5 fois le volume du parallélépipède ① ?



B) Ce solide est formé d'un grand parallélépipède duquel j'ai retiré les parallélépipèdes "a" et "b".

1) Pour chacun des parallélépipèdes (le grand et les deux petits), indique la longueur, la largeur, la hauteur, puis calcule le volume.

2) Calcule le volume du solide.
Simplifie au maximum l'écriture obtenue.

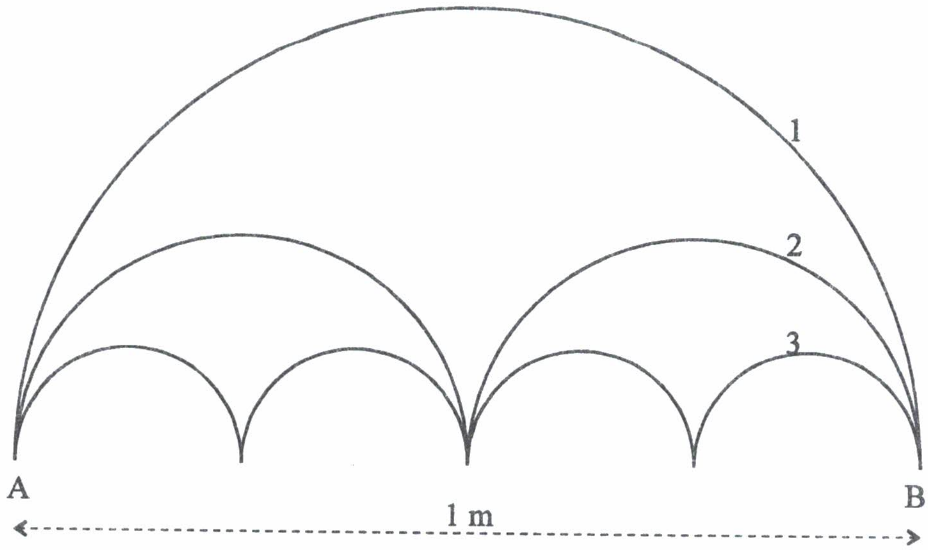


C) Je considère maintenant que pour obtenir le solide, j'ai retiré les parallélépipèdes "c" et "d" du grand parallélépipède.

1) Pour chacun des parallélépipèdes (le grand et les deux petits), indique la longueur, la largeur, la hauteur, puis calcule le volume.

2) Calcule le volume du solide.
Simplifie au maximum l'écriture obtenue

SURPRENANT !

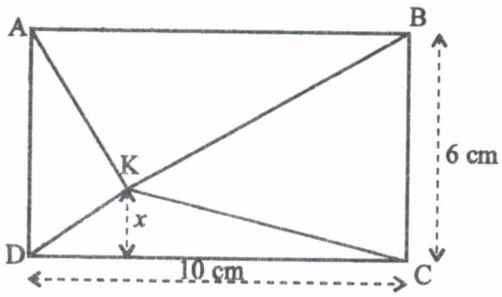


Pour se rendre du point A au point B, une fourmi parcourt des demi-cercles.

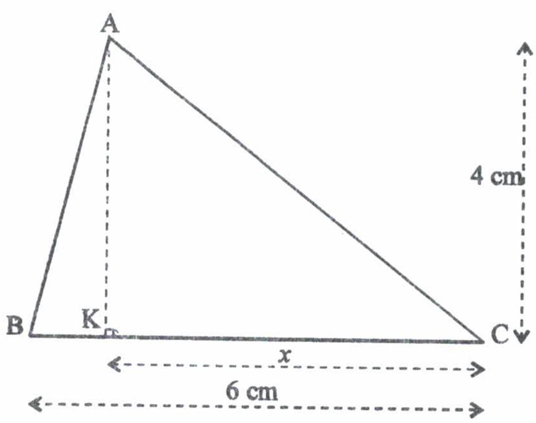
1) En fonction de π, exprime la longueur du trajet 1
   En fonction de π, exprime la longueur du trajet 2
   En fonction de π, exprime la longueur du trajet 3

2) A ton avis, quel serait, en fonction de π, la longueur du trajet 4 (non tracé sur le dessin) ?
   Vérifie par un calcul ce que tu supposes.

3) Quelle serait la longueur du trajet 1000 ?
N'EST CE PAS SURPRENANT ?



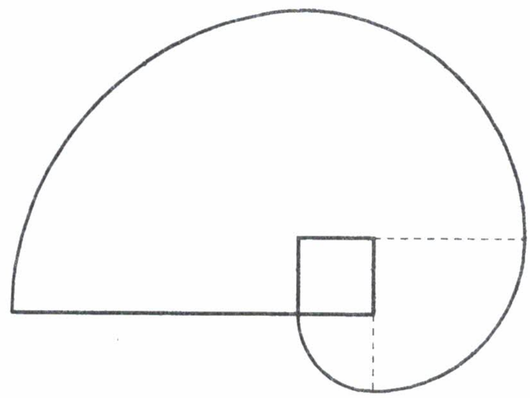
1) Exprime en fonction de x la hauteur issue de K du triangle ABK
   Exprime en fonction de x la somme des aires des triangles AKB et KDC.
   N'EST CE PAS SURPRENANT ?
2) Fais un dessin lorque $x = 2$ cm ; calcule les aires des deux triangles. Que constates-tu ?
3) Fais un dessin lorque $x = 0$ cm
   Fais un dessin lorque $x = 6$ cm
   Le résultat de la question 1 est-il encore vrai ?



1) Exprime en fonction de x l'aire du triangle AKC et l'aire du triangle AKB
   Exprime en fonction de x la somme des aires des triangles AKC et AKB.
   N'EST CE PAS SURPRENANT ?
2) Fais un dessin lorque $x = 2$ cm ; calcule les aires des deux triangles. Que constates-tu ?
3) Fais un dessin lorque $x = 0$ cm
   Fais un dessin lorque $x = 6$ cm
   Le résultat de la question 1 est-il encore vrai ?

EN FONCTION DE π

Regarde cette spirale, elle est construite autour d'un carré de 1 cm de côté.



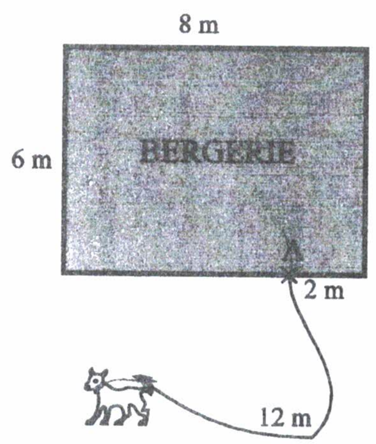
1) Reproduis cette spirale en prenant pour longueur d'un côté du carré 2 cm.

2) Calcule en fonction de π :

a) la longueur du 1er arc
b) la longueur du 2ème arc
c) la longueur du 3ème arc
d) la longueur du 4ème arc
e) la longueur totale

3) Quelle serait la longueur du 5ème arc ?

4) Quelle serait la longueur totale de la spirale composée de 1 000 arcs ?



Une pauvre chèvre est attachée à un anneau A fixé au mur d'une bergerie située dans une vaste prairie.

La longueur de la corde reliant la chèvre à l'anneau est 12 m.

1) Dessine la bergerie (1 cm pour 2 m)

2) Trace la limite du terrain où la chèvre peut se déplacer.

3) Colorie en vert la partie qu'elle peut brouter.

4) Calcule en fonction de π son aire.

TITRE : **CALCUL ALGEBRIQUE en 4ème**

Un prolongement du calcul numérique et quelques détours géométriques

AUTEURS :

REGNARD Annick
OYARCABAL Guy
LE GUERNIC Bernadette
GAILDRY Monique
DROUIN François
CASTAGNETTO Alain

PUBLIC VISE :

Enseignants, élèves à partir de la classe de 4ème
Age : de 13 à 16 ans

RESUME :

Le document est un recueil d'activités sur l'introduction du calcul algébrique, essentiellement en classe de 4ème, étudié comme un prolongement du calcul numérique abordé dès l'école primaire. Les représentations des expressions algébriques par des segments, des polygones ou des solides ont été privilégiées.

Ce n'est pas un fichier pour l'élève mais l'enseignant pourra y choisir les fiches adaptées à sa classe, à sa progression et à ses objectifs. Certaines activités pourront être faites avec profit par des élèves de seconde, dans le cadre de l'Aide Individualisée.

Thèmes des activités:

Visualisation des expressions algébriques par des supports géométriques

Exploitation des notions sous-jacentes lors de l'emploi des mots “développer”, “réduire”, “ordonner”

Résolution d'équations, algébrisation

Utilisation de calculs algébriques dans des supports quelque peu ludiques

MOTS CLES :

longueur, aire , volume, multiplier, développer, réduire, ordonner, factoriser, équations, algébrisation, calcul, algèbre , activités ludiques