3k

I.R.E.M. DE LORRAINE
Université Henri Poincaré Nancy 1

Campus Scientifique Victor Grignard - BP 239 - 54506 VANDŒUVRE-LES-NANCY cedex
Tél. 03 83 91 21 99 *(secrétariat)* - 03 83 91 25 82 *(bibliothèque)* - *Fax.* 03 83 91 25 73

Plaidoyer pour la transposition didactique

Jean-Pierre Ferrier

De la transposition didactique

Rudolf Bkouche

DIDACTIQUES N° 3 & 4

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 1er trimestre 1999
n° de la publication : 2-85406-162-4
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

Sommaire

Didactiques 3

PLAIDOYER POUR LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE

Jean-Pierre FEERRIER
Irem de Lorraine

Démangeaisons.

Le lecteur du texte qui suit est censé accepter l'idée qu'on puisse s'exprimer sur le sujet sans en être un spécialiste. Que, par exemple, on ait commencé à y manifester de l'intérêt à la lecture des Remarques sur la «Théorie» de la transposition didactique de Lombard ([1]). Ou encore qu'on ait essayé d'en savoir plus en lisant le livre de Chevallard ([2]), mais sans avoir pu sérieusement y parvenir.

Heureusement, il suffit de lire les quelques lignes du dos de la couverture de l'ouvrage pour y trouver des liens avec des situations vécues. D'une certaine façon, chacun pourrait dire :

« la transposition didactique existe : je l'ai rencontrée.»

Avant de prendre la défense de cette fameuse transposition didactique, commençons par abonder dans le sens de Lombard lorsqu'il commente l'histoire de la notion de distance, car la défense d'un point de vue n'est pas nécessairement la démolition d'un autre.

Pour les géomètres la notion de distance est très ancienne. Indiscutable-

---

1 Philippe Lombard, *Remarques sur la "théorie" de la transposition didactique*, Collection *Didactiques*, n°1. Irem de Lorraine.

2 Yves Chevallard, *La transposition didactique*, La pensée Sauvage, Grenoble.

ment elle a fait partie très tôt du «savoir savant». Cependant elle y a toujours sa place, et les géomètres riemanniens le démontrent tous les jours. Comme dirait Bkouche ([3]), elle fait partie des «savoirs pérennes».

La distance des analystes, comme Fréchet, est également issue, bien que plus récente, du «savoir savant». En revanche son statut est sans doute moins «pérenne». Depuis Grothendieck, à une époque où il ne s'était pas encore orienté vers certaines «choses plus plaisantes», on connaît d'autres façons plus efficaces de s'exprimer, qui permettent de sortir plus élégamment du cadre des espaces normés.

Aussi est-il étonnant d'apprendre que l'introduction de la notion de distance dans l'enseignement de la géométrie serait une transposition du «savoir savant» représenté par Fréchet. Comment ne pas donner raison à Lombard ?

A la lumière de cet exemple, on pourrait penser que c'est une part du «savoir savant» qui doit directement s'enseigner, et que non seulement l'on doive mais l'on puisse le faire.

Qui pourrait ne se sentir prêt à investir tous les jours dans ce sens ? Quand on entend monsieur de Gennes expliquer l'adhésion (physique) à la télévision à une heure de grande écoute, comment ne pas penser que rien ne vaut le discours du savant lui-même, que rien ne pourra égaler ce dernier en humilité ?

Pourtant ce n'est pas ce qu'il conviendrait de faire qui va déterminer l'enseignement d'aujourd'hui ou de demain, mais ce qui se pratique réellement. Finalement il est très rare que les savants enseignent et tout aussi rare que leur savoir soit enseigné. Pour peu que l'on veuille examiner de près ce qui s'enseigne, la façon dont sont rédigés les programmes ou les ouvrages, on se rendra compte que, nécessaire ou pas, légitime ou pas, il y a bien transposition.

Cette transposition n'est pas seulement pratiquée par les autres. Quel universitaire, chargé d'enseigner des rudiments d'une analyse plus ou moins fonctionnelle, ne privilégie-t-il pas systématiquement la notion de distance, même s'il sait que ce n'est pas le meilleur point de vue ? Il le fera avec de bons arguments : parce que l'idée paraît familière aux étudiants, que les images géométriques peuvent favoriser leur intuition. Ses motivations pourraient ne pas être très éloignées

3 Rudolf Bkouche, *De la culture scientifique*, Collection *Didactiques*, n°2. Irem de Lorraine.

de celles de Fréchet. Et comme il est commode de tricher ! Il fera croire à ses collègues qu'il enseigne des outils d'analyse fonctionnelle et aux étudiants qu'il en est resté à la géométrie élémentaire. Donc il transpose à des fins didactiques.

Maintenant s'il enseigne de cette façon, c'est aussi, argument on ne peut plus vicieux, pour faire comme tout le monde. Il faut dire que la stratégie d'enseignement fondée sur les espaces métriques a connu un succès considérable. Qui, à part Dieudonné dans un sens ou Choquet dans l'autre, ne l'a pas adoptée ? Il n'est donc pas étonnant que ce modèle ait donné l'impression d'avoir été réimporté pour l'enseignement de la géométrie élémentaire.

Que cela n'ait aucun fondement scientifique ni historique est sans importance. Il suffit que ceux qui enseignent les propriétés des distances aient l'impression d'avoir entendu parler de cela ailleurs, et s'imaginent en connaître l'origine.

L'exemple de la notion de distance développé par Chevallard a peut-être été mal choisi. Son interprétation historique est sans doute discutable. Il s'agirait d'une légende. Cependant, «quand la légende est plus belle que la réalité, on imprime la légende», dit-on dans un western célèbre. Ici la légende sous-tend la stratégie d'enseignement ; c'est donc elle qui compte.

Sauf de la part de quelqu'un de très introduit, il est impossible de revendiquer la moindre compétence pour décider de la pertinence ou de la non pertinence de la théorie de Chevallard.

Cependant, puisque le phénomène de transposition didactique existe, il faut lui reconnaître le droit de s'y intéresser et de tenter de la théoriser. En même temps, pour un sujet nouveau comme celui-là, il faut encourager la critique, et même la critique vigoureuse. Autrement dit, tout le monde à raison.

Conventions.

Dans ce qui suit on va tenter de cerner quelques éléments de la transposition didactique à laquelle l'enseignant de base pourrait se sentir confronté.

Précisons quelques différences possibles dans l'acception des termes. Le «savoir savant» sera pris dans le sens le plus noble, excluant la touche de pédantisme que la dénomination suggère. On acceptera que ce savoir puisse à l'occasion faire preuve de modestie, comme c'est le cas d'une démarche scientifique authentique.

Par «savoir enseigné» on ne comprendra jamais un savoir qu'il faudrait enseigner, mais un savoir qu'on enseigne couramment. Rappelons que, suivant Bkouche, les savoirs qu'il faudrait enseigner sont les «savoirs pérennes», lesquels font bien sûr partie du «savoir savant».

Le «savoir enseigné» correspondra donc à certaines déviances que chacun pourra constater. Comme on l'a dit, le phénomène est assez général, et indépendant de toute réforme des programmes. On concède donc au moins à la transposition une réalité pratique, à défaut d'une nécessité intrinsèque prouvée.

Précisons encore ce que l'on comprendra sous l'étiquette de «transposition didactique».

Comme le dirait Lions, on enseigne toujours des choses générales, par souci d'efficacité c'est-à-dire d'économie. A ce titre les mathématiques constituent la science à enseigner par excellence. L'enseignement des mathématiques fait partie intégrante de la stratégie scientifique, et au delà de la discipline elle-même.

On peut ainsi comprendre la suite des œuvres de Bourbaki comme le déroulement d'une stratégie d'enseignement. Au départ il s'agissait de rattraper le retard pris sur l'Allemagne en algèbre, et de mettre au propre les bases pour avancer plus confortablement. Cette stratégie n'a pas été si mauvaise, si l'on se refère au rang mondial des mathématiques françaises dans les années 50 et 60. Un pays comme la Russie a pu choisir d'autres orientations, mais en déroulant aussi une stratégie d'enseignement. Quelques monographies remarquables et des ouvrages de mise au point confiés aux meilleurs spécialistes en témoignent.

Elaborer une stratégie d'enseignement consiste essentiellement à décider ce que seront les «savoirs pérennes». C'est un sujet éminemment intéressant, pour lesquels les avis peuvent être partagés. Cependant la manière dont nous considérons la «transposition didactique» n'entre nullement dans ce débat.

Quand Dieudonné a proposé son modèle pour l'enseignement de la géométrie, cela relevait d'une vision stratégique. Cela sort donc de notre champ d'intérêt. En revanche quand ce modèle a été repris et «embelli», cela entre dans le domaine de la transposition, et nous avons à le considérer.

Il est aussi un sujet qui sort de nos préoccupations. Il s'agit des adaptations d'un enseignement donné qu'impose le public auquel il s'adresse. Là encore cela relève de ce qu'il conviendrait de faire, et non de ce qui se fait nécessairement. En fait je ne suis pas sûr qu'il y ait beaucoup d'efforts réalisés pour l'adaptation au public. Chacun a tendance à enseigner les choses de la manière dont il les comprend le mieux. Celui qui a de la peine à comprendre passe parfois pour un meilleur enseignant dans la mesure où il se met davantage à la portée des élèves.

Certains penseront, non sans raison sans doute, qu'on s'interdit de parler des choses vraiment intéressantes. Peut-être ces choses le sont-elles même trop pour être réglées par quelques petits articles.

Les paramètres de la transposition.

L'une des critiques adressées à l'encontre de la théorie de la transposition didactique, est qu'elle néglige l'étude détaillée de la consistance des paramètres gouvernant cette transposition, notamment.

Sans vouloir atteindre l'»hyperréalisme», il semble qu'on pourrait, même sans aller chercher beaucoup, trouver au moins un paramètre significatif.

On constate ainsi un décalage, prenant la valeur constante -1. Précisément, le «savoir enseigné» emprunte au «savoir savant» comme le dit Chevallard, mais au temps $t-1$ plutôt qu'au temps t.

Il ne s'agit pas vraiment de temps historique. Ce peut être le cas par accident, par exemple quand on pense à la période bourbachique d'une part et à la période post-bourbachique de l'autre. Le «savoir savant» vit aujourd'hui dans la seconde. Fort de la remise en ordre opérée par la première, il est débarassé de l'obsession de rigueur. Au contraire cette obsession survit dans le «savoir enseigné», lequel se réfère toujours à la première période.

En général le temps réfère plutôt à des phases. On sait que les grands progrès en mathématiques sont associés à une simplication significative. Le résultat est souvent que deux notions qui paraissaient différentes se révèlent deux aspects d'une seule. On trouve une traduction de cette vocation simplificatrice des mathématiques dans les abus de langage. Il faut bien voir, en effet, que sans la généralisation de ces abus, le langage mathématique croîtrait exponentiellement et que plus personne ne pourrait l'utiliser.

Cependant le stade de l'abus de langage suit en général un stade où l'on a pris le soin d'effectuer une formulation précise ; on commence donc par distinguer ce que l'on va identifier.

Le «savoir enseigné», en empruntant au temps t –1, conservera les différences.

Dans le langage, proche du langage commun, qui caractérise le «savoir savant», on constate de nombreuses homonymies. Par exemple on parle indifféremment de longueur ou de périmètre pour une courbe fermée ; on ne fait pas de réelle différence entre application et fonction ; on considère comme identiques x et x avec une flèche dessus, quand on parle de vecteurs. En revanche le «savoir enseigné» récuse en général ces homonymies. C'est normal, puisqu'il se réfère à la phase précédente du «savoir savant».

Ainsi se trouve résolu un paradoxe. Le «savoir enseigné» paraît souvent plus savant que le «savoir savant» lui-même. En tout cas il est toujours plus lourd.

Reprenons un exemple. Comme le dit Lombard, distinguer la fonction Cos de la fonction cos relève bien d'une précision savante sur la question, alors que les savants n'utilisent pas deux notations distinctes. De fait le «grand cosinus» n'a pas été inventé par les didacticiens, mais par Cartan ou Dieudonné. Cependant ils l'ont fait à l'occasion d'un pur exercice de style, qu'ils se sont hâtés d'oublier. En revanche le savoir «enseigné» en a conservé la mémoire.

Les phases peuvent également se situer dans le cheminement interdisciplinaire. Bien souvent les nouvelles idées sont apportées par la physique. Ensuite, partant de là, les mathématiques se replient un temps sur elles-mêmes pour les ruminer. Enfin elles les rendent à la Science sans frontières.

Par le fait du décalage, il n'est pas étonnant que le «savoir enseigné» corresponde aussi à un repli des mathématiques sur elles-mêmes. C'est ainsi qu'il y a une vingtaine d'années une entreprise comme ERMEL, qui voulait rénover l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, a pu réduire les mathématiques à la seule production d'un langage abstrait.

Dans la même ordre d'idées, le «savoir enseigné» refuse d'étendre à la physique le vocabulaire des mathématiques. A l'école élémentaire il est interdit de travailler sur des grandeurs dimensionnées, de multiplier des longueurs pour trouver une surface, de diviser une longueur par un temps pour trouver une vitesse. Cette attitude n'est pas réservée à l'école élémentaire. D'ailleurs les commissions de programmes jouent très peu la carte interdisciplinaire.

La transposition appliquée à elle-même.

L'un des principes de la transposition est que le paramètre de décalage ne prend jamais la valeur -2. Autrement dit on tronque tout ce qui peut être antérieur au temps $t-1$.

Nous allons montrer que ce que Lombard interprète comme une erreur grossière dans le discours de Chevallard peut en partie s'expliquer par l'application de la transposition didactique aux explications des didacticiens eux-mêmes. Il en est notamment ainsi lorsqu'ils font référence à l'épistémologie pour étayer leur discours.

Voici un exemple. Cherchant à justifier l'introduction des dérivées à partir du calcul formel par des considérations épistémologiques, certains ont pu remarquer que Leibniz a précédé Weierstrass, le premier ayant cherché à dégager les règles algébriques de la dérivation, et le second à préciser la notion de limite contenue dans la dérivée. L'idée n'est pas venue de s'appuyer sur ce qui précédait Leibniz, ou, ce qui revient au même, sur le motif pour lequel il s'intéressait aux dérivées. Autrement dit, dans la référence à l'histoire, on a oublié ce qui était antérieur à la phase t –1.

L'exemple de la distance, déjà considéré et qui est au centre des démonstrations de Chevallard ou de la critique de Lombard, est assez semblable. Dans cet exemple il n'y a pas transposition didactique, du moins au premier degré. L'argumentaire de Lombard sur ce point est irréfutable. En revanche il y a transposition dans l'explication didactique comme dans l'explication épistémologique.

On reviendra plus loin sur les mécanismes à propos de cet exemple, pour expliquer la transposition dans l'explication didactique. Voyons comment il y a eu transposition dans l'explication épistémologique. Aujourd'hui la Science assume la similitude accidentelle, au niveau des axiomes, entre la distance que l'on peut rencontrer dans les espaces linéaires de l'analyse et la distance des géomètres. C'est le même accident qui fait que les axiomes de la topologie générale conviennent aussi bien aux analystes qu'aux topologues, suivant la définition de Kuratowski suivant laquelle «a topologist is a man who makes no difference between a doughnut and a cup of tea».

En remontant au temps t –1 la ligne historique de l'analyse, on trouve naturellement Fréchet. Si Chevallard avait bien voulu un peu s'attarder sur le temps t –2, autrement dit sur les motivations de Fréchet, dont il fait largement part mais sans en tenir compte, il lui serait apparu qu'il remontait la mauvaise ligne. D'ailleurs, à l'époque de Fréchet, les distances n'étaient pas toujours des distances ; l'inégalité triangulaire pouvait présenter une forme plus faible.

Un paramètre aléatoire.

On peut également constater un paramètre aléatoire de «dénatur(alis)ation» ou plutôt de transnaturalisation, qui intervient comme suit. Prenez un terme mathématique quelconque, regardez le comme une succession de lettres, et cherchez avec un pendule s'il apparaît dans le corpus du «savoir savant». A la première occurrence vous vous arrêtez.

L'exemple de la distance, dans son explication didactique, met ce paramètre en évidence. C'est ainsi qu'on aura choisi le contexte de l'analyse, avec Fréchet, plutôt que celui de la géométrie, pour chercher une référence dans le «savoir savant».

Ce même paramètre intervient aussi quand la distance de l'analyse est interprétée comme une mesure de la similitude des formes. Bien sûr c'est un problème essentiel, plus ou moins celui de la stabilité structurelle, de voir comment une notion peut impliquer l'autre. Peut-être y a-t-il, dans le choix des anthropologues, une substitution de la conséquence à la cause. En tout cas le passage de l'analyse à l'anthropologie est bien une transposition, aléatoire quand on l'observe de l'extérieur.

Il est facile de trouver des exemples de transnaturalisation aléatoire du même ordre dans ce temple de la réflexion pédagogique que constitue le concours de l'agrégation (externe) de mathématiques. Chacun sait que le discours scientifique est, dans la discipline, un discours démonstratif. Cela a pu faire dire une fois à Giraud, en pensant au concours, qu'on devrait se contenter d'exiger des candidats qu'ils déroulent une démonstration substantielle. Or les jurys ont inventé en prologue un autre exercice, qui s'appelle le «plan». Ce faisant ils ont opéré une transposition didactique, qui ouvre à toutes les transnaturalisations.

Prenons une leçon qui figurait au programme d'il y a quelques années et qui portait sur la notion d'homéomorphisme. Presque toujours, après avoir donné moult exemples assez triviaux mais relevant de la topologie des topologues, les candidats en venaient à citer le théorème d'homomorphisme de Banach. Syntaxiquement parlant, ils avaient raison. Une fois dénatur(alis)ée, la définition d'un homéomorphisme s'applique à une application linéaire continue possédant un inverse continu. En cherchant au hasard dans la bibliothèque du concours, il avaient un chance non nulle de tomber sur Banach. Cependant Banach voulait montrer l'équivalence entre deux types de convergence ; son ambition n'avait rien à voir avec la topologie.

Un abîme.

On va anticiper un peu sur la suite en comparant le «savoir savant» à un autre qui n'est pas encore le «savoir enseigné» commun, pour essayer de mettre en évidence une «différence intrinsèque».

Dans les ouvrages sur lesquels nos étudiants peuvent travailler, il en est de deux sortes, qui ne diffèrent pas vraiment quant au contenu.

Prenez par exemple le livre de Lang d'Analyse réelle et cherchez y la démonstration du théorème d'Ascoli. Prenez tel autre ouvrage, éventuellement français, de niveau équivalent et donnant essentiellement la même démonstration. Il est clair que le livre de Lang relève du «savoir savant» ; bien qu'il s'agisse d'enseignement et que soit évident le soin apporté pour agrémenter la lecture, le style est celui de quelqu'un qui domine le sujet.

Or les étudiants n'aiment pas ce livre et lui en préfèrent tel autre, comme d'ailleurs une majorité de collègues universitaires. Il y a donc quelque part une différence.

Voici une tentative d'explication. Le «savoir savant» résulte d'un polissage des concepts qui confine à l'œuvre d'art. Il manie des objets parfaitement lisses, aux contours parfaits.

L'étudiant moyen ne trouve aucune prise pour s'y accrocher. Il préfère le savoir brut de décoffrage, plein de réconfortantes aspérités.

Plus encore le «savoir savant» lui fait peur. De même que l'eau parfaitement pure est le plus agressif des liquides, il ne peut supporter la beauté agressive du savoir savant.

Les mécanismes de la transposition.

La transposition passe par une étape intermédiaire, qu'on appelera pré-transposition ; elle mène au « savoir enseigné savant».

Cette prétransposition se fait aussi sans référence réelle à l'»enseigné». Elle fait fi de toute information qui pourrait concerner une expérimentation dans les classes.

D'ailleurs elle est dirigée à l'occasion par des «enseignants» qui n'ont pas spécialement brillé dans leur expérience personnelle.

Ce «savoir enseigné savant» ne mérite peut-être pas le qualificatif de savant, mais on est bien forcé de l'y mettre dans la mesure où il ne diffère pas de ce qu'on peut trouver dans une revue scientifique au milieu des articles qui y sont publiés, et qu'il est porté par des personnes faisant partie du milieu scientifique exactement au même titre que les autres.

La prétransposition est celle qui retire au «savoir savant» sa trop grande lissité. Elle procède par dégradation et met en jeu les paramètres de décalage dont on a parlé.

Le rôle du polycopié n'est pas à négliger dans le processus. Le polycopié n'est qu'une dégradation du livre. Il est mal composé, émaillé de fautes d'orthographe ou de ponctuation. Il a tout pour déplaire et pourtant il plaît.

Reprenons encore une fois l'exemple de la distance. Depuis des dizaines d'années des cours universitaires et des polycopiés ont été écrits, qui commencent le calcul différentiel par la topologie générale et parlent de la notion de distance. Dans l'ensemble, ils ignorent les vraies applications, c'est-à-dire le «savoir savant» au temps t, de même que les motivations, c'est-à-dire le «savoir savant» au temps t –2. En ne retenant que la référence au temps t –1, ils constituent des modèles de «savoir enseigné savant».

L'exemple de l'agrégation externe confirme ce qui précède. Quelques leçons portent sur les espaces normés. En revanche aucune ne porte sur leur utilisation en analyse, ni les motivations des promoteurs.

Prenons un autre exemple. Il semble que l'enseignement de l'intégrale de Lebesgue ne soit plus à la mode. Une généralisation incluant les intégrales semi-convergentes lui serait préférable. Si on cherche dans le «savoir savant», on ne trouve pas directement l'intégrale de Lebesgue. On y trouve les espaces L^p et autres espaces de Sobolev. La seule chose qui importe est que ces espaces soient complets. Le «savoir savant» a retenu cette chose toute simple. Or l'intégrale de Lebesgue est le moyen de construire des espaces complets. Aucune autre intégrale ne peut se substituer à elle pour ce faire.

Pour avoir l'idée d'utiliser la généralisation signalée, il faut donc remonter avant Sobolev, avant Riesz et Fisher, précisément à une phase t –1 où l'on pensait à l'intégrale pour l'intégrale. Quant à la phase t –2, les motivations de Lebesgue ne sont ici d'aucun secours. Il faut plutôt la chercher chez Hilbert, puisque le plus grand mérite de Lebesgue est d'avoir construit l'espace de Hilbert.

La transposition vers le «savoir enseigné» est ensuite assez banale. Ce n'est qu'une exaspération de la prétransposition. On s'appuie sur ce qu'on pourrait appeler l' effet de loupe.

Vue de la terre, la lune semble une boule lisse. Les télescopes nous montrent des cratères et une surface bien tourmentée. Beaucoup de surfaces apparemment lisses ressemblent, une fois agrandies, à la surface de la lune.

De plus, de même qu'un texte récité trop lentement perd son sens, de même le discours mathématique trop dilué se dénat(ural)ise.

Prenons encore un exemple pour tenter de comprendre. Dans les fameuses publications ERMEL, on donnait une liste de groupes de transformations de la droite ou peut-être du plan.

On y distinguait un groupe des autres, celui des transformations projectives. Cette distinction était justifiée par le fait que les transformations projectives n'étaient pas des applications continues. Prise à la loupe, l'assertion est correcte. Si par transformation on entend par exemple une application de R dans R, il est difficile d'expliquer que 1/x définit une transformation continue. Cela dit, ce n'est pas une transformation non plus. En revanche, si on se place sur la droite projective, c'est une vraie transformation, et continue.

Les lieux et les enjeux de la transposition.

Quand on regarde d'un peu loin les programmes, en particulier ceux de l'enseignement secondaire, on a le sentiment d'une grande stabilité. Il y a un consensus assez général sur les contenus. Il en est de même des programmes universitaires malgré leur très grande diversité apparente.

En réalité seuls les détails comptent. Ce sont les détails qui définissent l'esprit dans lequel on enseigne. Tel ouvrage destiné au lycée sera moins choquant par son contenu que par sa présentation. Le fait de multiplier les couleurs, les encadrés, les dessins humoristiques, les photographies, les introductions faussement réalistes ... compte presque davantage que le texte lui-même. Quant au texte, c'est l'abus de notations symboliques pour éviter le choix d'une expression rigoureuse qui souvent le caractérisera.

C'est dans ces détails que s'opère finalement la «transposition didactique».

Elle s'opère bien sûr au niveau de l'enseignement lui-même, à travers l'écriture des ouvrages, les consignes des corps d'inspection. Cependant à ce niveau on ne fait que pratiquer l'effet de loupe. Rien n'est inventé. Quant à l'expérience acquise par l'enseignement dans les classes, il en est peu tenu compte.

En fait la transposition prend ses racines en amont, essentiellement dans le monde universitaire ou parauniversitaire. C'est la mode universitaire qui veut, par exemple, que l'on dicte des cours. C'est encore elle qui veut qu'on ne fasse plus de figure.

Conclusion provisoire.

On espère avoir convaincu le lecteur de la réalité du phénomène. On a tenté de décrire quelques mécanismes qui semblent relever d'une transposition didactique. Il resterait sans doute à cerner davantage les raisons qui poussent à cette transposition.

Bien sûr la question la plus intéressante reste celle que pose Bkouche, à savoir celle des "savoirs pertinents". Tant que la définition de ces savoirs n'a pas été suffisamment élucidée, on risque de perdre son temps en s'efforçant d'enseigner ce qui n'a pas lieu de l'être, et à étudier des phénomènes qui ne doivent leur existence qu'à une erreur de stratégie au départ.

Pour ce qui est de la pertinence de la théorie de Chevallard, éventuellement corrigée de ses erreurs, seule l'histoire en décidera. C'est l'histoire qui nous a montré que l'orientation des mathématiques japonaises au XVIIème siècle, caractérisée par l'isolement vis-à-vis de la physique, était un impasse. C'est elle qui décidera aussi pour la didactique.

Peut-être la transposition didactique est-elle comme la pierre philosophale, mais transformant plutôt ici l'or en plomb. Il faut admettre qu'un tel exploit serait fabuleux. Et si tout cela n'était que supercherie ce serait plus fabuleux encore !

DE LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE

Rudolf Bkouche
Irem de Lille

«... I regard science as an important part of man's knowledge of reality; but there is a tradition with which I would not wish to be identified, which would say that scientific knowledge is all of man's knowledge. I do not believe that ethical statements are expressions of scientific knowledge; but neither do I agree they are not knowledge at all. The idea that the concepts of truth, falsity, explanation, and even understanding are all concepts which belong exclusively to science seems to me a perversion.» ([1])

Hilary Putnam

«Impasse de la raison, c'est qu'elle est elle-même inexplicable par la raison.» ([2])

Pierre Reverdy

Introduction : de la possibilité d'une science didactique

Une science didactique est-elle possible ? cette question renvoie à une seconde peut-être plus accessible : si la didactique est une science, de quel type de science s'agit-il ?

La question n'est pas celle de la seule didactique, elle est, d'une façon générale, celle de toute science qui se donne pour objet tout ou partie de ce que j'appellerai *le phénomène humain*, c'est-à-dire de ce qui se rapporte à la vie, individuelle ou collective, des hommes. Il était tentant, devant le succès des sciences de la nature depuis ce que l'on appelle la révolution scientifique, de prendre ces sciences comme modèle pour tenter de construire une science de l'homme conduisant au même type d'objectivité. C'est ce que nous avons appelé, ailleurs, la tentation du mimétisme ([3]).

Nous citerons ici l'un des grands ouvrages qui marque la volonté de son auteur de construire une science de l'homme qui possède les mêmes propriétés d'objectivité que les sciences de la nature, renvoyant au récent succès de la construction newtonnienne ; je veux

---

1 Hilary Putnam, *Mathematics, Matter and Method*, (Philosophical Papers, volume I), Cambridge University Press, Cambridge, 1979; p. xiii

2 Pierre Reverdy, *Le Livre de mon Bord*, Mercure de France, Paris 1948/1970, p. 151

3 Rudolf Bkouche, «Les déraisons de la Raison», *Quadratures*, n°17, juillet-août-septembre 1997

parler de l'*Esprit des Lois* de Montesquieu. Pourtant Montesquieu explique lui-même la difficulté lorsqu'il écrit dans la Première Partie de l'*Esprit des Lois* :

«Mais il s'en faut de beaucoup que le monde intelligent (le monde de l'homme) *soit aussi bien gouverné que le monde physique. Car, quoique que celui-là ait aussi des lois qui par leur nature soient invariables, il ne les suit pas constamment comme le monde physique suit les siennes.»* (4)

Montesquieu met ainsi l'accent sur une distinction essentielle entre les lois de la nature et les lois de l'homme; les unes ne peuvent pas ne pas être suivies (peut-on imaginer une planète qui refuserait de se soumettre à la loi de la gravitation universelle ?) alors que les autres peuvent ne pas l'être. Il est vrai que Montesquieu poursuit :

«La raison en est que les êtres particuliers intelligents sont bornés par leur nature et par conséquent sujets à l'erreur ; et, d'un autre côté il est de leur nature qu'ils agissent par eux-mêmes. Ils ne suivent donc pas constamment leurs lois primitives ; et celles-mêmes qu'ils se donnent, ils ne les suivent pas toujours.»

Suivent des considérations sur les bêtes qui restent soumises aux lois naturelles. Mais peut-on parler de lois naturelles pour l'homme ?

Pour reprendre une expression de Maurice Thirion (5), nous dirons que l'homme est capable d'*a-rationalité*, c'est-à-dire capable de transgresser *volontairement* ce que l'on pourrait attendre de lui au nom de la rationalité (6) ; c'est ici toute la différence entre l'homme en tant qu'homme et la nature, plus précisément entre la part *humaine* de l'homme et sa part naturelle. Cette distinction ne peut être ignorée lorsque l'on édifie d'une part les sciences de la nature et d'autre part les sciences de l'homme, les premières relevant de la seule rationalité (7) et les secondes devant prendre en compte l'a-rationalité ; c'est cela qui fait la distinction entre la connaissance positive (celle des sciences de la nature) et ce que nous appellerons une connaissance négative. Il faut ici souligner que la réflexion sur la science (*«la science de la science»* diront certains), parce qu'elle porte sur l'acte de connaissance, participe de cette négativité; c'est cela qui nous conduit à penser une didactique négative, point que nous espérons développer dans un article ultérieur.

Ainsi apparaît un premier obstacle à l'élaboration d'une connaissance positive de ce que nous avons appelé le phénomène humain, à savoir la capacité d'a-rationalité qui permet au sujet humain, individuel ou collectif, de construire ses propres finalités.

Nous avons dit ailleurs la distinction entre la réduction au général opéré par les sciences de la nature (un fait ne devient fait scientifique que dans la mesure où il entre dans un cadre général)

4 Montesquieu, «L'Esprit des Lois», *Œuvres Complètes*, préface de Georges Vedel, présentation et notes de Daniel Oster, Editions du Seuil, Paris 1964, p. 530

5 Maurice Thirion, correspondance personnelle.

6 Reste évidemment la question de la part d'a-rationalité dans la construction de la rationalité; mais c'est une question que nous ne pouvons aborder ici (cf. par exemple l'ouvrage de Granger, *L'Irrationnel*, «Philosophie», Editions Odile Jacob, Paris 1998).

7 Je parle ici de la science constituée qui se manifeste à la fois par le discours rationnel et par les réalisations techniques, je ne parle pas de l'élaboration de la science qui, en tant qu'elle est une activité humaine, ne relève pas de la seule rationalité.

et les sciences de l'homme qui s'intéressent au caractère singulier de ce qu'elles étudient ([8]).

Enfin, et en continuité avec ce qui a été dit plus haut, on ne peut ignorer la question des valeurs, question qui n'est pas sans incidence sur la méthodologie comme l'explique Rickert :

«La méthodologie doit plutôt tenir compte du fait que certaines disciplines ont affaire à une nature dépourvue de toute valeur et de toute signification, qu'elles doivent subsumer sous des concepts généraux, alors que les autres disciplines représentent une culture qui a un sens, est liée à des valeurs, et ne peuvent donc pas se satisfaire du procédé généralisant des sciences de la nature. Elles doivent mettre en œuvre une réflexion individualisante pour pouvoir rendre justice à l'individualité et à la particularité concrète de leurs objets, qui sont plus que de simples exemplaires de concepts généraux.» ([9])

Un second obstacle apparaît si l'on considère que toute connaissance positive implique une distance entre le savant, celui qui élabore la connaissance, et ce qu'il étudie. La question se pose alors de la possibilité d'une telle distance dans les sciences de l'homme ; c'est cela que précise Todorov lorsqu'il écrit :

«Pour moi, la différence dans la matière étudiée (humain/non-humain) en entraîne une autre, capitale, dans le rapport qui s'établit entre le savant et son objet. Il y a beaucoup de choses qui séparent le géologue et les minéraux qu'il étudie; il y en a, en revanche, très peu qui distinguent l'historien ou le psychologue de son objet, les autres êtres humains. cela implique non qu'on aspire en ces matières à moins de précision, ni qu'on refuse le principe de la raison, mais qu'on renonce à éliminer ce qui en fait la spécificité, à savoir la communauté du sujet et de l'objet, et l'inséparabilité des faits et des valeurs. ... Comment s'occuper de l'humain sans prendre parti ?» ([10])

Ainsi apparaît ce qui nous semble l'ambiguïté essentielle des sciences de l'homme, la difficulté, sinon l'impossibilité, de distinguer le descriptif et le normatif. Une telle ambiguïté apparaît déjà dans le texte de Montesquieu dans la mesure où les *lois naturelles* de l'homme se présentent moins comme les lois qu'il suit que comme les lois qu'il devrait suivre.

Il faudrait alors distinguer *la loi du nécessaire*, la loi scientifique, et *la loi de l'obligation*, celle qui régit les rapports humains et que les sciences de l'homme ne peuvent pas ne pas prendre en compte. La tentation du mimétisme apparaît alors comme la marque d'une confusion entre la nécessité et l'obligation; mais une telle confusion est plus profonde qu'une simple question de terme et se situe à la source même de la construction de la rationalité. La naissance concomitante de la rationalité scientifique et de la rationalité politique dans la cité grecque ([11]) est sans doute au centre de cette confusion et la *République* de Platon apparaît comme l'un des

---

8 Rudolf Bkouche, «Les déraisons de la Raison», o.c.

9Heinrich Rickert, *Science de la culture et science de la nature*, traduit de l'allemand par Anne-Hélène Nicolas, préface d'Ernst W. Orth, Gallimard, Paris 1997, p. 16-17

10 Tzevan Todorov, *Nous et les autres*, «Points/Essais», Editions du Seuil, Paris 1989, p. 11

11 Jean-Pierre Vernant, *Les origines de la pensée grecque*, PUF, Paris, 1981

grands moments de cette confusion; la question se pose alors de savoir dans quelle mesure cette confusion participe de l'élaboration de la rationalité. C'est dans cet entremêlement entre le descriptif et le normatif que se situe toute problématique des sciences de l'homme, un exemple étant donné par ce monument de la modernité, à la fois hymne à la liberté de l'homme et justification de tous les totalitarismes rationnels, que constitue l'*Ethique* de Spinoza. La libération de l'homme ne serait alors que la volonté de l'homme de suivre enfin ces lois naturelles, comme si la libération des planètes était de suivre la loi de la gravitation universelle.

C'est donc aux limites de la rationalité que se pose la question de la scientificité des sciences de l'homme, aux limites, d'abord parce que toute science se présente comme une tentative de comprendre rationnellement le monde, ensuite parce que la connaissance de l'homme ne peut se réduire à la seule rationalité ; c'est en ce ce sens que l'on peut parler, devant un certain trop-plein de rationalité, des déraisons de la Raison.

C'est dans cette inconfortable position aux limites qu'il faut alors nous placer lorsque l'on examine la question de la scientificité de la didactique, en particulier lorsque l'on aborde ce concept-clé de la construction didacticienne que constitue la transposition didactique.

De la nécessaire réorganisation des savoirs dans l'acte d'enseignement à la transposition didactique et l'invention du savoir savant

En un certain sens, la transposition didactique nous renvoie à la nécessaire réorganisation des savoirs exigée par l'acte d'enseigner. La question de la réorganisation des savoirs peut être envisagée de deux points de vue, du point de vue du savoir lui-même, du point de vue de celui qui apprend. Le premier point de vue, que nous développerons dans un prochain article, place le savoir au centre de l'acte d'enseignement; le second point de vue, aujourd'hui à la mode, place celui qui apprend au centre du système éducatif. Le point de vue didacticien, quant à lui, se veut plus global lorsqu'il place le savoir au sein de ce qui constitue l'un des piliers de la pensée didacticienne, le triangle «savoir, élève, professeur»; mais en plaçant sur le même plan le savoir d'une part, l'élève et le professeur d'autre part, le point de vue didacticien conduit à une reconstruction du savoir qui prend le risque d'en changer la signification, fabricant ainsi un nouveau savoir, distinct de celui que l'on se proposait d'enseigner et qui par cela même peut devenir un obstacle à l'acquisition des connaissances; c'est en cela que la transposition didactique dont on nous dit qu'elle participe de l'acte même d'enseigner ([12]), peut devenir une nuisance.

12 Guy Brousseau, «Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques», in *Didactique des mathématiques*, sous la direction de Jean Brun, Delachaux & Niestlé, Lausanne 1996, (publication originale in *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7/2, 1986, p. 33-115)

Loin de mettre en place une réorganisation du savoir aux fins d'enseignement, la transposition didactique invente une distinction entre le *savoir savant*, celui construit par les savants au cours de l'histoire, et le savoir enseigné dans l'institution enseignante. On assiste alors moins à une réorganisation du savoir au sens dit ci-dessus et sur lequel nous reviendrons dans un prochain article qu'à un déplacement des enjeux de savoir ; le *savoir enseigné*, issu de la transformation proposée par Chevallard [13] :

avoir savant → *savoir à enseigner* → *savoir enseigné*

savoir enseigné qui semble n'avoir d'autre raison d'être que celle d'être enseigné. Le savoir enseigné n'est plus que prétexte à enseignement.

Il est vrai que la distinction proposée par Chevallard a sa cohérence, cohérence d'ordre essentiellement sociologique qui distingue les lieux où se fabrique le savoir et les lieux où il est enseigné, mais qui oublie d'abord les raisons qui font que des savants construisent ce savoir, ensuite les raisons qui font que l'institution enseignante prend en charge l'enseignement d'une partie de ce savoir, le lien entre savoir savant et savoir à enseigner étant pris en charge par la fameuse *noosphère*, ce concept à tout faire et à tout dire. La distinction de Chevallard est reprise par Develay qui distingue *savoir universitaire* et *savoir scolaire* [14], renforçant le caractère purement sociologique de cette distinction, encore qu'ici le terme «sociologique» soit pris dans un sens restrictif ; il désigne essentiellement des lieux, l'université ou le monde des savants, l'école ou le monde des enseignants et des enseignés, et ignore la question des raisons de la construction ou de l'enseignement du savoir. Le savoir, qu'il soit celui du monde savant ou celui du monde de l'école, obéit à des lois et le rôle de la didactique est de mettre en évidence ces lois, autant pour dire ce qu'elles sont que pour amener les intéressés (savants, enseignants, enseignés) à les suivre pour reprendre la problématique de Montesquieu. Une telle conception ignore les enjeux épistémologiques de la construction du savoir mais il est vrai que la prise en charge de ces enjeux demande de considérer savants, enseignants ou élèves comme sujets, c'est-à-dire de prendre en compte la part d'irréductibilité de *l'acte de connaître* à la seule objectivité scientifique. Le refus de prendre en compte cette irréductibilité semble alors être le prix à payer pour construire une didactique scientifique, ce qui pose la question : de quoi fait-on la science ?

Une critique de ce concept-clé de la science didacticienne qu'est la transposition didactique porte alors moins sur la nécessaire réorganisation des savoirs que demande l'acte d'enseignement que sur les constituants de la transposition didactique, le savoir savant d'une part et le savoir enseigné d'autre part. Cette critique, si elle veut dépasser le cadre descriptif

13 Yves Chevallard, *La transposition didactique*, La Pensée sauvage, Grenoble 1985, deuxième édition augmentée 1991, p. ...; les pages de référence sont celles de la deuxième édition.
14 *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, sous la direction de Michel Develay, ESF éditeurs, Paris 1995, p. 17

dans lequel se situe en fin de compte le travail de Chevallard, doit prendre en compte les aspects problématiques autant ceux de la construction du savoir que ceux de l'enseignement de certains de ces savoirs, doit aussi prendre en compte les raisons qui ont conduit les didacticiens à élaborer leur «science». Nous verrons ainsi que le point faible de la théorie de Chevallard est la notion de *savoir savant* dans la mesure où les raisons d'ordre épistémologique sont ignorées (volontairement ou non peu importe).

On peut alors rapprocher les conceptions de Chevallard de cette autre forme de *théorisation forcée* que constitue la sociologie des sciences développée en France par Bruno Latour ([15]), les deux points de vue se rejoignant dans le réductionnisme sociologique qui les conduit à ignorer les aspects épistémologiques de la construction de la connaissance. Une théorie sociologique pertinente impliquerait un travail sur la liaison entre aspects sociologiques et aspects épistémologiques, y compris sur la façon dont chacun de ses aspects rejaillit sur l'autre. Mais cela demanderait de prendre en compte la part de non-rationnel, ou plutôt de a-rationnel, que rencontrent des sciences de l'homme ([16]).

Le point de vue de Verret

La notion de transposition didactique a été introduite par Michel Verret dans son ouvrage *Le temps des études* ([17]). Si Verret pose au début de son exposé la question de la réorganisation du savoir et des contraintes institutionnelles, il semble oublier les contraintes propres à la construction d'un savoir lorsqu'il présente comme participant de la seule *«transmission scolaire bureaucratique»* autant la *«division de la pratique théorique en champs de savoir délimités donnant lieu à des pratiques d'apprentissage spécialisées»*, ce qu'il appelle la *«désyncrétisation du savoir»*, que *«la séparation du savoir et de la personne»* ou *«la dépersonnalisation du savoir»* ([18]). Faut-il voir dans une telle présentation de l'acte d'enseignement la mise en place du sociologisme d'aujourd'hui, l'ignorance, volontaire ou non peu importe, que le développement des savoirs impose la spécialisation et que la division des disciplines relève de l'ordre du savoir ? Il est vrai que quelques pages plus loin Verret rend compte, s'appuyant sur *«l'usage systématique de l'abstraction analytique»*, de l'unité des *«quatre raisons, économique, politique, scientifique et scolaire»*, prouvant *«non seulement que la raison scolaire est dépendante des trois autres et des pratiques qui les supportent, mais aussi que toutes les pratiques sociales ont atteint aujourd'hui un degré de systématicité analytique qui les rend de droit non seulement scolarisables, mais bureaucratiquement scolarisables»* ([19]).

15 Bruno Latour, ..., renvoi an «science studies» qui se développe aux Etats-Unis (je renvoie ici à la polémique autour de ce que l'on appelle «l'affaire Sokal»)
16 Rudolf Bkouche, «Les déraisons de la Raison», o.c.
17 Michel Verret, *Le temps des études* (2 tomes), Librairie Honoré Champion, Paris 1975, tome I, p. 140 & sqq
18 *ibid.* p. 146
19 *ibid.* p. 169-170

Il ne faut pas oublier cependant que Verret s'intéresse essentiellement à l'enseignement de ce que l'on appelle les *«Sciences de l'Homme»* [20] notant d'une part leur proximité avec le politique et l'économique, d'autre part le caractère problématique de leur scientificité.

«On ne s'étonnera guère dans de telles conditions du caractère ***scientifiquement improgrammable*** (souligné par nous) *des apprentissages dans le domaine couvert par la dénomination commune de Sciences Humaines»* [21]

C'est alors ce caractère scientifiquement improgrammable qui impose ce que Verret appelle une bureaucratisation forcée de l'apprentissage des sciences de l'homme, bureaucratisation rendue possible par *«la substitution à l'objet théorique primitivement visé d'un autre objet, plus conforme aux normes bureaucratiques, parce que tout entier défini à partir d'elles, sinon par elles, comme un pur artefact»* [22]. Verret explique alors

«Plus la forme scolaire est distante du contenu dont elle vise l'enseignement, plus cette conversion d'objet est probable. L'histoire en fournit au moins deux exemples : la transformation de la littérature et de la magie divinatoire en leurs figures scolaires dans l'école confucéenne, la transformation de la métaphysique chrétienne en philosophie d'école dans l'Université Scolastique, transpositions dont nous trouvons un équivalent dans l'enseignement secondaire français au XVIIème siècle avec la substitution de l'enseignement du latin scolaire à l'enseignement du latin classique, au XIXème siècle dans la substitution de l'enseignement du spiritualisme universitaire à l'enseignement de la philosophie tout court» [23]

Nous ferons ici deux remarques.

Bien qu'il ait porté la grande partie de sa critique sur la difficulté d'enseigner un savoir qui se veut scientifique mais dont la scientificité pose problème, Verret cherche ses exemples dans des enseignements antérieurs aux sciences humaines, insistant plus sur leur caractère proprement idéologique que sur une prétendue scientificité. C'est que la critique de Verret est essentiellement une critique de l'idéologie portée par des enseignements qui ont pour objectif essentiel de façonner l'esprit de ceux auxquels ils s'adressent conformément aux normes sociales de l'époque, c'est cela qui l'amène à écrire :

«On peut se demander si l'enseignement actuel des Sciences de l'Homme ne se trouve pas, aujourd'hui encore, exposé, à l'image de l'enseignement de la littérature, à ce processus de substitution d'objet» [24]

Mais c'est ici dire que l'enseignement littéraire est purement idéologique [25] et que l'enseignement de la philosophie comme celui des sciences de l'homme participe de cet enseignement littéraire.

---

20 *ibid.* p. 150; Verret précise *«laissons de côté pour le moment la question de savoir si elles sont bien sciences, et si c'est bien de l'homme»*.
21 *ibid.* p. 174
22 *ibid.* p. 177
23 *ibid.* p. 177-178
24 *ibid.* p. 178
25 S'il est vrai que des raisons idéologiques interviennent dans le choix des œuvres étudiées, peut-on restreindre ce choix à ces seules raisons.

Mais la faiblesse de l'argumentation de Verret porte moins sur la signification idéologique de l'enseignement que sur la façon dont il restreint les objets d'enseignement aux seuls artefacts nécessités par la bureaucratie scolaire. C'est l'objet de notre seconde remarque que de montrer à travers l'exemple le plus caricatural de construction d'un artefact à des fins d'enseignement, exemple souvent cité parmi ceux qui s'appuient sur Verret, y compris Chevallard, pour expliquer le «concept» de transposition didactique ; je veux parler de la philosophie scolastique présentée comme une transposition didactique de la métaphysique chrétienne, ce qui marque pour le moins une méconnaissance des débats médiévaux autour des relations entre la théologie et la philosophie, entre la Raison et la Foi pour reprendre les termes des protagonistes de ces débats. S'il est question d'enseignement (mais que signifie ici le terme enseignement ?), le débat porte moins sur la façon dont il faut enseigner que sur les rapports de la pensée religieuse et de la pensée rationnelle ; les formes d'enseignement se situent dans ce débat et non comme une «transposition» de la philosophie chrétienne aux seules fins d'être mieux appréhendée par *ceux qui sont enseignés.*

L'exemple choisi de la philosophie scolastique est remarquable d'incompréhension. Passons sur l'ambiguïté de l'expression *«philosophie d'école»*, si ce n'est pour dire qu'il marque, dans le texte de Verret, une confusion entre la philosophie scolastique telle qu'elle s'est constituée autour de Thomas d'Aquin et l'enseignement de cette même scolastique quelques siècles plus tard. Thomas d'Aquin se propose, parfois à la limite de l'hérésie ([26]), de relier la pensée chrétienne et le rationalisme aristotélicien récemment redécouvert par l'Europe chrétienne ; sa problématique participe de cette recherche d'une synthèse entre raison et foi, recherche qui parcourt l'histoire de la pensée chrétienne ; c'est cette problématique qui, selon Thomas et ses disciples, est à la source de leur enseignement et l'on est loin de cette adaptation de la métaphysique chrétienne à des fins d'enseignement tel que le raconte le texte de Verret. Que cet enseignement, une fois le thomisme devenu doctrine officielle de l'Eglise, soit devenu cet enseignement de répétition que l'on sait, pose un problème qui ne relève pas seulement de considérations didactiques mais qui s'inscrit dans un contexte historique et c'est dans ce contexte qu'il faut essayer de l'analyser. On pourrait de même analyser l'enseignement de la philosophie qui se développe en France au XIXème siècle à travers ses diverses significations, lesquelles ne se réduisent pas aux seuls aspects idéologiques, et non seulement à travers les seules formes du discours enseignant.

Il est vrai que si l'institution enseignante se réduit à sa seule fonction idéologique, l'école comme *appareil idéologique d'Etat* au sens d'Althusser, la transposition didactique

26 Joseph Rassam, *Thomas d'Aquin*, PUF, Paris 1969

apparaît alors comme un instrument d'étude de cette fonction, y compris à travers ses contresens; on peut alors discuter de la pertinence de tel ou tel développement, cela ne remet pas en cause le concept général introduit par Verret.

Mais cela nous renvoie à une double question.

Peut-on réduire la fonction de l'école à sa seule fonction idéologique ?

La question de la fonction idéologique se pose-t-elle de la même façon dans l'enseignement des sciences humaines et dans l'enseignement des sciences de la nature ? Rappelons que Verret distingue dans son exposé sciences de l'homme et sciences de la nature, expliquant que si les secondes participent du *«monument anonyme du savoir»* ([27]), philosophie et sciences de l'homme restent rattachées à des noms d'auteurs.

Mais cela pose une question plus générale que la seule question de l'enseignement, à la fois celle des divers enjeux des sciences de l'homme et des sciences de la nature dans le monde contemporain, autant sur le plan épistémologique que sur le plan idéologique, et celle aussi des raisons qui conduisent à enseigner des parties de ces sciences.

Nous ne pouvons dans le cadre de cet article aborder la question posée ci-dessus; nous nous intéresserons plus particulièrement à la façon dont les idées émises par Verret ont été reprises dans le cadre de la science didacticienne. En ce sens c'est moins les conceptions de Verret qui nous intéressent que la lecture de Verret par les didacticiens.

Un article fondateur

Comme nous l'avons dit, nous ne discutons pas ici les thèses de Verret, même si celles-ci le poussent à des systématisations abusives et à des contresens comme nous l'avons remarqué à propos de la philosophie scolastique; nous nous proposons de regarder comment un travail issu d'une critique de l'enseignement de la philosophie et des sciences de l'homme est repris par la didactique des mathématiques. Mais c'est aussi que la transposition didactique constitue un remarquable exemple de la manière dont les sciences humaines sont passées de la tentation du mimétisme à la tentation anthropologique ([28]).

La transposition didactique peut être considérée comme l'exemple canonique de la construction d'une épistémologie *ad hoc*, moins une épistémologie de la didactique qu'une épistémologie de la discipline dont elle étudie l'enseignement; une telle épistémologie se pro-

27 Michel Verret, *Le temps des études*, p. 1175

28 sur la tentation du mimétisme et la tentation anthropologique, nous renvoyons à notre article cité «Les déraisons de la Raison».

pose essentiellement d'assurer la légitimité scientifique du discours didactique quitte à réinterpréter, en fonction des concepts didactiques, les aspects proprement scientifiques de la discipline en question et par cela même l'histoire de cette discipline dont elle propose une grille de lecture. Nous pourrions citer ici un article de Gilbert Arsac (29) qui, reconstruit l'histoire de la démonstration en fonction de présupposés didactiques allant jusqu'à gommer un point essentiel des mathématiques grecques lorsqu'il écrit :

«Nous négligeons pour le moment le fait que, pour les Grecs, contrairement aux modernes, les objets de la mathématique ainsi définis ont une existence objective». (30)

ce qui lui permet d'une part de confondre axiomatique euclidienne et axiomatique hilbertienne, d'autre part d'ignorer les raisons du changement de point de vue qu'apporte l'axiomatique hilbertienne par rapport à l'euclidienne. Histoire et épistémologie des mathématiques se (re)construisent ainsi en fonction des besoins de la science didacticienne. L e premier exemple de cette reconstitution historique et épistémologique nous est donné par l'article d'Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua sur la transposition didactique de la notion de distance (31), article qui marque, selon ses auteurs, un moment important dans la construction du concept de transposition didactique. Cet article est reproduit dans la seconde édition de l'ouvrage de Chevallard (32).

Si, comme le rappellent avec raison Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua dans l'article cité, l'analyse a joué un rôle dans la genèse de la notion d'espace métrique avec, en particulier, les travaux de Fréchet (33), on ne saurait réduire la notion de distance telle qu'elle se présente dans les mathématiques à cette seule problématique, ou plutôt il faut savoir lire, dans les travaux des mathématiciens, la part de pensée géométrique qui sous-tend la notion d'espace métrique . La notion de distance vient de la géométrie, même si elle n'y apparaît pas sous son énoncé moderne, c'est-à-dire sous la forme de l'application du produit d'un ensemble par lui-même dans l'ensemble des nombres réels, satisfaisant aux propriétés que l'on sait. L'inégalité triangulaire est celle de la proposition 20 du premier livre des *Eléments* d'Euclide qui s'énonce (dans la traduction de Peyrard) :

«Deux côtés d'un triangle quelconque, de quelque manière qu'ils soient pris, sont plus grands que le côté restant.» (34)

proposition qui annonce la proposition plus générale qui dit que la droite est le plus court che-

---

29 Gilbert Arsac, «L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique», *Recherches en didactique des Mathématiques*, Vol. 8, n° 3, 1987. Pour une étude critique de cet article, nous renvoyons à notre fascicule, *La formation des maîtres : professionnalisation ou formation professionnelle*, IREM de Lille, 1993

30 Gilbert Arsac, o.c. p.276

31 Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua, «Un exemple d'analyse de la transposition didactique : la notion de distance», *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 3, n° 2, 1982 ; ce texte est publié dans la seconde édition de *La Transposition didactique* de Chevallard, p 125-198. Il semble que ce texte ait joué un rôle important chez certains spécialistes des sciences de l'éducation qui reprennent le concept de transposition didactique dans leurs analyses du phénomène d'enseignement. Citons l'ouvrage de Philippe Meirieu, *Le Choix d'éduquer*, deuxième édition, ESF éditeur, Paris 1991 (Meirieu y relie la transposition didactique à la nécessité de l'évaluation, cf. p.124); ensuite l'ouvrage de Michel Develay, *De l'apprentissage à l'enseignement*, ESF éditeur, Paris 1992 et surtout l'ouvrage déjà cité, *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui.*

32 Yves Chevallard, o. c. p.125-198

33 Maurice Fréchet, *Les Espaces Abstraits*, Gauthier-Villars, Paris 1928

34 Peyrard, *Les Oeuvres d'Euclide* (1819), réédition Blanchard, Paris 1966, Livre I, proposition XX

min d'un point à un autre, proposition énoncée comme postulat par Archimède ([35]), proposition qui deviendra la définition de la droite chez Legendre ([36]) et dans nombre de traités ultérieurs. C'est cette notion de plus court chemin transportée sur la sphère qui permet à Legendre dans l'ouvrage cité, de comparer la géométrie des triangles sphériques à la géométrie des triangles plans ([37]); c'est encore cette notion qui intervient dans la définition des géodésiques de la géométrie différentielle, géodésiques qui jouent sur une surface, et plus généralement sur une variété, le même rôle que les droites ([38]); on pourrait noter aussi la distance introduite par Cayley pour interpréter ses calculs d'invariants, ce qui permettra à Klein d'y voir un modèle euclidien de géométrie non-euclidienne ([39]).

La notion de distance renvoie donc à la géométrie, et ce sont des considérations géométriques qui ont guidé Fréchet; c'est ainsi que, après avoir expliqué la nécessité d'une *«analyse générale»* en ce sens que l'on raisonne sur *«des éléments de nature non spécifiée»* et que l'on étudie *«des relations entre deux éléments de nature quelconque (dont l'un pourra jouer le rôle de variable et l'autre de fonctionnelle)»*, il recourt au *«langage géométrique»*, l'élément variable pouvant être considéré *«comme un «point» d'un certain espace»* ([40]).

Mais ce langage géométrique est bien plus qu'un langage, c'est un mode de représentation qui permet de mieux appréhender certaines problématiques, ici la problématique de la proximité telle que la définit Fréchet qui précise :

«Appelons classe abstraite un ensemble d'éléments d'une même nature, inconnue ou volontairement ignorée. La question préliminaire que nous avons annoncée peut s'exprimer ainsi : Qu'entend-on dans une classe abstraite de points par l'expression : points près d'un autre point ?» ([41])

Fréchet définit alors la notion de limite dans une telle classe abstraite en s'appuyant sur la notion de limite d'une suite de points dans l'espace usuel : une suite de points A_n tendant vers un point A si la distance A_nA tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini, l'introduction d'une distance permettant de *recopier* la définition géométrique ([42]), en particulier Fréchet explicite le cas de dimension finie, montrant l'équivalence des diverses distances avant d'aborder le cas de dimension infinie ([43]).

Ainsi, lors même qu'il s'en démarque dans la mesure où il lui faut expliquer la différence entre la notion usuelle de distance et la notion qu'il développe dans le cadre de l'analyse

---

35 Archimède, «De la sphère et du cylindre», in *Oeuvres*, tome I, Les Belles Lettres, Paris 1970, p.9

36 Adrien-Marie Legendre, *Eléments de Géométrie*, douzième édition, Firmin Didot, Paris 1823, p.9

37 Adrien-Marie Legendre, o. c. livre VII

38 Carl-Friedrich Gauss, *Recherches sur les surfaces courbes* (1827) (traduction française Roger), Blanchard, Paris 1967; Bernhard Riemann, «Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie» (1854) (traduction Hoüel), in *Oeuvres Mathématiques*, Blanchard, Paris 1968

39 Arthur Cayley, «A sixth memoir upon quantics», *The collected mathematical papers*, University Press, Cambridge 1889, p. 561-592 ; Felix Klein, «Sur la géométrie dite non euclidienne», (traduction Laugel), *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, XI p. G1-G 62

40 Maurice Fréchet, o.c. p. 7-8

41 Maurice Fréchet, o.c. p. 9

42 Maurice Fréchet, o.c. p. 36

43 Maurice Fréchet, o.c. p. 55-56

générale, Fréchet renvoie à la géométrie ou du moins, comme il le dit, au langage géométrique. Ce langage géométrique que l'on retrouve dans les textes fondateurs de cette analyse générale ([44]) est cependant bien plus qu'un langage, c'est un mode de représentation, un usage *métaphorique* si l'on préfère ([45]), usage métaphorique qui a conduit à cette *domination universelle de la géométrie* (pour reprendre l'heureuse expression de Dieudonné ([46])) qui caractérise la pensée mathématique d'aujourd'hui. Cette géométrisation de divers domaine des mathématiques a conduit en retour à renouveler la façon de penser les notions géométriques, y compris celles de la géométrie élémentaire, comme c'est le cas de la notion de distance.

C'est ce rôle de la géométrie et de la géométrisation qu'ignorent (volontairement ou non, peu importe) Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua dans l'article cité ci-dessus, article dont l'un des objectifs était d'expliciter et de critiquer le processus de transposition didactique conduisant d'un savoir savant (la distance de Fréchet) à un savoir à enseigner (la distance sur la droite euclidienne des *mathématiques modernes*).

Si on ne peut nier la cohérence du discours de Chevallard et Johsua, cette cohérence sonne faux dans la mesure où elle s'appuie sur plusieurs contresens comme souvent toute argumentation *ad hoc*. Contresens mathématique, contresens dans l'interprétation de Verret, enfin contresens sur l'interprétation de la réforme des mathématiques modernes. Il s'agit dans ce texte, bien plus que d'appréhender un phénomène sociologique et historique (la réforme des *mathématiques modernes*), de justifier le fonctionnement d'un concept, d'adapter une réalité à un concept (ou à ce qui se prétend tel).

Passons sur le fait que les auteurs considèrent comme une simple transposition didactique, *«non adéquate»* comme ils le précisent ([47]), l'introduction, dans les premières années de l'Université, de la notion de distance dans les espaces de dimension finie. La notion de distance introduite permet de construire le calcul différentiel, d'en donner une formulation géométrique qui permet de transporter pour les fonctions de plusieurs variables les aspects géométriques du calcul différentiel à deux et trois variables, y compris les aspects intuitifs ; cette formulation géométrique participe des mathématiques et c'est parce qu'elle participe des mathématiques qu'elle a sa place dans l'enseignement. Il ne s'agit pas de transposition didactique au sens que disent les auteurs, il s'agit simplement de mathématiques. Il est vrai que les auteurs, sous prétexte de s'attacher au texte, refusent de prendre en compte le contexte (et ici le contexte est le développement des mathématiques au XXème siècle) et, à travers une analyse *ad hoc*, fabriquent une brumeuse distinction entre notions mathématiques et notions *«périmathématiques»*, la distance, notion périmathématique, n'accédant au rang de notion mathématique que

---

44 Jean Dieudonné, *Abrégé d'histoire des mathématiques, 1700-1800*, Hermann, Paris 1978, chapitre VIII

45 Rudolf Bkouche, Bernard Charlot, Nicolas Rouche, o.c. chapitre 9

46 Jean Dieudonné, *The universal domination of the geometry*, International Congress of Mathematical Education, Berkeley 1980

47 Yves Chevallard, o.c. p. 171

lorsqu'elle est définie par les axiomes que l'on sait; c'est confondre les mathématiques, non seulement avec le discours mathématique, mais avec la forme de ce discours, c'est-à-dire oublier que les mathématiques ont un contenu, que le discours se construit sur ce contenu, même si le discours, en se développant, peut transformer le contenu et, d'une certaine manière, le reconstruire. Mais cette reconstruction, qu'elle relève de la recherche mathématique ou de l'enseignement, s'inscrit d'abord dans une problématique mathématique; c'est cela que les didacticiens semblent vouloir ignorer.

La question du savoir savant

La question posée par la transposition didactique n'est donc pas celle du rapport entre un *savoir dit savant* et un *savoir enseigné*, elle est d'abord celle du savoir savant. Dans la vision didacticienne, le savoir savant est défini sociologiquement, c'est le savoir fabriqué par une catégorie sociale aujourd'hui bien définie, la catégorie des chercheurs ou des enseignants-chercheurs (nous avons vu que Develay parle de savoir universitaire ([48])).

Pourquoi et comment s'élabore un savoir ? quelles sont les raisons qui amènent des hommes à s'intéresser à un domaine donné de la connaissance ? quelles sont les raisons qui amènent à enseigner une part de ce savoir ? ces questions non seulement ne sont pas abordées mais le sociologisme didacticien s'interdit de les aborder ([49]). On comprend alors que les sciences de l'éducation, lorsqu'elle reprennent à leur compte la transposition didactique soient amenés à identifier le savoir savant comme le savoir universitaire, celui que construisent les chercheurs dans leurs laboratoires; si le savoir savant n'est plus que la production d'un groupe social déterminé, c'est essentiellement du point de vue sociologique qu'il faut étudier comment un *savoir savant* peut devenir *savoir à enseigner*, et la fameuse *noosphère* permet de faire le lien.

En ce sens les enjeux de connaissance se réduisent aux seuls enjeux sociologiques; ainsi la didactique scientifique réussit une remarquable réduction, la sociologie de l'enseignement n'est plus l'étude d'un phénomène social, c'est le phénomène social qui est sociologiquement reconstruit, réduit aux seuls concepts qui permettent moins de l'étudier que de tenir un discours rationnel sur lui. Le problème est que la didactique, au nom de sa scientificité même, ne peut plus distinguer le phénomène qu'elle étudie du discours qu'elle a fabriqué pour représenter ce phénomène. Le savoir savant n'est plus que l'objet «savoir savant» défini par le didacticien-sociologue.

48 *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, o.c.
49 Il y a, nous l'avons déjà dit (note 6), une façon d'aborder ces questions qui ressortit du même type de considérations, c'est la sociologie des sciences, façon Bruno Latour; le développement scientifique y est réduit à ses seuls enjeux sociologiques.

Pour préciser la signification de ce déplacement opéré par la didactique nous analyserons deux exemples d'usage de la transposition didactique, le premier porte directement sur l'usage de la transformation didactique dans l'étude de l'enseignement d'un chapitre de la géométrie, savoir, l'enseignement de la notion d'aire ([50]), le second plus général porte sur l'usage de la transposition didactique tel que le propose l'ouvrage déjà cité *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui.*

L'enseignement de la notion d'aire vu à travers le prisme de la transposition didactique

Dans un article qui ne manque pas d'intérêt, Marie-Jeanne Perrin se propose d'étudier l'histoire de l'enseignement de la notion d'aire à l'école élémentaire et au collège. Cependant le recours à la transposition didactique a conduit l'auteur à passer à côté de son objectif, comme si tout travail de didactique devait d'abord se soumettre au dogme, ce qui conduit ici, comme dans le travail cité de Gilbert Arsac, à remodeler l'histoire pour la rendre compatible à l'exigence didacticienne.

C'est qu'il est nécessaire, pour garantir la «scientificité» de l'article, que soit respectées les normes didacticiennes, en particulier la distinction savoir savant/savoir enseigné. Le savoir savant n'est autre que l'état actuel du savoir, lui-même réduit au dernier discours que l'on rencontre dans le monde savant. Les raisons de ce discours sont ainsi ignorées ce qui conduit, sinon à des contresens façon Arsac parlant des conceptions des géomètres grecs, du moins à la déproblématisation du savoir.

Ainsi, en ce qui concerne la notion d'aire, le savoir savant se définit à travers la théorie de la mesure telle que Lebesgue l'a développée au début de ce siècle et le savoir enseigné au collège doit être nécessairement comparé à ce savoir savant pour comprendre comment fonctionne la transposition didactique. La notion d'aire est ainsi déproblématisée et réduite à son seul aspect discursif, sans que soit prises en considération les raisons qui ont conduit à construire les discours en jeu, autant celui de Lebesgue que celui des ouvrages d'enseignement. Il devient alors nécessaire d'expliquer comment cette notion d'aire intervient dans les programmes d'enseignement avant que la notion «savante» se soit constituée, ce qui conduit l'auteur à écrire cette phrase pour le moins sybilline :

«Avec la notion d'aire, nous sommes dans le cas assez rare où l'objet à enseigner a

50 Marie-Jeanne Perrin-Glorian, «L'aire et la mesure» *Petit x* n°24, 1989-1990, p. 5-36

existé avant que l'objet de savoir soit bien reconnu et identifié.» ([51])

Devant une telle assertion, nous développerons une double critique. D'une part l'assertion laisse entendre que l'objet *«aire»*, en tant qu'objet de savoir mathématique n'a été défini que récemment ce qui ne prend pas en compte le rôle de la notion d'aire dans le développement de la géométrie et en particulier dans la constitution de la géométrie grecque. Il est vrai que l'auteur rappelle que les études théoriques sur la notion d'aire sont anciennes (travaux d'Archimède) et que *«les objets de savoir à ce propos ont évolué au cours du temps»* ([52]). C'est donc que l'objet de savoir «aire» est ancien, même s'il se heurte à des difficultés dont certaines ne seront résolues qu'au cours de ce siècle ; il est alors difficile de comprendre en quoi l'objet d'enseignement *«aire»* précède l'objet de savoir, à moins de considérer que le *vrai* objet de savoir est le dernier, autrement dit celui de la théorie moderne de la mesure ; mais c'est là oublier les raisons qui ont conduit à construire cette théorie moderne. D'autre part l'assertion pose la question d'un *«objet d'enseignement»* qui serait défini indépendamment de tout objet de savoir et qui ne semble avoir comme raison d'être que celle d'être enseigné ; mais alors qu'est-ce que l'enseignement ? Il est vrai que l'auteur précise : *«on admettait implicitement l'existence d'une mesure et le problème était de calculer les mesures de surfaces données»* ([53]) ; ce qui renvoie encore à une double question : d'une part celle des raisons qui ont conduit à admettre *«implicitement»* l'existence de la mesure, d'autre part celle de l'introduction d'un objet d'enseignement appelé *«aire»* et des méthodes de calcul de cette aire ; comme si les diverses méthodes inventées pour comparer ou calculer des aires, depuis la méthode des aires des géomètres grecs jusqu'à l'invention du calcul intégral en passant par la méthode des indivisibles, avaient eu pour seul objectif de remplir des programmes d'enseignement ?

En fait, ce qui manque dans l'article, ce sont les problématiques qui ont conduit, non seulement à *la* notion d'aire, mais aux différentes formes de cette notion au cours de l'histoire. On peut ainsi voir comment la distinction savoir savant/savoir enseigné imposée par la norme didacticienne occulte les enjeux épistémologiques (les enjeux de connaissance) de la notion d'aire ; comment peut-on alors dégager des enjeux didactiques (les enjeux d'enseignement), à moins de considérer que ces derniers ont peu à voir avec la connaissance ([54]) ?

Cette occultation des enjeux de connaissances conduit encore à des contresens historiques, eux-mêmes porteurs de contresens mathématiques. Ainsi la disparition de la notion de grandeur lorsque l'auteur précise, à propos des comparaisons d'aires, que celles-ci *«se ramènent à des comparaisons de nombres»* ; elle oublie que la notion de grandeur ne peut être réduite à sa mesure et que c'est justement la recherche d'une construction indépendante de tout

51 *ibid.* p. 7
52 *ibid.* p. 7
53 *ibid.* p. 7
54 Il est vrai que certaines théories de l'apprentissage sont là pour répondre à cette ignorance des enjeux de connaissance, mais nous n'aborderons pas ce point ici.

recours au numérique qui a conduit au développement de la théorie des grandeurs telle que l'expose le livre V des *Eléments* d'Euclide. En ce qui concerne les aires, la question posée par les géomètres grecs est moins celle d'une mesure (d'un nombre qui mesure une surface) que celle de la recherche d'un carré ayant même aire qu'une surface donnée (d'un carré égal à une surface donnée, pour reprendre le langage des géomètres grecs) comme le rappelle l'usage du terme *quadrature*, ce qui suppose que la relation «avoir même aire» ne se réduit pas à «avoir même mesure», bien au contraire comme nous l'apprend Euclide développant la méthode des aires dans les deux premiers livres de ses *Eléments*; autant dire que la notion d'aire en tant que grandeur est présente dès le début de la géométrie rationnelle. Que l'on ne sache pas quarrer un cercle n'implique pas que la notion d'aire soit absente; le fait même d'avoir posé le problème de la quadrature du cercle montre la présence effective, dans les mathématiques grecques, de la relation «avoir même aire». En ce sens la réduction, pour une approche didactique, d'un savoir savant réduit au seul discours de la modernité occulte toute approche signifiante de la notion d'aire et réduit son enseignement au seul bon usage d'un bréviaire bien appris, la transposition didactique n'étant plus que l'instrument «théorique» permettant la construction de ce bréviaire.

La distinction savoir savant/savoir enseigné telle que la construit la science didacticienne a ainsi pour conséquence de couper l'enseignement du savoir. Mais c'est peut-être que didacticiens, par souci d'efficacité ([55]), préfèrent mettre de côté les objets de savoir au profit de prétendus objets d'enseignement qui auraient l'avantage d'être compris par les élèves; auquel cas les objets d'enseignement n'ont d'autre objectif que celui d'être enseignés, autant dire que leur objectif est vide ([56]). Pour rester dans une problématique proche de la mesure des aires nous nous contenterons de citer la notion de proportionnalité, laquelle semble avoir disparu de l'enseignement, réduite à la construction de quelques tableaux de nombres et à l'usage de produits en croix coupé de toute signification. Je me contenterai de citer ici ce mauvais livre qui s'appelle *La Proportionnalité et ses Problèmes* ([57]), lequel nous semble résumer à lui seul les nuisances d'une didactique qui a oublié de quelle science elle parle. Ici encore c'est l'ignorance (la volonté d'ignorance!) de la notion de grandeur qui conduit à refuser de savoir de quoi l'on parle, comme le montre le galimatias suivant :

«L'idée de grandeur est une idée simple. C'est le fait d'associer, d'une manière ou d'une autre, des nombres réels à une variable, apparaissant dans un phénomène, dont on sait

55 Ce qui pose la question de la notion d'efficacité; une forme pervertie de la notion d'efficacité revient à inverser le rapport efficacité/objectifs lorsqu'il n'est plus question de mesurer l'efficacité par rapport aux objectifs mais au contraire de définir les objectifs en fonction de ce que l'on pense être l'efficacité. C'est ici toute la problématique de l'enseignement de la réussite et l'on peut craindre que les théories didacticiennes ne se situent dans cette problématique. Faut-il voir ici l'un des points de rencontre de Chevallard et de Meirieu ?

56 On comprend alors que certains ne voient dans l'enseignement des sciences que l'apprentissage d'une rhétorique sans autre signification que celle d'avoir été inventée par un groupe social, celui des chercheurs scientifiques. Nous renvoyons ici à l'ouvrage de Patrick Trabal, *La Violence de l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences*, L'Harmatttan, Paris 1997. L'auteur pousse à l'extrême les conséquences d'un enseignement scientifique qui ne se réduit plus qu'à un simple rite d'initiation, celui de l'apprentissage d'un discours écrit par un groupe social; on retrouve ici, pour les mathématiques et les sciences de la nature une analyse proche de celle de Verret, mais peut-être plus encore un aboutissement de la tentation anthropologique façon Chevallard ou Latour.

57 Danièle Boisnard, Jean Houdebine, Jean Julo, Maire-Paule Kerbœuf, Maryvonne Merri, *La proportionnalité et ses problèmes*, Hachette/Education 1994.

comparer, ajouter ou subdiviser les valeurs, et ceci en liaison avec la relation d'ordre, l'addition et la division sur les réels.» ([58])

Du savoir universitaire au savoir scolaire

L'ouvrage déjà cité publié sous la direction de Michel Develay sous le titre *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, a le mérite de vouloir prendre en compte les contenus de savoir dans l'enseignement ; mais ici encore des considérations didacticiennes vont conduire à brouiller le discours en s'appuyant sur une distinction entre savoir universitaire et savoir scolaire qui reprend la division de la transposition didactique en insistant sur l'aspect sociologique comme nous l'avons déjà dit.

La distinction savoir universitaire/savoir scolaire n'explique en rien la signification et les enjeux de ces savoirs; qu'est-ce que ce savoir universitaire que fabriquent, on ne sait trop pour quelles raisons, universitaires et chercheurs à l'ombre de leurs laboratoires ? que sont ces savoirs scolaires qu'il faut enseigner aux élèves ? et comment se situent-t-ils par rapport au savoir universitaire ? La transposition didactique apparaît alors moins comme une explication que comme une référence à l'autorité, renvoyant aux bons auteurs, la *«belle thèse»* de Verret d'abord, puis l'incontournable article d'Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua sur la transposition didactique de la notion de distance, article dont nous avons dit ci-dessus combien il est inconsistant ([59]); Develay peut alors compléter la notion de transposition didactique en y ajoutant en amont les pratiques sociales de référence proposées par Martinand et en aval *«les transformations qui affectent savoir savant et pratiques sociales de référence pour qu'elles deviennent non seulement savoir à enseigner, mais savoir enseigné, et pour finir, savoir assimilé par l'élève»* ([60]), la distinction savoir universitaire/savoir scolaire ne gagne pas en épaisseur épistémologique; c'était déjà le point faible d'un ouvrage antérieur de Develay, *De l'apprentissage à l'enseignement* ([61]).

Ainsi se propage un «concept», pourvu que l'on ne se donne pas les moyens de l'analyser. On peut répéter à l'infini la distinction savoir universitaire/savoir scolaire (ou pour reprendre le langage de Chevallard, savoir savant/savoir enseigné) dire que le savoir universitaire est le savoir enseigné dans les universités, savoir proche de celui de la recherche selon Develay, tandis que le savoir scolaire est celui qui est enseigné dans le cursus scolaire (école élémentaire, collèges, lycées), on ne fait que décrire des lieux institutionnels sans jamais

58 *ibid*, p. 75

59 Si l'on ne peut reprocher à Develay de n'avoir pas vu l'inconsistance mathématique et épistémologique du discours de Chevallard et Johsua, on ne peut accepter sa légèreté intellectuelle lorsque, citant leur article, il affirme combien la notion de distance enseignée au collège *«n'a que de lointains rapports»* avec le concept de distance du savoir universitaire; il est vrai, à la décharge de Develay, que le faux brillant du discours de Chevallard et Johsua peut faire illusion. La force de la didactique ne relèverait-elle que de l'illusionnisme ?

60 *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, o.c. p. 26

61 Michel Develay, *De l'apprentissage à l'enseignement*, ESF éditeur, Paris 1992.

essayer de rendre compte de la signification d'un savoir, des raisons pour lesquelles on tente de l'appréhender ou de l'enseigner. Tout au plus *un behaviorisme sociologique* qui marque les limites du travail de Develay.

L'étude de la relation savoir universitaire/savoir scolaire à travers les diverses disciplines montre la diversité de cette relation d'autant que cette étude pose la définition d'un savoir savant à transformer, question qui apparaît comme artificielle, soit qu'il n'y ait pas de savoir savant discernable à transformer comme le montre, à propos de l'enseignement du français, l'article de Danièle Manesse et Isabelle de Peretti, l'un des articles les plus intéressants de l'ouvrage ([62]), soit que l'on soit dans une problématique plus proche de celle de Verret sur les implications idéologiques d'un enseignement.

Nous ne pouvons ici faire une étude systématique des diverses contributions, nous restreignant essentiellement à l'article sur l'enseignement des mathématiques qui apparaît comme un résumé des poncifs actuels de la didactique française ([63]). Ici encore les références épistémologiques semblent avoir pour but de conforter l'idéologie didacticienne bien plus que d'amener une réflexion sur le rapport entre les mathématiques telles qu'elles se sont constituées dans l'histoire et l'enseignement des mathématiques ([64]). Si l'article nous rappelle le rôle joué par la critique de la réforme des *mathématiques modernes* dans la constitution de la didactique, son analyse, qui reprend celle de Chevallard et Johsua ([65]), cherche plus à montrer la transposition didactique en œuvre, ce qui l'amène à quelques simplifications abusives : ainsi les diagrammes de Venn ne sont plus que des objets didactiques *«nés du passage de la théorie des ensembles des mathématiciens à la théorie des ensembles scolaires»* ([66]). Il aurait fallu une analyse plus fine du lien entre le développement des mathématiques et leur enseignement que la seule transposition didactique «à la Chevallard». Il est vrai que l'on peut considérer la réforme des mathématiques modernes comme un exemple type de transposition didactique au sens de Chevallard, mais c'est là ignorer tout le travail préparatoire dont nous ne pouvons parler ici, nous contentant de citer parmi les textes fondateurs de la réforme d'une part l'ouvrage collectif *L'Enseignement des mathématiques* ([67]) et d'autre part le *Guide Blanc* de Gilbert Walusinski ([68]), ce dernier ouvrage nous renvoyant aux aspects idéologiques d'une réforme fondée sur le double thème des mathématiques partout et des mathématiques pour tous. La transposition

62 Danièle Manesse, Isabelle de Peretti, «Le français eu collège et au lycée», *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, o.c. p. 79-93

63 Roland Charnay, «Mathématiques et mathématiques scolaires», *Savoirs scolaires et didactiques des disciplines, une encyclopédie pour aujourd'hui*, o.c. p. 179-202

64 On pourrait citer par exemple la description «hilbertienne» de l'axiomatique euclidienne (p. 181, note 1).

65 Yves Chevallard et Marie-Alberte Johsua, o.c.

66 *ibid.* p. 191. Sur les diagrammes de Venn et leur place dans le développement de la logique, nous renvoyons à l'ouvrage de Robert Blanché, *La Logique et son Histoire, d'Aristote à Russell* (Collection «U», Armand Colin, Paris 1970); on y lira le rôle joué par les représentations géométriques dans l'étude du raisonnement. Le lien de ces représentations avec ce que l'on appelle la théorie naïve des ensembles ne relève pas de la seule didactique, la question est alors moins l'usage des diagrammes de Venn dans l'enseignement, que celle de la place de la théorie des ensembles (y compris sous sa forme dite naïve) dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée.

67 *L'Enseignement des mathématiques*, publié par la CIEAEM (Commission Inter-national pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques), Delachaux & Niestlé, Neuchâtel Paris 1955

68 Gilbert Walusinski, *Guide Blanc : pourquoi une mathématique moderne ?* Armand Colin, Paris 1970

didactique laisse de côté les aspects essentiels d'une réforme qui représente l'une des dernières manifestations de l'humanisme scientiste dans l'enseignement, même si l'on peut considérer aujourd'hui que cette réforme fut à la fois une erreur épistémologique et une catastrophe pédagogique, catastrophe pédagogique parce qu'erreur épistémologique, cela d'autant plus qu'elle se mettait en place quelques années après la réforme Fouchet, réforme que l'on peut considérer comme marquant la fin de l'idéal de démocratisation de l'enseignement ([69]).

L'analyse de Brousseau

C'est à partir de la réforme des *mathématiques modernes* que Brousseau aborde la question de la transposition didactique dans son article déjà cité.

Avec la réforme des *mathématiques modernes*, les mathématiques apparaissent essentiellement comme un discours et ce discours repose sur la présentation axiomatique dont Brousseau commence par expliquer combien elle est adaptée à l'enseignement :

«En plus des vertus scientifiques qu'on lui connaît, elle paraît merveilleusement adaptée à l'enseignement» ([70])

Après avoir rappelé les vertus scientifiques de l'axiomatique, Brousseau précise, à propos de l'enseignement, que la méthode axiomatique promet *«à l'étudiant et à son professeur un moyen d'ordonner leur activité et d'accumuler dans un minimum de temps un maximum de « savoirs » assez proches du « savoir savant »»*, précisant toutefois qu'elle *«doit être complétée par des exemples et des problèmes dont la solution exige la mise en œuvre de ces savoirs»*.

La méthode axiomatique, pourvu qu'elle soit accompagnée des exemples et des problèmes qui lui donne sens, apparaît ainsi comme une méthode d'enseignement dans la mesure où elle rapproche le savoir enseigné du savoir savant. Mais cette méthode a un prix que Brousseau définit ainsi :

«Mais cette présentation efface complètement l'histoire de ces savoirs, c'est-à-dire la succession des difficultés et des questions qui ont provoqué l'apparition des concepts fondamentaux, leur usage pour poser de nouveaux problèmes , l'intrusion de techniques et de questions nées des progrès des autres secteurs, le rejet de certains points de vue trouvés faux et maladroits, et les innombrables querelles à leur sujet. Elle masque le « vrai » fonctionnement de la science, impossible à communiquer et à décrire facilement de l'extérieur, pour mettre en place une genèse fictive. Pour en rendre plus facile l'enseignement, elle isole certaines notions

69 Rudolf Bkouche,»L'enseignement des mathématiques en France» in *La Science au présent*, Encyclopædia Universalis, Paris 1993

70 Guy Brousseau, o.c. p. 46

et propriétés du tissu d'activités, où elles ont pris leur origine, leur sens, leur motivation et leur emploi. Elle les transpose dans le contexte scolaire. Les épistémologues (sic) *appellent transposition didactique cette opération. Elle a son utilité, ses inconvénients et son rôle, même pour la construction de la science. Elle est à la fois inévitable, nécessaire et en un sens, regrettable. Elle doit être mise sous surveillance.»* ([71])

En ce sens la transposition didactique, en ce qui concerne les mathématiques, apparaît comme une ré-écriture de la méthode axiomatique à l'usage des élèves.

On voit ici poindre une conception de l'activité scientifique qui sera précisée quelques lignes plus loin : la science construit, pour des raisons qui ne sont pas explicitées, un discours spécifique qui, dans le cas des mathématiques, prend la forme de l'axiomatique. Les raisons qui conduisent à la méthode axiomatique restent mystérieuses, sans parler du fait que la méthode axiomatique prend des formes multiples (Brousseau semble ignorer ce fait ([72])). Reste alors, un discours-type étant constitué, à définir comment le raconter dans l'enseignement; ici encore les raisons de raconter ce discours ne sont pas prises en compte, c'est la fonction de la *noosphère* de décider, parmi les savoirs dit savants, lesquels deviendront objets d'enseignement.

Dans ce cadre, la transposition didactique a pour but de construire un discours à l'usage de l'enseignement ; mais quelles sont les problématiques de l'enseignement des mathématiques ? se réduisent-elles, comme le dit Brousseau, aux exemples et aux problèmes destinées à compléter l'exposé axiomatique, à lui *donner un sens* comme on dirait aujourd'hui ? Tout cela reste bien brumeux mais cette brume n'est que la marque de cette brume générale qui marque notre époque et que certains appellent, non sans justesse, la perte de sens ([73]). La transposition didactique serait alors le moyen de *donner du sens* à ce qui est enseigné.

Cela renvoie à la question du sens du savoir savant; s'il ressortit seulement de l'ordre sociologique et si, comme le dit Trabal ([74]) il se réduit à une pure rhétorique, la question se pose en effet des raisons de son enseignement, raisons qui ne peuvent alors relever que de l'ordre sociologique.

La définition de Brousseau s'éclaire dans les pages qui suivent lorsque l'auteur parle successivement du travail du mathématicien, du travail de l'élève et du travail du professeur.

Le travail du mathématicien est ici présenté sous le seul aspect de la communication, aussi bien pour celui qui écrit que pour celui qui lit ([75]). C'est une telle conception, qui renvoie au seul ordre sociologique, qui amène à confondre *la généralisation* qui est une part impor-

71 *ibid.* p. 46-47. On peut voir dans ce texte une critique de la réforme des mathématiques modernes, amis cette critique reste superficielle dans la mesure où la méthode axiomatique, loin d'apparaître comme un moment de l'activité du mathématicien ne devient qu'une part d'un mythique savoir savant à transformer.

72 Il faudrait ici distinguer les diverses formes de la méthode axiomatique au cours de l'histoire, en particulier distinguer entre une axiomatique des objets (l'axiomatique euclidienne) et une axiomatique des relations (l'axiomatique hilbertienne).

73 Zaki Laïdi, *Un Monde Privé de Sens*, Fayard, Paris 1994

74 Patrick Trabal, o.c.

75 Le contexte laisse entendre qu'il s'agit de la communication au sens sociologique. S'il est vrai que le style de publication est déterminé par des codes, variables selon les époques, il reste qu'il y a dans la production scientifique des enjeux de connaissance que l'on ne peut réduire aux seules relations entre specialistes. Brousseau semble ignorer que la publication, c'est-à-dire le travail de mise en forme des résultats, ne se pose pas uniquement en termes de communication, la mise en forme participe du travail mathématique en tant que tel ; en particulier la mise en forme axiomatique à laquelle se réfère Brousseau au début de son article participe pleinement de l'activité mathématique.

tante de l'activité mathématique avec ce que les didacticiens appellent *la décontextualisation*, laquelle consisterai à cacher les raisons profondes d'un travail mathématique ([76]). On ne comprend pas quelle est la place ce travail de décontextualisation dans la mise en forme d'un travail mathématique.

Quant aux transformations auxquelles se prêtent les lecteurs d'un article, loin d'être un simple effet de communication comme le présente Brousseau, elles participent du travail mathématique et d'une certaine façon en marquent la spécificité, lorsque l'on sait qu'il suffit de connaître les principes d'une démonstration ou d'un calcul pour refaire la démonstration ou le calcul d'une façon plus ou moins proche de celui du texte original ; en ce sens l'originalité du travail mathématique se situe autant dans la reformulation que dans l'invention sans oublier que la reformulation est souvent une condition de l'invention ([77]). On est donc bien loin de cette réduction de l'écriture et de la lecture à la communication que présente Brousseau lorsqu'il écrit :

«Ainsi l'organisation des connaissances dépend, dès leur origine, des exigences imposées à leur auteur par la communication» ([78])

Mais ici le renvoi à la communication semble avoir pour objectif de justifier une transposition didactique omniprésente, laquelle commencerait avec les reformulations dont nous avons parlé ci-dessus. Une telle omniprésence fait de la transposition didactique un «concept» à tout faire et à tout dire, autant dire un concept inconsistant.

Une fois défini le travail du mathématicien, la question se pose alors, et Brousseau la pose, de savoir en quoi l'activité de l'élève ressemble et ne ressemble pas à l'activité du mathématicien. Si, comme le dit Brousseau, faire des mathématiques consiste non seulement à résoudre des problèmes mais aussi à *«trouver les bonnes questions»* ([79]), la question se pose de ce qu'est l'activité scientifique d'un élève. Il faudrait alors distinguer entre la résolution des problèmes que l'on *se* pose (et qui serait le travail du mathématicien) et la résolution des problèmes que l'on *nous* pose (ce serait alors le travail de l'élève). La question ne peut se poser en terme de «reproduction par l'élève de l'activité scientifique»; l'enseignement est ici apprentissage de cette activité et l'on ne voit pas comment l'élève pourrait reproduire avant de connaître. En ce sens lorsque Brousseau écrit :

«Pour rendre possible une telle activité, le professeur doit donc imaginer et proposer aux élèves des situations qu'ils puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés.» ([80])

76 Ici encore, il faut aller chercher les raisons de la décontextualisation dans les rapports sociaux à l'intérieur de la communauté mathématique ce qui nous renvoie à une conception proche de celle de la sociologie des sciences façon Bruno Latour; mais peut-on se limiter à cet aspect ?
77 Exemple de cette reformulation-invention : la théorie des structures infinitésimales élaborée dans la première partie ce siècle par Elie Cartan et qui s'est développée dans les années soixante de notre siècle avec les travaux d'Ehresmann et de Spencer.
78 Guy Brousseau, o.c. p. 48
79 *ibid*, o.c. p. 49
80 *ibid*, o.c. p. 49

on ne peut que répondre par ces deux questions : qui pose les problèmes ? comment les connaissances apparaissent ?

En effet c'est le rôle du professeur de poser les problèmes et d'amener les élèves à se poser des questions d'ordre mathématique à propos de ces problèmes, mais on ne voit pas pourquoi et comment un élève se poserait spontanément ces questions. On peut aussi considérer que le professeur puisse mettre en avant les aspects mathématiques de certaines questions que les élèves peuvent poser ou se poser, encore faut-il que cet aspect mathématique apporte un éclairage à la question, et ici encore il faut préciser que les élèves n'ont aucune raison de découvrir les aspects mathématiques de certaines questions si personne ne leur a ouvert la voie.

On voit ici apparaître un grand jeu d'imitation, le jeu de la science, que le maître va proposer aux élèves en espérant que de ce grand jeu sortira non seulement de la connaissance, mais la connaissance attendue; c'est ce grand jeu que Brousseau développe avec la *dévolution du problème* aux élèves, point sur lequel nous reviendrons ci-dessous.

Dans ce contexte, le professeur devient l'initiateur de ce grand jeu, celui qui *«doit simuler dans sa classe une micro-société scientifique»* ([81]), mais comme le reconnaît l'auteur, tout cela n'est que simulation, et il précise que celle-ci *«n'est pas la « vraie » activité scientifique, de même que le savoir présenté de façon axiomatique n'est pas le « vrai » savoir.»* ([82])

La transposition didactique n'est plus que la façon d'organiser le grand-jeu, on joue alors à la science comme on joue «au papa et à la maman» ou «à la marchande», mais alors que dans leurs jeux les enfants *imitent* ce qu'ils connaissent tout en sachant qu'il s'agit d'une *imitation*, on leur propose ici de *simuler* une activité qu'ils ne connaissent pas avec le vague espoir que de cette *simulation* naîtra de la connaissance dont on sait d'avance que ce n'est pas de la «vraie» connaissance. Mais l'exemple d'une telle simulation n'est-il pas donné par le mathématicien lui-même qui masque le «vrai» savoir à travers la présentation axiomatique ? Il fallait bien ces contorsions pour présenter la transposition didactique comme l'incontournable de l'enseignement, pour faire accepter l'idée que c'est en enseignant un *ersatz* de savoir que l'on peut espérer que les élèves atteindront le «vrai» savoir.

Brousseau reste cependant critique envers ses propres analyses dont il sent les limites comme le montrent les pages suivantes de l'article, consacrées au contrat didactique et à la dévolution, pages éclairantes dans lesquelles l'auteur met l'accent autant sur les difficultés propres à l'enseignement que sur les difficultés que rencontre toute volonté d'objectivation de l'acte d'enseignement.

81 *ibid*, o.c. p. 49
82 *ibid*, o.c. p. 50

Ainsi l'intérêt de la notion de contrat didactique est de pointer une contradiction dans l'acte d'enseignement. Le contrat didactique se définit ici d'un point de vue interne à la classe, contrat entre le maître et les élèves, contrat implicite (ce qui pose la pertinence de l'usage même du terme *contrat*) qui ne signifie rien d'autre que les attentes du professeur d'un côté et de l'élève de l'autre. Brousseau met en avant son aspect contradictoire dans la mesure où, si l'enseignement est transmission d'un savoir de plus en plus élaboré, il implique une rupture permanente de ce contrat. Brousseau oublie cependant, bien que cela soit implicite dans son discours, que la question classique de l'élève parlant du professeur «mais qu'est-ce qu'*il* veut ?» marque l'un des principaux obstacles à l'acquisition des connaissances ([83]).

Pour répondre à ces difficultés Brousseau distingue alors entre la situation a-didactique, laquelle relève de la connaissance, et la situation didactique qui apparaît comme l'*artefact* utilisé par le maître pour son enseignement. Mais la distinction est-elle aussi claire que le dit Brousseau ? peut-on distinguer dans l'acte d'enseignement le moment a-didactique et le moment didactique, le moment du savoir et le moment de l'apprentissage du savoir. Ce serait alors le rôle de la transposition didactique que de faire le départ entre ces deux moments.

Renvoyant à ce qu'il appelle l'épistémologie des professeurs ([84]), Brousseau pointe la contradiction que rencontre le professeur lorsqu'il est *«conduit à expliciter auprès de l'élève une méthode de production de la réponse»* ([85]); pour ce faire, le professeur se réfère, selon Brousseau, *«à un fonctionnement implicite des mathématiques ou à un modèle (comme la géométrie élémentaire) construit pour l'usage qui en est fait : **résoudre les conflits du contrat didactique*** (souligné par nous)*»* ([86]).

La transposition didactique permet alors de résoudre la contradiction en mettant l'accent sur la nécessaire transformation que le savoir doit subir avant que d'être enseigné :

«Pour les enseigner, un professeur doit donc réorganiser les connaissances afin qu'elles se prêtent à cette description, à cette « épistémologie ». C'est le début du processus de modification des connaissances qui en change l'organisation, l'importance relative, la présentation, la genèse, en fonction des nécessités du contrat didactique.» ([87])

Si la transposition didactique apparaît ici sous une forme plus proche de l'acte d'enseignement que chez Chevallard, encore que la distinction relève d'abord du style propre à chacun des auteurs, le dogmatisme de Chevallard et la finesse d'analyse de Brousseau, elle reste une coupure entre deux types supposés de savoirs, celui des savants et celui de l'école ; la question de la signification de ces savoirs n'est pas prise en compte.

83 On pourrait considérer la notion de contrat didactique comme essentiellement métaphorique, elle joue alors le rôle d'un idéal-type, au sens weberien du terme, permettant d'analyser l'influence de la relation maître-élève dans l'acte d'enseignement, en particulier les attentes respectives de chacun des protagonistes.

84 Nous ne discuterons pas ici de la pertinence de l'expression «épistémologie des professeurs» qui renvoie à une notion instrumentale de l'épistémologie, celle dont ont besoin les didacticiens pour assurer la cohérence de leur discours.

85 G uy Brousseau, o.c., p. 73

86 *ibid.*

87 *ibid.* p. 73-74

Cette non-prise en compte apparaît avec la dévolution des problèmes aux élèves, laquelle semble relever bien plus du jeu de rôle que de l'appréhension de la connaissance; le professeur propose aux élèves de jouer à la science alors qu'il n'en connaissent pas les règles du jeu (mais s'agit-il de règles du jeu ?) et pour cela les conduit, à travers des *artefacts* dont il est le seul à connaître la clé, à construire de la connaissance, mais quelle connaissance ? Il est vrai que de ces connaissances transposées doit venir plus tard, on ne sait trop comment, la vraie connaissance, celle constituée par le savoir savant.

Ainsi dans l'exemple du jeu des canards et des lapins proposés à des enfants de cinq ans ([88]), la question de l'énumération est occultée sous un dispositif dont on espère qu'il permettra aux enfants d'apprendre à énumérer *«mentalement»*. Il faut reconnaître que Brousseau est conscient que *«la dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement mais sur les situations qui le caractérisent»* ([89]). A côté de l'énumération d'objets tels les canards et les lapins du jeu, il y aurait *«des problèmes d'énumération et de combinatoire plus proche des problèmes scientifiques»* renvoyés à une étude ultérieure.

Mais ce qui est occulté par le discours de Brousseau, c'est la problématique de comptage, ici cachée sous un jeu dont l'enfant ne voit ni les raisons ni la signification; c'est aussi le fait que, si les méthodes d'énumération se transforment, c'est moins parce que l'on passe d'un premier savoir enseigné au savoir dit savant que parce que, confronté aux difficultés de comptage, *on* ([90]) est amené à inventer de nouvelles techniques de comptage; c'est ainsi qu'il faut comprendre la combinatoire si l'on ne veut pas réduire celle-ci à la seule accumulation de formules. Mais l'enseignement proposé ici peut-il dépasser le stade des formules à retenir ?

La bonne volonté de Brousseau n'est pas en cause, mais à déproblématiser l'enseignement et occulter ce qui lui donne sens, non pas l'*artefact*, aujourd'hui à la mode, de *la donation de sens*, mais les enjeux des problèmes et des savoirs proposés à l'étude, on finit par mettre en avant les aspects purement formels; que ce soit le formalisme d'une construction axiomatique étrangère aux élèves ou le formalisme d'une construction didactique donnant aux élèves l'illusion de la réussite ne change rien à l'affaire. C'est cette conception formelle de l'acte d'enseignement qui conduit Brousseau à se tromper de critique quant aux conceptions de Dienes ([91]); celui-ci confondait, conformément à l'idéologie des *mathématiques modernes*, les structures que l'on peut dégager à partir de l'étude de l'acquisition de certaines notions premières et la conscience de telles structures par ceux qui sont confrontés à ces notions premières ([92]). Autant dire que certains des «concepts» didacticiens proviennent d'une mauvaise

88 *ibid.* p. 69-73

89 *ibid.* p. 71

90 C'est volontairement que je ne précise pas ce *«on»*. En effet la question est moins celle d'un savoir savant en tant qu'il est le savoir d'une communauté (ce qui nous renvoie à la conception sociologique du savoir), que d'un savoir qui s'est construit autour de problématiques réellement rencontrées. On peut appeler savoir savant le savoir ainsi construit, le rôle de l'enseignement est alors d'enseigner ce savoir savant et les moyens pédagogiques mis en œuvre pour cet enseignement relèvent essentiellement de ce savoir. Mais une telle position demande une étude des difficultés rencontrées par les élèves, étude qui relève d'abord de l'ordre épistémologique dans la mesure où ces difficultés sont liés aux contenus scientifiques en tant que tels, ce qui implique la mise en place d'une didactique mettant l'accent sur les savoirs.

91 Guy Brousseau, o.c. p. 74-78

92 Ainsi point n'est besoin de penser «relation d'équivalence» pour ranger ou classer des objets, même si l'on sait que les actions

critique de la réforme des *mathématiques modernes* ; c'est cette mauvaise critique qui conduit à insister sur les aspects de contextualisation, décontextualisation, recontextualisation qui ne sont que façon d'éviter la question de la problématisation.

Il est intéressant de voir comment Brousseau est conscient des paradoxes de ce qu'il propose sans aller pourtant jusqu'au bout de ce qu'il pose, ce qui le conduirait à remettre en cause son projet d'une science didactique.

Premier paradoxe, la dévolution du problème.

En fait la dévolution repose sur un implicite, une forme de constructivisme qui laisse entendre que c'est à l'élève de construire son propre savoir, le rôle du professeur étant de créer la situation pour que l'élève puisse mener à bien cette construction. Déjà une première contradiction apparaît, le savoir créé par l'élève doit correspondre au savoir que l'on veut lui enseigner, il s'agit donc d'un constructivisme orienté. Il y a ici une mécompréhension de l'enseignement si l'on considère que le problème de l'enseignement est moins d'amener l'élève à *construire* du savoir que de lui donner les moyens d'*acquérir* du savoir, c'est-à-dire de faire sien un savoir qui lui est *a priori* extérieur; il est vrai que, posé de cette façon, l'acte d'enseignement apparaît impossible; mais cet impossible repose sur le pré-supposé constructiviste qui déclare que tout vient du sujet (mauvaise lecture de Kant pourrait-on dire) ou que le sujet et l'objet ne font qu'un (mauvaise lecture de la phénoménologie). Le constructivisme didacticien n'est alors qu'une façon de réduire le rapport au savoir à de simples jeux d'interaction, autrement dit d'éviter de le penser [93]. Mais peut-être faut-il ici revenir sur la polémique Piaget-Chomsky [94] qui oppose il est vrai deux dogmatismes, celui du constructivisme et celui de l'innéisme, mais le plus ouvert reste celui de Chomsky dans la mesure où il marque une confiance [95] dans la possibilité, pour celui qui apprend, de construire à partir de l'acquis. Il y a ici deux conceptions opposées, celle du constructivisme pour qui tout savoir est construit par le sujet et celle des qualités innées (qu'il faudrait alors situer dans l'identité biologique de l'homme) qui permet à tout individu d'acquérir un savoir extérieur et de le faire sien. Le paradoxe du constructivisme est que le savoir à construire n'est pas défini par le seul individu qui apprend, il se situe dans un contexte social qui exige que celui qui apprend construise le savoir qu'on lui demande de construire; ce qui suppose le «coup de pouce» à la dévolution du problème que Brousseau présente comme un paradoxe, et il est vrai que c'en est un du point de vue constructiviste; à moins de reconnaître que la dévolution n'est autre qu'une manipulation qui

de rangement et de classement peuvent se définir an termes de relation d'équivalence; les jeux de Dienes sont des *artefacts*, analogues à la dévolution de Brousseau, qui voudraient amener les élèves à découvrir des notions telles les relations d'équivalence, à partir de jeux de rangement ou de classement. En ce sens la méthode Dienes n'est pas une simple erreur didactique mais, de façon plus profonde, une erreur épistémologique; la question n'est pas de savoir si les activités de rangement ou de classement relèvent de la notion de relation d'équivalence, elle est de savoir à quels moments et pour quelles raisons ces activités font appel à la notion explicitée de relation d'équivalence. Mais cela suppose une problématisation des notions étudiées qui est aujourd'hui à l'opposée des conceptions didacticiennes encore imprégnées de structuralisme, la transposition didactique en étant l'une des formes les plus affirmées.

93 Mais c'est peut-être le propre du constructivisme que cette réduction (cf. Jean Piaget, *Sagesse et illusions de la philosophie*, PUF, Paris 1965, réédité en 1992).

94 *Théories du langage, Théories de l'apprentissage*, le débat entre Jean Piaget et Noam Chomsky organisé et recueilli par Massimo Piatrelli-Palmarini, Editions du Seuil, Paris 1979

95 Il s'agit ici d'une confiance d'ordre épistémologique à l'exclusion de toute connotation moralisante; l'innéisme de Chomsky proclame seulement que l'homme est apte à transformer ce qu'il apprend pour en faire une connaissance personnelle; c'est cela qui constitue l'acquisition du savoir. L'exemple canonique est l'apprentissage de la langue, apprentissage dirigé qui conduit l'enfant à

doit conduire l'élève à faire ce que l'on attend qu'il fasse, la manipulation reposant sur l'illusion de l'autonomie. On comprend que dans ces conditions le professeur se sente malheureux, malheureux de ne pas laisser sa pleine liberté à l'élève dans la construction de son savoir, mais malheureux aussi lorsque, laissant toute liberté à l'élève, le contrat didactique n'est pas rempli. Dans ces conditions la didactique, poussée à ses limites, nous apprend que l'acte d'enseignement est impossible.

Deuxième paradoxe, celui des situations.

Si le savoir savant, le «vrai» savoir, est le dernier état du savoir comme on l'a vu à propos de l'étude de Marie-Jeanne Perrin sur les aires, alors tout discours qui n'est pas celui du savoir savant est un discours faux. Mais le discours du savoir savant n'est pas transparent et ne peut être compris tel quel par l'élève, il doit donc être adapté pour être compris, adaptation qui le modifie et le transforme en un savoir qui devient *«non seulement approximatif, mais aussi en partie faux et inadéquat.»* ([96]). Le professeur doit alors choisir *«entre enseigner un savoir formel et dénué de sens ou enseigner un savoir plus ou moins faux qu'il faudra rectifier.»* ([97]) Situation paradoxale qui conduit à choisir entre le vrai et le compréhensible. Ici encore l'analyse didacticienne conduit à l'impossibilité de l'enseignement.

Ce que Brousseau appelle le paradoxe des situations repose sur une mécompréhension des mathématiques et de leur histoire, mécompréhension qu'il faut encore chercher dans l'idéologie constructiviste ([98]). En ce qui concerne l'article de Brousseau, cette mécompréhension apparaît déjà à propos de l'axiomatique dès le début de l'article et l'on pourrait dire, tant ses usages se ressemblent à travers les textes, que la transposition didactique n'est que la théorisation de cette mécompréhension. Il faut alors reconnaître ici que la finesse des analyses de Brousseau et la conscience qu'il a des difficultés inhérentes à ce qu'il met en place permet de mettre en lumière, mieux que d'autres écrits didacticiens, les limites de la didactique et les impasses auxquelles elles conduit.

Lorsque Brousseau écrit que le savoir adapté est approximatif, voire faux et inadéquat, et que le professeur doit choisir entre enseigner un savoir formel et dénué de sens ou un savoir plus ou moins faux qu'il faudra rectifier, il commet une multitude de contresens épistémologiques. Si Brousseau pose avec justesse la question de l'accès la modernité mathématique, l'idéologie de la transposition didactique le conduit à une lecture an-historique de ce qu'il appelle le savoir savant, réduit à un savoir formel et dénué de sens, comme si le savoir savant n'avait pas d'histoire, ou plutôt comme si dans l'histoire il représentait le *savoir vrai* par rapport aux savoirs approximatifs, faux ou inadéquats du passé. C'est oublier combien l'élabora-

---

apprendre sa langue maternelle et à partir de ce premier apprentissage à savoir inventer ses propres discours tout en tenant compte des règles d'usage; son autonomie langagière repose non sur une langue qu'il aurait construite ou dont ses parents lui auraient dévolu la construction, mais sur la langue qu'il a acquise.

96 Guy Brousseau, o.c., p. 87

97 *ibid.*, o.c. p. 88

98 Il faudrait ici renvoyer à ce jeu de reconstitution de l'histoire des sciences que nous proposent Piaget et Garcia dans un livre consacré à montrer l'analogie du développement des sciences dans l'histoire et du développement personnel des connaissances (Jean Piaget, Rolando Garcia, *Psychogenèse et Histoire des Sciences*, Flammarion, Paris 1983). Pour une critique de l'analogie piagétienne entre ontogenèse et phylogenèse nous renvoyons à notre article : «Epistémologie, histoire et enseignement des mathématiques», *for the learning of mathematics*, vol. 17, n°1, february 1997

tion du savoir est lié aux problématiques qu'il se propose de résoudre. Il est alors étrange, mais moins paradoxal qu'il n'y paraît, que les héritiers de Piaget fassent si peu de cas de la problématisation dans l'élaboration du savoir ou la réduise à un artefact pédagogique, étrange parce que la construction de Piaget s'appuie, en principe, sur les problèmes que rencontre celui qui apprend, mais non paradoxal si l'on sait que Piaget ignore le sujet connaissant dont il réduit l'activité à l'ensemble de processus cognitifs qui constituent le sujet cognitif ([99]).

Placé devant cette contradiction entre un savoir compréhensible mais faux et un savoir vrai mais incompréhensible, l'élève doit choisir : comprendre ou apprendre. S'il doit, comme le dit Brousseau, comprendre *et* apprendre, il doit, pour apprendre, renoncer à comprendre, et pour comprendre, il doit prendre le risque de ne pas apprendre.

On peut alors résumer l'alternative sous la forme suivante :

- soit un enseignement réduit à *«la mémorisation de savoirs formels, largement dépourvus de sens»* et *«couteuse en exercices d'apprentissages»* ([100]), enseignement qui fera obstacle à l'enseignement ultérieur parce que, comme le dit justement Brousseau, *«plus l'élève a été entraîné aux exercices formels, plus il lui est difficile, plus tard, de restaurer un fonctionnement fécond des concepts ainsi reçus»*.
- soit un enseignement par adaptation fondé sur des situations *«introductives»* convenables et permettant une compréhension *«provisoirement erronée»* ; ici encore l'enseignement fera obstacle à l'enseignement ultérieur dans la mesure où, comme le remarque Brousseau *«si les élèves se sont bien adaptés aux situations qui leur sont proposées, ils ont mieux compris les raisons de leurs réponses et les rapports de leur savoir avec les problèmes»*, et l'auteur ajoute : *«il sera donc plus difficile, par la suite, de changer ce savoir pour le rendre plus correct et le compléter»*.

Brousseau pose alors la question d'un enseignement qui se définirait comme une construction de son savoir par l'élève *«par adaptation personnelle à une situation a-didactique»* ([101]). Ici encore Brousseau met l'accent sur un problème : si l'élève résout le problème qui lui est dévolu par le professeur, il n'y découvrira pas le savoir nouveau que ce problème était censé présenté ; au contraire la résolution avec des méthodes anciennes le confortera dans ses connaissances sans qu'il prenne conscience de quelque nouveauté. C'est donc que la seule dévolution, même si elle est couronnée de succès ne suffit pas; *«il faut donc que quelqu'un d'extérieur vienne pointer ses activités et identifie celles qui ont un intérêt, un statut culturel»*. C'est le rôle de l'*institutionnalisation* que de prendre en charge cette identification, ce qui implique une transformation complète de la situation ; Brousseau précise que ce travail ne peut

99 C'est toute la question de la distinction du sujet cognitif et du sujet connaissant, point que nous avons abordé dans notre article «Quelques remarques sur l'enseignement de la géométrie», *Repères-IREM* n°26, janvier 1997.
100 *ibid.* p. 89
101 *ibid.* p. 91

être à la charge de l'élève et revient à l'enseignant et il conclut : *«Il n'est donc pas le résultat d'une adaptation de l'élève»* ([102]).

Il faut reconnaître la force du point de vue critique de Brousseau qui pointe les difficultés de toute attitude qui voudrait fixer une fois les règles de l'acte d'enseigner. Mais alors, comment Brousseau peut-il être didacticien ?

On aurait pu penser que Brousseau, après avoir pointé les contradictions des deux termes de l'alternative savoir savant/savoir enseigné et les impasses de la dévolution même réussie, se tournerait vers les mathématiques elles-mêmes, peut-être moins pour chercher à résoudre les difficultés pointées ci-dessus, que pour tenter d'expliciter au mieux ce qu'est l'activité mathématique et à partir de là, tenter de définir, autant que faire se peut, la part de l'activité de l'élève et celle de l'activité du professeur, ce qui relève du travail propre de celui qui apprend et ce qui relève de l'intervention de celui qui enseigne. Mais il aurait fallu pour cela mettre l'accent sur le savoir lui-même, sur les raisons qui conduisent à s'intéresser à ce savoir, sur celles qui le font évoluer, au lieu de se contenter d'un vague psychologisme sur le travail de l'élève :

«L'incertitude dans laquelle il (l'élève) *est plongé est à la fois source d'angoisse et de plaisir. La réduction de cette incertitude est le but de l'activité intellectuelle et son moteur»* ([103])

On voit ici combien manquent dans l'argumentation de Brousseau les mathématiques en tant que telles et c'est la faiblesse d'un article pourtant riche quant à l'analyse de l'acte d'enseignement, que ce manque. On ne voit pas en quoi il s'agit de didactique des mathématiques, sauf à revenir au début de l'article sur l'axiomatique présentée comme la forme du savoir mathématique savant et la difficulté de l'enseigner telle quelle, point de vue issue d'une critique superficielle de la réforme des *mathématiques modernes*, mais aussi point de vue réducteur quant à l'activité mathématique.

Le point de vue anthropologique

Si la didactique est la science qu'elle prétend être, elle est alors la pièce maîtresse de toute réflexion sur l'enseignement et Chevallard, après avoir expliqué le rôle de la recherche en didactique des mathématiques comme lieu de connaissance du système d'enseignement des mathématiques, peut écrire :

«La recherche fondamentale en didactique des mathématiques doit en conséquence constituer le coeur de l'activité des IREM.» ([104])

102 Dans la partie de son article consacrée à la théorie des situations, Brousseau précise la part de la dévolution et de l'institutionnalisation : *«Dans la dévolution, le maître met l'élève en situation à-didactique ou pseudo a-didactique. Dans l'institutionnalisation, il définit les rapports que peuvent avoir les comportements ou les productions «libres» de l'élève avec le savoir culturel ou scientifique et avec le projet didactique; il donne une lecture de ces activités et leur donne un statut»*. (cf. *ibid.* p. 113). Ainsi la dévolution n'était qu'un jeu et le maître à la fin reprend tout en main. Il est vrai que cette reprise en main est nécessaire (moins par le contrat didactique que pour atteindre les objectifs fixés) mais en même temps elle remet en cause le travail de l'élève, d'une certaine façon celui-ci est floué.

103 *ibid.* p. 93

104 Yves Chevallard, «Pour la Didactique», *Colloque sur l'Avenir des IREM*, Paris novembre 1981 (multigraphié)

laissant entendre que toute recherche sur l'enseignement qui ne s'appuie pas sur les résultats de la didactique scientifique est vaine. De même, la didactique est au cœur de la formation des maîtres, qu'elle soit la formation initiale ou qu'elle soit la formation continue.

Mais Chevallard ne s'arrête pas à la seule formation des maîtres; la didactique constitue le point central de l'épistémologie de la discipline. C'est cela que proclame Chevallard dans la postface de la seconde édition de son ouvrage lorsque, après avoir expliqué comment la didactique s'inscrit dans le champ de l'anthropologie, il écrit :

«... le territoire de la didactique des mathématiques est immense, et les terrains du didacticien virtuellement partout dans l'espace social...» ([105])

Définissant *«les savoirs à mathématiques»*, c'est-à-dire ceux qui s'appuient sur la manipulation des mathématiques vivantes, Chevallard poursuit :

« A cet égard, la didactique des mathématiques apparaît comme un savoir pertinent pour l'ensemble des pratiques sociales à mathématiques.»

Dans ces conditions la didactique des mathématiques n'est plus *«l'apanage des enseignants de mathématiques»*, et Chevallard pose que

«... la didactique des mathématiques est un levain qui doit désormais être introduit dans la pâte de toute formation fondamentale en mathématiques.»

Ainsi la didactique, dès qu'elle s'inscrit dans le champ de l'anthropologie (mais toute science, dans la mesure où elle est production humaine, ne s'inscrit-elle pas dans le champ de l'anthropologie ?) se proclame la science absolue qui sous-tend l'étude de tout domaine de la connaissance, vieux mythe d'une *science de la science* qui relève plus des mythologies rationalistes du *tout scientifique* ou du *tout rationnel* que de l'activité scientifique ou rationnelle proprement dite.

La transposition didactique comme idéal-type

La notion de transposition didactique s'est construite sur une accumulation de contresens, avec d'une part la critique de l'enseignement de la philosophie et des sciences de l'homme par Verret et d'autre part la lecture réductrice de Fréchet par Chevallard et Johsua. La question est alors moins de chercher un concept à-tout-faire qui expliquerait comment se construit un enseignement, que de chercher à comprendre les raisons qui conduisent l'en-

105 Yves Chevallard, o.c. p. 227-228

seignement d'un domaine de la connaissance à devenir le discours figé de la scolastique finissante ou de la réforme des mathématiques modernes; de façon précise, quelles sont les raisons qui conduisent l'enseignement d'un domaine de la connaissance à oublier le sens de ce qu'il se propose d'enseigner.

Encore faut-il revenir à l'histoire de la réforme des mathématiques modernes pour comprendre comment une volonté de moderniser l'enseignement des mathématiques afin de le rendre accessible à tous a pu devenir cet enseignement figé qui a consisté à montrer des structures vides à des élèves qui n'y comprenaient rien et à les remplir peu à peu comme si le sens des mathématiques sous-jacentes allait apparaître au bout du remplissage ([106]). Car il est vrai qu'il se cachait des mathématiques (du «vrai» savoir, dirait Brousseau) sous l'ésotérisme du discours, et l'on peut comprendre l'analyse superficielle des didacticiens qui ont cru voir la vérité des mathématiques dans l'ésotérisme du discours ([107]). La transposition didactique serait alors la transformation d'un discours ésotérique (le discours du savoir savant) en un discours qui peut être entendu par les non-initiés; reste entière la question de l'accès de ces non-initiés au savoir.

En distinguant d'un fantasmatique savoir savant le savoir enseigné par l'institution scolaire, les didacticiens ont cru répondre à la question du sens : mais le sens ici fabriqué, loin de donner accès au savoir, n'a su conduire qu'à des artefacts qui ne peuvent susciter que de nouvelles difficultés dans l'accès au savoir.

Nous pourrions rappeler ce qu'est devenu l'enseignement de la proportionnalité aujourd'hui ([108]) et je renvoie au mauvais livre déjà cité ([109]) dont sont responsables un mathématicien qui a oublié son métier et un psychologue qui considère qu'il n'est pas nécessaire de savoir de quoi l'on parle pour en parler.

Nous pourrions rappeler aussi cette phrase glanée dans un ouvrage sur l'enseignement de l'algèbre linéaire :

«Une difficulté rencontrée dans l'enseignement de concepts unificateurs et généralisateurs est le rôle des connaissances et des compétences préliminaires moins formalisées. En effet celles-ci doivent être réintégrées dans un processus d'abstraction, ce qui signifie qu'elles doivent être reconsidérées, pour mettre en évidence leurs caractéristiques communes, qui devraient être généralisées et unifiées, mais aussi pour laisser tomber des particularités intrinsèques qui deviendront obsolètes ou inadéquates dans la nouvelle approche.» ([110])

On ne peut mieux souligner la déproblématisation du savoir enseigné ; la généralisation déproblématisée, et par conséquent vidée de son sens, participe de ce savoir ésotérique et les

---

106 Rudolf Bkouche Bernard Charlot, Nicolas Rouche, *Faire des mathématiques, le plaisir du sens*, Armand Colin, Paris 1991, ...

107 Un discours ésotérique n'est pas un discours vide, c'est un discours dont les clés sont délivrés aux seuls qui ont suivi l'initiation et qui ont été jugés aptes à recevoir ses clés. De là à confondre initiation et enseignement il y a un pas trop souvent vite franchi qui fausse toute réflexion sur l'enseignement.

108 Rudolf Bkouche, «De la proportionnalité», à paraître dans Repères-IREM

109 Danièle Boisnard, Jean Houdebine, Jean Julo, Maire-Paule Kerboeuf, Maryvonne Merri, o.c.

110 Jean-Luc Dorier et al., *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*, La pensée sauvage, Grenoble 1996, p. 191

chemins qui ont mené à cette généralisation, réduits à n'être que des connaissances préliminaires encombrantes, deviennent autant d'obstacles à la compréhension de cette généralisation, ce qui conduit, au nom d'une pseudo-efficacité dont Brousseau a montré les limites dans son article, à ignorer volontairement ces chemins dans l'enseignement. Ainsi la réduction de la géométrie élémentaire à un simple chapitre d'algèbre linéaire, ce qu'elle est sur le plan structural, mais ce qu'elle n'est pas en tant que science autonome des objets de l'espace.

En fabriquant ces ersatz de savoir que constitue autant le savoir dit savant que le savoir dit enseigné, la didactique contribue au développement de l'obscurantisme contemporain. Ce n'était sûrement pas la volonté de ses inventeurs, mais peut-être faut-il y voir l'une de ces déraisons de la Raison qui mènent les idéologies rationalistes à inventer leur propre irrationalisme.

Reste la question des raisons de ces déraisons, de cette construction «rationnelle» de tels fantasmes. Nous avons parlé de la perte de sens du savoir et il est facile de citer les divers endroits où elle apparaît. Ainsi chez Brousseau qui ne voit dans l'exposé axiomatique qu'un discours de communication, un «faux» savoir déjà fabriqué par les mathématiciens que l'enseignement croit devoir reprendre à son compte en le mettant à la portée des apprenants; ainsi chez les didacticiens de la proportionnalité qui prennent acte de la disparition de la notion de grandeur dans l'enseignement des mathématiques et qui cherchent à inventer le «truc» qui permet de s'en passer d'où le galimatias de l'ouvrage cité La proportionnalité et ses problèmes, lequel ne fait que reprendre à son compte les inepties des manuels d'enseignement sur la question et qui ainsi les conforte quant il n'en est pas l'origine; ainsi encore ce discours sur l'enseignement de l'algèbre linéaire qui nous explique combien les raisons qui ont conduit à développer l'algèbre linéaire comme concept unificateur sont autant d'obstacles à la compréhension de l'usage de l'algèbre linéaire dans les divers lieux où elle intervient.

Une analyse des raisons qui ont conduit à inventer la notion de transposition didactique pourrait alors nous apporter quelqu'éclairage sur le sens perdu des savoirs enseignés, à condition de ne pas se limiter aux seuls aspects didactiques mais de prendre en compte les aspects d'ordre historique et sociologique; la transposition didactique peut alors fonctionner comme un idéal-type, au sens weberien du terme, un instrument d'étude de la perte de sens, du point de vue social, d'un domaine de la connaissance et des effets de cette perte de sens sur son enseignement; d'autant que, comme c'est aujourd'hui le cas pour les mathématiques, c'est cette perte de sens, accompagnée des ersatz de sens qu'elle produit, qui fonde la spécificité de cet enseignement, que ce soit comme instrument de sélection ou pour conforter une idéologie.

La naissance de la didactique, telle qu'elle se construit, et pas seulement en France (voir certains aspects du courant PME ([111])) correspond à un phénomène social, la dévalorisation sociale du savoir ([112]), qui devient le terreau sur lequel la didactique peut s'épanouir. Ainsi le succès de l'un de ses «concepts» les plus néfastes, celui de transposition didactique repris par certains «savants de l'éducation» qui croient voir dans la distinction savoir savant/savoir enseigné un point essentiel du phénomène d'enseignement, et qui ont «socialement raison» au sens que, comme souvent dans les sciences humaines, une fois un «concept» énoncé, il fonctionne tout simplement parce que l'on fait comme s'il fonctionnait. Que le prix à payer soit la mort du savoir importe peu à ceux pour qui le savoir n'est qu'une illusion à répartir entre le monde savant, celui qui fabrique l'illusion, et le monde enseigné, celui à qui on fournit une illusion à sa portée.

Faut-il en dire plus ?

111 où l'influence française est malheureusement non vide.

112 Il faudrait alors analyser comment la «technologisation» de la société a conduit à cette perte de valeur social du savoir, comment un certain engouement pour les nouvelles techniques, pourtant issues du savoir contemporain, participe d'une dévalorisation du savoir ?